

## 배열의 축소

배열의 차원을 축소하면 정보의 처리를 더 간단하게 할 수 있습니다.  
다음과 같이 **3X3** 배열을 만들었다고 합시다.

```
a33 = np.array([[1, 2, 3],  
                [4, 5, 6],  
                [7, 8, 9]])
```

a33

```
array([[1, 2, 3],  
       [4, 5, 6],  
       [7, 8, 9]])
```

위 배열을 1차원으로 축소하려면 아래와 같이 **flatten** 함수를 사용할 수 있습니다.

```
a33.flatten()
```

```
array([1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9])
```

**flatten** 함수는 2차원 배열뿐만 아니라 다차원 배열도 1차원으로 축소합니다.

## 행렬의 종류

### 대각행렬(Diagonal Matrix)

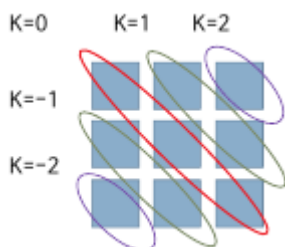
정사각행렬에서 대각선의 원소를 제외한 모든 원소가 0으로 구성된 행렬을 대각행렬이라고 합니다.

```
mdiag33 = np.array([[1,0,0],
                    [0,3,0],
                    [0,0,5]])
```

```
mdiag33
```

```
array([[1, 0, 0],
       [0, 3, 0],
       [0, 0, 5]])
```

대각행렬 구성시, 주대각선이 아닐 경우에도 구성이 가능한데요, 아래 그림처럼  $k = 0$  이외에도 위쪽은  $k = 1, k = 2$  등으로 만들 수 있고, 아래쪽



은  $k = -1 \dots$ 로 구성할 수 있습니다.

## 단위행렬(Unit Matrix) 또는 항등행렬(Identity Matrix)

대각행렬 중 주 대각선의 원소가 모두 1인 행렬을 단위행렬이라고 합니다. 보통 단위행렬은 대문자 **I**로 표시합니다.

## 삼각행렬(Triangular Matrix)

정사각행렬에서 주대각선을 기준으로 위나 아래의 원소가 모두 0인 행렬을 삼각행렬이라고 합니다. 대각선 위쪽만 0이 아닌 원소로 구성되면 상삼각행렬이 되고, 아래쪽만 0이 아닌 원소이면 하삼각행렬이 됩니다.

```
trilo = np.array([[1,0,0],
                  [4,5,0],
                  [7,8,9]])
```

trilo

```
array([[1, 0, 0],
       [4, 5, 0],
       [7, 8, 9]])
```

삼각행렬도 주대각선을 위쪽 혹은 아래쪽으로 이동할 수 있습니다.

```
trilo_1d = np.array([[0,0,0],
                    [4,0,0],
                    [7,8,0]])
```

```
trilo_1d
```

```
array([[0, 0, 0],
       [4, 0, 0],
       [7, 8, 0]])
```

### 삼각행렬의 전치관계

삼각행렬을 전치하여 하삼각행렬은 상삼각행렬로, 상삼각행렬은 하삼각행렬로 변경할 수 있습니다.

```
trilo.T
```

```
array([[1, 4, 7],
       [0, 5, 8],
       [0, 0, 9]])
```

삼각행렬의 곱셈은 일반 행렬의 곱셈과는 달리 동일한 원소의 제곱을 출력합니다.

```
trilo * trilo
```

```
array([[1, 0, 0],
       [16, 25, 0],
       [49, 64, 81]])
```

상삼각행렬과 하삼각행렬의 곱은 주대각선의 제곱을 제외하고 나머지는 모두 0이 됩니다.

### 영행렬(Null Matrix, Zero Matrix)

모든 원소가 0인 행렬을 영행렬이라고 합니다.

### 대칭행렬(Symmetric Matrix)

대칭행렬은 주대각선을 기준으로 아래의 원소와 위의 원소가 동일한 값을 가진 행렬을 말합니다. 이때 주대각선은 행과 열의 인덱스가 동일한 원소를 기준으로 합니다.

```
sm = np.array([[1,2,3],
               [2,3,5],
               [3,5,6]])

sm
array([[1, 2, 3],
       [2, 3, 5],
       [3, 5, 6]])
```

대칭행렬과 이 행렬의 전치행렬을 더하면 원소들의 값이 두배로 증가하지만, 대칭행렬을 유지합니다.

```
sm + sm.T
```

```
array([[ 2,  4,  6],
       [ 4,  6, 10],
       [ 6, 10, 12]])
```

대칭행렬과 이 대칭행렬의 전치행렬을 곱해도 대칭행렬을 유지합니다.

```
np.dot(sm, sm.T)
```

```
array([[14, 23, 31],
       [23, 38, 51],
       [31, 51, 70]])
```

### 반대칭행렬(Skew Symmetric Matrix)

대각성분을 기준으로 값은 같으나 부호가 반대인 원소를 가진 행렬을 반대칭행렬이라고 합니다.

```
ssm = np.array([[0, 2, -3],
                 [-2, 0, 5],
                 [3, -5, 0]])
```

```
ssm
```

```
array([[ 0,  2, -3],
       [-2,  0,  5],
       [ 3, -5,  0]])
```

이 행렬과 전치행렬을 더하면 모든 원소가 0이 됩니다.

$$\text{ssm} + \text{ssm.T}$$

```
array([[0, 0, 0],
       [0, 0, 0],
       [0, 0, 0]])
```

반대칭행렬과 이것의 전치행렬간 뺄셈은 반대칭행렬을 그대로 유지합니다.

$$\text{ssm} - \text{ssm.T}$$

```
array([[ 0,  4, -6],
       [-4,  0, 10],
       [ 6, -10,  0]])
```

반대칭행렬과 이것의 전치행렬간 행렬곱은 대칭행렬이 됩니다.

$$\text{np.dot}(\text{ssm}, \text{ssm.T})$$

```
array([[ 13, -15, -10],
       [-15,  29, -6],
       [-10, -6,  34]])
```

## 치환행렬(Permutation Matrix)

단위행렬이나 행렬의 행을 교환하여 재구성하거나 특정 상수를 곱해서 행을 교환한 것을 치환행렬이라고 합니다.

9개의 원소를 가진 3행3열의 행렬을 만듭니다. 단위행렬도 하나 만들겠습니다.

```
pm = np.arange(1, 10).reshape(3, 3)
pm
```

```
array([[1, 2, 3],
       [4, 5, 6],
       [7, 8, 9]])
```

```
pmu = np.eye(3, dtype='int')
pmu
```

```
array([[1, 0, 0],
       [0, 1, 0],
       [0, 0, 1]])
```

위 행렬과 단위행렬을 곱하면 변경되는 항목없이 그대로입니다.

```
np.dot(pm, pmu)
```

```
array([[1, 2, 3],
       [4, 5, 6],
       [7, 8, 9]])
```



```
pmu21 = np.array([[0,1,0],
                  [1,0,0],
                  [0,0,1]])
np.dot(pm,pmu21)
```

```
array([[2, 1, 3],
       [5, 4, 6],
       [8, 7, 9]])
```

행변환이 일어난 단위행렬을 하나 더 만들어서 치환행렬을 만듭니다. 이 치환행렬에 행렬곱하면 변환된 것을 볼 수 있습니다.

### 직교행렬(Orthogonal Matrix)

직교행렬은 행렬 자신과 그 전치행렬의 행렬곱은 단위행렬이 되는 행렬입니다.

### 전치행렬(Transpose Matrix)

전치행렬은 행과 열을 서로 바꾸어서 만듭니다.

```
tmorg = np.arange(1,13).reshape(4,3)
tmorg
```

```
array([[ 1,  2,  3],
       [ 4,  5,  6],
       [ 7,  8,  9],
       [10, 11, 12]])
```

```
tmorg.T
```

```
array([[ 1,  4,  7, 10],
       [ 2,  5,  8, 11],
       [ 3,  6,  9, 12]])
```

## 다차원 배열의 검색

### 색인검색

```
v = np.array([1,2,3,4,5])
```

```
v[0]
```

1

```
v[-1]
```

5

```
m = np.array([[1,2,3,4,5],
               [6,7,8,9,10]])
```

```
m[-1]
```

```
array([ 6,  7,  8,  9, 10])
```

```
m[0,1]
```

```
2
```

```
m[-1,-1]
```

```
10
```