punto 1

Luis Esteban Castro Bernal

September 2023

sea las sigueintes definiciones

$$I = \int_a^b f(x)dx \cong \int_a^b p_1(x)dx$$

$$p_1(x) = \frac{x-b}{a-b}f(a) + \frac{x-a}{b-a}f(b)$$

tal que la integral seria de la forma

$$\int_a^b \frac{x-b}{a-b}f(a) + \frac{x-a}{b-a}f(b)dx$$

entonces al ser integral de suma es igual a suma de sus integrales queda de la siguiente forma (a-b, f(a) y f(b) son constantes)

$$\frac{f(a)}{a-b}\int_a^b (x-b)dx = \frac{f(a)}{a-b}(\frac{x^2}{2}-xb) = \frac{f(a)}{a-b}(\frac{b^2}{2}-b^2-\frac{a^2}{2}+ab) = \frac{f(a)}{a-b}(-\frac{1}{2})(b^2+a^2-2ab)$$

$$= \frac{f(a)}{b-a}\frac{1}{2}(b-a)^2 = \frac{b-a}{2}f(a)$$

la otra integral seria

$$\frac{f(b)}{b-a}\int_a^b (x-a)dx = \frac{f(b)}{b-a}(\frac{x^2}{2}-xa) = \frac{f(b)}{b-a}(\frac{b^2}{2}-ab-\frac{a^2}{2}+a^2) = \frac{f(b)}{b-a}(\frac{1}{2})(b^2+a^2-2ab)$$

$$= \frac{f(b)}{b-a}\frac{1}{2}(b-a)^2 = \frac{b-a}{2}f(b)$$

al final la integral queda de la forma

$$\int_a^b p_1(x)dx = \frac{b-a}{2}f(a) + \frac{b-a}{2}f(b) = \frac{b-a}{2}(f(a)+f(b))$$