**Министерство образования Российской Федерации**

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. Н.Э. БАУМАНА**

Факультет: Информатика и системы управления
Кафедра: Информационная безопасность (ИУ8)

## Методы оптимизации

# Домашнее задание №2 на тему: «Исследование генетических алгоритмов в задачах поиска экстремумов»

Вариант 5

**Преподаватель:**
Коннова Н.С.

**Студент**:
Девяткин Е.Д.

**Группа:**
ИУ8-34

**Репозиторий работы**: https://github.com/ledibonibell/MO-hw02

Москва 2023

## Цель работы

Изучить основные принципы действия генетических алгоритмов на примере решения задач оптимизации функций двух переменных.

## Постановка задачи

Найти максимум функции $f(x, y)$ в области $D$ с помощью простого генетического алгоритма. За исходную популяцию принять 4 случайных точки. Хромосома каждой особи состоит из двух генов: значений координат $x, y$. В качестве потомков следует выбирать результат скрещивания лучшего решения со вторым и третьим в порядке убывания значений функции приспособленности с последующей случайной мутацией обоих генов. В качестве критерия остановки эволюционного процесса задаться номером конечной популяции $N$: $(10^1 \ldots 10^2)$. Визуализировать результаты расчетов.

## Ход работы

Заданная функция:

$$f(x, y) = \frac{\sin(x)\sin(y)}{1 + x^2 + y^2}$$

Область:

$$D = (0,2) \times (-2,2)$$

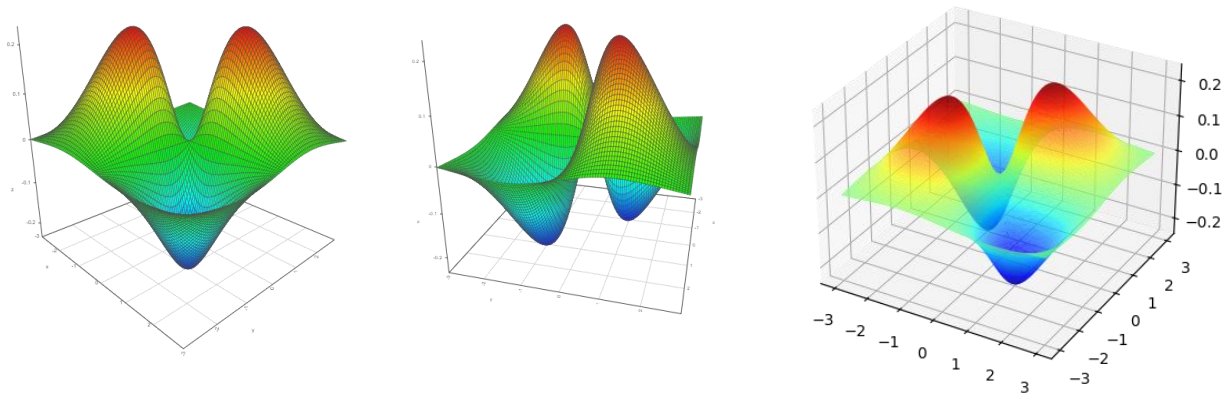



**Рис. 1-3.** График функции $f(x, y)$

Сгенерированные числа, а также среднее и максимальное значения FIT–функции популяции для поколений $N = 1\ldots10$ представлены в сводной таблице 1.

| № поколения | $X$ | $Y$ | FIT | Максимальный результат | Средний результат |
|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 0.5114 | 0.2446 | 0.3593 | 0.3593 | 0.2568 |
| | 0.5017 | 0.2348 | 0.3579 | | |
| | 0.5114 | 0.2446 | 0.3593 | | |
| | 1.6118 | -1.9427 | -0.0492 | | |
| 2 | 0.521 | 0.2542 | 0.3606 | 0.3606 | 0.2574 |
| | 0.5017 | 0.2348 | 0.3579 | | |
| | 0.521 | 0.2542 | 0.3606 | | |
| | 1.6118 | -1.9427 | -0.0492 | | |
| 3 | 0.5305 | 0.2637 | 0.3616 | 0.3616 | 0.2579 |
| | 0.5017 | 0.2348 | 0.3579 | | |
| | 0.5305 | 0.2637 | 0.3616 | | |
| | 1.6118 | -1.9427 | -0.0492 | | |
| 4 | 0.5399 | 0.2731 | 0.3624 | 0.3624 | 0.2583 |
| | 0.5017 | 0.2348 | 0.3579 | | |
| | 0.5399 | 0.2731 | 0.3624 | | |
| | 1.6118 | -1.9427 | -0.0492 | | |
| 5 | 0.5492 | 0.2824 | 0.3629 | 0.3629 | 0.2586 |
| | 0.5017 | 0.2348 | 0.3579 | | |
| | 0.5492 | 0.2824 | 0.3629 | | |
| | 1.6118 | -1.9427 | -0.0492 | | |
| 6 | 0.5585 | 0.2917 | 0.3633 | 0.3633 | 0.2588 |
| | 0.5017 | 0.2348 | 0.3579 | | |
| | 0.5585 | 0.2917 | 0.3633 | | |
| | 1.6118 | -1.9427 | -0.0492 | | |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 7 | 0.5676 | 0.3008 | 0.3635 | 0.3635 | 0.2589 |
| | 0.5017 | 0.2348 | 0.3579 | | |
| | 0.5676 | 0.3008 | 0.3635 | | |
| | 1.6118 | -1.9427 | -0.0492 | | |
| 8 | 0.5766 | 0.3098 | 0.3635 | 0.3635 | 0.2589 |
| | 0.5017 | 0.2348 | 0.3579 | | |
| | 0.5766 | 0.3098 | 0.3635 | | |
| | 1.6118 | -1.9427 | -0.0492 | | |
| 9 | 0.5856 | 0.3188 | 0.3633 | 0.3633 | 0.2588 |
| | 0.5017 | 0.2348 | 0.3579 | | |
| | 0.5856 | 0.3188 | 0.3633 | | |
| | 1.6118 | -1.9427 | -0.0492 | | |
| 10 | 0.5856 | 0.3188 | 0.3633 | 0.3633 | 0.2588 |
| | 0.5017 | 0.2348 | 0.3579 | | |
| | 0.5856 | 0.3188 | 0.3633 | | |
| | 1.6118 | -1.9427 | -0.0492 | | |

**Таблица 1.**

Пример расположения точек на первой и десятой итерации приведены на рис. 4. и рис. 5.

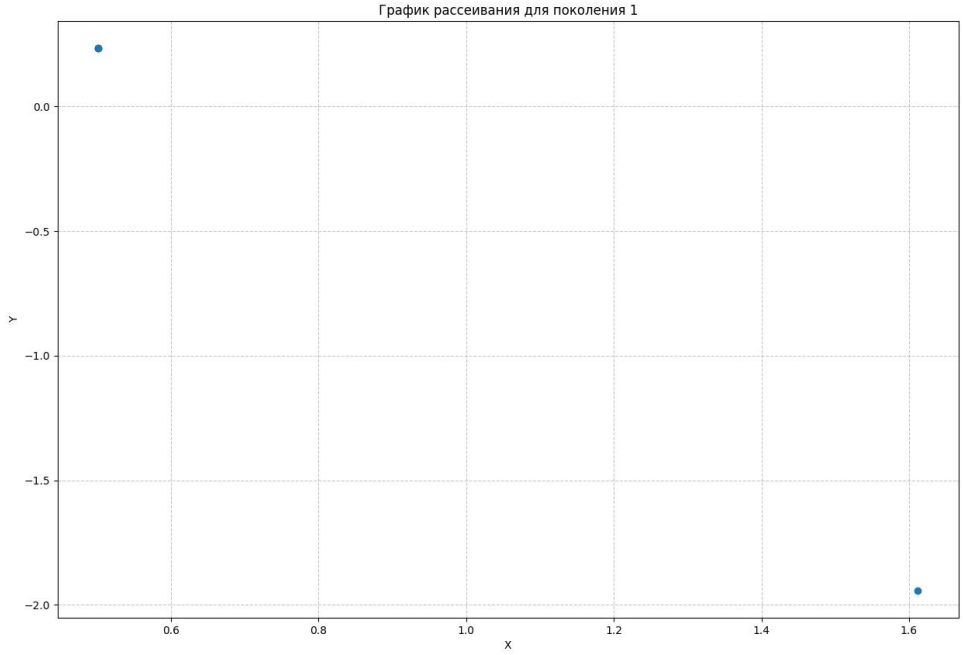



**Рис. 4.**

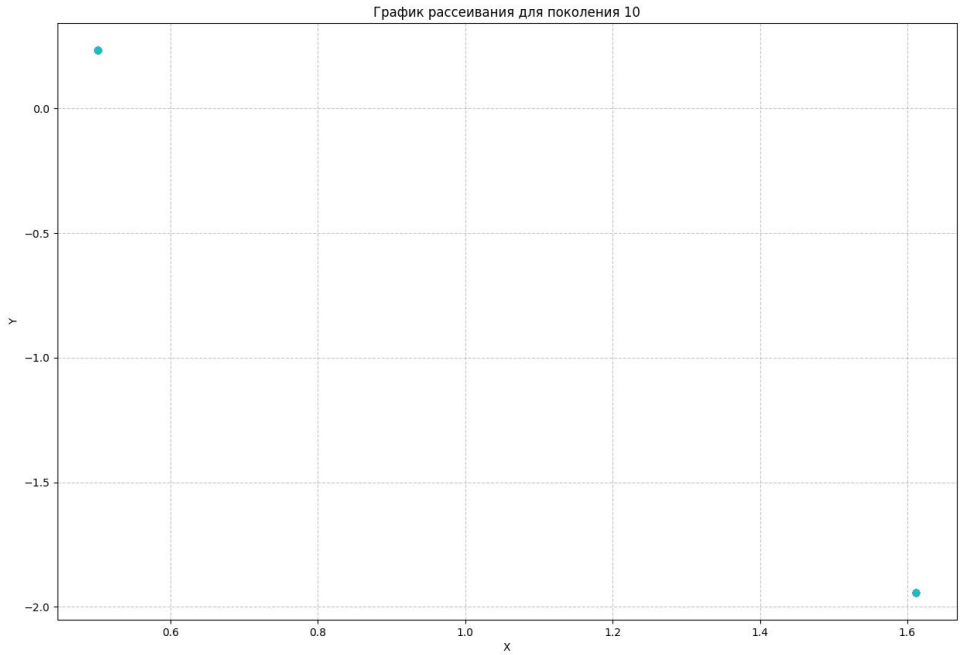



**Рис. 5.**

Как видно из таблицы 1, а также на рис. 6., уже к 7 - 8 поколениям происходит схождение алгоритма и хромосом всех особей в популяции (в данном случае на рис. 4 и рис. 5 не видны сильные различия лишь из-за малого коэффициента мутации), а результат вычисления приближен к искомому.

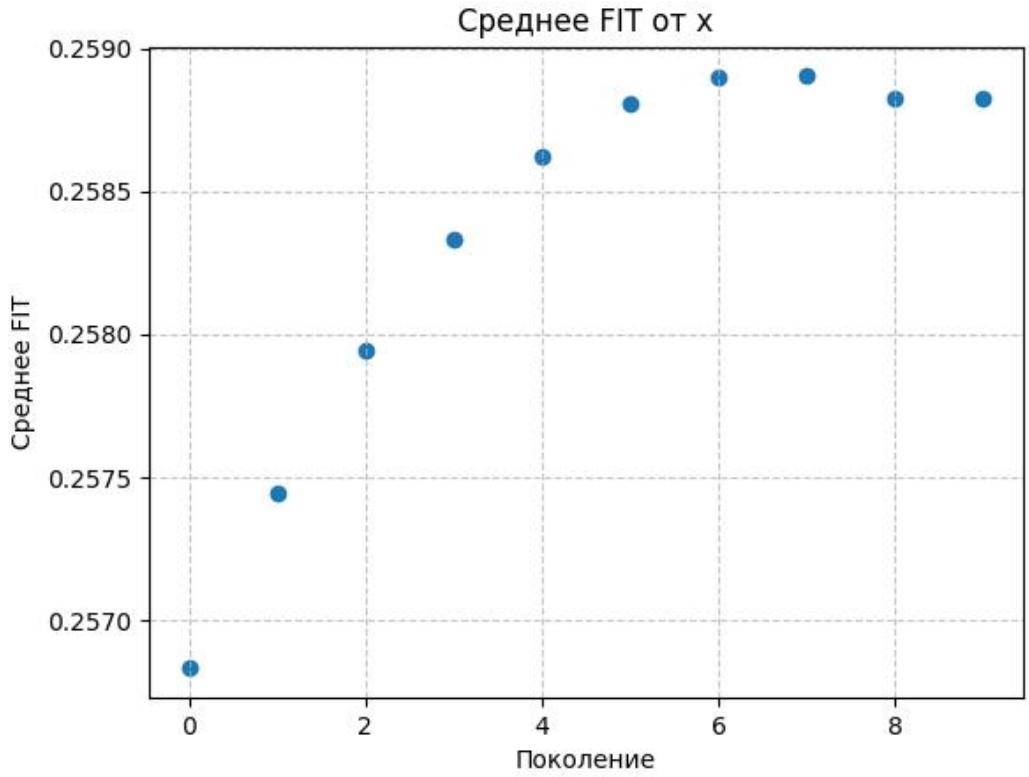



**Рис. 6.** График зависимости среднего значения FIT от номера популяции

## Вывод

В ходе выполнения работы был изучен генетический алгоритм на примере поиска оптимального решения. Было выявлено, что уже к 10 поколению мы приблизились к оптимальному решению (при 100 существующих), что обусловлено использованием элитарного механизма селекции особей для скрещивания. Решением данной проблемы является турнирный метод селекции. Также стоит понимать, что практическое отсутствие разницы на графиках координат первых 10ти итераций обусловлено рандомизацией начальных параметров хромосом и коэффициента мутации.

**Приложение А**

**Файл ‘Main.py’:**

```
import matplotlib.pyplot as plt

from Function import Methods

population_size = 4
num_generations = 100
mutation_rate = 0.25
min_x = 0.0
max_x = 2.0
min_y = -2.0
max_y = 2.0

population = Methods.initialize_population(population_size, min_x, max_x, min_y,
max_y)
initial_mutation_rate = mutation_rate

generation_list = []
average_fitness_list = []

for generation in range(num_generations):
    population = Methods.assess_population(population)
    parents = Methods.choose_parents(population)

    Methods.display_results(population, generation)
    current_convergence = generation / num_generations
    mutation_rate = initial_mutation_rate * (1.0 - current_convergence)

    for j in range(0, population_size - 1, 2):
        child1 = Methods.perform_crossover(parents[j], parents[j + 1])
        child1 = Methods.apply_mutation(child1, mutation_rate, min_x, max_x, min_y,
max_y)

        population[j] = child1
        population[j].x = child1.x
        population[j].y = child1.y
        population[j].fitness = Methods.calculate_fitness(population[j].x, population[j].y)

    if Methods.check_population_convergence(population):
        print("Fitness Convergence", generation)
        break

    generation_list.append(generation)
    average_fitness = sum(p.fitness for p in population) / len(population)
    average_fitness_list.append(average_fitness)
```

```
Methods.draw_fitness_graph(generation_list[:10], average_fitness_list[:10])
Methods.draw_scatter_plots(population)

best_individual = max(population, key=lambda x: x.fitness)
print("Оптимальное решение: \nx =", round(best_individual.x, 4), ", y =",
round(best_individual.y, 4), " \nf(x, y) =", round(best_individual.fitness, 4))
```

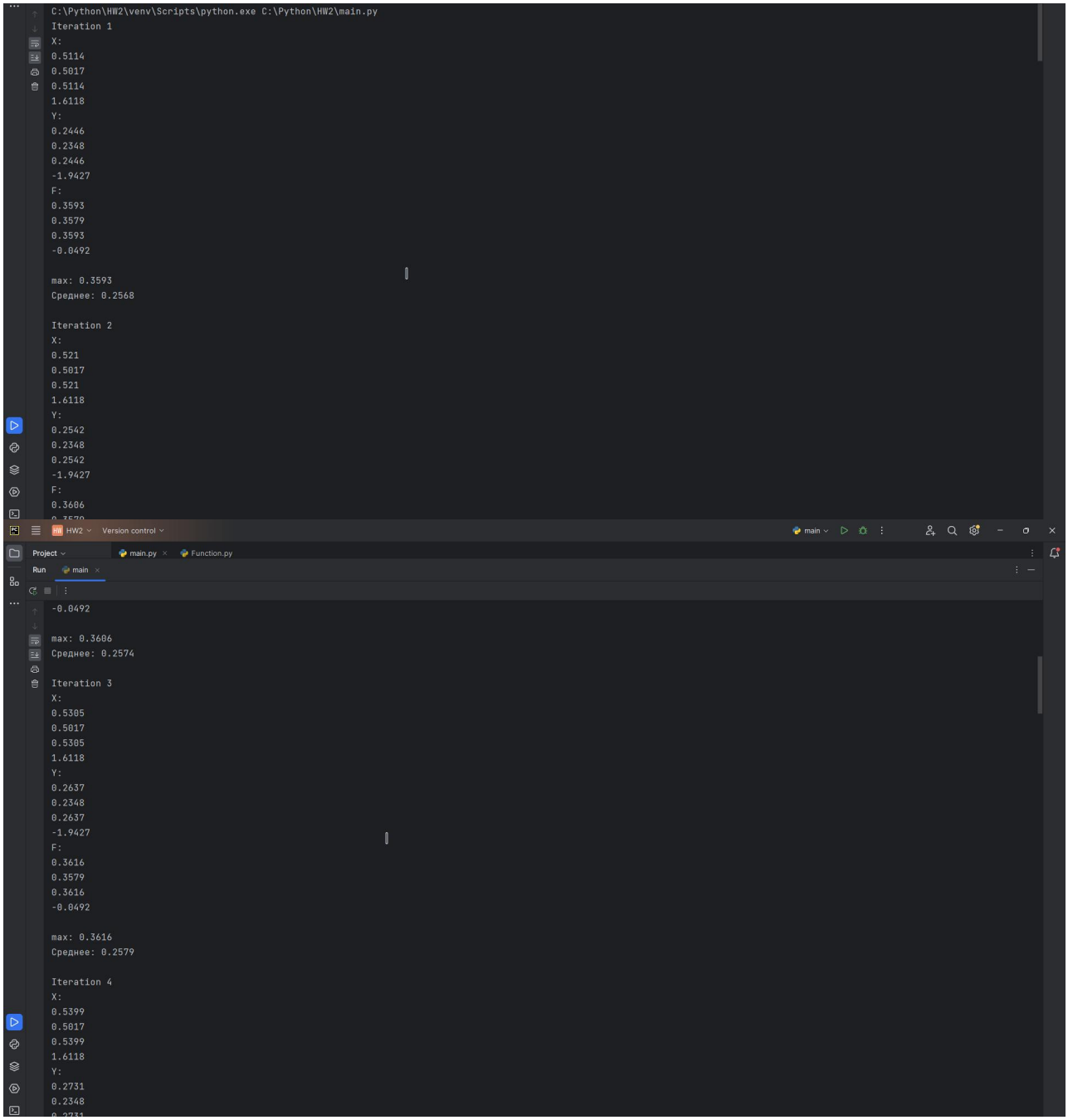
**Файл ‘Function.py’:**

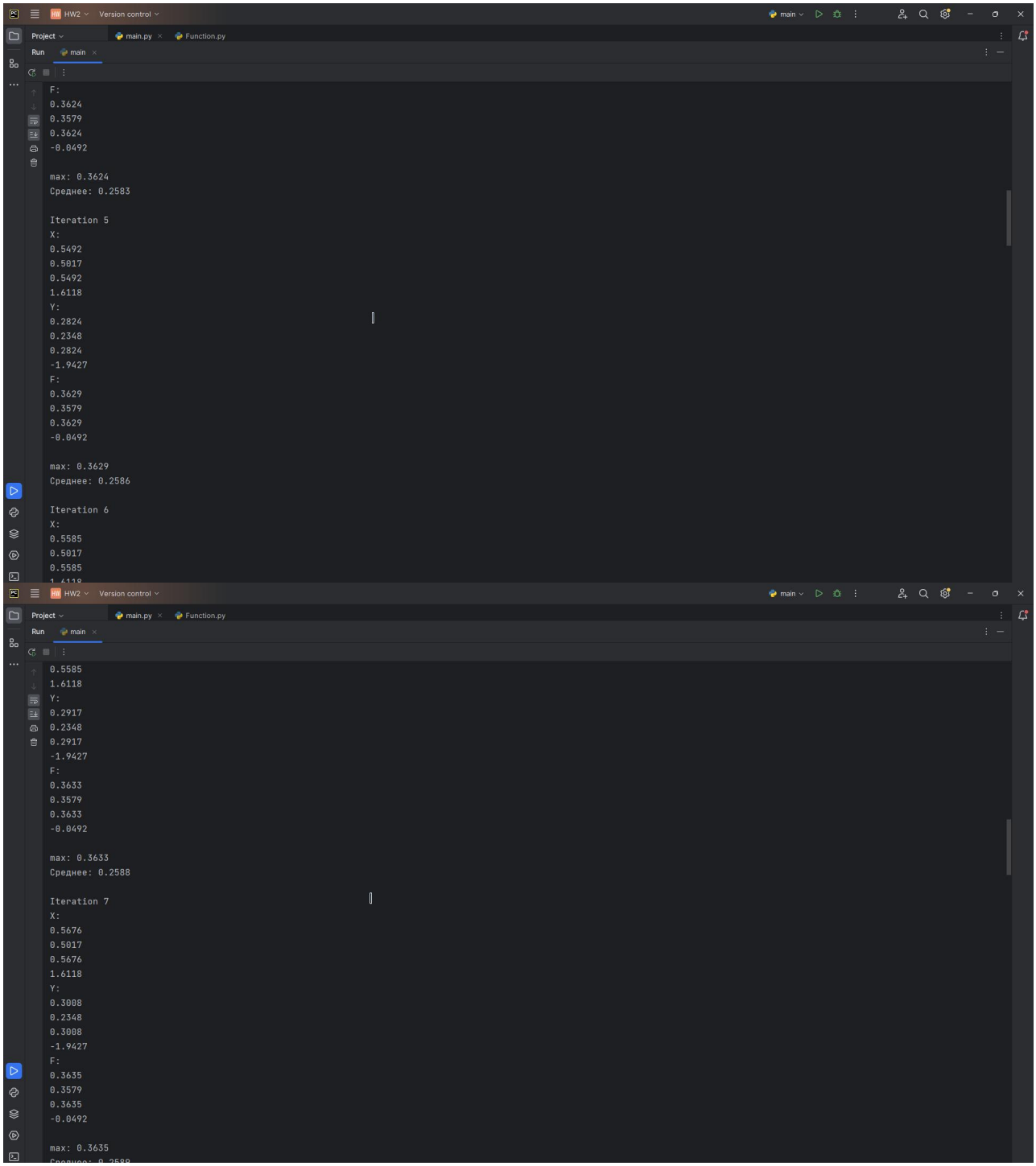
```
import random
import math
import time
import matplotlib.pyplot as plt

class Organism:
    def __init__(self, x, y):
        self.x = x
        self.y = y
        self.fitness = 0.0


class Methods:
    def initialize_population(population_size, min_x, max_x, min_y, max_y):
        population = []
        seed = int(time.time() * 1000)
        random.seed(seed)
        for _ in range(population_size):
            x = random.uniform(min_x, max_x)
            y = random.uniform(min_y, max_y)
            population.append(Organism(x, y))
        return population

    def calculate_fitness(x, y):
        return (math.sin(x) * math.cos(y)) / (1 + x * x + y * y)

    def assess_population(population):
        for individual in population:
            fitness = (math.sin(individual.x) * math.cos(individual.y)) / (1 + individual.x
* individual.x + individual.y * individual.y)
            individual.fitness = fitness
        return population

    def choose_parents(population):
        parents = []
        tournament_size = 3
        for _ in range(len(population)):
```

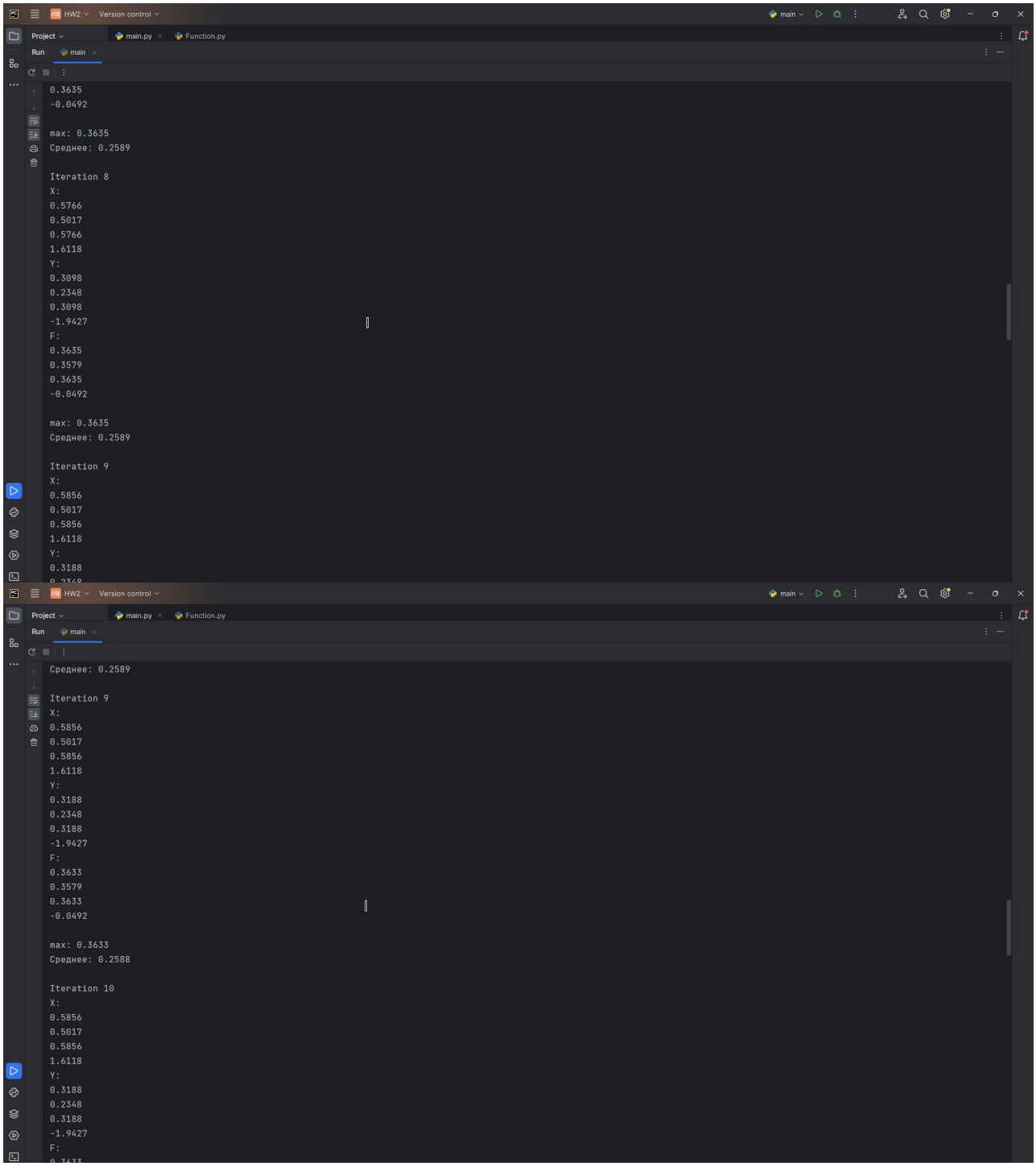
```
            best_parent = None
            best_fitness = -float('inf')
            for _ in range(tournament_size):
                random_index = random.randint(0, len(population) - 1)
                candidate = population[random_index]
                distance = math.sqrt((candidate.x - 0.5) ** 2 + (candidate.y + 0.000000005)
** 2)
                distance_weight = math.exp(-0.1 * distance)
                weighted_fitness = candidate.fitness * distance_weight
                if weighted_fitness > best_fitness:
                    best_parent = candidate
                    best_fitness = weighted_fitness
            parents.append(best_parent)
        return parents

    def apply_mutation(individual, mutation_rate, min_x, max_x, min_y, max_y):
        seed = int(time.time() * 1000)
        random.seed(seed)
        mutation_prob = random.uniform(0.0, 1.0)
        mutation_value = random.uniform(-mutation_rate, mutation_rate)
        x = individual.x
        y = individual.y
        if mutation_prob < mutation_rate:
            x += mutation_value
            x = max(min_x, min(x, max_x))
        if mutation_prob < mutation_rate:
            y += mutation_value
            y = max(min_y, min(y, max_y))
        mutated_individual = Organism(x, y)
        mutated_individual.fitness = (math.sin(x) * math.cos(y)) / (1 + x * x + y * y)
        return mutated_individual

    def perform_crossover(parent1, parent2):
        seed = int(time.time() * 1000)
        random.seed(seed)
        crossover_prob = random.uniform(0.0, 1.0)
        x = parent1.x if crossover_prob < 0.5 else parent2.x
        y = parent1.y if crossover_prob < 0.5 else parent2.y
        child = Organism(x, y)
        child.fitness = (math.sin(x) * math.cos(y)) / (1 + x * x + y * y)
        return child

    def check_population_convergence(population):
        fitness_sum = sum(p.fitness for p in population)
        average_fitness = fitness_sum / len(population)
        num_converged = sum(1 for p in population if abs(p.fitness - average_fitness) <
0.0001)
```

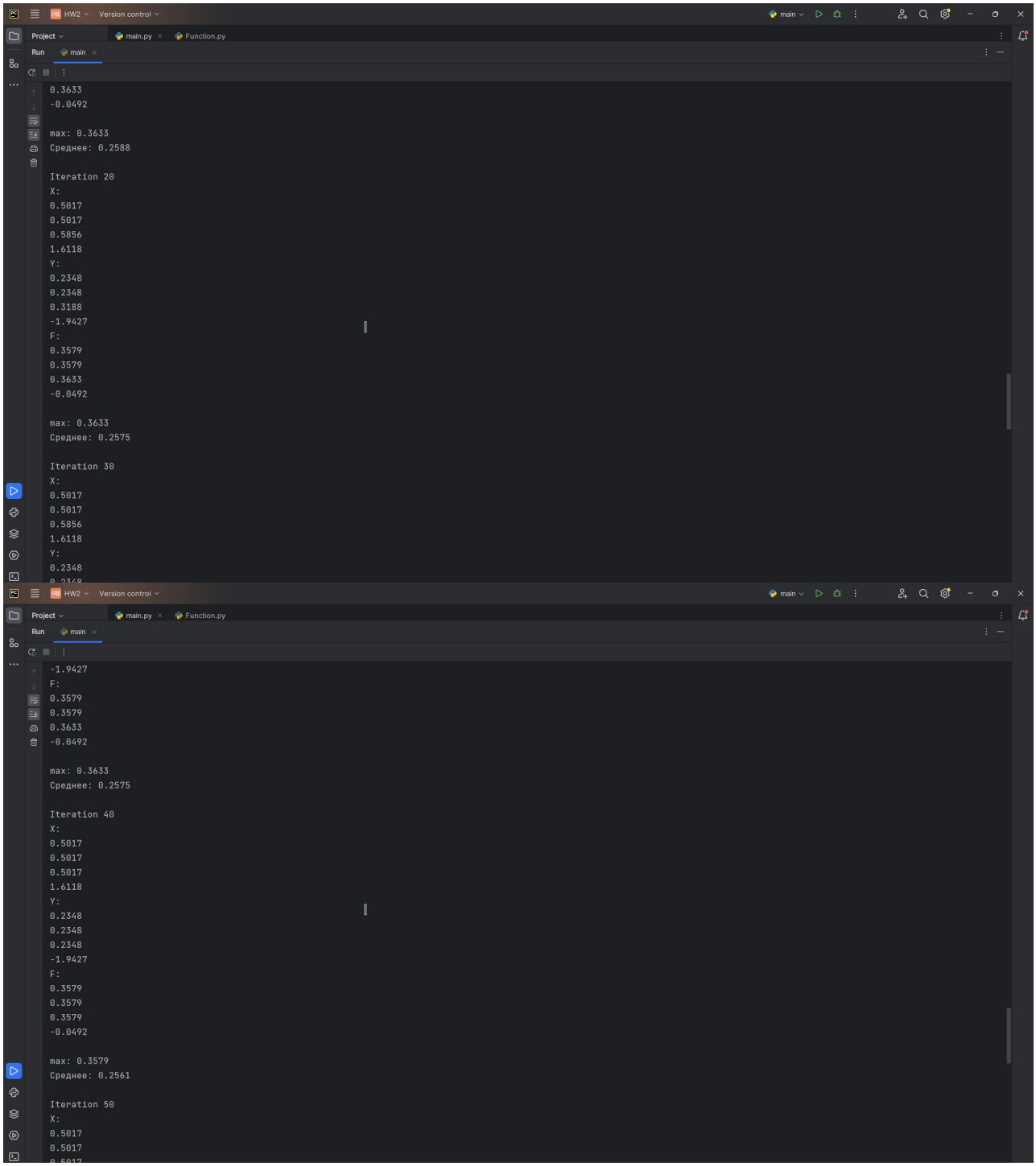
```
        convergence_ratio = num_converged / len(population)
        return convergence_ratio >= 0.7

    def display_results(population, generation):
        sum_fitness = 0
        iterations_to_display = [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90,
100]
        if generation in iterations_to_display:
            print(f"Iteration {generation}")
            print("X:")
            for ind in population:
                print(f"{round(ind.x, 4)}")
            print("Y:")
            for ind in population:
                print(f"{round(ind.y, 4)}")
            print("F:")
            for ind in population:
                sum_fitness += ind.fitness
                print(f"{round(ind.fitness, 4)}")
            best_individual = max(population, key=lambda x: x.fitness)
            max_fitness = best_individual.fitness
            print(f"\nmax: {round(max_fitness, 4)}")
            print(f"Среднее: {round(sum_fitness / len(population), 4)}\n")

    def draw_fitness_graph(generation_list, average_fitness_list):
        plt.scatter(generation_list, average_fitness_list, marker='o')
        plt.title('Среднее FIT от x')
        plt.xlabel('Поколение')
        plt.ylabel('Среднее FIT')
        plt.grid(True, linestyle='--', alpha=0.7)
        plt.savefig('Fitness.png')

    def draw_scatter_plots(population):
        plt.figure(figsize=(15, 10))
        plt.subplots_adjust(wspace=0.1, hspace=0.1)

        for i in range(10):
            x_values = [ind.x for ind in population]
            y_values = [ind.y for ind in population]
            plt.scatter(x_values, y_values, marker='o')
            plt.title(f'График рассеивания для поколения {i + 1}')
            plt.xlabel('X')
            plt.ylabel('Y')
            plt.grid(True, linestyle='--', alpha=0.7)
            plt.savefig(f'Scatter - {i + 1}')
```

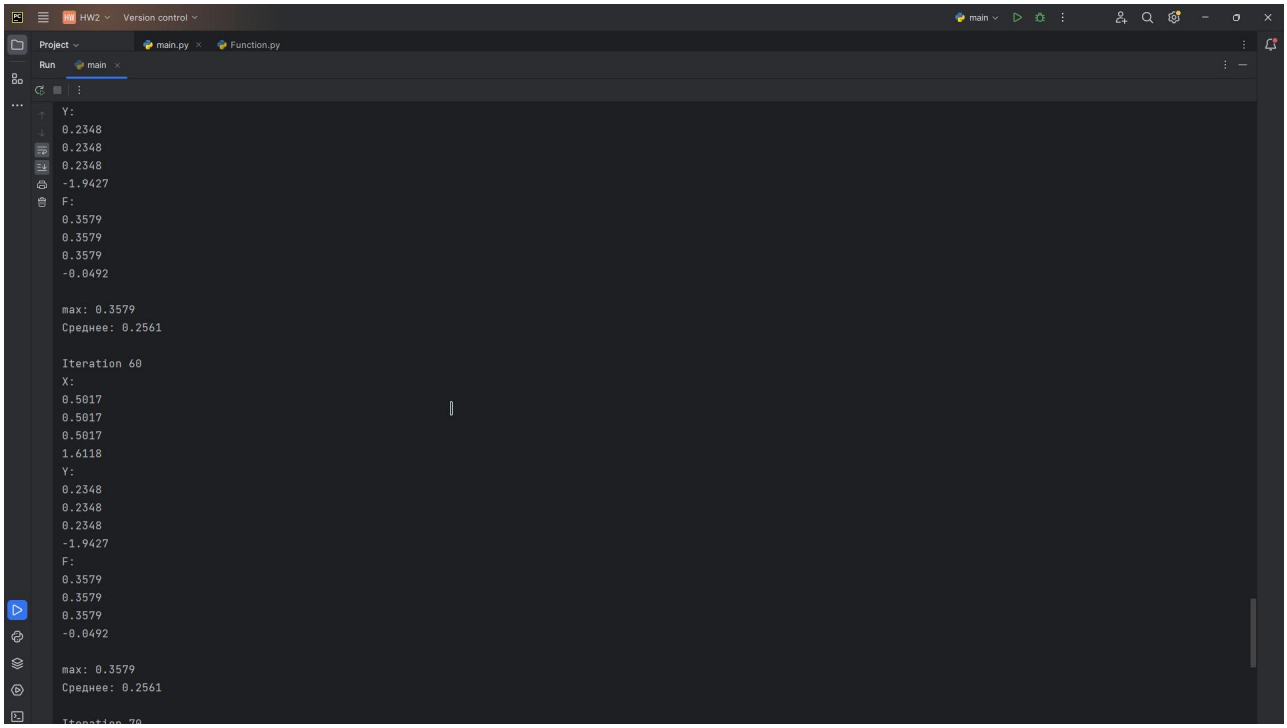
# Приложение Б

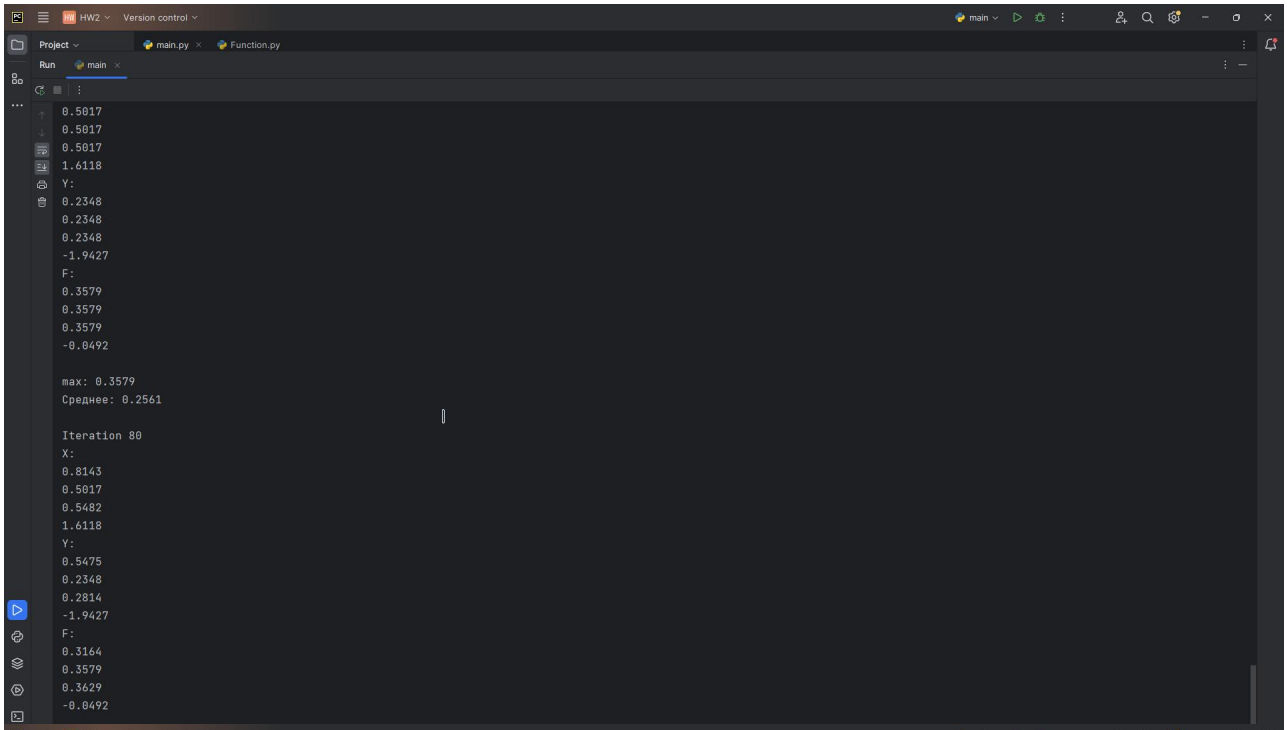


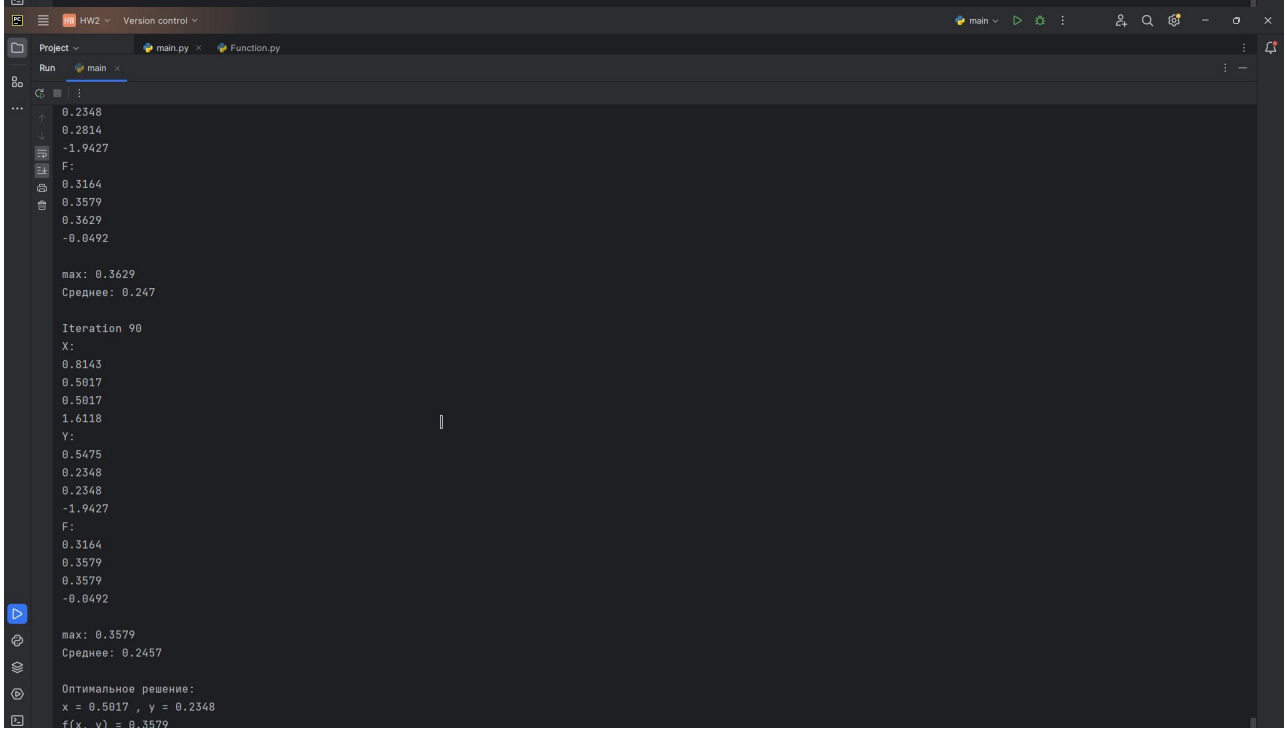

HW2
Version control
main
Project
main.py
Function.py
Run
main
F:
0.3624
0.3579
0.3624
-0.0492
max: 0.3624
Среднее: 0.2583
Iteration 5
X:
0.5492
0.5017
0.5492
1.6118
Y:
0.2824
0.2348
0.2824
-1.9427
F:
0.3629
0.3579
0.3629
-0.0492
max: 0.3629
Среднее: 0.2586
Iteration 6
X:
0.5585
0.5017
0.5585
0.5585
1.6118
Y:
0.2917
0.2348
0.2917
-1.9427
F:
0.3633
0.3579
0.3633
-0.0492
max: 0.3633
Среднее: 0.2588
Iteration 7
X:
0.5676
0.5017
0.5676
1.6118
Y:
0.3008
0.2348
0.3008
-1.9427
F:
0.3635
0.3579
0.3635
-0.0492
max: 0.3635


HW2
Version control
main
Project
main.py
Function.py
Run
main
0.3635
-0.0492
max: 0.3635
Среднее: 0.2589
Iteration 8
X:
0.5766
0.5017
0.5766
1.6118
Y:
0.3098
0.2348
0.3098
-1.9427
F:
0.3635
0.3579
0.3635
-0.0492
max: 0.3635
Среднее: 0.2589
Iteration 9
X:
0.5856
0.5017
0.5856
1.6118
Y:
0.3188
HW2
Version control
main
Project
main.py
Function.py
Run
main
Среднее: 0.2589
Iteration 9
X:
0.5856
0.5017
0.5856
1.6118
Y:
0.3188
0.2348
0.3188
-1.9427
F:
0.3633
0.3579
0.3633
-0.0492
max: 0.3633
Среднее: 0.2588
Iteration 10
X:
0.5856
0.5017
0.5856
1.6118
Y:
0.3188
0.2348
0.3188
-1.9427
F:


HW2
Version control
main
Project
main.py
Function.py
Run
main
0.3633
-0.0492
max: 0.3633
Среднее: 0.2588
Iteration 20
X:
0.5017
0.5017
0.5856
1.6118
Y:
0.2348
0.2348
0.3188
-1.9427
F:
0.3579
0.3579
0.3633
-0.0492
max: 0.3633
Среднее: 0.2575
Iteration 30
X:
0.5017
0.5017
0.5856
1.6118
Y:
0.2348
-1.9427
F:
0.3579
0.3579
0.3633
-0.0492
max: 0.3633
Среднее: 0.2575
Iteration 40
X:
0.5017
0.5017
0.5017
1.6118
Y:
0.2348
0.2348
0.2348
-1.9427
F:
0.3579
0.3579
0.3579
-0.0492
max: 0.3579
Среднее: 0.2561
Iteration 50
X:
0.5017
0.5017


HW2
Version control
main
Project
main.py
Function.py
Run
main
Y:
0.2348
0.2348
0.2348
-1.9427
F:
0.3579
0.3579
0.3579
-0.0492
max: 0.3579
Среднее: 0.2561
Iteration 60
X:
0.5017
0.5017
0.5017
1.6118
Y:
0.2348
0.2348
0.2348
-1.9427
F:
0.3579
0.3579
0.3579
-0.0492
max: 0.3579
Среднее: 0.2561


HW2
Version control
main
Project
main.py
Function.py
Run
main
0.5017
0.5017
0.5017
1.6118
Y:
0.2348
0.2348
0.2348
-1.9427
F:
0.3579
0.3579
0.3579
-0.0492
max: 0.3579
Среднее: 0.2561
Iteration 80
X:
0.8143
0.5017
0.5482
1.6118
Y:
0.5475
0.2348
0.2814
-1.9427
F:
0.3164
0.3579
0.3629
-0.0492


HW2
Version control
main
Project
main.py
Function.py
Run
main
0.2348
0.2814
-1.9427
F:
0.3164
0.3579
0.3629
-0.0492
max: 0.3629
Среднее: 0.247
Iteration 90
X:
0.8143
0.5017
0.5017
1.6118
Y:
0.5475
0.2348
0.2348
-1.9427
F:
0.3164
0.3579
0.3579
-0.0492
max: 0.3579
Среднее: 0.2457
Оптимальное решение:
x = 0.5017 , y = 0.2348