

Type equation here.

**Министерство образования Российской Федерации**

**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ  
УНИВЕРСИТЕТ  
им. Н.Э. БАУМАНА**

Факультет: Информатика и системы управления

Кафедра: Информационная безопасность (ИУ8)

**Методы оптимизации**

**Домашнее задание №2 на тему:  
«Исследование генетических алгоритмов в задачах  
поиска экстремумов»**

Вариант 5

**Преподаватель:**

Коннова Н.С.

**Студент:**

Девяткин Е.Д.

**Группа:**

ИУ8-34

**Репозиторий работы:** <https://github.com/ledibonibell/МО-lab05>

Москва 2023

## Цель работы

Ознакомление с основными понятиями «игр с природой»; получение навыков применения различных критериев (Бернулли, Вальда, максимума, Гурвица, Сэвиджа) для выбора стратегии в условиях полной неопределенности.

## Постановка задачи

В «игре с природой» вторым игроком является природа, которая действует («выбирает» стратегии) случайным образом (т.е. она может или улучшать положение первого игрока, или ухудшать его). Поэтому существует несколько критериев оценки результатов исследования игровой модели.

## Ход работы

Рассмотрим нашу матрицу стратегий (таблица 1):

Стратегии	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
$a_1$	8	12	4	17
$a_2$	1	6	19	19
$a_3$	17	11	11	6
$a_4$	8	10	15	17
$a_5$	1	16	2	16

Таблица 1.

## Критерий Бернулли (принцип недостаточного основания)

Если воспользоваться критерием Бернулли, то следует руководствоваться стратегией  $a_4$ . Соответствующее математическое ожидание выигрыша при этом максимально и равно 12,5

## Критерий Вальда (пессимистический)

$$\alpha = \max_i \min_j a_{ij} = 8$$

Пессимистическая стратегия определяет выбор  $a_4$ , где нижняя цена игры будет равна 8

## Критерий максимума (оптимистический)

$$a = \max_i \max_j a_{ij} = 19$$

Оптимистическая стратегия соответствует выбору  $a_4$ , где максимально возможный выигрыш равняется 19

## Критерий Гурвица

$$a = \max_i \left( \alpha \min_j a_{ij} + (1 - \alpha) \max_j a_{ij} \right) = 12,5$$

Критерий Гурвица определим из условия равновероятной реализации пессимистической и оптимистической гипотез (пусть  $\alpha = 0,5$ ). Наилучшая стратегия  $a_2$ , где ожидаемый выигрыш равен 12,5

## Критерий Сэвиджа (критерий рисков)

Составим таблицу рисков (таблица 2)

Стратегии	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$
$a_1$	9	4	15	2
$a_2$	16	10	0	0
$a_3$	0	5	8	13
$a_4$	9	6	4	2
$a_5$	16	0	17	3

**Таблица 2.**

Исходя из данной таблицы можно сделать следующие выводы для оптимума:

$$c = \min_i \max_j \left( \max_i c_{ij} - c_{ij} \right) = \min[15; 16; 13; 9; 17] = 9$$

Таким образом оптимальная стратегия -  $a_4$

## Поиск оптимума

Для удобства получения конечных итогов сделаем еще одну таблицу с результатами вычислений (таблица 3)

Реализуемые методы	Цена игры	Оптимальная стратегия
Бернулли	12,5	$a_4$
Вальда	8	$a_4$
Максимума	19	$a_4$
Гурвица	12,5	$a_2$
Сэвиджа	9	$a_4$

Таблица 3.

## Вывод

В ходе выполнения работы были проделаны расчеты с игрой с природой для нахождения оптимальной стратегии (оптимальной цены игры) пятью разными способами.

При расчетах, данные показали, что 4 из 5 методов назвали четвертую стратегию оптимальной, из чего можно сделать вывод, что данная стратегия с большей долей вероятности является оптимальной.

## Приложение А

### Файл 'Main.py':

```
import numpy as np
```

```
def bernoulli(matrix):
```

```
    row_with_max_mean = np.argmax(np.mean(matrix, axis=1))
    max_mean = np.max(np.mean(matrix, axis=1))
    return row_with_max_mean + 1, max_mean
```

```
def wald(matrix):
```

```
    min_values = np.min(matrix, axis=1)
    max_min_value = np.max(min_values)
    row_with_max_min_value = np.argmax(min_values)
    return row_with_max_min_value + 1, max_min_value
```

```
def max(matrix):
```

```
    max_values = np.max(matrix, axis=1)
    max_max_value = np.max(max_values)
    row_with_max_max_value = np.argmax(max_values)
    return row_with_max_max_value + 1, max_max_value
```

```
def hurwicz(matrix, a):
```

```
    min_values = np.min(matrix, axis=1)
    max_values = np.max(matrix, axis=1)
    row_with_best_value = np.argmax(a * min_values + (1 - a) * max_values)
    hurwicz = np.max(a * min_values + (1 - a) * max_values)
    return row_with_best_value + 1, hurwicz
```

```
def savage(matrix):
```

```
    max_values = np.max(matrix, axis=1)
    min_max_value = np.min(max_values)
    row_with_min_max_value = np.argmin(max_values)
    return row_with_min_max_value + 1, max_values, min_max_value
```

```
#####
```

```
Подсчет значений
```

```
#####
```

```
game_matrix = np.array([[8, 12, 4, 17],
                        [1, 6, 19, 19],
```

```
[17, 11, 11, 6],  
[8, 10, 15, 17],  
[1, 16, 2, 16]])
```

```
risk_table = np.max(game_matrix, axis=0) - game_matrix  
alpha = 0.5
```

```
"#####
```

```
Вывод результатов
```

```
#####"
```

```
print("Начальная матрица стратегий:", "\n", game_matrix)
```

```
print(f"\nМетод Бернулли (принцип недостаточного основания): \nНомер  
стратегии игрока - {bernoulli(game_matrix)[0]} \nМатематическое ожидание -  
{bernoulli(game_matrix)[1]}")
```

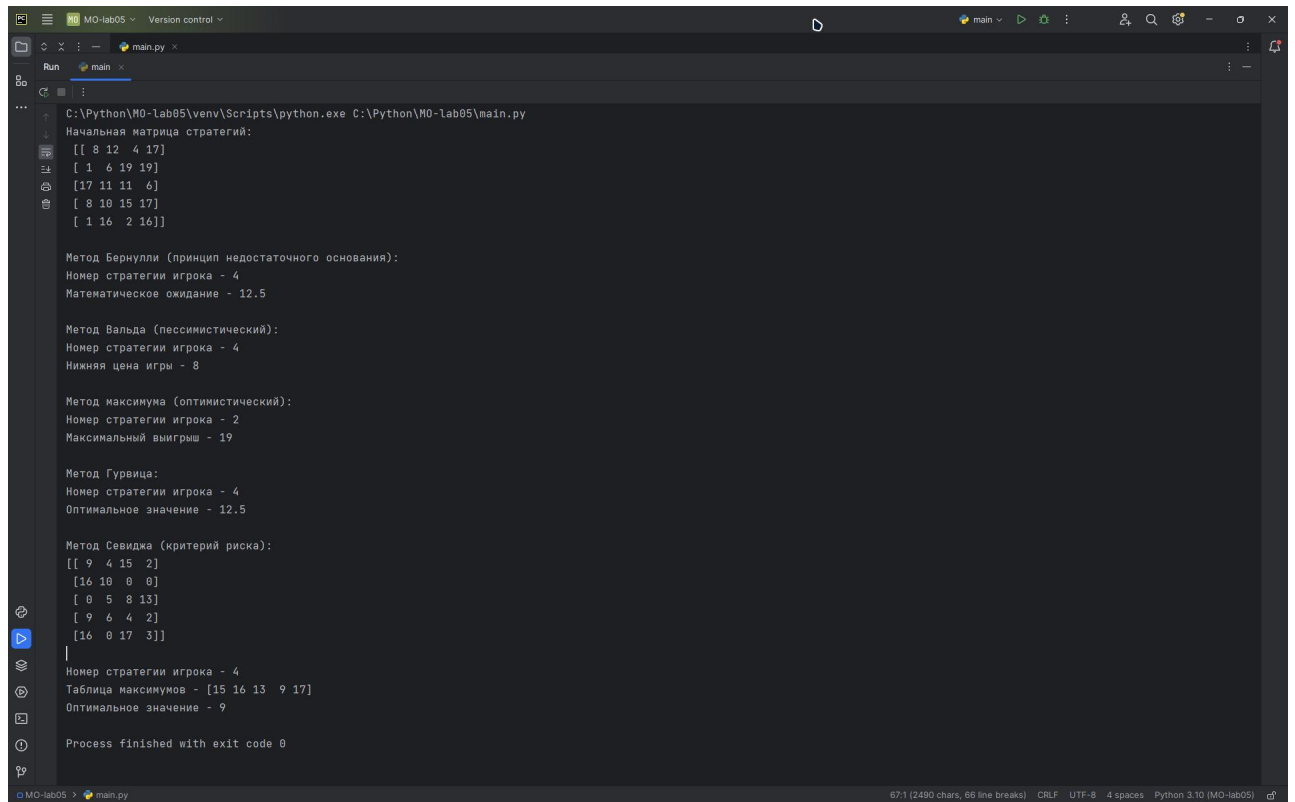
```
print(f"\nМетод Вальда (пессимистический): \nНомер стратегии игрока -  
{wald(game_matrix)[0]} \nНижняя цена игры - {wald(game_matrix)[1]}")
```

```
print(f"\nМетод максимума (оптимистический): \nНомер стратегии игрока -  
{max(game_matrix)[0]} \nМаксимальный выигрыш - {max(game_matrix)[1]}")
```

```
print(f"\nМетод Гурвица: \nНомер стратегии игрока - {hurwicz(game_matrix,  
alpha)[0]} \nОптимальное значение - {hurwicz(game_matrix, alpha)[1]}")
```

```
print(f"\nМетод Севиджа (критерий риска): \n{risk_table} \n\nНомер стратегии  
игрока - {savage(risk_table)[0]} \nТаблица максимумов - {savage(risk_table)[1]}  
\nОптимальное значение - {savage(risk_table)[2]}")
```

# Приложение Б



```
C:\Python\MO-lab05\venv\Scripts\python.exe C:\Python\MO-lab05\main.py
Начальная матрица стратегий:
[[ 8 12  4 17]
 [ 1  6 19 19]
 [17 11 11  6]
 [ 8 10 15 17]
 [ 1 16  2 16]]

Метод Бернулли (принцип недостаточного основания):
Номер стратегии игрока - 4
Математическое ожидание - 12.5

Метод Вальда (пессимистический):
Номер стратегии игрока - 4
Нижняя цена игры - 8

Метод максимума (оптимистический):
Номер стратегии игрока - 2
Максимальный выигрыш - 19

Метод Гурвица:
Номер стратегии игрока - 4
Оптимальное значение - 12.5

Метод Севиджа (критерий риска):
[[ 9  4 15  2]
 [16 10  0  0]
 [ 0  5  8 13]
 [ 9  6  4  2]
 [16  0 17  3]]

Номер стратегии игрока - 4
Таблица максимумов - [15 16 13  9 17]
Оптимальное значение - 9

Process finished with exit code 0
```

MO-lab05 > main.py 67:1 (2490 chars, 66 line breaks) CRLF UTF-8 4 spaces Python 3.10 (MO-lab05)