Лабораторная работа №2

«Типовые динамические звенья систем автоматического регулирования»

1. Цель работы

Исследование переходных характеристик и динамических свойств типовых звеньев систем автоматического управления.

2. Порядок выполнения работы

1) Код , реализующий моделирование и сохранение характеристик звеньев, для всех заданий реализовать в скрипте lab_otu_dynamic.m., код для каждого звена представить в виде листинга с соответствующим номером передаточной функции и типа звена.

2) Осуществить моделирование и сохранить временные и частотные характеристики типовых динамических звеньев:

-задание исходных данных – листинг1

исходные данные (одинаковы для всех динамических звеньев) :

K=2

T=0,5

ʓ = 0,4

Все передаточные функции каждого из типовых звеньев формировать с помощью команды tf, задавая полином знаменателя и числителя :

Wi(s) = X(s)/Y(s) = B(s) / A(s)

Типы звеньев:

-усилитель (пропорциональное звено) – W1(s) - листинг 2.1

-интегрирующее звено – W2(s) – листинг 2.2

-апериодическое 1-го порядка – W3(s) – листинг 2.3

- реальное дифференцирующее 1 –го порядка – W4(s) – листинг 2.4

-колебательное с исходным значением К –W5(s) – листинг 2.5; колебательное со значением К1=К*2 – W6(s) – листинг 3.1 (оба графика выводить на одной диаграмме , исходный W5(s) – синий, W6(s) – зеленый)

- колебательное с исходным значением Т –W5(s) и колебательное со значением Т1=Т*2 – W7(s) – листинг 3.2 (оба графика выводить на одной диаграмме , исходный W5(s) – синий, W7(s) – зеленый)

- колебательное с исходным значениям коэффициента демпфирования W5(s) и колебательное с уменьшением коэффициента демпфирования вдвое – W8(s) – листинг 3.3 (оба графика выводить на одной диаграмме , исходный W5(s) – синий, W8(s) – зеленый)

- консервативное звено (колебательное со значениям коэффициента демпфирования равным 0) – W9(s) – листинг 3.4 (оба графика выводить на одной диаграмме , исходный W5(s) – синий, W9(s) – зеленый)

4. Ход работы

Все передаточные функции каждого из типовых звеньев формируются с помощью команды tf, задавая полином числителя и знаменателя:

В листинге 2.1 код, реализующий моделирование и сохранение характеристик пропорционального (усилительного) звена

Исследование типовых динамических звеньев.

2.1. Исследовать следующие динамические звенья, которые задать через функцию tf(), задавая полином знаменателя и числителя:

- усилительное (пропорциональное или безинерционное) звено: $W(s) = K$ для $K = 10$.

- идеальное интегрирующее звено: $W(s) = K/s$ для $K = \{1, 10\}$.

- апериодическое звено 1-го порядка (с разным усилением) $W(s) = 1/(T s + 1)$ для $K = \{1, 10\}$ при $T = 0.1$.

- апериодическое звено 1-го порядка (с разной постоянной времени) $W(s) = 1/(T s + 1)$ для $T = \{0.1, 0.01\}$.

- апериодическое звено 2-го порядка $W(s) = 1/(T_2^2 s^2 + T_1 s + 1)$ для $T1 = 0.1$, $T2 = 0.01$.

- консервативное звено $W(s) = 1/(T^2 s^2 + 1)$ для $T = \{0.1, 0.01\}$.

- колебательное звено (с разным коэффициентом демпфирования) $W(s) = \omega^2/(s^2 + 2\xi\omega s + \omega^2)$ для $\xi = \{0.3, 0.7, 1.5\}$, при $\omega = 10 \cdot 2\pi$.

- колебательное звено (с разной собственной частотой) $W(s) = \omega^2/(s^2 + 2\xi\omega s + \omega^2)$ для $\omega = \{1, 10\} \cdot 2\pi$, при $\xi = 0.7$.

- идеальное дифференцирующее звено $W(s) = s$

- форсирующее звено 1-го порядка $W(s) = (T s + 1)/1$ для $T = \{0.1, 0.01\}$.

- форсирующее звено 2-го порядка $W(s)$ = (T 2 2 s 2 + T1 s + 1)/ 1 для T1 = 0.1, T2 = 0.01.

- звено чистого запаздывания $W(s)$ = e $-T$ s для T = {0.2, 0.6}.

Примечание. Частоты динамических звеньев ω, определяемые в точке, в которой падение усиления в системе составляет 3 дБ, связаны с постоянными времени следующим соотношением: ω = 1 T.

Однако, постоянная времени T измеряется в секундах, следовательно величина 1/T измеряется в Гц, а как результат, значение ω, измеряемое в рад/с, должно вычисляться следующим образом:

ω = 2π T

Примечание. Ввиду того, что MATLAB не может моделировать во временной области системы в которых порядок полинома знаменателя меньше порядка полинома числителя, построение переходных процессов для соответствующих передаточных функций нужно пропустить, что можно реализовать с использованием функции isproper().

Таблица 2.1

Параметры динамических звеньев

Варианты	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
k	5	1	10	4	1,5	3	10	14	5	4	1	2
T	2	0,1	5	1	0,2	3	5	5	1	0,4	0,2	0,2
T_1	3	0,2	4	2	0,4	6	3	6	2	0,2	0,3	0,25
T_2	1,3	0,8	1	0,8	0,45	1	1,1	1,41	1	0,3	0,35	0,3
ζ	0,2	0,3	0,4	0,5	0,25	0,2	0,25	0,3	0,4	0,6	0,5	0,55

Для каждого из динамических звеньев построить на одной канве пять графиков:

- график переходного процесса на единичное ступенчатое воздействие (переходная функция), построенный с использованием функции step(), для которой в явном виде задать время моделирования равное 4 сек.;

-график переходного процесса на единичное импульсное воздействие (весовая функция), построенный с использованием функции impulse () для которой в явном виде задать время моделирования равное 4 сек.;

-графики ЛАФЧХ (диаграммы Боде), построенные с использованием функции Bode Diagram() для амплитуды и фазы (в обязательном порядке на графиках ЛАФЧХ частоту отобразить в Гц (рад/с) , ЛАЧХ в дБ, а ЛФЧХ в градусах), масштаб логарифмический;

-годограф Найквиста (АФЧХ в полярных координатах) на комплексной плоскости.

В отчете для каждого динамического звена привести графики (со всеми подписями и легендой) и сделать выводы относительно зависимости характера переходных процессов и ЛАФЧХ от параметров передаточной функции каждого типа динамических звеньев, а также относительно динамики (вида переходного процесса) и особенностей каждого типа динамических звеньев.

3) Сделать выводы о влиянии параметров на характеристики колебательного звена.

4) Провести сравнительный анализ результатов моделирования

Содержание отчета

1. Цель работы

2. Порядок выполнения работы

3. Математические модели динамических звеньев

4. Кривые переходных характеристик

5. Выводы. Сравнительный анализ результатов моделирования.

3. Краткие теоретические сведения

3. КРАТКИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ СВЕДЕНИЯ

Типовыми динамическими звеньями называются простейшие составные части систем автоматического управления, поведение которых описывается обыкновенными дифференциальными уравнениями не выше 2-ого порядка:

$$a_2 y^{(2)} + a_1 y^{(1)} + a_0 y = b_1 u^{(1)} + b_0 u \,, \tag{2.1}$$

где y и u – соответственно выходная переменная и управляющее воздействие звена; a_i и b_i – постоянные коэффициенты.

С использованием оператора дифференцирования $p = d/dt$ уравнение (2.1) имеет вид:

$$a_2 p^2 y + a_1 p y + a_0 y = b_1 p u + b_0 u \,, \tag{2.2}$$

Определяем передаточную функцию *W(p)* звена, учитывая при этом, что начальные условия для уравнения (2.2) нулевые

$$W(p) = \frac{y}{u} = \frac{b_1 p + b_0}{a_2 p^2 + a_1 p + a_0} \tag{2.3}$$

Динамические свойства звеньев определяются по их реакции на типовое входное воздействие. Наиболее простым типовым воздействием является единичная ступенчатая функция 1(t), удовлетворяющая условиям

$$1(t)=\begin{cases}0, если\ t<0\\ 1, если\ t\geq 0\end{cases}. \tag{2.4}$$

Одной из реакций звена является переходная функция *h(t)* – изменение выходной переменной во времени при подаче на вход звена единичной ступенчатой функции *1(t)*. Переходная функция характеризует переход звена (системы) от одного равновесного состояния или установившегося режима к другому.

По графику *h(t)* можно определить математическую модель исследуемого динамического звена и его параметры.

Интегрирующее звено

Описывается уравнениями:

$$y^{(1)}=\kappa u \text{ или } y=\frac{\kappa}{p}u, \tag{2.5}$$

где k – постоянный коэффициент.

Переходная функция звена

$$h(t)=\kappa t\cdot 1(t) \tag{2.6}$$

Интегрирующее звено с замедлением

Описывается уравнениями

$$Ty^{(2)}+y^{(1)}=\kappa u \text{ или } y=\frac{\kappa}{p(Tp+1)}u, \tag{2.7}$$

где T – постоянная времени.

Переходная функция звена

$$h(t)=\kappa[t-T(1-e^{-\frac{t}{T}})]\cdot 1(t) \tag{2.8}$$

Графики переходных функций интегрирующих звеньев показаны на рис. 2.1.

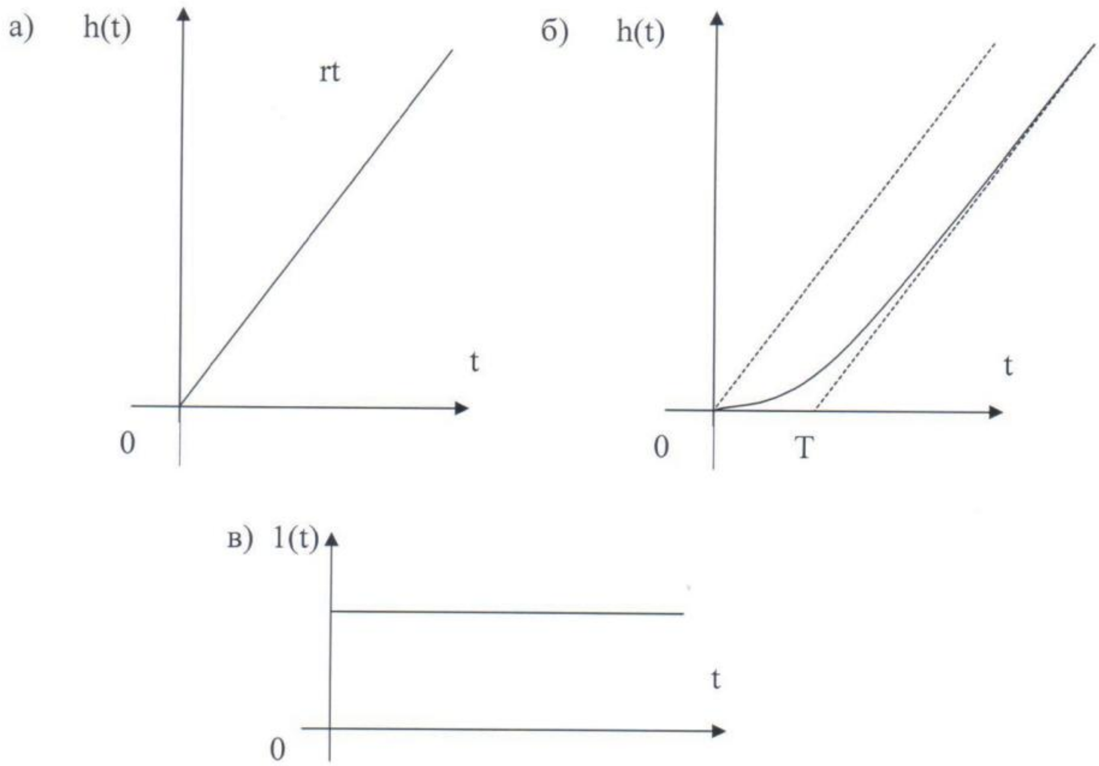

Рис.2.1. Графики переходных функций интегрирующего звена (а) и интегрирующего звена с замедлением (б).

Изодромное звено

Описывается уравнениями

$$y^{(1)} = \kappa(Tu^{(1)} + u) \text{ или } y = \frac{\kappa(Tp+1)}{p} \cdot u, \tag{2.9}$$

его переходная функция

$$h(t) = \kappa(t+T) \cdot 1(t).$$

Реальное дифференцирующее звено

Описывается уравнениями

$$Ty^{(1)} + y = \kappa u^{(1)} \text{ или } y = \frac{\kappa p}{Tp+1} \cdot u, \tag{2.10}$$

его переходная функция

$$h(t) = \frac{\kappa}{T} e^{-\frac{t}{T}} \cdot 1(t).. \tag{2.11}$$

Графики переходных функций изодромного и реального дифференцирующего звеньев изображены на рис. 2.2.

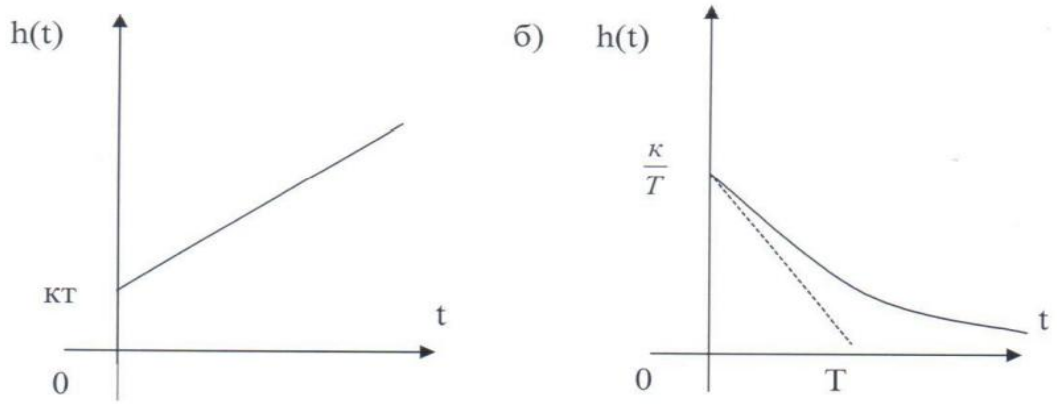

Рис.2.2. Графики переходных функций изодромного (а) и реального дифференцирующего (б) звеньев.

Апериодическое звено первого порядка

Описывается уравнениями

$$Ty^{(1)} + y = \kappa u \text{ или } y = \frac{\kappa}{Tp+1}\cdot u, \tag{2.12}$$

его переходная функция

$$h(t) = k(1 - e^{-\frac{t}{T}})\cdot 1(t) \tag{2.13}$$

Апериодическое звено 2-ого порядка

Описывается уравнениями

$$T_2^2 y^{(2)} + T_1 y^{(1)} + y = \kappa u \text{ или } y = \frac{\kappa}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1} u \quad , \tag{2.14}$$

где T_1, T_2 – постоянные времени ($T_1 > 2T_2$). При этом корни характеристического уравнения $T_2^2 p^2 + T_1 p + 1 = 0$ являются вещественными и отрицательными. Знаменатель передаточной функции апериодического звена 2-ого порядка может быть разложен на множители

$$y = \frac{\kappa}{(T_3 p + 1)(T_4 p + 1)} u, \tag{2.15}$$

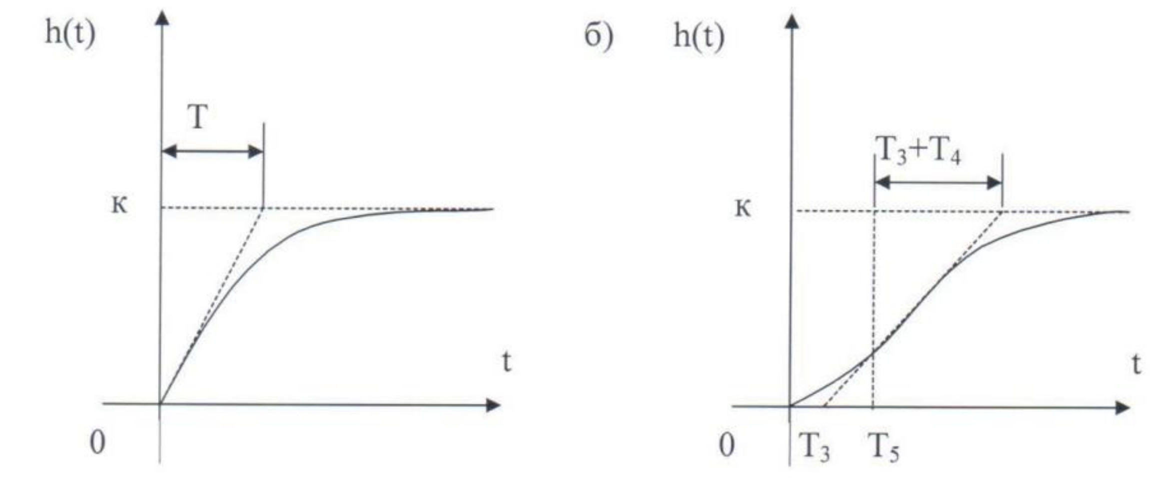

Рис. 2.3. Графики переходных функций апериодических звеньев первого порядка (а) и второго порядка (б)

В связи с этим, апериодическое звено второго порядка эквивалентно двум апериодическим звеньям первого порядка, соединенным последовательно между собой и имеющим коэффициент усиления k и постоянные времени T_3 и T_4.

Переходная функция апериодического звена второго порядка имеет вид

$$h(t)=\kappa\left(1-\frac{T_3}{T_3-T_4}e^{-\frac{t}{T_3}}+\frac{T_4}{T_3-T_4}e^{-\frac{t}{T_4}}\right)\cdot 1(t) \qquad (2.16)$$

Графики переходных функций апериодических звеньев показаны на рис. 2.3., а

$$T_5=\frac{T_3T_4}{T_3+T_4}\ln\left(\frac{T_3}{T_4}\right).$$

Колебательное звено

Описывается дифференциальным уравнением, что и апериодическое звено второго порядка. Однако корни характеристического уравнения являются комплексными. Уравнение и передаточная функция колебательного звена представляются в виде

$$T^2 y^{(2)} + 2\xi T y^{(1)} + y = \kappa u\,, \tag{2.17}$$

$$W(p) = \frac{\kappa}{T^2 p^2 + 2\xi T p + 1} = \frac{\kappa\omega_0^2}{p^2 + 2\xi\omega_0 p + \omega_0^2}\,, \tag{2.18}$$

где $\omega_0 = \frac{1}{T}$ – частота свободных колебаний при отсутствии затухания; ζ – коэффициент затухания (0< ζ<1)

Переходная функция колебательного звена:

$$h(t) = \kappa\left[1 - e^{-\gamma t}(\cos\omega t + \frac{\gamma}{\omega}\sin\omega t\right]\cdot 1(t) \tag{2.19}$$

$$\gamma = \frac{\omega}{\pi}\ln\frac{A_1}{A_2}\,;\ \gamma = \xi\omega_0\,;\ \omega = \omega_0\sqrt{1-\xi^2}\,.$$

Параметры выражения (2.19) можно легко определить по графику переходной функции (см. рис. 2.4а).

Консервативное звено

Может быть получено из колебательного звена, если ζ=0. В этом случае корни характеристического уравнения $T^2 p^2 + 1 = 0$ будут чисто мнимые.

Передаточная функция консервативного звена имеет вид:

$$W(p) = \frac{k}{T^2 p^2 + 1}\,, \tag{2.20}$$

а его переходная функция

$$h(t) = k(1 - \cos\omega_0 t)\cdot 1(t) \tag{2.21}$$

Графики переходных функций колебательного и консервативного звеньев показаны на рис. 2.4.

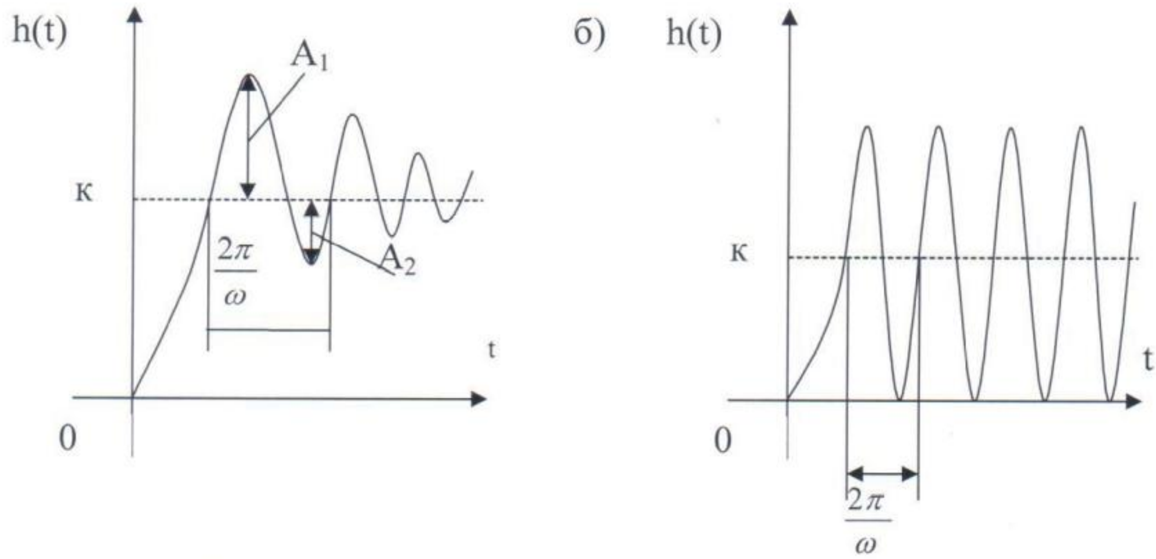

Рис. 2.4. Графики переходных функций колебательного (а)
и консервативного (б) звеньев