

Министерство образования Российской Федерации

МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ
им. Н.Э. БАУМАНА

Факультет: Информатика и системы управления
Кафедра: Информационная безопасность (ИУ8)

ОСНОВЫ ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ

Лабораторная работа №3 на тему:
«Определение запасов устойчивости систем на основе частотного
критерия Найквиста»

Вариант 4

Преподаватель:
Чернега Е.В.

Студент:
Девяткин Е.Д.

Группа:
ИУ8-44

Репозиторий работы: <https://github.com/ledibonibell/Module04-BMT>

Москва 2024

Цель работы

Научиться определять запасы устойчивости линейных систем по модулю и по фазе с помощью критерия Найквиста и диаграмм Боде.

Порядок выполнения работы

1. Получить передаточные функции разомкнутой и замкнутой систем;
2. Построить график годографа Найквиста АФЧХ разомкнутой системы как функцию частоты и определить запасы устойчивости. Для проверки построить годограф АФЧХ при помощи встроенной функции nyquist;
3. Построить логарифмические частотные характеристики (диаграмму Боде) разомкнутой системы и определить запасы устойчивости;
4. Сравнить полученные двумя способами значения запасов устойчивости по амплитуде и по фазе, сделать вывод по полученным значениям;
5. Сделать выводы о способах определения запасов устойчивости по годографу Найквиста и по диаграмме Боде, сравнить результаты;

Исходные данные

Исходные данные		Начальные условия	
T_1	K_1	T	K
0.7	1.6	0.1	0

Ход работы

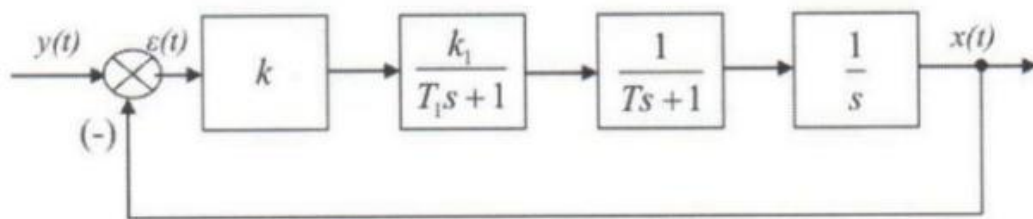


Рис. 1 – Структурная схема линейной САУ

$$W_p = k * \frac{k_1}{T_1 s + 1} * \frac{1}{Ts + 1} * \frac{1}{s} = \frac{k * k_1}{T_1 T S^3 + (T_1 + T) S^2 + S} = \frac{1.6}{0.07 S^3 + 0.8 S^2 + S};$$

$$W = \frac{W_p}{1 + W_p} = \frac{\frac{k * k_1}{T_1 T S^3 + (T_1 + T) S^2 + S}}{1 + \frac{k * k_1}{T_1 T S^3 + (T_1 + T) S^2 + S}} = \frac{k * k_1}{k * k_1 + T_1 T S^3 + (T_1 + T) S^2 + S}$$

$$W = \frac{1.6}{1.6 + 0.07 S^3 + 0.8 S^2 + S}$$

Данную передаточную функцию можно представить в виде:

$$\begin{cases} A(s) = 0.7T \cdot s^3 + (T + 0.7) \cdot s^2 + s \\ B(s) = 1.6k \end{cases}$$

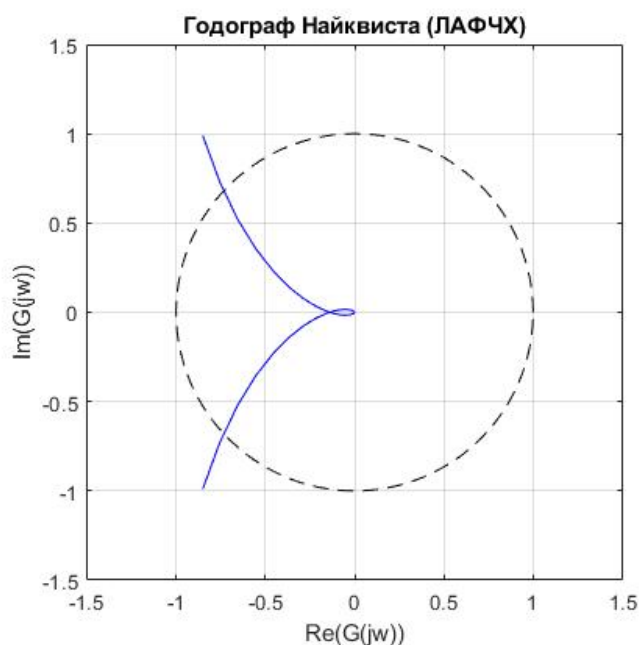


Рис. 2 – Годограф Найквиста

Рассмотрим запас устойчивости по амплитуде и фазе, используя годограф Найквиста (Рис. 2).

Запас по амплитуде будет примерно равен $h = 0.86$ (Рис. 3). Переводя его в децибелы, получим:

$$H \approx -20 \cdot |\log(1 - a)| = 17.07 \text{ дБ}$$

Аналогично получим запас по фазе $\varphi \approx 43^\circ$ (Рис. 4).

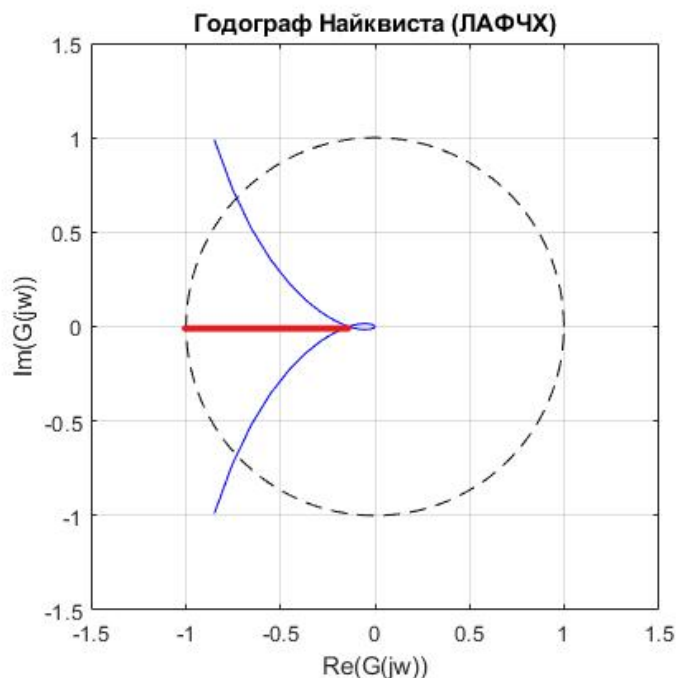


Рис. 3 – Запас по амплитуде на годографе Найквисте

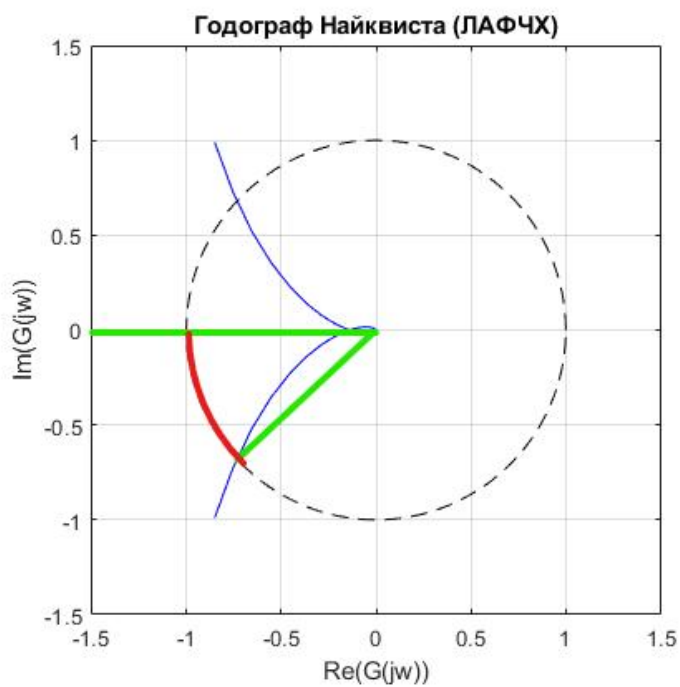


Рис. 4 – Запас по фазе на годографе Найквиста

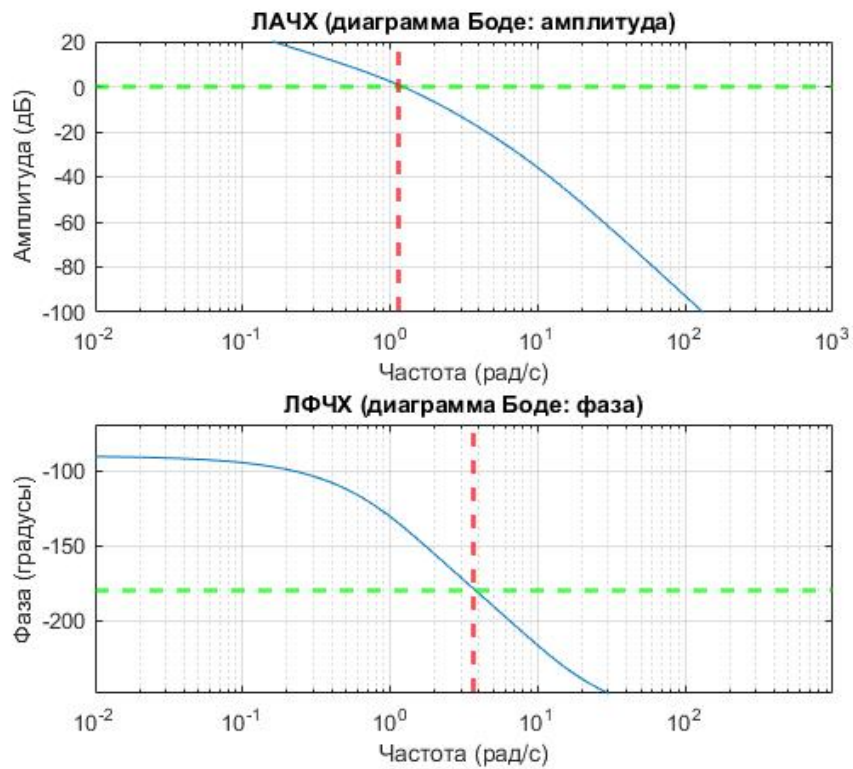


Рис. 5 – Диаграмма Бode

Теперь посчитаем запас по амплитуде и фазе на диаграмме Бode (Рис. 5).

Получим значения 17~18 дБ и 40~45° для амплитуды и фазы (Рис. 6).

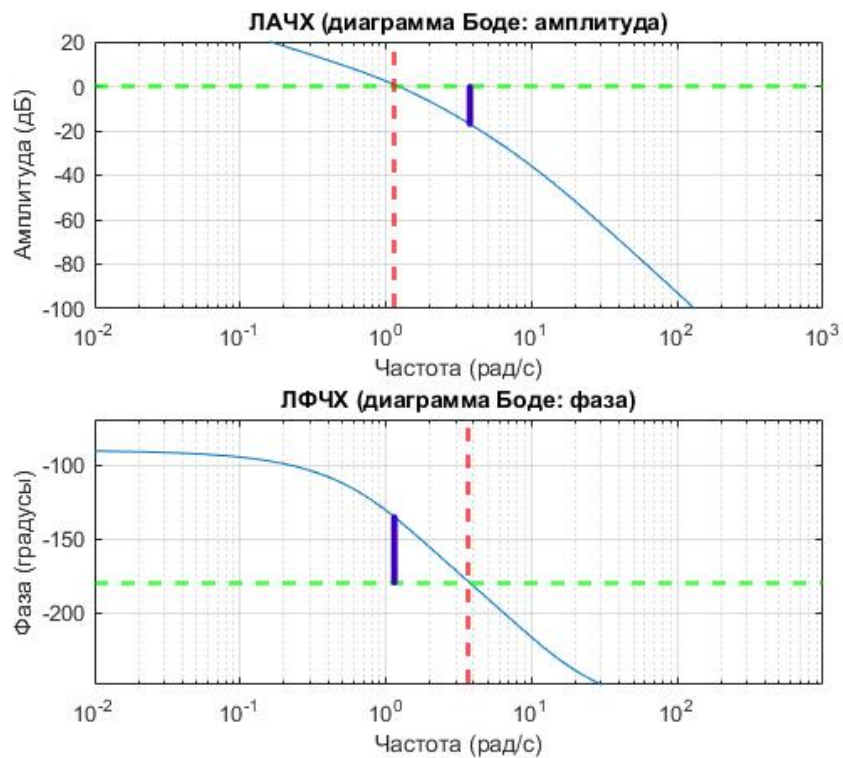


Рис. 6 – Значения запасов по амплитуде и фазе на диаграмме Бode

Получившиеся значения на диаграмме Бode и годографе Найквиста примерно совпали, из чего можно сделать вывод о верности наших вычислений.

Также проверим полученные результаты, используя встроенную функцию в MATLAB (Рис. 7 и Рис. 8).

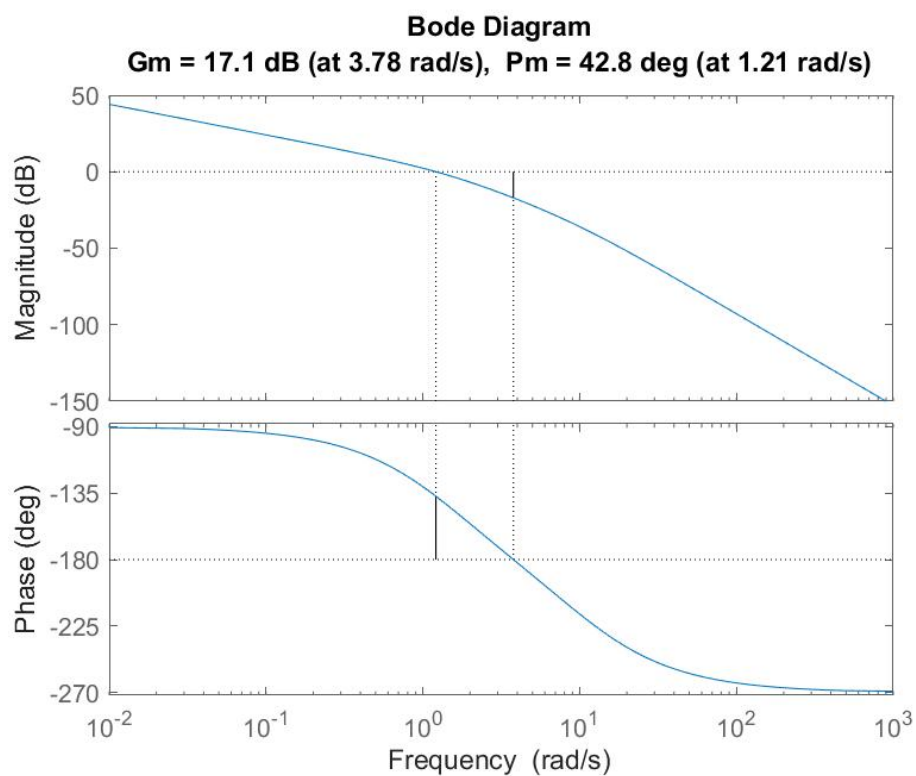


Рис. 7 – Встроенная диаграмма Бode

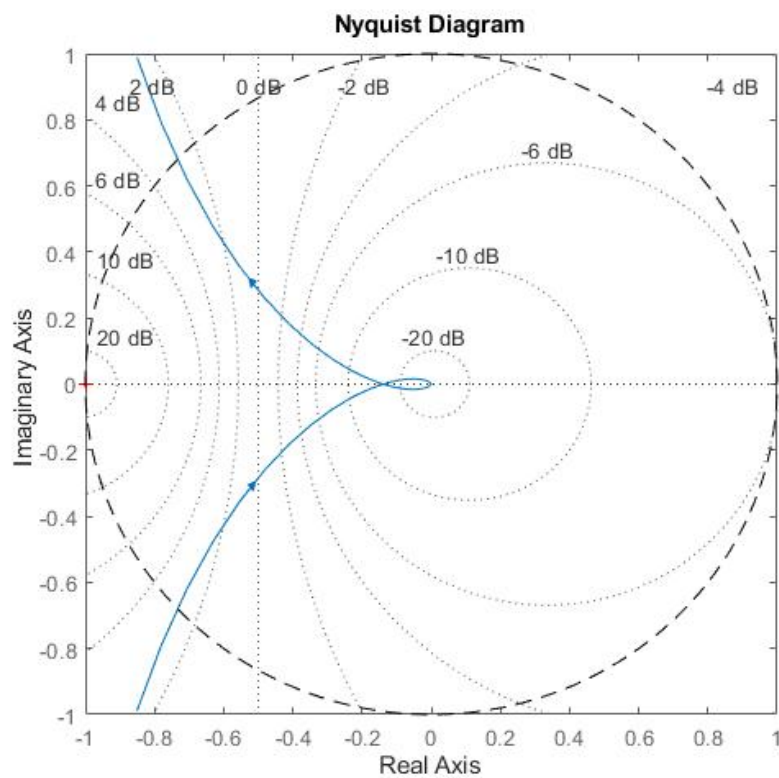


Рис. 8 – Встроенный годограф Найквиста

Значения также получились схожими, т.е. работа выполнена верно.

Вывод

В ходе лабораторной работы были изучены два метода нахождения запасов устойчивости:

1. С помощью критерия Найквиста (годограф Найквиста);
2. С помощью диаграмм Боде;

Оба метода получили схожие значения, что говорит о верности полученных результатов (17.1 Дб и 43° для амплитуды и фазы, соответственно), однако, диаграммы Боде позволяют получить данные значения с большим удобством, из-за чего предпочтение отдается этому способу.

Также, полученные значения сошлись со встроенной функцией в MATLAB.

Листинг 1

Задание начальных условий и задание полиномов числителя и знаменателя замкнутой и разомкнутой систем:

params:

```
T1 = 0.7;
k1 = 1.6;
T = 0.1;
k = 1;
B = k * k1;
A = [T * T1, T + T1, 1, 0];
```

Листинг 2

Код, реализующий построение графика годографа АФЧХ разомкнутой системы:

my_bode:

```
function my_bode(sys, filename)
% Генерируем частоты для анализа
w = logspace(-2, 3, 1000);
% Получаем величины ЛАЧХ и ЛФЧХ
[mag, phase, wout] = bode(sys, w);
% Преобразуем величину ЛАЧХ в децибелы
mag_db = 20 * log10(squeeze(mag));
% Создаем новый график
figure;
% --- ЛАЧХ ---
subplot(2, 1, 1);
semilogx(w, mag_db);
title('ЛАЧХ (диаграмма Боде: амплитуда)');
xlabel('Частота (рад/с)');
ylabel('Амплитуда (дБ)');
axis([10^-2, 10^3, -100, 20]);
yline(0, 'Color', 'g', 'LineStyle', '--', 'LineWidth', 2); % Линия на 0 дБ
grid on
% Ищем частоты пересечения 0 дБ
zero_dB_crossings = find(mag_db > -1 & mag_db < 1);
if ~isempty(zero_dB_crossings)
cross_freq = w(zero_dB_crossings(1));
```



```

xline(cross_freq, 'Color', 'r', 'LineStyle', '--', 'LineWidth', 2); % Вертикальная линия
end
% --- ЛФЧХ ---
subplot(2, 1, 2);
semilogx(w, squeeze(phase));
title('ЛФЧХ (диаграмма Боде: фаза)');
xlabel('Частота (рад/с)');
ylabel('Фаза (градусы)');
axis([10^-2, 10^3, -180, 0]);
yline(-180, 'Color', 'g', 'LineStyle', '--', 'LineWidth', 2); % Линия на -180 градусов
grid on
% Ищем частоты пересечения -180 градусов
minus180_crossings = find(phase > -181 & phase < -179);
if ~isempty(minus180_crossings)
    cross_freq = w(minus180_crossings(1));
    xline(cross_freq, 'Color', 'r', 'LineStyle', '--', 'LineWidth', 2); % Вертикальная линия
end
% Сохранение графика в формате PNG
if nargin < 2 % Если имя файла не указано
    filename = 'graphics/My Bode.png'; % Стандартное имя файла
end
saveas(gcf, filename); % Сохранение графика в формате PNG
end

```

my_nyquist:

```

function my_nyquist(sys, w)
% Получаем АЧХ и ФЧХ системы для частот w
[mag, phase] = bode(sys, w);
magnitude = squeeze(mag);
phase_deg = squeeze(phase);

% Преобразуем ФЧХ в радианы
phase_rad = phase_deg * (pi/180);

% Вычисляем годограф
real_part = magnitude .* cos(phase_rad);
imag_part = magnitude .* sin(phase_rad);

```

```
% Строим годограф
plot(real_part, imag_part, '-b', real_part, -imag_part, '-b');
title('Годограф Найквиста (ЛАФЧХ)');
xlabel('Re(G(jw))');
ylabel('Im(G(jw))');
grid on;

saveas(gcf, 'graphics/My Nyquist.png');
end
```

draw_circle:

```
function [x, y] = draw_circle(r, center, style, step)
if (nargin < 1)
error("Radius is mandatory arg for draw_circle(r, center, style)")
end
if (nargin < 2)
center = [0, 0];
end
if (nargin < 3)
style = 'k--';
end
if (nargin < 4)
step = 0.001;
end

psi = 0:step:2*pi;
coord_x = center(1) + r .* cos(psi);
coord_y = center(2) + r .* sin(psi);
if (nargout == 0)
hold on;
plot(coord_x, coord_y, style);
hold off;
else
x = coord_x;
y = coord_y;
end
```

Листинг 3

Код, реализующий построение годографа. АФЧХ при помощи встроенной функции `nyquist`:

```
main:  
  
params;  
  
Wp = tf(B, A);  
  
my_bode(Wp);  
%w = logspace(-6, 1, 1000);  
  
figure('Name', 'nyquist(sys));  
axis([-4, 4, -4, 4]);  
nyquist(Wp, {1,1000});  
grid on  
draw_circle(1);  
saveas(gcf, 'graphics/Nyquist.png');  
  
figure('Name', 'margin(sys));  
margin(Wp);  
saveas(gcf, 'graphics/Bode.png');  
  
figure('Name', 'My epic_nyquist(sys));  
my_nyquist(Wp, {1,1000});  
draw_circle(1);  
axis ([-1.5,1.5,-1.5,1.5],"square")
```