

**Министерство образования Российской Федерации**  
**МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ**  
**УНИВЕРСИТЕТ**  
**им. Н.Э. БАУМАНА**

Факультет: Информатика и системы управления  
Кафедра: Информационная безопасность (ИУ8)

**ОСНОВЫ ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ**

**Лабораторная работа №4 на тему:**  
**«Исследование устойчивости САУ по критерию Михайлова»**

Вариант 4

**Преподаватель:**  
Чернега Е.В.

**Студент:**  
Девяткин Е.Д.

**Группа:**  
ИУ8-44

**Репозиторий работы:** <https://github.com/ledibonibell/Module04-BMT>

Москва 2024

## Цель работы

Экспериментальное построение областей устойчивости линейных САУ и изучение влияния на устойчивость системы ее параметров.

## Порядок выполнения работы

1. Получить передаточную функцию по заданной структурной схеме линейной САУ.
2. Построить годограф Михайлова при заданных начальных условиях.
3. Подобрать такое значение коэффициента усиления  $k$  (изменяя значение  $T$ ), при котором система будет находиться на границе устойчивости, т.е.  $k = k_{кр}$ .
4. Построить границу области устойчивости, реализуя зависимость  $k_{кр} = f(T)$  (количество точек значений  $T$  для построения графика – не менее 12).
5. На графике границы устойчивости взять три точки : выше границы, ниже границы и на границе устойчивости и рассмотреть характеристики полученных систем соответствующих цветов. Построить для каждой из точек: переходную характеристику (с помощью функции `step`), импульсную (с помощью функции `impulse`), диаграмму Боде, годограф Найквиста соответствующих цветов.

## Исходные данные

Исходные данные		Начальные условия	
$T_1$	$k_1$	$T$	$k$
0.7	1.6	0.1	0

Параметры в точке  $A_1$  –  $T = 1.7$ ;  $k = 0.1$  (красный)

Параметры в точке  $A_2$  –  $T = 1.7$ ;  $k = 3.0$  (синий)

Параметры в точке  $A_3$  – из таблицы построений (зеленый)

## Ход работы

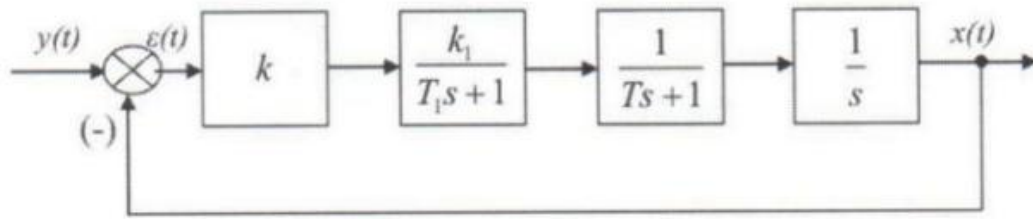


Рис. 1 – Структурная схема линейной САУ

Найдем передаточные функции полной и разомкнутой системы.

$$W_p = k \cdot \frac{k_1}{T_1 s + 1} \cdot \frac{1}{T s + 1} \cdot \frac{1}{s} = \frac{k * k_1}{T_1 T S^3 + (T_1 + T) S^2 + S}$$

$$W = \frac{W_p}{1 + W_p} = \frac{\frac{k * k_1}{T_1 T S^3 + (T_1 + T) S^2 + S}}{1 + \frac{k * k_1}{T_1 T S^3 + (T_1 + T) S^2 + S}} = \frac{k * k_1}{k * k_1 + T_1 T S^3 + (T_1 + T) S^2 + S}$$

Найдём характеристическое уравнение:

$$A(j\omega) = -jT_1 T \omega^3 - (T_1 + T) \omega^2 + j\omega + k k_1$$

Выделим действительную и мнимую часть:

$$\begin{cases} Re[A(j\omega)] = - (T_1 + T) \omega^2 + k k_1 \\ Im[A(j\omega)] = - T_1 T \omega^3 + j\omega \end{cases}$$

Далее построим два годографа Михайлова. Для максимальной устойчивой системы при  $k = 0$  (Рис. 2) и для системы на границе устойчивости (Рис. 3). Коэффициент  $k$  для второго случая подберем самостоятельно.

Коэффициент  $k$  для границы устойчивости получился равным  $\approx 7.145$ . При этом коэффициенте годограф пересекает начало координат  $(0; 0)$ , что видно по соответствующему рисунку.

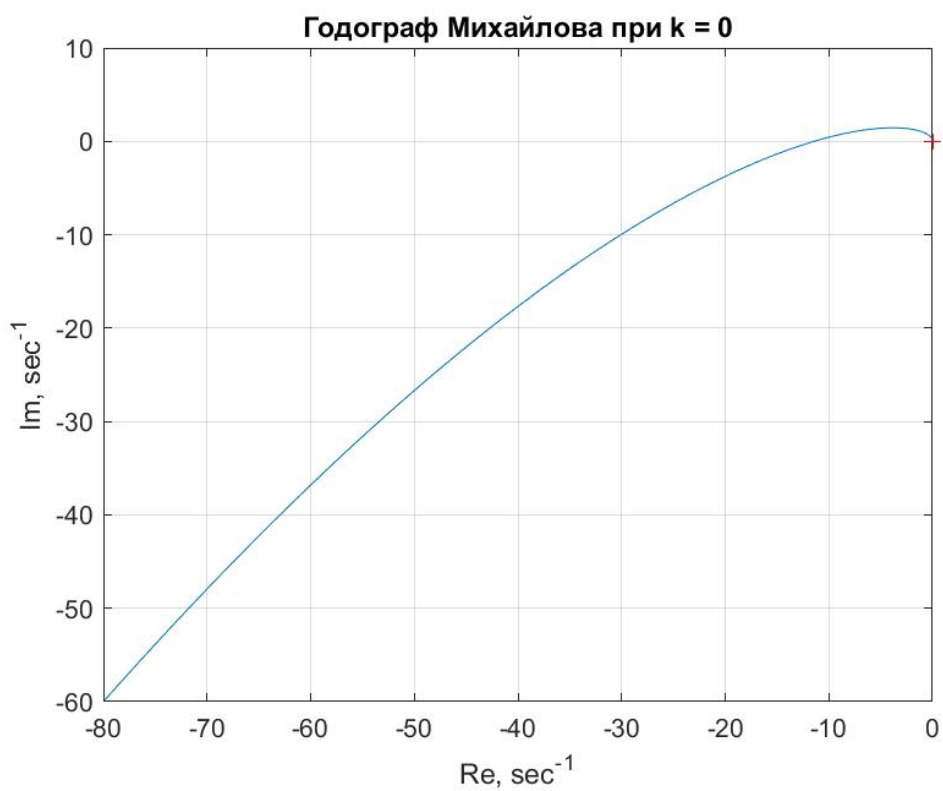


Рис. 2 - Годограф Михайлова при  $k = 0$

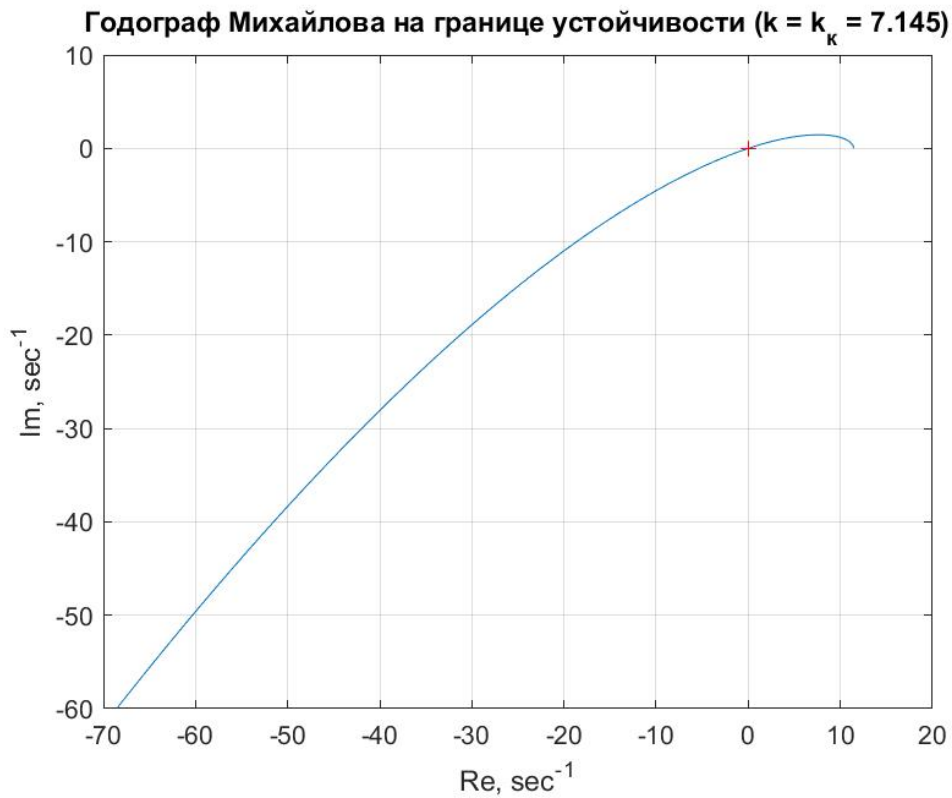


Рис. 3 - Годограф Михайлова при  $k = k_{kp} = 7.145$

Также построим таблицу, для нахождения области устойчивости (Рис. 4), реализуя соотношение:

$$k_{кр} = f(T)$$

$T$	0,1	0,5	0,7	0,9	1,3	1,7	2,1	2,5	3	3,5	4	4,5	5
$k_{кр}$	7,15	2,15	1,80	1,60	1,38	1,26	1,19	1,14	1,10	1,07	1,05	1,03	1,02

Таблица 1 - Точки границы устойчивости системы

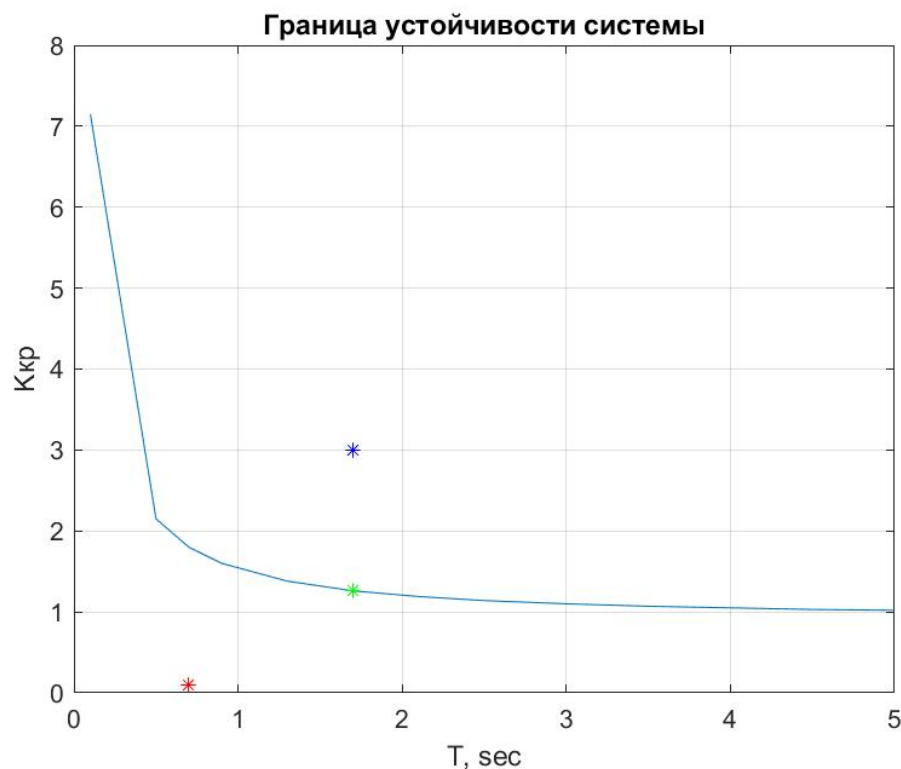


Рис. 4 - Область устойчивости системы

Теперь смоделируем системы из 5 графиков (4 графиков, если считать диаграмму Бode как единый график), для трех точек области, представленных на рис. 4:

1. Ниже границы устойчивости (красная точка) - система устойчива
2. Выше границы устойчивости (синяя точка) - система неустойчива
3. На границе устойчивости (зеленая точка)

1. Устойчивая система (Рис. 5, 6):  $A_1 - T = 1.7; k = 0.1$
2. Неустойчивая система (Рис. 7, 8):  $A_2 - T = 1.7; k = 3.0$
3. Неустойчивая система (Рис. 9, 10):  $A_3 - T = 1.7; k = 1.28$

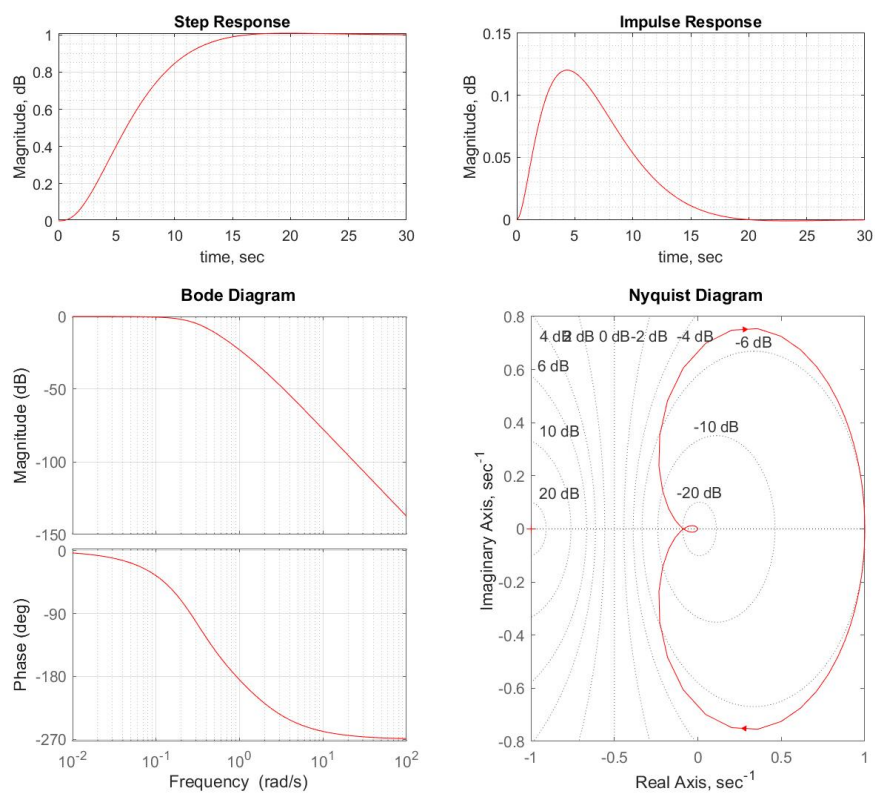


Рис. 5 - Устойчивая система

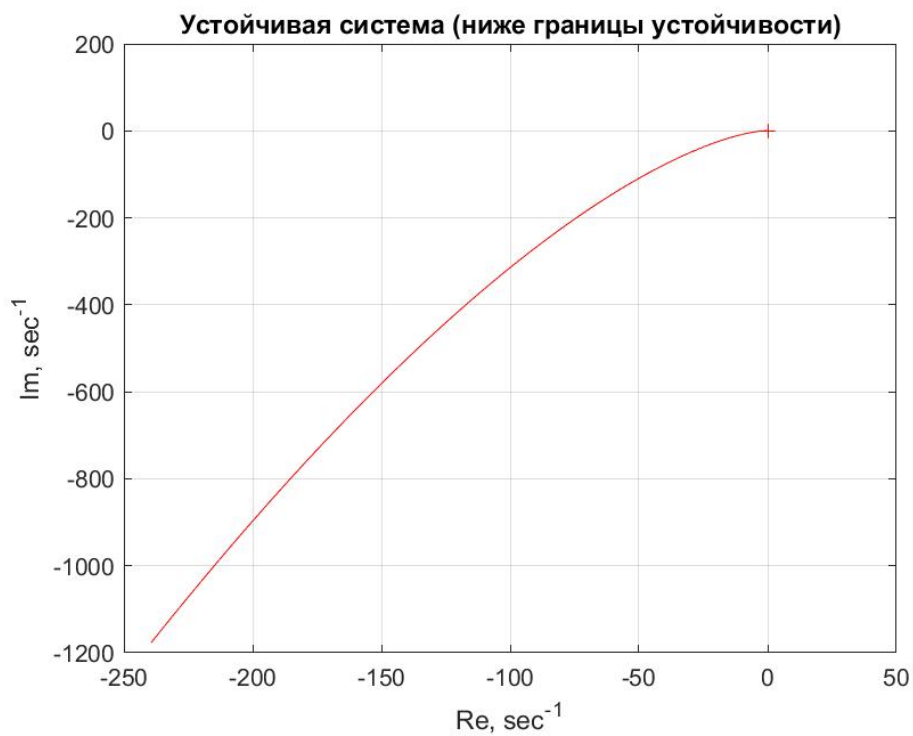


Рис. 6 - Годограф Михайлова устойчивой системы (график проходит выше точки (0;0))

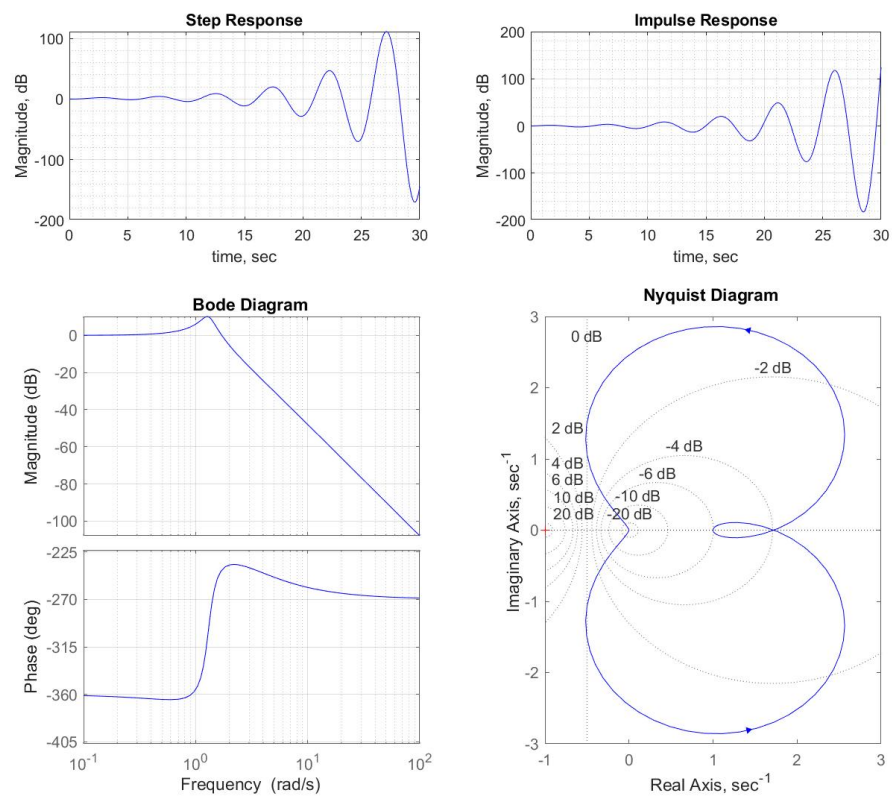


Рис. 7 - Неустойчивая система

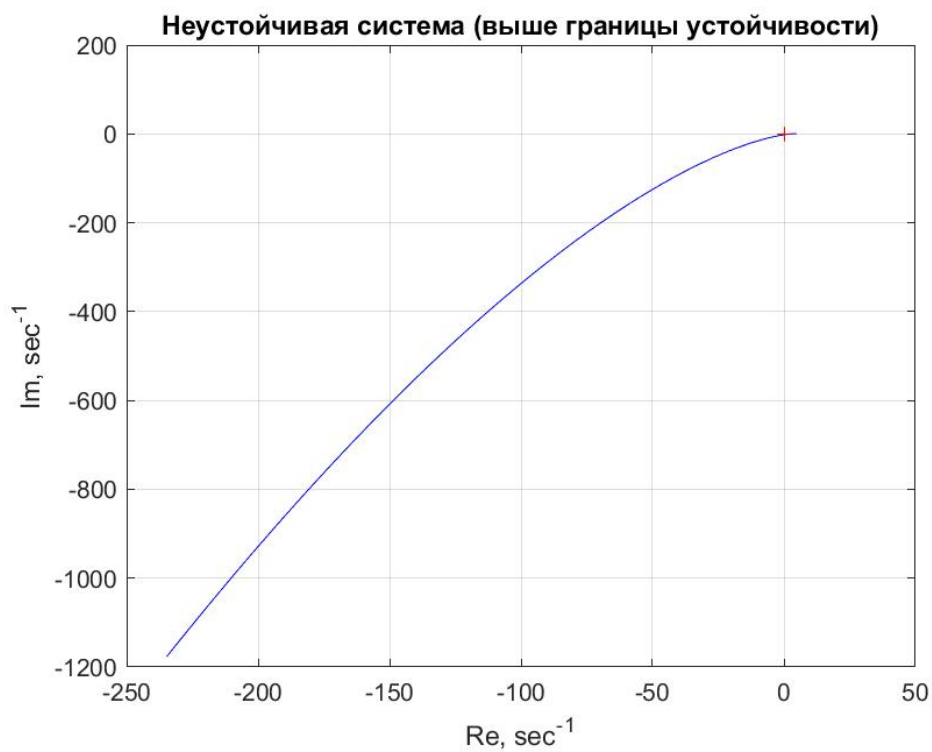


Рис. 8 - Годограф Михайлова неустойчивой системы (график проходит ниже точки (0;0))

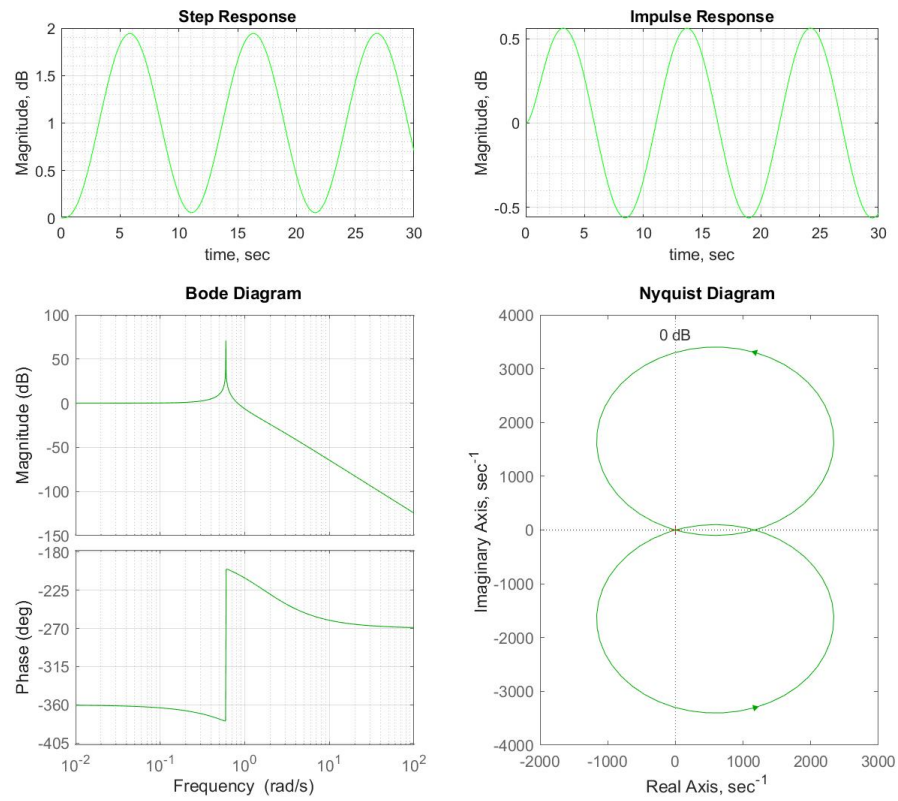


Рис. 9 - Граница устойчивости

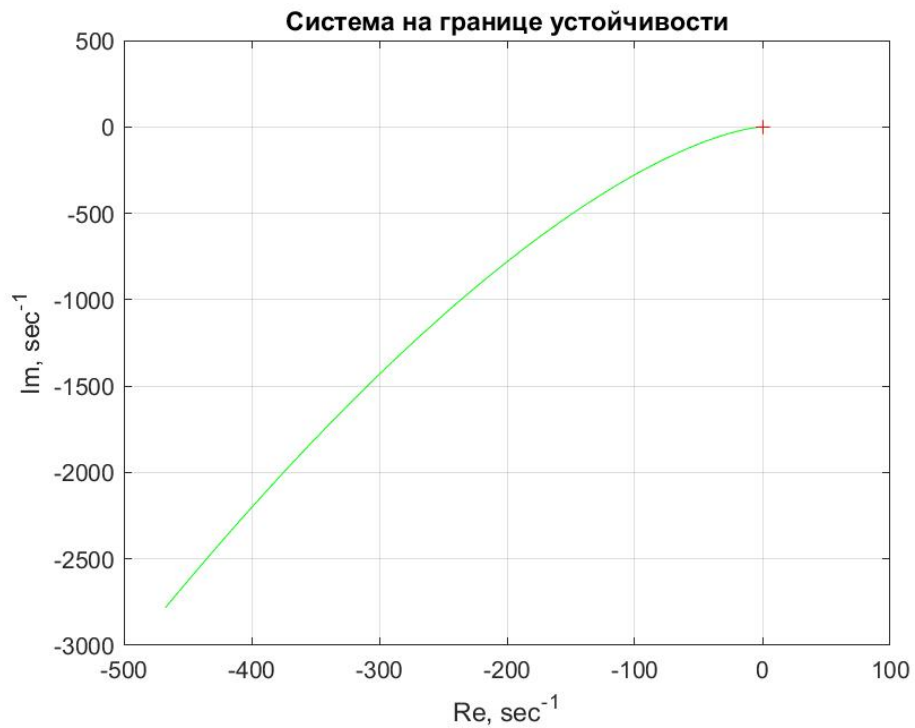


Рис. 10 - Годограф Михайлова для системы на границе устойчивости

Теперь рассмотрим все три состояния системы на одном графике (Рис. 11):



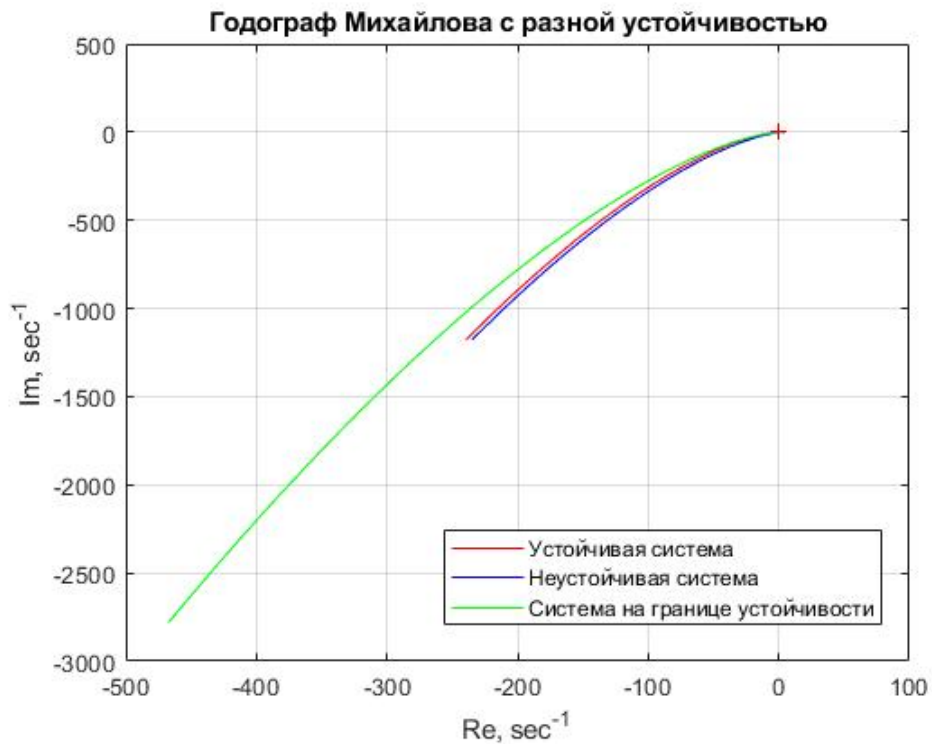


Рис. 11 - Годограф Михайлова различных состояний

Также рассмотрим его в области начала координат (Рис. 12), проверяя каждый график по критерию Михайлова:

1. График начинается с положительной вещественной полуоси
2. Граф последовательно обходит  $n$  квадрантов в положительном направлении (против часовой стрелки).  $n$  - порядок системы

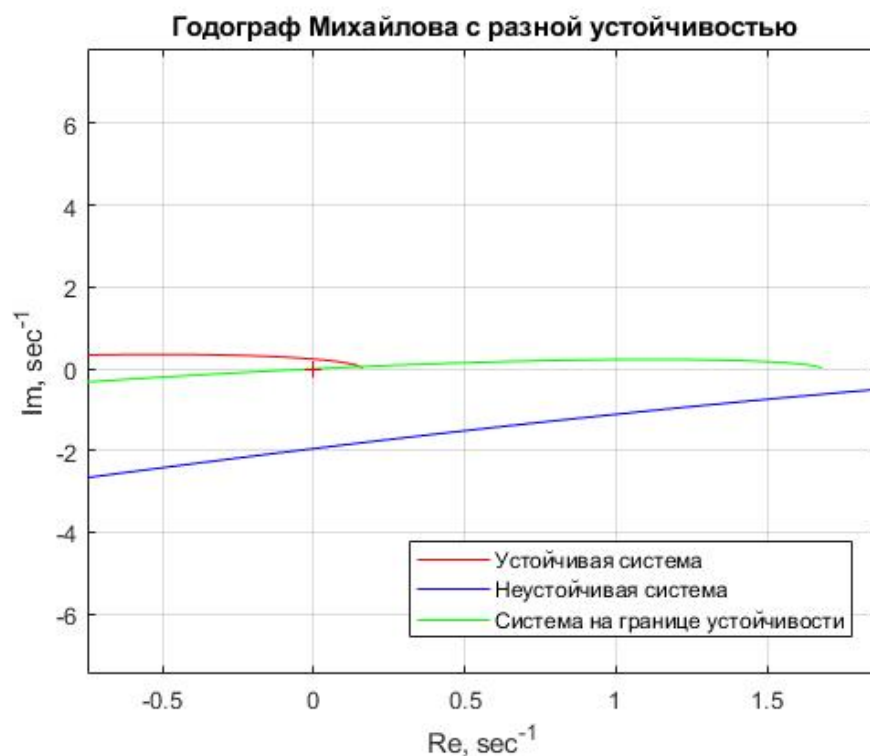


Рис. 12 - Приближенный годограф Михайлова различных состояний

По рис. 12 видно, что:

1. Зеленый график проходит через точку  $(0;0)$  - то есть он находится на границе устойчивости
  2. Синий график не последовательно проходит квадранты - то есть он не устойчив
  3. Красный график не противоречит критерию Михайлова - то есть он устойчив
- Получается, что противоречий с графиком границы устойчивости (Рис. 4) нет.

## **Вывод**

В ходе выполнения лабораторной работы была исследована устойчивость САУ с помощью построения годографа Михайлова. Сначала были заданы начальные условия, а затем исследован годограф Михайлова на границе устойчивости.

Также был построен аппроксимированный график границы устойчивости, где коэффициенты были подобраны заранее. Таким образом, было установлено, что изменением коэффициента  $k$  можно сделать систему устойчивой, неустойчивой или находящейся на границе устойчивости.

Соответственно, проверяя эти значения критерием Михайлова, не было обнаружено противоречий.

## Листинг 1

Инициализация начальных условий:

**params.m:**

```
T1 = 0.7;
k1 = 1.6;

T = 0.1;
k_1 = 0;
k_2 = 7.145;

B_1 = k_1*k1;
B_2 = k_2*k1;
A_1=[T1*T, T1+T,1, k_1*k1];
A_2=[T1*T, T1+T,1, k_2*k1];

T_3 = 1.7;
T_31 = 4;

k_31 = 0.1;
k_32 = 3.0;
k_33 = 1.05;
```

## Листинг 2

Построение годографов Михайлова:

**main.m:**

```
%% Годограф Михайлова k = 0

figure('Name', 'Годограф Михайлова при k = 0');

w=0.001:0.01:10;
GM=freqs(A_1, 1, w);
U=real(GM);
V=imag(GM);
plot(U,V);
hold on
plot(0,0,'r+');
grid on
xlabel('Re, sec^-1')
ylabel('Im, sec^-1')
title('Годограф Михайлова при k = 0');
saveas(gcf, 'graphics/Максимальная устойчивость.png');
```

```

%% Годограф Михайлова на границе устойчивости

figure('Name', 'Годограф Михайлова на границе устойчивости');

w=0.001:0.01:10;
GM=freqs(A_2, 1, w);
U=real(GM);
V=imag(GM);
plot(U,V);
hold on
plot(0,0,'r+');
grid on
xlabel('Re, sec-1')
ylabel('Im, sec-1')
title('Годограф Михайлова на границе устойчивости (k = kк = 7.145)');
saveas(gcf, 'graphics/Граничная устойчивость.png');

```

### Листинг 3

Построение области устойчивости системы:

```

main.m:

%% Граница области устойчивости

figure('Name', 'Граница области устойчивости');
T=[0.1, 0.5, 0.7, 0.9, 1.3, 1.7, 2.1, 2.5, 3, 3.5, 4, 4.5, 5];
k=[7.15, 2.15, 1.80, 1.60, 1.38, 1.26, 1.19, 1.14, 1.10, 1.07, 1.05, 1.03, 1.02];

plot(T,k);
hold on
plot(0.7,0.1,'r*');
plot(1.7,3.0,'b*');
plot(1.7,1.26,'g*');
grid on
xlabel('T, sec')
ylabel('Kкр')
title('Граница устойчивости системы');
saveas(gcf, 'graphics/Граница области.png');

```

#### Листинг 4

Код для построения графиков в точке ниже границы устойчивости:

**main.m:**

%% Ниже границы устойчивости

```
name = 'Устойчивая система (ниже границы устойчивости)';  
road = 'graphics/Устойчивая система.png';  
color = 'r-';  
road1 = 'graphics/Устойчивая система Михайлов.png';  
lab_otu_dynamic_plot(T_3, k_31, T1, k1, name, road, color, road1);
```

#### Листинг 5

Код для построения графиков в точке выше границы устойчивости:

**main.m:**

%% Выше границы устойчивости

```
name = 'Неустойчивая система (выше границы устойчивости)';  
road = 'graphics/Неустойчивая система.png';  
road1 = 'graphics/Неустойчивая система Михайлов.png';  
color = 'b-';  
lab_otu_dynamic_plot(T_3, k_32, T1, k1, name, road, color, road1);
```

#### Листинг 6

Код для построения графиков на границе устойчивости:

**main.m:**

%% На границе устойчивости

```
name = 'Система на границе устойчивости';  
road = 'graphics/На границе устойчивости.png';  
color = 'g-';  
road1 = 'graphics/На границе устойчивости Михайлов.png';  
lab_otu_dynamic_plot(T_31, k_33, T1, k1, name, road, color, road1);
```

## Листинг 7

Построение годографа Михайлова для трех случаев:

**main:**

%% Все вместе

figure('Name', 'Годограф Михайлова с разной устойчивостью');

w = 0.001:0.01:10;

GM1 = freqs([T1\*T\_3, T1+T\_3,1, k\_31\*k1], 1, w);

GM2 = freqs([T1\*T\_3, T1+T\_3,1, k\_32\*k1], 1, w);

GM3 = freqs([T1\*T\_31, T1+T\_31,1, k\_33\*k1], 1, w);

U1 = real(GM1);

V1 = imag(GM1);

U2 = real(GM2);

V2 = imag(GM2);

U3 = real(GM3);

V3 = imag(GM3);

plot(U1, V1, 'r', U2, V2, 'b', U3, V3, 'g');

hold on

plot(0,0,'r+');

grid on

legend('Устойчивая система', 'Неустойчивая система', 'Система на границе устойчивости')

xlabel('Re, sec<sup>-1</sup>')

ylabel('Im, sec<sup>-1</sup>')

title('Годограф Михайлова с разной устойчивостью');

saveas(gcf, 'graphics/Разная устойчивость.png');

## Листинг 8

**lab\_out\_dynamic\_plot.m:**

```
function lab_out_dynamic_plot(T, k, T1, k1, graph, road, color, biba)
```

```
B = k*k1;
```

```
A = [T1*T, T1+T, 1, k*k1];
```

```
W = tf(B, A);
```

```
if ~iscell(W)
```

```
W = {W};
```

```
end
```

```
figure('Position', [400, 200, 900, 750]);
```

```
title(graph)
```

```
subplot(3,2,1)
```

```
for k = 1 : 1 : length(W)
```

```
if isproper(W{k})
```

```
[x,t]=step(W{k}, 0:0.1:30);
```

```
plot(t, x, color);
```

```
hold on;
```

```
end
```

```
end
```

```
hold off
```

```
grid minor
```

```
grid on;
```

```
title('Step Response')
```

```
xlabel('time, sec')
```

```
ylabel('Magnitude, dB')
```

```
subplot(3,2,2)
```

```
for k = 1 : 1 : length(W)
```

```
if isproper(W{k})
```

```
[x,t]=impz(W{k}, 0:0.1:30);
```

```
plot(t, x, color);
```

```
hold on;
```

```
end
```

```
end
```

```
hold off
```

```
grid minor
```

```
grid on;
```

```
title('Impulse Response')
```



```

xlabel('time, sec')
ylabel('Magnitude, dB')
subplot(3,2,[3,5])
for k = 1 : 1 : length(W)
if isproper(W{k})
hold on;
bode(W{k}, color);
grid on;
end
end
hold off;
subplot(3,2,4)

for k = 1 : 1 : length(W)
if isproper(W{k})
hold on;
nyquist(W{k}, color);
end
end

hold off
grid minor
grid on;
title('Nyquist Diagram')
xlabel('Real Axis, sec-1')
ylabel('Imaginary Axis, sec-1')

hold off;
subplot(3,2,6)

for k = 1 : 1 : length(W)
if isproper(W{k})
pzmap(W{k}, color);
title('Pole-Zero Map');
axis([-3 2 -2 2]);
end
end

saveas(gcf, road);

figure('Name', 'Годограф Михайлова');

w=0.001:0.01:10;
GM=freqs(A, 1, w);
U=real(GM);

```

```
V=imag(GM);  
plot(U,V, color);  
hold on  
plot(0,0, 'r+');  
grid on  
xlabel('Re, sec-1')  
ylabel('Im, sec-1')  
title(graph);  
saveas(gcf, biba);  
  
end
```