Лабораторная работа №4

«Исследование устойчивости САУ по критерию Михайлова»

Цель работы:

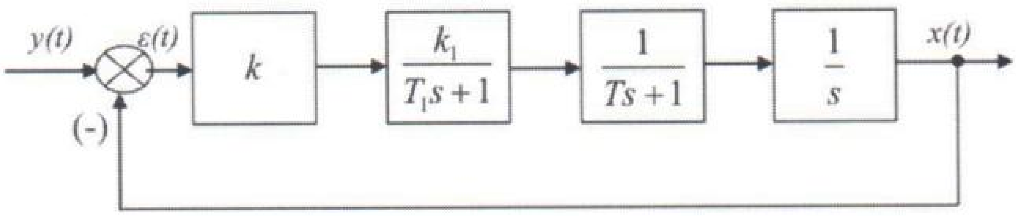
Экспериментальное построение областей устойчивости линейных САУ и изучение влияния на устойчивость системы ее параметров.

Указания к самостоятельной работе:

При подготовке к данной лабораторной работе необходимо изучить тему «Устойчивость систем автоматического управления»

Порядок выполнения работы:

1. Получить передаточную функцию по заданной структурной схеме линейной САУ



Исходные данные:

T1=0.7, к1 = 1.6

Параметры в точке А1 - Т=0.7, к=0.1 (красная точка, красные графики)

Параметры в точке А2 – Т=1.7, к=3.0 (синяя точка, синяя графики)

Параметры в точке А3 = из таблицы построений (зеленая точка, зеленые графики)

Начальные условия:

Т=0.1, к=0

Диапазон изменения постоянной времени Т – от 0.1 до 5.0 сек.

2. Построить годограф Михайлова при заданных начальных условиях.

3.Подобрать такое значение коэффициента усиления К (изменяя значение Т), при котором система будет находиться на границе устойчивости, т.е. К=Ккр .

4.Построить границу области устойчивости, реализуя зависимость Ккр=f (T) (количество точек значений Т для построения графика – не менее 12).

5.На графике границы устойчивости взять три точки : выше границы, ниже границы и на границе устойчивости и рассмотреть характеристики полученных систем соответствующих цветов. Построить для каждой из точек: переходную характеристику (с помощью функции step), импульсную (с помощью функции impulse), диаграмму Боде, годограф Найквиста соответствующих цветов.

Содержание отчета:

1.Цель работы

2.Порядок выполнения работы

3.Результаты работы должны содержать:

-структурную схему и передаточные функции системы,

-листинги для каждого шага выполняемой работы,

-годограф Михайлова при К=0 и К=Ккр,

-таблицу расчетов графика границы устойчивости,

-результаты моделирования системы (по 4 графика) для каждой из трех точек: выше, ниже и на границе устойчивости соответствующих цветов.

4.Выводы.

Краткие теоретические сведения:

Устойчивость САУ - одно из основных условий ее работоспособности и включает требование затухания переходных процессов. Система всегда подвергается действию внешних возмущающих сил, которые могут вывести систему из состояния равновесия. Устойчивость САУ – это свойство системы возвращаться в состояние равновесия после прекращения изменения воздействия, выведшего ее из этого состояния. Если система устойчива, то она, выведенная из состояния равновесия, возвращается снова к нему, неустойчивая система непрерывно удаляется от состояния равновесия.

Вычисление корней характеристического уравнения не представляет труда для уравнений 1-й и 2-й степеней. Что касается общих выражений для корней уравнений 3-й и4-й степеней, то они громоздки и практически мало удобны. Следует отметить отсутствие общих выражений для корней в уравнениях более высоких степеней.

Поэтому большое значение приобретают правила, которые позволяют определить устойчивость системы, минуя вычисления корней. Эти правила называют *критериями устойчивости*. Они позволяют в ряде случаев не только установить, устойчива система или нет, но и выяснить влияние тех или иных параметров, а также влияние структурных изменений на устойчивость системы. Существуют различные формы критериев устойчивости. Однако математически эти формы эквивалентны, так как определяют условия, при которых корни характеристического уравнения находятся в левой части комплексной плоскости. Критерии устойчивости делятся на алгебраические (Рауса и Гурвица) и частотные (Михайлова и Найквиста).
Для того чтобы исследовать устойчивость ,необходимо иметь характеристический полином.

Характеристическое уравнение системы управления имеет вид:

$$Q(\lambda) = a_0\lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + \dots + a_n = 0$$

Левая часть этого уравнения ($Q(\lambda) = a_0\lambda^n + a_1\lambda^{n-1} + \dots + a_n$) называется *характеристическим полиномом*.

Основное условие устойчивости. Для того чтобы система управления была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы все корни ее характеристического уравнения имели отрицательную вещественную часть.

Отсюда вытекает следующий критерий устойчивости.

Для того чтобы система была устойчива, необходимо, чтобы все коэффициенты ее характеристического уравнения были строго одного знака:

$a_0 > 0, \quad a_1 > 0, \quad \dots, \quad a_n > 0$ или

$a_0 < 0, \quad a_1 < 0, \quad \ldots, \quad a_n < 0$

Если условие а) или б) не выполняется, то система неустойчива; если оно выполняется, система может быть устойчивой.

Как отмечалось выше, Характеристический полином Q (λ) получается из собственного оператора Q(p)простой заменой оператора p на комплексную переменную λ . Поэтому достаточно найти собственный оператор.

Если дано уравнение системы управления, и оно записано в символической форме, то дифференциальный оператор при выходной переменной и будет собственным оператором. Если дана передаточная функция, то можно принять, что собственный оператор совпадает с ее знаменателем.

При исследовании замкнутой системы нет необходимости находить ее передаточную функцию, если известна передаточная функция W (p) = R(p) / S(p) разомкнутой системы

Её собственный оператор Q(p) равен сумме полиномов числителя и знаменателя передаточной функции разомкнутой системы. Действительно:

Q(p) = R(p) + S(p) , поэтому

Wз (p) = W (p)/ (1 + W (p)) = R (p) / R(p) + S (p)

Критерий устойчивости Михайлова

Годограф характеристического вектора, т.е. кривую, которую описывает характеристический вектор при изменении частоты от 0 до $+\infty$, называют кривой Михайлова. При $a_n > 0$ кривая Михайлова начинается на положительной вещественной полуоси.

Из принципа аргумента следует, что если все нули характеристического полинома левые, то приращение аргумента характеристического вектора есть $\underset{0 \le \omega \le \infty}{\Delta \arg} Q(j\omega) = \frac{n\pi}{2}$.

Критерий Михайлова: Для того, чтобы система была устойчива, необходимо и достаточно, чтобы при a0>0 ее кривая Михайлова, начинаясь на положительной вещественной полуоси, последовательно обходила n квадрантов в положительном направлении(против часовой стрелки), где n – порядок системы.

Очевидно, что для применения критерия Михайлова не требуется точного и детального построения кривой. Важно установить, каким образом она огибает начало координат и не нарушается ли последовательность прохождения *n* четвертей против часовой стрелки.

С повышением точности САУ , т.е. с увеличением коэффициента усиления, система становится менее устойчивой. Это объясняется тем, что при увеличении К усиления на объект управления обратная связь действует сильнее. При этом увеличиваются отклонения под действием запаздывающего сигнала обратной связи.

Максмальный коэффицент усиления, при котором система сохраняет устойчивость, называется критическим Ккр.

Кроме коэффициента усиления, устойчивость системы зависит от инерционных свойст звеньев системы: постоянных времени и постоянных запаздывания . Обычно устойчивость рассматривают как функцию нескольких параметров – коэффициента усиления и постоянной времени одного из звеньев, поэтому на основании любого критерия могут быть получены области устойчивости в плоскости двух параметров.

Большое практическое значение при исследовании устойчивости имеет задача построения областей устойчивости в плоскости одного или двух параметров, влияние которых на устойчивость анализируется. Уравнение границ областей устойчивости можно находить, пользуясь каким-либо критерием устойчивости.

Например, по критерию Михайлова система попадает на границу устойчивости, если кривая Михайлова проходит через нуль, причем так, что можно малой ее деформацией удовлетворить условиям устойчивости. Условие прохождения кривой Михайлова через нуль выражается следующим образом:

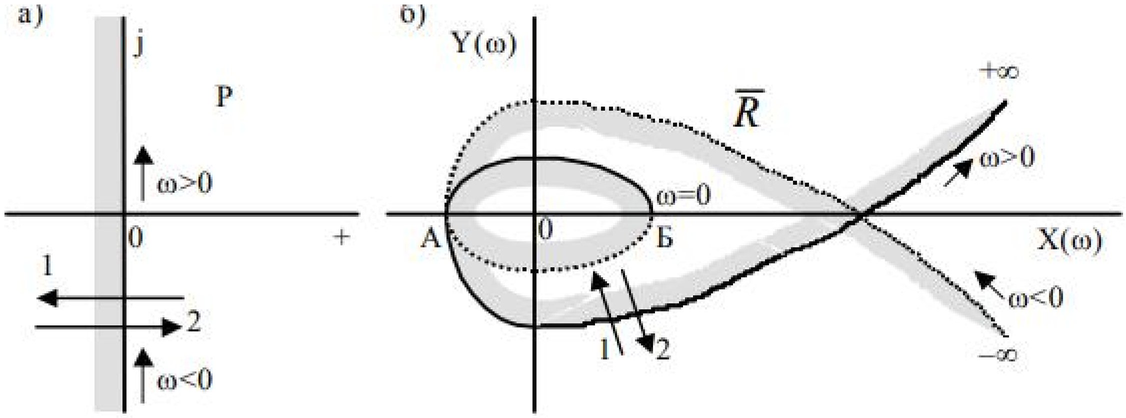
D(jw) = X (w) + jY (w) = 0 , откуда X(w) = 0, Y (w) = 0 . Из этих уравнений можно получить уравнение кривой в плоскости параметров, на которой вещественный корень или пара чисто мнимых корней обращаются в нуль.

Уравнение границы D-разбиения может быть получено из характеристического уравнения системы заменой p = jw .

Пусть требуется выяснить влияние какого-либо параметра R, линейно входящего в характеристическое уравнение. Для этого рекомендуется характеристическое уравнение привести к виду D(p) = M (p)+ RN(p) = 0 , где M(p) и N(p) полиномы, не зависящие от R.

Граница D-разбиения определяется уравнением D(jw) = M (jw)+ RN(jw) = 0, откуда R = - M (jw) N(jw) = X(w)+ jY(w). Параметр R в линейных системах всегда является вещественным числом (постоянная времени, коэффициент усиления и т.п.).

Придавая w значения от – ∞ до + ∞ , можно по вычислить X(w)и Y(w) и построить на



комплексной плоскости R границу D-разбиения.

Претендентом на область устойчивости является область, внутрь которой направлена штриховка и которая поэтому соответствует области с наибольшим числом левых корней. Чтобы установить, является ли эта область действительно областью устойчивости, необходимо задаться каким-либо значением R0 , лежащим в этой области.

Подставив его в характеристическое уравнение и используя любой критерий устойчивости, нужно установить, все ли корни характеристического уравнения будут при этом левыми. Если при этом не все корни будут левыми, то области устойчивости нет, т.е. изменением только параметра R нельзя сделать систему устойчивой.