# CLB CHÚNG TA CÙNG TIẾN

## ĐÁP ÁN CHI TIẾT ĐỀ THI THỬ GIẢI TÍCH 1

(Ngày 06/01/2019)

**Câu 1**: Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số:

$$y = \begin{cases} \dfrac{|x^2+6x+8|}{x+3} \text{ với } x < 0 \\ \dfrac{x^3}{3} - x^2 - 3x + 5 \text{ với } x \geq 0 \end{cases}$$

**Lời Giải:**

- (0.25) TXĐ: $D = R\backslash\{-3\}$
- (0.25) Ta có:

$$y = \begin{cases} \dfrac{x^2+6x+8}{x+3} \text{ nếu } x < -4 \text{ hoặc } -2 < x < 0 \\ -\dfrac{x^2+6x+8}{x+3} \text{ nếu } -4 \leq x \leq -2 \\ \dfrac{x^3}{3} - x^2 - 3x + 5 \text{ nếu } x \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y' = \begin{cases} \dfrac{x^2+6x+10}{(x+3)^2} > 0 \text{ nếu } x < 4 \text{ hoặc } -2 < x < 0 \\ -\dfrac{x^2+6x+10}{(x+3)^2} < 0 \text{ nếu } -4 \leq x \leq -2 \\ x^2 - 2x - 3 \text{ nếu } x \geq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = \left[\begin{array}{l} 3 \text{ (nhận)} \\ -1 \text{ (loại)} \end{array}\right.$$

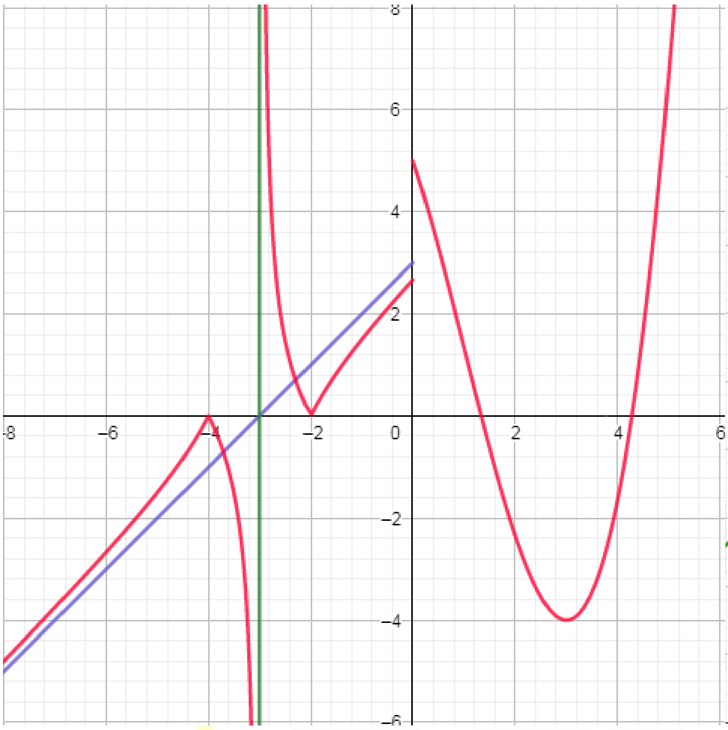
- (0.25) Bảng biến thiên:

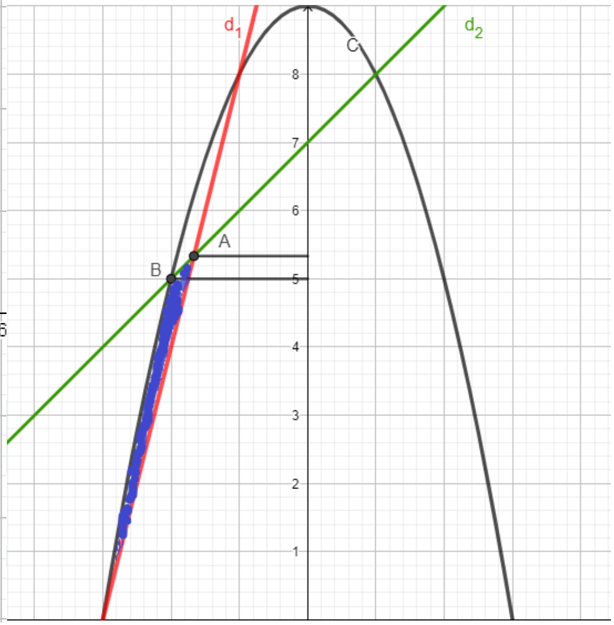
| $x$ | $-\infty$ | | $-4$ | | $-3$ | | $-2$ | | $0$ | | $3$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $+$ | ‖ | $-$ | ‖ | $-$ | ‖ | $+$ | ‖ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $y$ | $-\infty$ | ↗ | $0$ | ↘ | $-\infty$ ‖ $+\infty$ | ↘ | $0$ | ↗ | $\frac{8}{3}$ ‖ $y(0) = 5$ | ↘ | $-4$ | ↗ | $+\infty$ |

Hàm số có TCĐ $x = -3$, TCX bên trái $y = x + 3$

Hàm số có 1 cực đại $(-4; 0)$ ; 2 cực tiểu $(3; -4), (-2; 0)$

- (0.25) Đồ thị:




**Câu 2**: Tích thể tích miền $(D)$ được giới hạn bởi: $y \leq 9 - x^2$ ; $y \geq 4x + 12$ và $y \leq x + 7$ khi quay quanh $Oy$.

**Lời Giải:**

(0.5) $d_1 \cap d_2 = A\left(-\frac{5}{3}; \frac{16}{3}\right)$; $C \cap d_2 = B(-2; 5)$

Khi đó phần thể tích cần tìm là thể tích phần tô màu quay xung quanh $Oy$ (Xem hình trên)

(1.5) $$V = \pi \int_0^5 (9 - y)dy + \pi \int_5^{\frac{16}{3}} (y - 7)^2 dy - \pi \int_0^{\frac{16}{3}} \left(\frac{y - 12}{4}\right)^2 dy = \frac{205}{54}\pi$$

**Câu 3**: Tính tích phân sau:

$$I = \int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{2\arcsin x}{x^2\sqrt{1-x^2}}dx$$

**Lời Giải:**

(0.5) Đặt $t = \arcsin x \Rightarrow \begin{cases} dt = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}dx \\ \sin t = x \end{cases}$

| $x$ | $\frac{1}{2}$ | $1$ |
|---|---|---|
| $t$ | $\frac{\pi}{6}$ | $\frac{\pi}{2}$ |

(0.5) Khi đó: $I = \int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{2t}{\sin^2 t}dt$

(0.5) Đặt: $\begin{cases} u = 2t \Rightarrow du = 2dt \\ dv = \dfrac{dt}{\sin^2 t} \Rightarrow v = -\cot t\,. \end{cases}$

(0.5) $I = (-2t\cot t\,)\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} + 2\int\limits_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \cot\, t\,dt = (-2t\cot\, t)\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} + 2.\ln|\sin t|\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi\sqrt{3}}{3} + 2\ln 2$

**Câu 4**: Cho tích phân $I = \int\limits_{2}^{+\infty} \frac{dx}{(x^m-1)\sqrt{2x^2-5x+2}}$. Tìm m để tích phân hội tụ.

**Lời Giải:**

− Để tồn tại tích phân thì $m \neq 0$

− (0.25 /2 ý) Tách ra thành 2 tích phân sau:

$$I = \int_2^{+\infty} f(x)dx = \int\limits_2^3 f(x)dx + \int\limits_3^{+\infty} f(x)dx = I_1 + I_2$$

− (0.25) Xét tích phân $I_1 = \int_2^3 f(x)\,dx$ là tích phân suy rộng loại 2:

$$|f(x)| \overset{x\to 2^+}{\sim} \frac{1}{\sqrt{3}\,|2^m-1|\,(x-2)^{\frac{1}{2}}}$$

$\Rightarrow I_1$ hội tụ tuyệt đối $\Rightarrow I_1$ hội tụ

$-(0.25)$ Xét tích phân $I_2 = \int_3^{+\infty} f(x)dx$ là tích phân suy rộng loại 1:

- Khi $< 0 \Longrightarrow f(x) < 0$ . Xét hàm dương $-f(x)$ :

$$[-f(x)] \overset{x\to+\infty}{\sim} \frac{1}{\sqrt{2}x}$$

$$\Rightarrow I_2 \text{ phân kỳ}$$

- Khi $m > 0 \Longrightarrow f(x) > 0$

$$f(x) \overset{x\to+\infty}{\sim} \frac{1}{\sqrt{2}x^{m+1}}$$

Vì $m > 0 \Rightarrow m + 1 > 1 \Rightarrow I_2$ hội tụ.

$-$ (0.25) Kết luận: Do $I_1$ hội tụ nên để $I$ hội tụ thì chỉ phụ thuộc vào $I_2$ suy ra $I$ hội tụ khi $m > 0$.

**Câu 5**: Giải hpt vi phân sau:

$$\begin{cases} x'(t) = 2x + 6y & (1) \\ y'(t) = x - 3y - 2t & (2) \end{cases}$$

**Lời Giải:**

Lấy $2 * (2) - (1) \Rightarrow 2y'(t) - x'(t) = -12y - 4t$ (*)

$(2) \Rightarrow\ y'' = x' - 3y' - 2 \Leftrightarrow x' = y'' + 3y' + 2$

(0.5đ ) Thay $x'$ vào (*): $2y' - y'' - 3y' - 2 = -12y - 4t$

$$\Leftrightarrow\ y'' + y' - 12y = 4t - 2$$

- Pt đặc trưng $k^2 + k - 12 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $k_1 = -4, k_2 = 3$
- (0.25) PT thuần nhất : $y'' + y' - 12y = 0$ có nghiệm $y_0 = C_1e^{-4t} + C_2e^{3t}$
- (0.5) Nghiệm riêng của pt $y'' + y' - 12y = 4t - 2$

$$\Rightarrow y_r = t^s.e^{0t}.(Bt + C)$$

Vì $\alpha = 0$ không phải là nghiệm của pt đặc trưng nên $s = 0$ và $y_r = Bt + C$.

$$\Rightarrow \begin{cases} 4 = -12B \\ -2 = -12C + B \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B = -\dfrac{1}{3} \\ C = \dfrac{5}{36} \end{cases}$$

$$\Rightarrow y_{r_2} = -\frac{1}{3}t + \frac{5}{36}$$

| | |
|---|---|
| -12 | $y_{r_2} = Bt + C$ |
| 1 | $y'_{r_2} = B$ |
| 1 | $y''_{r_2} = 0$ |
| $y''_{r_1} + y'_{r_1} - 12y_{r_1}$ | $= -12Bt - 12C + B$ <br> $= 4t - 2$ |

- (0.5) Nghiệm tổng quát

$$y_{tq} = y_0 + y_r = C_1e^{-4t} + C_2e^{3t} - \frac{1}{3}t + \frac{5}{36}$$

$$\Rightarrow y'_{tq} = -4C_1e^{-4t} + 3C_2e^{3t} - \frac{1}{3}$$

(0.25)Thay $y_{tq}, y'_{tq}$ vào pt (2), ta được:

$$x_{tq} = -C_1e^{-4t} + 6C_2e^{3t} + t + \frac{1}{12}$$

**Câu 6**: Một pin có suất điện động $E = 12V$ được lắp vào mạch gồm 1 cuộn dây cảm kháng $L = \frac{1}{2}H$ và 1 điện trở $R = 10\Omega$. Tính cường độ dòng điện tức thời $i$ biết giá trị ban đầu là 0 $(A)$. Cường độ dòng điện là lượng điện tích di chuyển qua một bề mặt trong một đơn vị thời gian. Cho công thức Kirchhoff như sau: $L\dfrac{d^2q}{dt^2} + R\dfrac{dq}{dt} + \dfrac{1}{C} = E(t)$.

**Lời Giải:**

(0.5) Vì đây là mạch chỉ có điện trở R và cuộn dây L và E là hằng số nên công thức trở thành:

$$L\frac{d^2q}{dt^2} + R\frac{dq}{dt} = E.$$

(0.25) Với $i = \dfrac{dq}{dt} \Rightarrow \dfrac{1}{2}i' + 10i = 12 \Leftrightarrow i' + 20i = 24(*)$

(*) là pt tuyến tính cấp 1

(0.5) Áp dụng công thức ta được: $i = e^{-\int 20dt}\left(\int 24.e^{\int 20dt}dt + C\right) = \dfrac{\frac{6}{5}e^{20t} + C}{e^{20t}}$

(0.25) $i_0 = 0 \Rightarrow i = \dfrac{6}{5}(1 - e^{-20t})$