2025년 1학기 머신러닝1 기말시험

- * 풀이를 반드시 적을 것! (답만 적는 경우는 오답 처리함)
- * 이름, 학번을 기입 하였는지 다시 한번 확인!
- 1. (5점) 단순선형회귀모델 (Simple linear regression model) 에서 아래의 식을 증명하시오. 단, $\hat{y}_i = \hat{w}_0 + \hat{w}_1 x_i$ 이고, $\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}$ 이다.

$$\sum_{i=1}^{n} (y_i - \hat{y}_i) (\hat{y}_i - \bar{y}) = 0$$

- 2. (6점) p2.RData 를 로딩하시오. p2 데이터 프레임에서 입력변수는 $x_1,\ x_2$ 이고 출력변수는 y 라고 할 때, 학습모델 (예측모델) 을 $y=w_0\left(x_1\right)^{w_1}\left(x_2\right)^{w_2}$ 이라고 하자. p2 데이터 프레임에 대해 비선형회귀분석 (Nonlinear regression analysis)을 수행하고자 한다. 아래 물음에 답하시오.
 - (1) SST, SSR, SSE 를 구하시오. (3점)
 - (2) $(x_1, x_2) = (3, 62.5)$ 일 때, y 를 예측하시오. (3점)

- 3. (20점) p3.RData 를 로딩하시오. p3 데이터 프레임에서 입력변수는 $x_1,\ x_2,\ x_3,\ x_4$ 이고 출력변수는 y 라 고 할 때, 능형회귀분석 (Ridge regression)을 이용하여 학습모델을 만들고자 한다. 문제의 모든 기호는 강 의자료 LNML1-5의 24 페이지를 따른다. 아래 물음에 답하시오.
 - (1) 기존의 경사하강법(Gradient descent) 알고리즘을 개선한 것 중 기계학습에서 많이 쓰이는 알고리즘이 적응형적률 알고리즘 (adaptive moment algorithm, 이하 Adam) 이다. Adam 알고리즘은 경사하강법 알고리즘 보다 상대적으로 학습속도가 빠른 것이 장점이다. 아래는 Adam 알고리즘의 의사코드 (pseudo code) 이며 여기서 ⊙ 은 원소별 곱셈 연산이다.

Require: α : Stepsize

Require: $\beta_1, \beta_2 \in [0, 1)$: Exponential decay rates for the moment estimates

Require: $C(\mathbf{w})$: Cost function

Initialize:

w: Initial parameter

 $\mathbf{m} \leftarrow \mathbf{0}^{\mathsf{T}}$ // Initialize 1st moment vector

 $\mathbf{v} \leftarrow \mathbf{0}^{\mathsf{T}}$ // Initialize 2nd moment vector

 $t \leftarrow 0$ // Initialize timestep

while termination condition is not met do

$$t \leftarrow t + 1 \\ \mathbf{g} \leftarrow \frac{\partial C(\mathbf{w})}{\partial \mathbf{w}} // \text{ Get gradient vector at timestep } t$$

$$\mathbf{m} \leftarrow \beta_1 \cdot \mathbf{m} + (1 - \beta_1) \cdot \mathbf{g}$$
 // Update 1st moment vector

$$\mathbf{v} \leftarrow \beta_2 \cdot \mathbf{v} + (1 - \beta_2) \cdot \mathbf{g} \odot \mathbf{g}$$
 // Update 2nd moment vector

$$\mathbf{v} \leftarrow \beta_2 \cdot \mathbf{v} + (1 - \beta_2) \cdot \mathbf{g} \odot \mathbf{g}$$
 // Update 2nd moment vector $\hat{\mathbf{m}} \leftarrow \frac{\mathbf{m}}{1 - (\beta_1)^t}$ // Compute bias-corrected 1st moment vector

$$\hat{\mathbf{v}} \leftarrow \frac{\mathbf{v}^{(1)}}{1 - (\beta_2)^t}$$
 // Compute bias-corrected 2nd moment vector $\mathbf{w} \leftarrow \mathbf{w} - \alpha \cdot \frac{\hat{\mathbf{m}}}{\sqrt{\hat{\mathbf{v}}} + \delta}$ // Update parameter

$$\mathbf{w} \leftarrow \mathbf{w} - \alpha \cdot \frac{\hat{\mathbf{m}}}{\sqrt{\hat{\mathbf{v}}} + \delta}$$
 // Update parameter

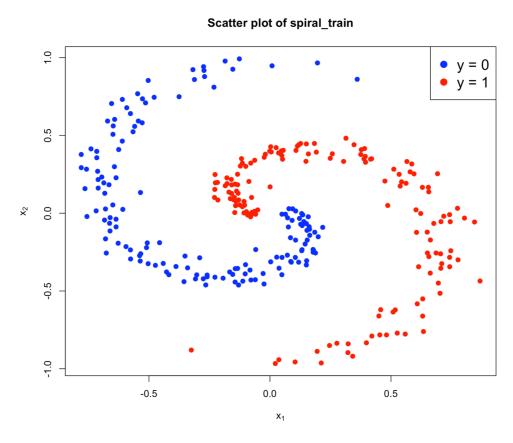
end while

return $\hat{\mathbf{w}} = \mathbf{w}$

능형회귀모델의 비용함수가 $C(\mathbf{w}) = (\mathbf{y} - \mathbf{X}\mathbf{w})^{\mathsf{T}}(\mathbf{y} - \mathbf{X}\mathbf{w}) + \lambda \mathbf{w}^{\mathsf{T}}\mathbf{w}$ 일 때, Adam 알고리즘을 이 용하여 학습모델의 파라미터 추정치 $\hat{\mathbf{w}}$ 을 구하시오. 단, lpha=0.5, $eta_1=0.9$, $eta_2=0.999$, $\delta=10^{-8}$, $\lambda=0.004$ 로 설정하고, $\mathbf{w}=(w_0,w_1,w_2,w_3,w_4)^{\mathsf{T}}=(0,0,0,0,0)^{\mathsf{T}}$ 로 초기화 한 다. 반복횟수는 19,000회 이다. (10점)

(2) Adam 알고리즘을 통해 추정된 능형회귀 학습모델의 결정계수 R^2 를 구하시오. (10점)

- 4. (17점) p4.RData 를 로딩하시오. p4_train 데이터 프레임은 학습데이터(training dataset)이고, p4_test 데이터 프레임은 검증데이터(testing dataset)이다. 입력변수는 x_1, \dots, x_{100} 이고 출력변수는 y 라고 할 때, 라쏘 회귀(Lasso regression)을 이용하여 학습모델을 만들고자 한다. 아래 물음에 답하시오.
 - (1) 학습데이터를 이용하여 라쏘 회귀예측모델을 만들 때 출력변수 y 를 예측하는데에 사용되는 입력변수는 몇개인가? 단, $\lambda = 0.04467$ 라고 가정한다. (11점)
 - (2) 검증데이터에 대해 예측오차제곱합의 평균을 구하시오. (6점)
- 5. (12점) p5.RData 를 로딩하시오. spiral_train 은 학습데이터이고, spiral_test 은 검증데이터이다. 입력변수는 x_1 과 x_2 이고 출력변수는 y이다. 학습데이터에 대한 산점도는 아래와 같다. 로지스틱 회귀분석 (Logistic regression)을 이용해 분류 예측모델을 구축하고자 한다. 아래 물음에 답하시오.



- (1) 입력변수 중 x_2 만 사용할 경우 검증데이터에 대해 정오표, 정확도, ROC 곡선 및 AUC를 구하라. (5점)
- (2) 입력변수를 모두 사용할 경우 검증데이터에 대해 정오표, 정확도, ROC 곡선 및 AUC를 구하라. (5점)
- (3) 입력변수를 모두 사용할 경우 과대적합(over-fitting)이 나타나는지 판단하시오. (2점)
- 6. (40점) 여름 방학동안 계획을 공백제외하고 290 ~ 300자로 서술하시오.
- ◎한 학기 동안 수고하셨습니다. 아래의 글귀를 항상 가슴에 담아두고 생활하시길 바랍니다.
 - 一切唯心造(일체유심조) : 모든 것은 항상 마음가짐에 달려있다.