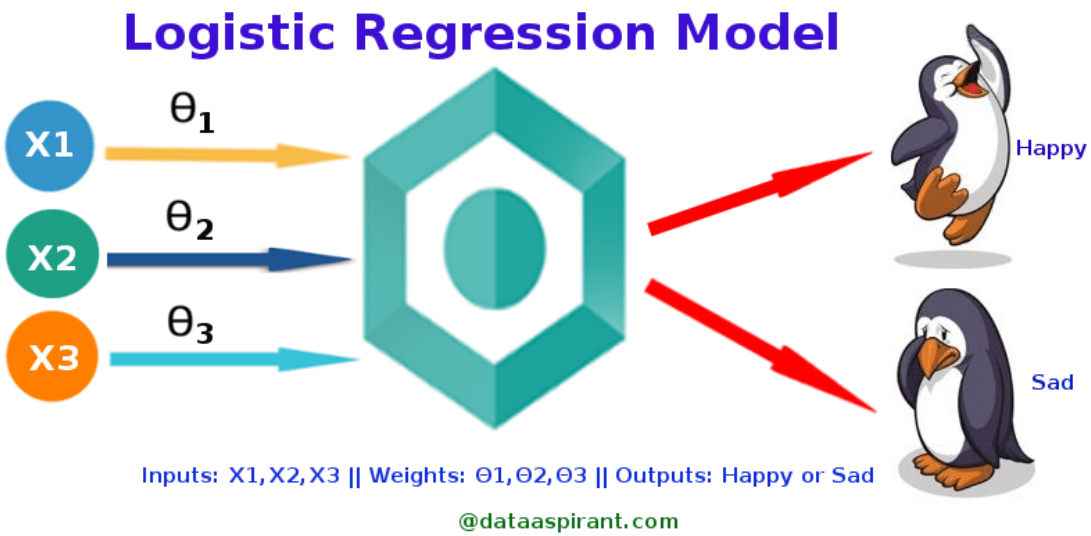
이항 분류 및 다항 분류

파일

- classcification.ipynb

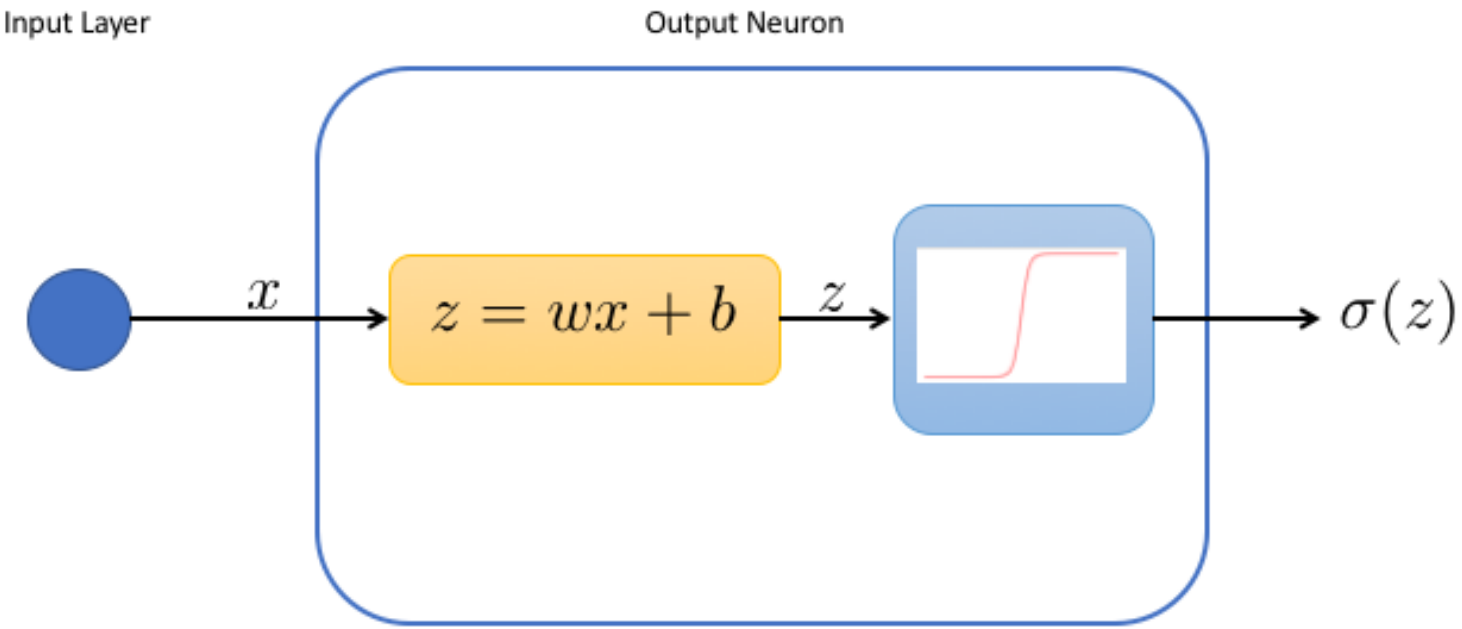
이진(이항) 분류

- **두 가지로 분류하는 방법**
  - PASS / FAIL
  - SPAM / HAM
  - 긍정positive과 부정 negative
    - **리뷰 텍스트를 기반으로 영화 리뷰**
  - 로지스틱 회귀라고도 부름

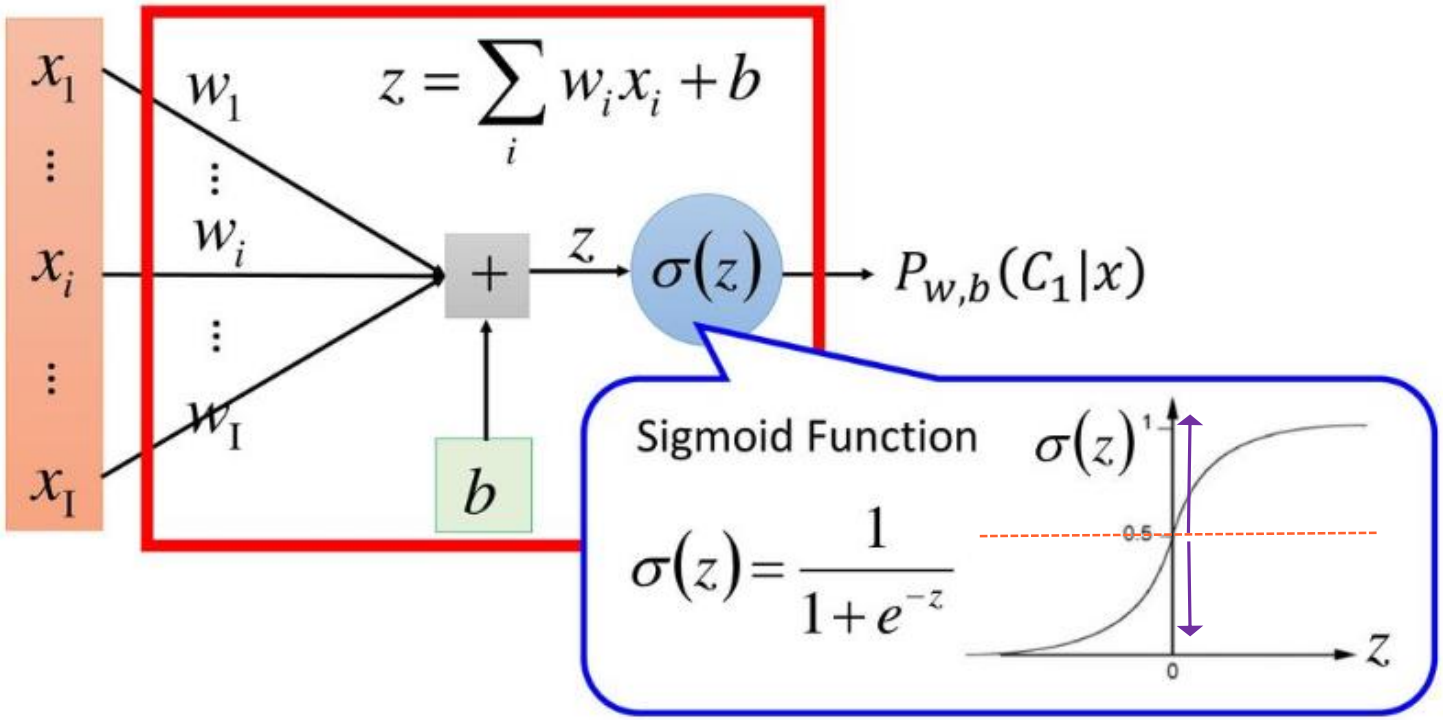


- **결과 기술 방식**
  - 4 개의 결과
    - **일반 레이블 방식**
      - **[0, 1, 0, 1]**
    - **One Hot Encoding 방식**
      - **[[1, 0], [0, 1], [1, 0], [0, 1]]**

이진 분류 개념



이진 분류 활성화 함수

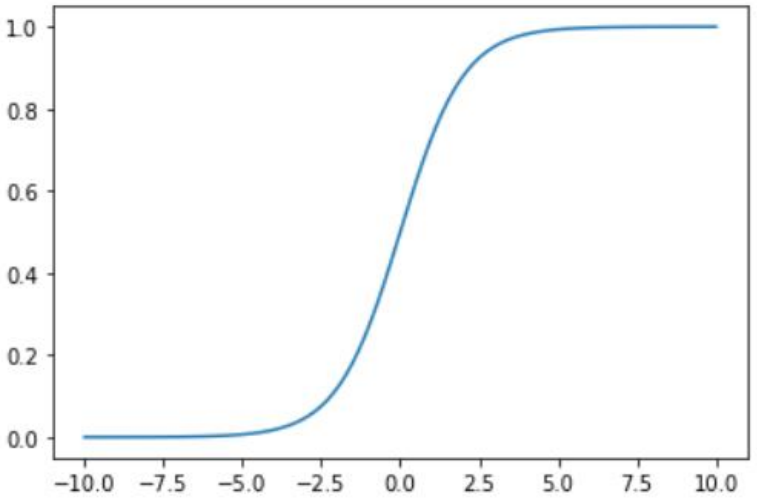

x_1
x_i
x_I
w_1
w_i
w_I
$z = \sum_i w_i x_i + b$
+
b
z
$\sigma(z)$
$P_{w,b}(C_1|x)$
Sigmoid Function
$\sigma(z) = \frac{1}{1+e^{-z}}$
$\sigma(z)$
1
0.5
0
z

시그모이드 함수

- **이진분류 모델의 출력층에 주로 사용되는 활성화 함수**
  - 0과 1사이의 값으로 출력
  - 출력 값이 특정 임계값(예를 들어 0.5) 이상이면 양성
    - **이하이면 음성이라고 판별**

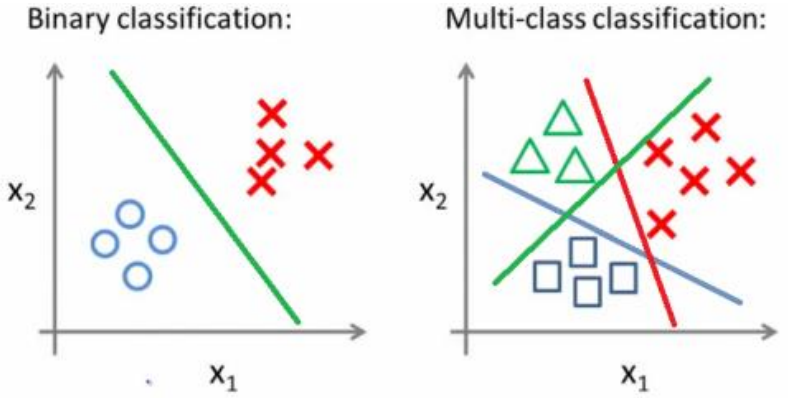
$$f(x) = \frac{1}{1 + e^{-x}}$$

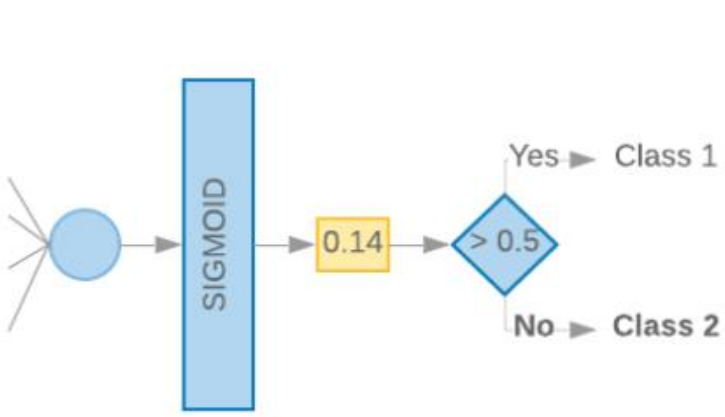
```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

x = np.linspace(-10, 10, 100)
y = 1 / ( 1 + np.exp(-x) )
plt.plot(x, y)
plt.show()
```

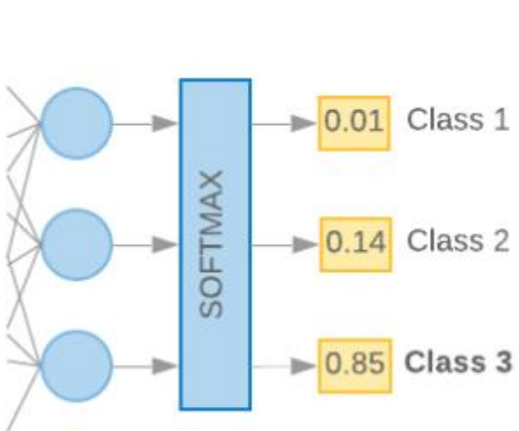


이진 분류와 다중 분류

- **시그모이드 함수와 소프트맥스 함수**

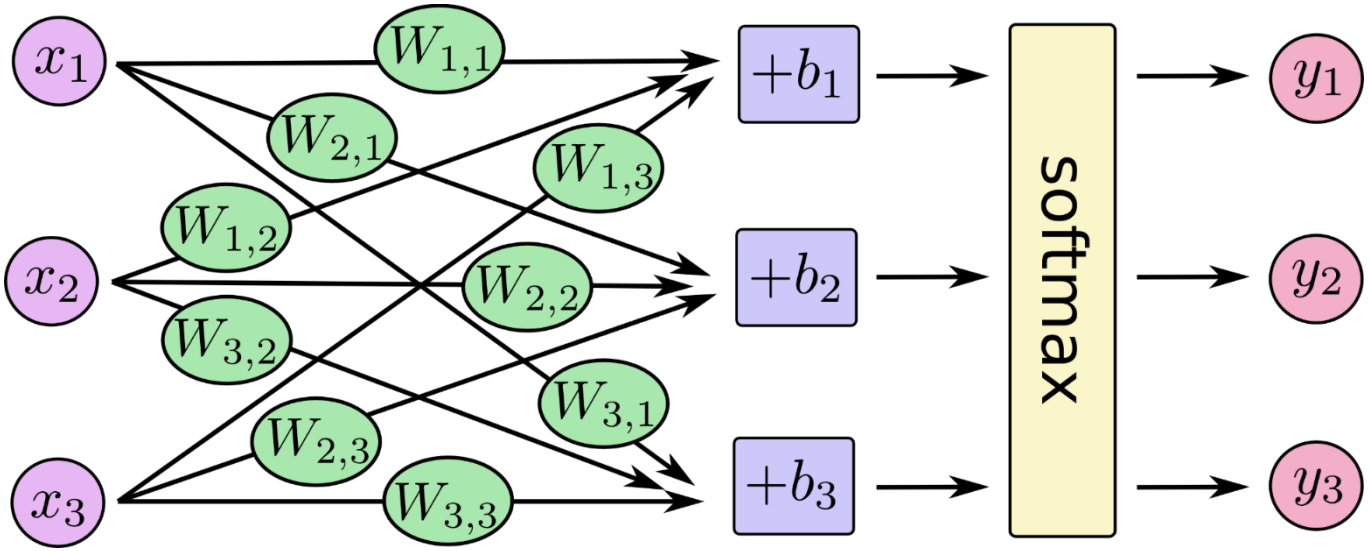






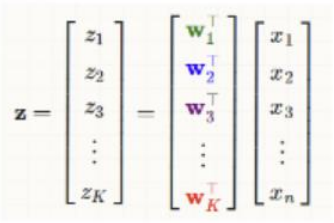
소프트맥스 함수

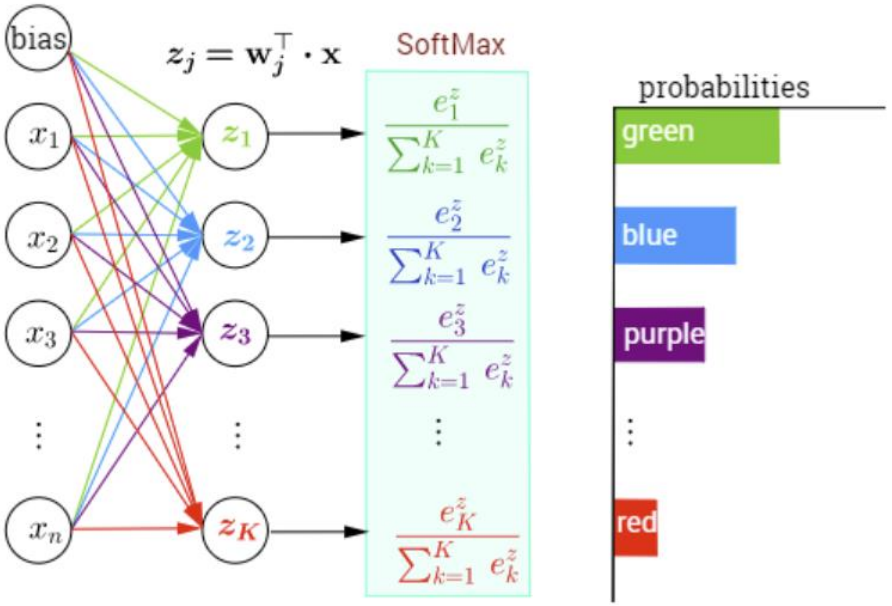
- **분류의 마지막 활성화 함수로 사용**
  - 모든 yi의 합은 1
    - **각각의 yi는 그 분류의 확률**



소프트맥스 함수

- **뉴런의 결과를 e의 지수승으로 하여 모든 합으로 나눈 결과**
  - exp(x) / tf.reduce_sum(exp(x))





The softmax as

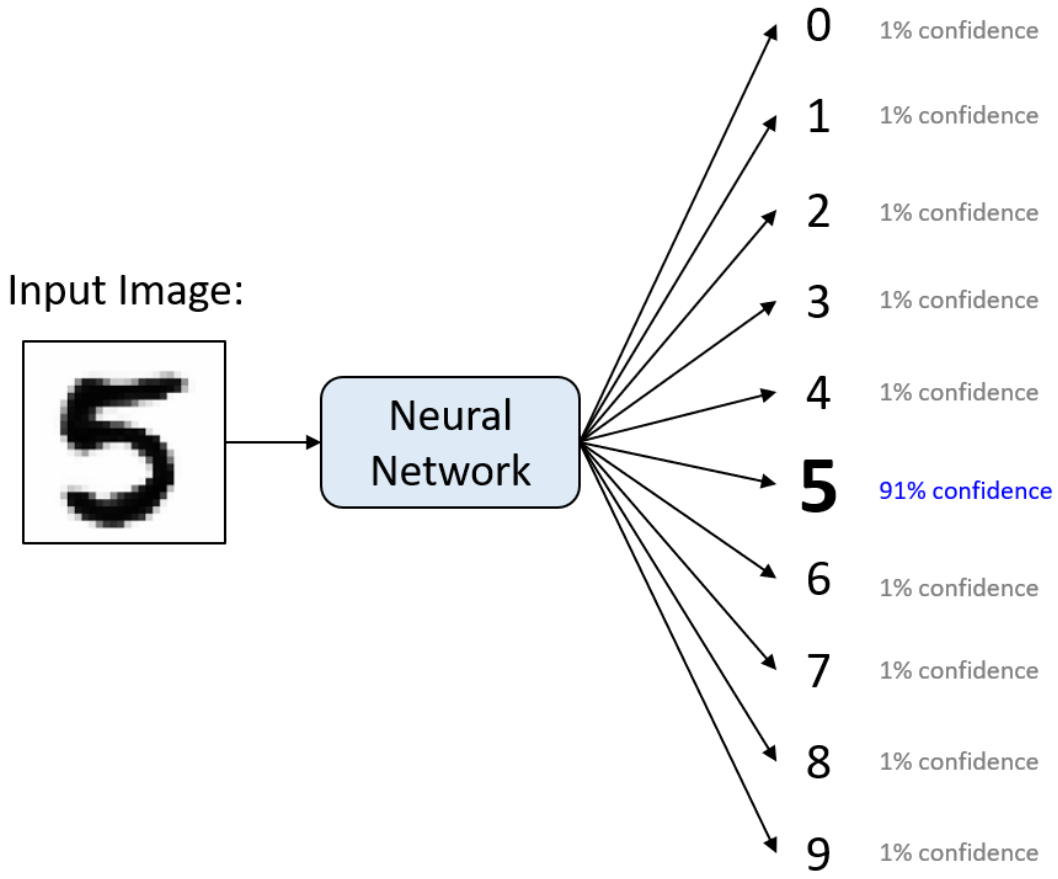
$$\sigma(j) = \frac{\exp(\mathbf{w}_j^\top \mathbf{x})}{\sum_{k=1}^K \exp(\mathbf{w}_k^\top \mathbf{x})} = \frac{\exp(z_j)}{\sum_{k=1}^K \exp(z_k)}$$

This will result in a normalization of the output adding up to 1, interpretable as a probability mass functionn.

http://rinterested.github.io/statistics/softmax.html

대표적 다중 분류

- **MNIST 손글씨**



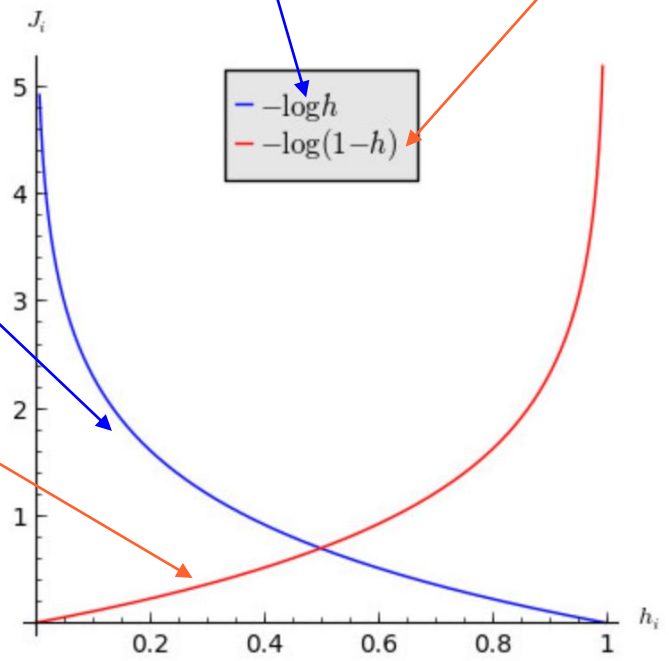
분류에서의 손실 함수

- **크로스 엔트로피**
  - 실제 데이터의 결과 값인 y
    - **y=1일 때**
      - **예측 값이 1에 가까워질수록 cost function의 값은 작아져야 함**
      - **반대로 0에 가까워질수록 cost function의 값이 무한대로 증가하게 되어 예측이 틀렸다는 것을 보여주어야 함**
    - **y= 0일 때**
      - **예측이 0으로 맞게 되면 cost function은 매우 작은 값을 가지고**
      - **반대로 예측이 1로 하게 되어 예측에 실패할 경우 cost 값이 무한대로 증가하여 틀렸다는 것을 알 수 있게 해야 함**

$$cost(W) = \frac{1}{m}\sum \quad c(H(x), y)$$

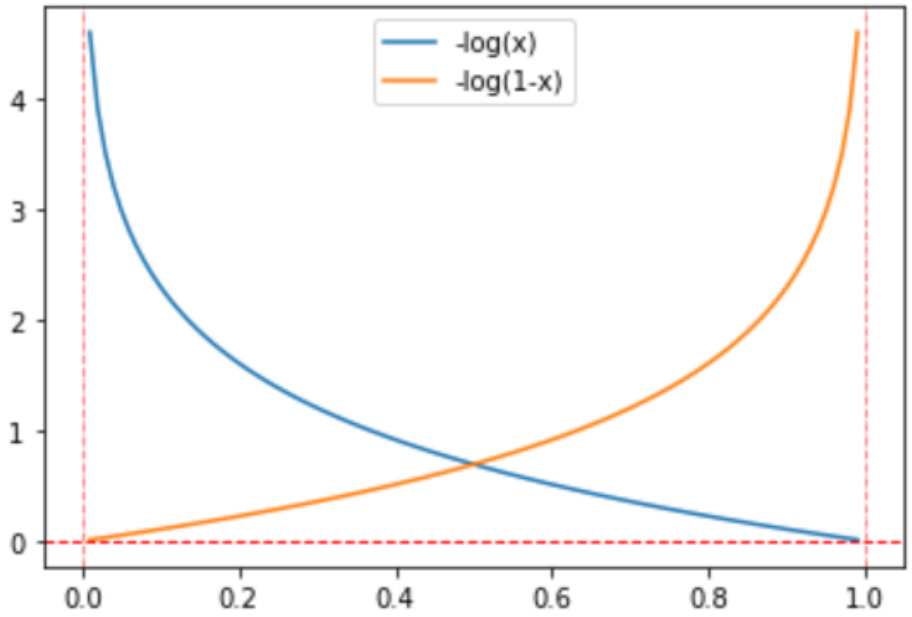
$$c(H(x), y) = \begin{cases} -log(H(x)) & : y = 1 \\ -log(1 - H(x)) & : y = 0 \end{cases}$$

$$C(H(x), y) = -ylog(H(x)) - (1 - y)log(1 - H(x))$$



크로스 엔트로피 손실 함수 직접 그리기

- **Cross entropy**




```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

alpha = 0.1e-1
x = np.linspace(0+alpha, 1-alpha, 100)
y1 = -np.log(x)
y2 = -np.log(1-x)

plt.axhline(y=0, color='r', linestyle='--',linewidth=1)
plt.axvline(x=1, color='r', linestyle='-.',linewidth=.5)
plt.axvline(x=0, color='r', linestyle='-.',linewidth=.5)
plt.plot(x, y1, label='-log(x)')
plt.plot(x, y2, label='-log(1-x)')
plt.legend(loc='best')
plt.show()
```

크로스 엔트로피 손실 함수

- **tf.keras.losses.categorical_crossentropy**
  - 정답
    - **y_true = [[0, 1, 0], [0, 0, 1]]**
  - 예측
    - **y_pred = [[0.05, 0.95, 0], [0.1, 0.8, 0.1]]**
  - 함수 적용
    - **Loss = tf.keras.losses.categorical_crossentropy(y_true, y_pred)**
  - 결과
    - **loss.numpy()**

```
1 import tensorflow as tf
2
3 y_true = [[0, 1, 0], [0, 0, 1]]
4 y_pred = [[0.05, 0.95, 0], [0.1, 0.8, 0.1]]
5 loss = tf.keras.losses.categorical_crossentropy(y_true, y_pred)
6 loss.numpy()
```

```
array([0.05129331, 2.3025851 ], dtype=float32)
```

정답이 2인데, 정답을 1이 0.8로 예측

정답이 2인데, 정답을 1이 0.8로
예측해 손실 값이 매우 큼

일반 값 사용 크로스 엔트로피 손실 함수

- **tf.keras.losses.categorical_crossentropy**
  - 정답: 원 핫 인코딩 유형
    - **y_true = [[0, 1, 0], [0, 0, 1]]**
- **tf.keras.losses.sparse_categorical_crossentropy**
  - 정답: 일반 유형
    - **y_true = [[1], [2]]**

```
import tensorflow as tf

# y_true = [[0, 1, 0], [0, 0, 1]]
y_true = [[1], [2]]
y_pred = [[0.05, 0.95, 0], [0.1, 0.8, 0.1]]
loss = tf.keras.losses.sparse_categorical_crossentropy(y_true, y_pred)
loss.numpy()
```

일반 값을 원핫으로 변환

- **일반 값을 원핫으로 변환해 크로스 엔트로피 손실 함수**

```
import tensorflow as tf

y_true = [[1], [2]]
y_true = tf.one_hot(y_true, depth=3)
print(y_true)
y_true = tf.reshape(y_true, [-1, 3])
print(y_true)
y_pred = [[0.05, 0.95, 0], [0.1, 0.8, 0.1]]

loss = tf.keras.losses.categorical_crossentropy(y_true, y_pred)
loss.numpy()
```

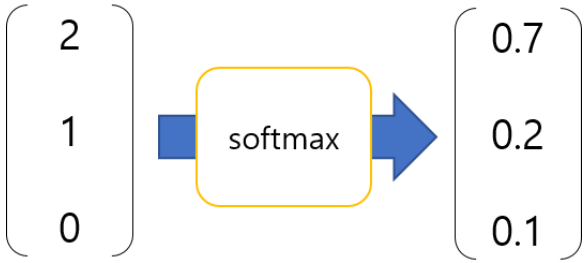
```
tf.Tensor(
[[[0. 1. 0.]]

 [[0. 0. 1.]]], shape=(2, 1, 3), dtype=float32)
tf.Tensor(
[[0. 1. 0.]
 [0. 0. 1.]], shape=(2, 3), dtype=float32)
array([0.05129331, 2.3025851 ], dtype=float32)
```

크로스 엔트로피

- **비용함수: Cross entropy**

$$H(p,q) = -\sum_x p(x)\ \log q(x).$$

  - p(x): 실제 분류 값
  - q(x)는 softmax 결과값(Y)



$$\text{softmax}(x)_i = \frac{\exp(x_i)}{\sum_j \exp(x_j)}$$

S

$$\begin{pmatrix} 0.7 \\ 0.2 \\ 0.1 \end{pmatrix}$$

L

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$H(p,q) = -\sum_x p(x)\ \log q(x).$$

$$-(1 * log0.7 + 0 * log0.2 + 0 * log0.1)$$

크로스 엔트로피 손실 값 직접 계산

$$H(p,q) = -\sum_x p(x)\,\log q(x).$$

S

0.7
0.2
0.1

L

1
0
0

$$H(p,q) = -\sum_x p(x)\,\log q(x).$$

$$-(1 * log0.7 + 0 * log0.2 + 0 * log0.1)$$

```
import tensorflow as tf
import numpy as np

y_true = tf.reshape(tf.one_hot([[1], [2]], depth=3), [-1, 3])
y_pred = [[0.05, 0.95, 0], [0.1, 0.8, 0.1]]

loss = tf.keras.losses.categorical_crossentropy(y_true, y_pred)
print(loss.numpy())

print(-np.log(0.95), -np.log(0.1))
```

```
[0.05129331 2.3025851 ]
0.05129329438755058 2.302585092994045
```

Softmax 함수

- **확률 값**
  - 결과를 모두 더하면 1

```
import tensorflow as tf
import numpy as np

a = np.array([[0.3, 2.9, 4.0]])
sm = tf.keras.activations.softmax(tf.convert_to_tensor(a))
print(sm.numpy())
```

```
[[0.01821127 0.24519181 0.73659691]]
```