오픈소스 SW Hand Writing

Date. No.

1-(a) $\vec{w}$ 사이즈: $(d+1) \times 1$, $\vec{y}$ 사이즈: $n \times 1$

1-(b) matrix A 사이즈: $n \times (d+1)$

$$A = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \cdots & x_1^d \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \cdots & x_2^d \\ & & \vdots & & \\ 1 & x_n & x_n^2 & \cdots & x_n^d \end{bmatrix}$$

1-(c)

$$A = \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \cdots & x_1^{n-1} \\ 1 & x_2 & x_2^2 & \cdots & x_2^{n-1} \\ & & \vdots & & \\ 1 & x_n & x_n^2 & \cdots & x_n^{n-1} \end{bmatrix}$$

$$\sim \begin{bmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 & \cdots & x_1^{n-1} \\ 0 & x_1-x_2 & x_1^2-x_2^2 & \cdots & x_1^{n-1}-x_2^{n-1} \\ & & \vdots & & \\ 0 & x_1-x_n & x_1^2-x_n^2 & \cdots & x_1^{n-1}-x_n^{n-1} \end{bmatrix}$$

determinant는 매트릭스가 가역인지를 보여주는 수이다. 매트릭스가 가역인지를 따지는 것은 매트릭스가 같은사이즈 아이덴티티 매트릭스와 row equivalent 한지를 따지는 것과 같다. 2x2 매트릭스에서 det은 pivot 끼리 곱한 값에서 나머지 두 값의 곱을 뺀것이다. nxn 매트릭스 ($n \geq 2$)에서 그 매트릭스의 원래 값부터 아이덴티티 매트릭스까지 바꾸는 과정에서 생기는 A처럼 서브 매트릭스의 pivot들의 곱으로 det를 표현할 수 있다.

$$\det A = a_{11} \det A_{11} - a_{12} \det A_{12} + \cdots + (-1)^{1+n} a_{1n} \det A_{1n}$$

$\det A_{ij}$ 역시 A_{ij}의 서브매트릭스의 det를 재귀적으로 구함으로써 구할수 있다.

1-(d) matrix A가 가역이다. Identity matrix와 row equivalent 하다. $A\vec{x} = \vec{0}$ 이 유일한 해를 갖는다.

1-(e) A가 가역, A^{-1}가 존재한다. $A\vec{w} = \vec{y} \rightarrow A^{-1}A\vec{w} = A^{-1}\vec{y} \rightarrow \vec{w} = A^{-1}\vec{y}$

A^{-1}과 $\vec{y}$를 곱해서 해를 구할수 있다.

2. $A\vec{w} = \vec{y} \rightarrow (A^TA)^{-1}A^T \cdot A\vec{w} = (A^TA)^{-1}A^T \cdot \vec{y} \rightarrow \vec{w} = (A^TA)^{-1}A^T\vec{y}$