

- 현재 스마트폰의 Battery 전압이 $5V$ 이고 10% ($0.5V$)까지 방전하려면 얼마나 걸리는가? (간, 50% ($2.5V$)까지 방전되지는데 10 시간 소요되었다.)

(Sol.) 방전속도 $\frac{dV}{dt}$ 는 V 에 비례로 가정하면 (Modelling)

(1st-order ODE, Linear, Non-homogeneous), $\frac{dV}{dt} = kV$, $\frac{dV}{V} = k dt$, $\int \frac{dV}{V} = \int k dt$
 $\ln(V) = kt + C$, $V = e^{kt+C} = e^C \cdot e^{kt} = \tilde{C} \cdot e^{kt}$
 $\therefore V = \tilde{C} \cdot e^{kt}$ (General Solution)

상수 \tilde{C} 를 구하기 위해서 초기조건을 써야 한다.

처음 ($t=0$) Battery 전압이 (만충) $5V$ 이다. 즉 $V(0) = 5$

$$V(0) = \tilde{C} \cdot e^{k \cdot 0} = \tilde{C} \cdot 1, \quad \tilde{C} = 5$$

(Initial Condition)

따라서, $V(0) = 5 \cdot e^{k \cdot 0}$ (Particular Solution)

Battery 전압이 10% ($0.5V$)까지 방전하는 시간을 구하는 것이 목적이니까 $V(t) = 0.5$ 으로 놓고 시간 t 를 구하면 된다.

$$V(t) = 5 \cdot e^{kt} \text{ 에서 } 0.5 = 5e^{kt} \text{ 따라서 } e^{kt} = \frac{0.5}{5} = 0.1$$

$$kt = \ln(0.1), \quad t = \frac{1}{k} \ln(0.1)$$

비례상수 k 를 구하려면 위 조건을 대입해서 구하면 된다.

10 시간 후에 50% ($2.5V$) 방전 되는 조건을 가지고 구하면

$$V(0) = 5 \cdot e^{k \cdot 0} \text{ 이 대입해보면 } V(10) = 2.5 \text{ 이니까}$$

$$V(10) = 2.5 = 5 \cdot e^{k \cdot 10}, \quad e^{k \cdot 10} = \frac{2.5}{5} = 0.5$$

$$10 \cdot k = \ln(0.5), \quad k = \frac{1}{10} \ln(0.5) = -0.07$$

$$V(t) = 5 \cdot e^{-0.07t}$$

원래는 방전이 10% ($0.5V$)까지 소요되는 시간을 구하는 거니까

$$V(t) = 0.5 \text{ 에서 } 0.5 = 5 \cdot e^{-0.07t}, \quad e^{-0.07t} = \frac{0.5}{5}$$

$$-0.07t = \ln\left(\frac{0.5}{5}\right), \quad t = -\frac{1}{0.07} \ln(0.1)$$

$$\therefore t = -\frac{1}{0.07} \times (-2.30) = 32.96 \text{ 시간}$$

* check
 $V' = (5e^{kt})'$
 $= k \cdot \frac{e^{kt}}{(=V)}$
 $= k \cdot V$

