

文章编号: 1001-8360(2009)06-0053-05

基于可控金字塔的轮廓波变换构造及其应用

王蕊^{1,2}, 尹忠科¹, 龙奕¹

(1. 西南交通大学 信号与信息处理实验室, 四川 成都 610031;

2. 西南交通大学峨眉校区 计算机与通信工程系, 四川 峨眉 614202)

摘 要: 针对轮廓波变换存在频谱混淆现象等缺陷, 利用满足精确重构条件的可控塔式分解替代轮廓波变换中的拉普拉斯分解, 提出一种由非抽样可控金字塔和方向滤波器组实现的可控金字塔轮廓波变换 SPCT (Steerable Pyramid Contourlet Transform)。在该变换中, 可控金字塔将图像分解为多个不同分辨率的细节子带和一个低频子带, 方向滤波器组再将各细节子带分解为方向子带。该变换去掉了可控金字塔的抽样环节, 方向分解具有高度灵活性, 因而具有平移不变性。利用可控金字塔轮廓波变换 SPCT 对 Lena 图像进行自适应图像去噪, 并与基于小波变换和轮廓波变换的去噪算法进行比较。实验结果表明, 利用本文提出的算法能有效地抑制频谱混淆现象, 并且更有效地保持了细节和纹理, 其峰值信噪比和视觉效果均有较大改善。

关键词: 图像处理; 轮廓波变换; 可控金字塔; 图像去噪

中图分类号: TP391 文献标志码: A doi: 10.3969/j.issn.1001-8360.2009.06.009

Construction of Contourlet Transform Based on Steerable Pyramid and Its Application

WANG Rui^{1,2}, YIN Zhong-Ke¹, LONG Yi¹

(1. Laboratory of Signal and Information Processing, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China;

2. Department of Computer & Communication Engineering, Southwest Jiaotong University, Sichuan Emei 614202, China)

Abstract: In order to overcome the frequency spectrum aliasing limitation, the Steerable Pyramid Contourlet Transform (SPCT) is proposed based on the nonsubsampling steerable pyramid and directional filter bank. The Laplacian pyramid in the contourlet transform is replaced with the steerable pyramid which satisfies perfect reconstruction conditions. The steerable pyramid decomposes an image into multi-resolution detail subbands and one low-frequency subband, and the detail subbands are decomposed into directional subbands by the directional filter bank. The nonsubsampling steerable pyramid has no downsampling or upsampling, and hence it is shift-invariant. Denoising Lena images using adaptive thresholding show that the proposed algorithm can efficiently suppress frequency spectrum aliasing and preserve detailed information and textures of the original image. Compared with the denoising algorithm based on the wavelet transform and contourlet transform, the proposed algorithm improves both the peak signal-to-noise ratio and visual quality significantly.

Key words: image processing; contourlet transform; steerable pyramid; image denoising

常用的二维小波是由两个一维正交小波的张量积形成, 其方向选择性非常有限, 只有水平、垂直、对角线 3 个方向的二维小波不能以最稀疏的方式表示图像的轮廓及边缘信息, 它不是表示图像的最优基, 这就使得小波变换在处理二维图像时表现出一定的局限

性。为此 Candes 和 Donoho 等相继提出了脊波变换 (ridgelet transform)、曲线波变换 (curvelet transform)。脊波是在二维连续空间 R^2 中定义的多方向小波, 在离散二维空间中要借助 Random 变换及一维小波变换实现, 它是表示具有直线边缘图像的最优基。曲线波是脊波的推广, 它结合了分块脊波变换和子带分解算法, 具有良好的空域和频域局部性及非线性逼近性能, 是表示具有二阶可微的平滑曲线边缘图像的最优基。

收稿日期: 2008-03-27; 修回日期: 2008-05-07

基金项目: 国家自然科学基金(60772084);
国家科技重大专项课题(2008ZX05046)

作者简介: 王蕊(1979—), 女, 甘肃平凉人, 讲师, 硕士。

E-mail: 15441065@qq.com

Do 和 Vetterli 等提出了一种多分辨率多方向图像变换, 即轮廓波变换 (contourlet transform)^[1-4], 它可视为 curvelet 的一种离散实现。但轮廓波变换也存在一些不足: 轮廓波变换的基函数光滑度不理想, 存在频谱混淆现象, 从而削弱了它的方向选择性。针对轮廓波变换的这些局限, 本文构造了一种基于非抽样可控金字塔的轮廓波变换, 并将其应用于图像去噪, 取得了良好效果。

1 轮廓波变换理论

图 1 是轮廓波变换原理图, 它由拉普拉斯塔式分解 LP (Laplacian Pyramid) 和方向滤波器组 DFB (Directional Filter Banks) 实现。实现步骤如下:

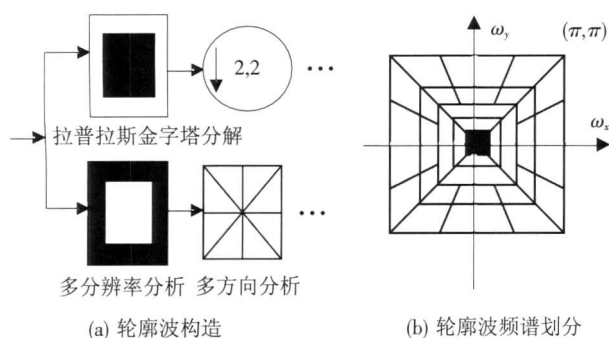


图 1 轮廓波变换

第 1 步 由拉普拉斯塔式分解对图像进行多尺度分解以“捕获”奇异点。每一次的 LP 分解都会产生一个分辨率为上一级低通子带一半的低通子带和一个与上一级低通子带分辨率相同的带通子带, 在低通子带上使用这样的 LP 分解进行迭代, 就可以实现图像的多尺度分解。拉普拉斯塔式分解把原始图像分解为低频子带和高频子带。其中低频子带是由原始图像经过二维低通滤波和隔行隔列下抽样产生; 低频子带经过上抽样和低通滤波后形成与原始图像尺寸相同的低频分量, 原始图像减去这个低频分量形成高频子带。在实现轮廓波变换时, 拉普拉斯塔式分解中的滤波器为二维可分离双正交滤波器组, 它们的带宽均大于 $\pi/2$, 根据多抽样率理论, 对滤波后的图像再进行隔行隔列下抽样会产生频谱混淆, 因此低频子带和高频子带均存在频谱混淆现象。

第 2 步 将由第 1 步 LP 滤波器产生的带通图像通过二维方向滤波器组“捕捉”其方向奇异性, 把分布在同方向上的奇异点合成为一个系数。DFB 的作用是捕获图像的高频信息, 通过 l 层树状结构的分解快速实现, 产生两个楔形子带, 每个子带分别代表一个方向。Contourlet 变换的结果是用类似于轮廓线段 (Contour segment) 的基结构来逼近原图像。

2 基于可控金字塔的轮廓波变换

为减少轮廓波变换的频谱混叠现象, 并增强它的方向选择性, 本文采用非采样的可控金字塔分解 (Steerable Pyramid)^[5-8] 和 DFB 构造了基于非采样的可控金字塔的轮廓波变换。

2.1 可控金字塔

可控金字塔变换能够把图像分解成不同尺度、多方向的子带系列, 不仅保持了紧支集正交小波的特点, 而且具有平移不变性及方向可操纵等优点, 因此可以有效地抑制吉布斯效应, 准确地检测出目标的边缘、纹理以及奇异点等特征, 可以增强轮廓波的方向选择性。频域内的可控金字塔变换分解和重构示意图如图 2 所示, 其中 $S(w)$ 和 $S^*(w)$ 为原始图像和重构后的图像; $H_0(w)$ 、 $L_0(w)$ 和 $L_1(w)$ 分别为高通、低通和窄带滤波器; $\{B_k(w) | (k=1, 2, \dots, K)\}$ 是具有方向可控选择特性的带通滤波器组; “ $\downarrow 2$ ” 和 “ $\uparrow 2$ ” 分别表示下采样和上采样。

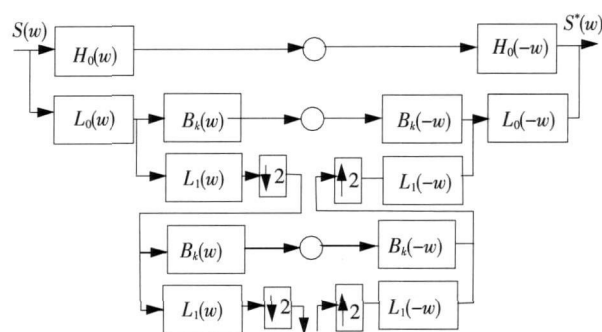


图 2 方向金字塔分解和重构示意图

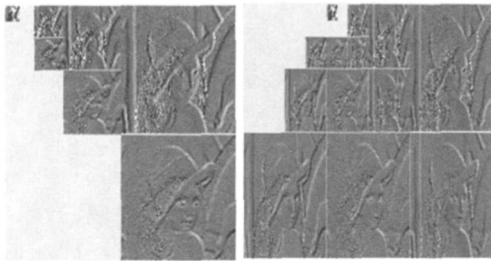
在第一级可控金字塔变换中通过使用滤波器 $H_0(w)$ 和 $L_0(w)$, 一幅图像首先被分解成高通和低通两个子带, 图像的低通子带与高斯滤波器 $L_1(w)$ 并下采样得到图 $I_{02}(w)$, 再与各个方向可控滤波器 $\{B_k(w) | (k=1, 2, \dots, K)\}$ 进行卷积, 得到方向可控金字塔各层图像的模式为

$$M_k = (I_{0k}(\sum_{q=0}^3 B_k(w_q) \cos(w_q))^2 + I_{0k}(\sum_{q=0}^3 B_k(w_q) \sin(w_q))^2)^{1/2}$$

其中, $w_q = q\pi/4$, k 为方向可调滤波器分解的层数; $B_k(w_q)$ 为第 k 层所采用的带通滤波器, 本文中的带通滤波器不随尺度的改变而改变。图 2 中的椭圆代表各级可控金字塔变换分解后的子带系数。可控金字塔的逆变换如图 2 中的右半部分。

图 3 是利用可控金字塔对 Lena 图像经过 3 层分解, 得到 3 层不同方向的子带图像和第 3 层的低频图

像。经可控金字塔分解得到的带通子带信号的方向可由 $w_q = \{q\mathcal{V}(n+1)\}$, $q=0,1,\dots,n$ 决定。图 3(a) 使用滤波器组 sp1 Filters 对 Lena 图像进行可控金字塔的 DFB 多方向分解($n=1$), 子带图像分别有 0° 和 90° 两个方向。图 3(b) 为使用滤波器组 sp3 Filters 对 Lena 图像进行可控金字塔的 DFB 多方向分解($n=3$), 子带图像分别有 0° 、 45° 、 90° 、 135° 四个方向。



(a) 图像多分辨率分解($n=1$) (b) 图像多分辨率分解($n=3$)

图 3 Lena 图像经可控金字塔 3 层分解后的图像

在频域里, 可控金字塔多分辨率分析是极坐标可分离的分解过程, 如图 4 所示。图 4 中设子带数为 4, 频率范围为 $-\pi$ 到 π , 阴影区域代表垂直方向的子带频率范围。可控金字塔能独立分解出不同尺度、不同方向的子带信息, 由于没有混叠现象, 同时子带方向具有可调节性, 使其具有平移不变和旋转不变的特点, 这有利于减少图像处理过程中的失真。

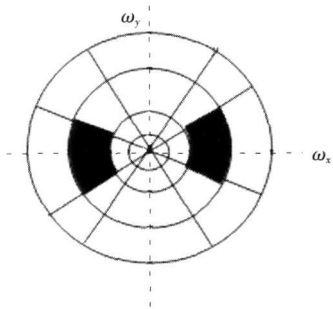


图 4 可控金字塔多分辨率分析的频谱分解

2.2 非采样的可控金字塔

根据等效易位定理, 如果某传递函数 $H(w)$ 之前有一个下采样环节, 可以将这个下采样环节移到该传递函数之后, 但要将该传递函数 $H(w)$ 修改为 $H(2w)$, 变换前后的两个系统等价; 同样如果某传递函数 $H(w)$ 之后有一个上采样环节, 可以将这个上采样环节移到该传递函数之前, 但也要将该传递函数 $H(w)$ 修改为 $H(2w)$ 。将图 2 中降采样环节和升采样环节的位置进行后移或前移并相应修改与之相邻的滤波器的系数, 从而可将图 2 变换为图 5 (可控金字塔框架变换分解和重构示意图)。在图 5 中去掉了下采样

与上采样, 因为先下采样再接着上采样的效果只是增加信号分解和重构过程中的频率混叠效应, 使变换不具有平移不变性。在第一级可控金字塔框架变换分解中通过使用滤波器 $L_0(w)$ 和 $H_0(w)$, 一幅图像首先被分解成低通和高通两个子带, 图像的低通子带被继续分解成一系列具有方向可控选择特性的带通子带和一个更低频子带。下一级可控金字塔框架变换分解就是采用 $\{B_k(w) | (k=1,2,\dots,K)\}$ 和 $L_1(w)$ 分别对上一级更低频子带进行滤波。由于可控金字塔框架变换分解和重构中不存在下采样和上采样环节, 图像的分解和重构过程中不具有频率混叠项, 变换具有平移不变性, 能有效抑制吉布斯效应, 有利于图像去噪。

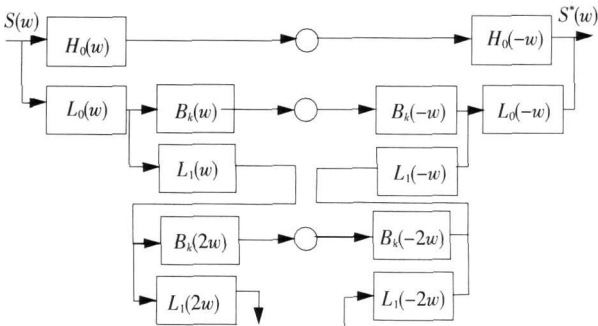


图 5 去掉采样环节后的可控金字塔分解重构示意图

为避免信号的幅度失真, 滤波器系数有以下限制

$|H_0(w)|^2 + |L_0(w)|^2 = 1 \tag{1}$

$|L_1(w)|^2 + \sum_{k=1}^K |B_k(w)|^2 = 1 \tag{2}$

对于具有方向选择特性的带通滤波器 $\{B_k(w) | (k=1,2,\dots,K)\}$ 有以下幅角限制

$B_k(w) = B(w)[-j \cdot \cos(\theta - \theta_k)]^{K-1} \tag{3}$

其中, $B(w) = \sqrt{\sum_{k=1}^K |B_k(w)|^2}$, $\theta = \arg(w)$, $\theta_k = \frac{(k-1)\pi}{K}$, $k=1,2,\dots,K$ 。

2.3 基于非采样可控金字塔的轮廓波变换

本文利用非抽样可控金字塔式分解和方向滤波器组构造多分辨率多方向图像变换如图 6 所示。该变换去除了轮廓波变换的下抽样过程, 其冗余度大于轮廓波变换, 这对图像去噪十分有利。与轮廓波变换不同, 基于非采样可控金字塔的轮廓波变换中的多分辨率分解不是通过拉普拉斯塔式分解来实现, 而是直接由满足精确重构条件的可控金字塔实现。基于可控金字塔的轮廓波变换可分为两步进行: 首先利用可控金字塔取代拉普拉斯金字塔式变换进行子带分解, 然后对除最低频子带外的其他所有子带采用方向滤波器组进行分解。

由于在非抽样塔式分解过程中没有抽样环节, 即

使滤波器的带宽大于 $\pi/2$,其低频子带和高频子带也不会有频谱混淆现象产生。从图 1(b)可以看出,在轮廓波变换的频带划分中,各方向子带的频域支撑区均为梯形。而在图 6(b)所示的基于非采样的可控金字

方差逐层进行估计,一般取 $C=0.674\ 5^{[11-13]}$; $W_{g_{i,j}}(l)$ 是为加噪图像进行可控金字塔的轮廓波变换的第 l 层系数,有

$$\hat{c}_{i,j}^2(l)=\frac{\text{Median}(|W_{g_{i,j}}(l)|)}{C}\tag{5}$$

第 3 步 使用 $T(l)=\hat{c}_{i,j}^2(l)\sqrt{2\lg M(l)}$ 确定各高频子带的阈值,其中, $M(l)$ 为第 l 层分解系数的数目。

第 4 步 对不同子带、不同方向的分解系数进行硬阈值处理。

第 5 步 对处理后的系数进行轮廓波反变换。

4 实验结果

实验选取 512×512 的 Lena 等图像,对本文去噪算法的有效性进行验证,并进行了对比,所用到的轮廓波变换及轮廓波变换进行的总分解层数均为 $J=3$,轮廓波各层的方向分解数目选定为 2^l ,其中 l 为分解层数。改进的轮廓波分解的层数为 3 ,每层的不同方向子带分解的方向为 4 个方向。表 1 给出对不同强度噪声的 Lena 图像去噪 PSNR 对比结果。

表 1 不同强度噪声的 Lena 图像去噪 PSNR 对比结果

	噪声 方差 δ	加噪图像 PSNR/dB	小波自 适应去噪 PSNR/dB	轮廓波 自适应去噪 PSNR/dB	本文算法 PSNR/dB
Lena	20	22.1187	28.3100	29.1473	29.6914
	30	18.7203	27.5446	27.6364	28.2382
	40	16.3523	25.4901	26.0701	26.9077
house	20	22.1461	28.0913	28.2851	29.0725
	30	18.7047	25.5508	25.9222	26.8743
	40	16.3406	24.7608	24.9420	25.8487

图 7 为 Lena 图像噪声方差为 20 时使用不同方法的去噪效果。从实验结果可见,3 种去噪方法得到的图像细节上均出现不同程度的模糊,本文方法,视觉上都要优于有背景噪声的自适应多阈值小波去噪效果和轮廓波去噪效果,而且得到的峰值信噪比(PSNR)比自适应多阈值小波去噪算法高 1.3 dB,比自适应轮廓波去噪算法高 0.5 dB。仔细分辨,发现本文方法得到的去噪效果(图 7(e))较前两种去噪清晰。

表 1 是本文方法与自适应多阈值的小波去噪和自适应多阈值的轮廓波方法对比结果。噪声方差为 20 的情况下,对于 Lena 图像,利用本文去噪方法的去噪效果的 PSNR 比轮廓波自适应方法 29.1473 dB 高 0.55 dB;噪声方差为 40 的情况下,Lena 去噪效果的 PSNR 比轮廓波自适应方法 26.071 dB 高 0.8376 dB。

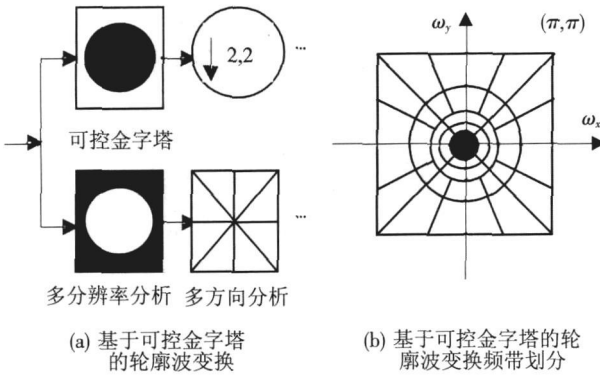


图 6 基于可控金字塔的轮廓波变换

塔轮廓波变换频带划分中,除最高分辨率的方向子带外,其余方向子带的频域支撑区为扇形,这与视皮层变换是一致的。因此基于非采样的可控金字塔轮廓波变换更符合人眼视觉特性。使得图像去噪的视觉效果更好。

3 基于可控金字塔的轮廓波变换在图像去噪中的应用

基于可控金字塔的轮廓波变换不仅具有小波变换的多分辨率特性及时(空)频局部性,还具备良好的方向选择性,它在图像处理中有广泛的应用前景。本文采用阈值去噪法对图像进行去噪,其基本思想是对噪声图像进行基于可控金字塔的轮廓波变换,得到变换系数。通过一个恰当的阈值将变换域系数中的噪声点和信号点完全区分开来,随后通过反变换重构图像,从而达到去除原图像噪声的目的。本文使用的是硬阈值函数,对于小波变换后的系数,设定阈值 T ,硬阈值函数为

$$\phi(x)=\begin{cases}x & x>T\\0 & \text{其它}\end{cases}\tag{4}$$

式中, $\phi(x)$ 为去噪后的小波系数。

去噪算法^[9-10] 简述如下:

第 1 步 设原始图像 $\{f_{i,j}; i,j=1,2,\dots,n; n\in N\}$, $f_{i,j}$ 表示图像中 (i,j) 点的灰度值。加噪声图像表示为 $\{g_{i,j}=f_{i,j}+\varepsilon_{i,j}; i,j=1,2,\dots,n; n\in N\}$,其中, $\{\varepsilon_{i,j}\}\sim N(0,\delta^2)$ 。对图像进行基于可控金字塔的轮廓波变换。

第 2 步 方差估计:对轮廓波分解的 J 层系数的



(a) 原图像 (b) 噪声图像 (c) 小波去噪图像



(d) 轮廓波去噪图像 (e) SPCT 去噪图像

图 7 Lena 图像去噪结果($\delta=20$)

本文轮廓波变换过程采用可控金字塔, 其方向选择性强, 因此去噪时能够保持较好的图像细节特征, 另一方面, 变换后的阈值去噪方法上能够结合图像自身的局部灰度特征做到优化去噪, 因此能够取得高的 *PSNR*。

5 结束语

针对轮廓波变换的不足, 本文提出了由可控金字塔滤波器组和方向滤波器组实现的轮廓波变换。利用该方法对图像进行去噪, 取得了良好的去噪效果。利用本文方法再结合一些新的工具应用于其他领域, 例如在 SAR 图像降斑中的应用是需要进一步研究的工作。

参考文献:

- [1] Do M N. Contourlets and sparse image expansions[J]. Proceedings of SPIE Applications in Signal and Image Processing, 2003, 5207(9): 560-570.
- [2] Do M N, Vetterli M. The contourlet transform: An efficient directional multiresolution image representation [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2005, 14(12): 2091-2106.
- [3] Po D D Y, Do M N. Directional multiscale modeling of images using the contourlet transform [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2006, 15(6): 1610-1620.

- [4] Eslami R, Radha H. Image denoising using translation-invariant contourlet transform [C] // IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing. 2005, 4: 557-560.
- [5] Simoncelli E P. The steerable pyramid: a flexible architecture for multi-scale derivative computation [C] // 2nd Annual IEEE Conference on Image Processing. 1995, 3: 444-447.
- [6] Karasaridis A, Simoncelli E. A Filter Design Technique for Steerable Pyramid Image Transforms [C] // IEEE International Conference on Acoustics Speech and Signal Processing. 1996, 4: 2387-2390.
- [7] Bharath A A, Ng J. A steerable complex wavelet construction and its application to image denoising [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2005, 14(7): 948-959.
- [8] 李振华, 敬忠良. 基于方向金字塔框架变换的遥感图像融合算法 [J]. 光学学报, 2005, 25(5): 598-602.
LI Zhen-hua, JING Zhong-liang. Remote Sensing Image Fusion Based on Steerable Pyramid Frame Transform [J]. Acta Optica Sinica, 2005, 25(5): 598-602.
- [9] Chang S G, Yu B, Vetterli M. Adaptive Wavelet Thresholding for Image Denoising and Compression [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2000, 9(9): 1532-1546.
- [10] 刘成云, 陈振学, 马于涛. 自适应阈值的小波图像去噪 [J]. 光电工程, 2007, 34(6): 77-81.
LIU Cheng-yun, CHEN Zhen-xue, MAO Yu-tao. Adaptive wavelet thresholding method for image denoising [J]. Opto-Electronic Engineering, 2007, 34(6): 77-81.
- [11] Sendur L, Selesnick I W. Bivariate Shrinkage Functions for Wavelet-based Denoising Exploiting Interscale Dependency [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2002, 50(11): 2744-2756.
- [12] Donoho D L, Johnstone I M. Ideal Spatial Adaptation via wavelet shrinkage [J]. Biometrika, 1994, 81(12): 425-455.
- [13] Chen G Y, Bui T D. Multiwavelet Denoising Using Neighboring Coefficients [J]. IEEE Signal Processing Letters, 2003, 10(7): 211-214.

(责任编辑 江 峰)