[Pttktt]DAP AN DE THI CK HKII2021-2022 (tom tat)

Phân tích thiết kế thuật toán (Trường Đại học Công nghệ thông tin, Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh)

Câu 1a: 1 điểm

❖ Chứng minh:

$$\Theta(\alpha g(n)) = \Theta(g(n))$$

Câu 1a: CM $\Theta(\alpha g(n)) = \Theta(g(n))$

(1) CM: $\Theta(\alpha g(n)) \subset \Theta(g(n))$ $\boxed{0{,}5đ}$

Xét 1 hàm bất kỳ $f(n) \in \Theta(\alpha g(n))$

Ta có: $\exists\, c_1, c_2 \in \mathbb{R}^+, n_1 \in \mathbb{N}$ sao cho

$c_1 \alpha g(n) \le f(n) \le c_2 \alpha g(n)$ ∀n

Suy ra $\exists\, d_1 = c_1\alpha, d_2 = c_2\alpha \in \mathbb{R}^+$, sao c

$d_1 g(n) \le f(n) \le d_2 g(n)$ ∀n

Theo định nghĩa hàm Theta $f(n) \in \Theta(g($

ta có đpcm

(2) CM $\Theta(g(n)) \subset \Theta(\alpha g(n))$ $\boxed{0{,}5đ}$

Xét 1 hàm bất kỳ $f(n) \in \Theta(g(n))$

Ta có $\exists\, c_1, c_2 \in \mathbb{R}^+, n_1 \in \mathbb{N}$ sao cho

$c_1 g(n) \le f(n) \le c_2 g(n)\ \forall n \ge n_1$

Suy ra $\exists\, d_1 = \frac{c_1}{\alpha}, d_2 = \frac{c_2}{\alpha} \in \mathbb{R}^+$ sao cho

$d_1 \alpha g(n) \le f(n) \le d_2 \alpha g(n)\ \forall n \ge n_1$

Theo định nghĩa hàm Theta: $f(n) \in \Theta(\alpha g$

ta có đpcm

Từ (1)(2) => CM xong.

GV: Huỳnh Thị Thanh Thương

7/21/2022

Câu 1b: 1.5 điểm

Nếu sai 1 vị trí và sv có giải thích trong quá trình làm thì được 0.5đ cho mỗi group

Group 1:

$$f_1(n) = n^4\binom{n}{2}$$
$$f_2(n) = \sqrt{n}(\log n)^4$$
$$f_3(n) = n^{5\log n}$$
$$f_4(n) = 4\log n + \log\log n$$
$$f_5(n) = \sum_{i=1}^{n} i$$

$$f_4 < f_2 < f_5 < f_1 < f_3$$

0.75 đ

Group 2:

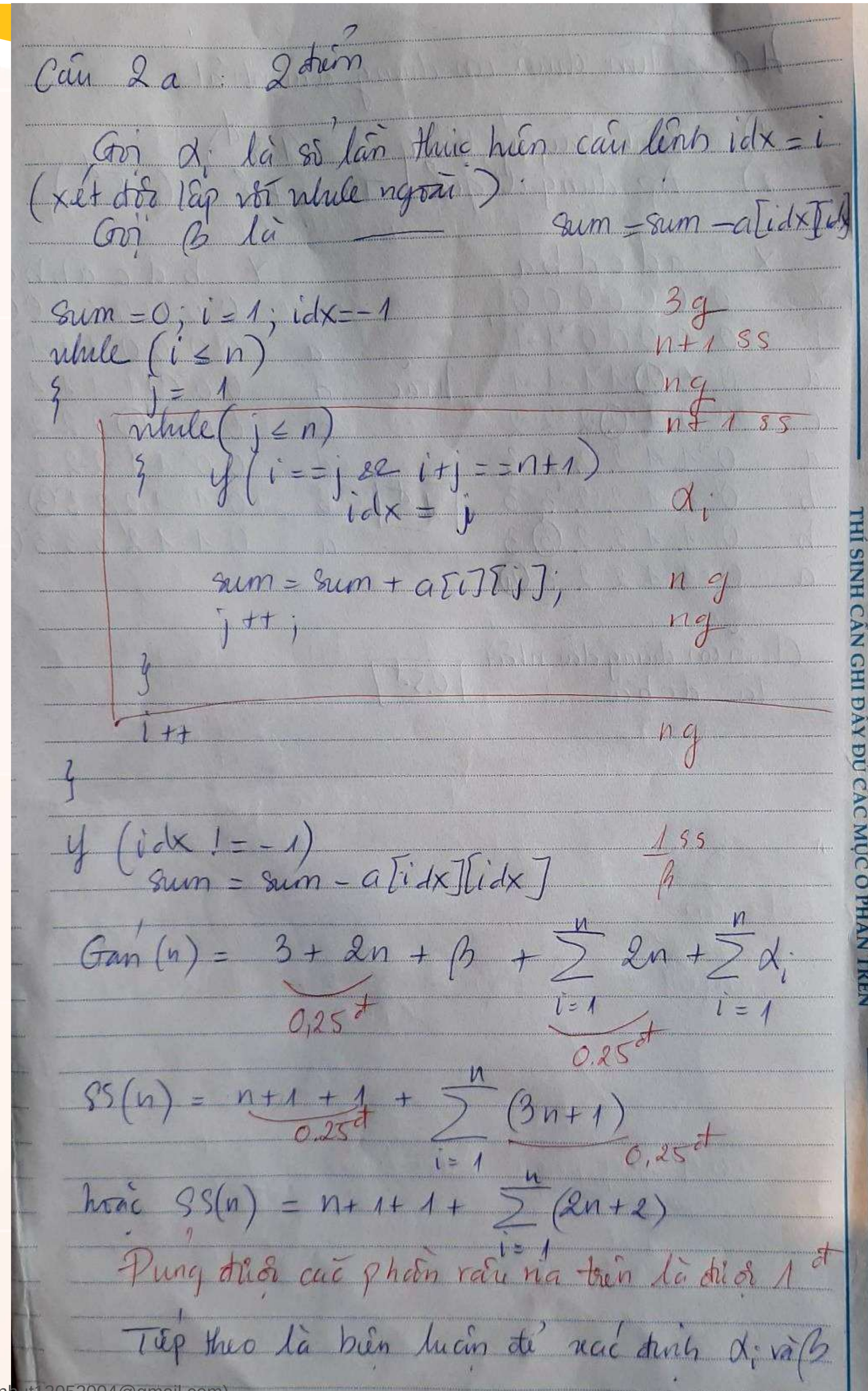
$$f_6(n) = n^{\sqrt{n}}$$
$$f_7(n) = n^{\log n}$$
$$f_8(n) = 2^{n/2}$$
$$f_9(n) = 3^{\sqrt{n}}$$
$$f_{10}(n) = 4^{n^{1/4}}$$

$$f_7 < f_{10} < f_6 = f_9 < f_8$$

0.75 đ

Câu 2a: Phương pháp đếm

2 điểm



Câu 2a : 2 điểm

Gọi α_i là số lần thực hiện câu lệnh idx = i (xét đối lặp với while ngoài).

Gọi β là ______ sum = sum − a[idx][idx]

```
sum = 0; i = 1; idx = -1          3g
while (i <= n)                    n+1 ss
{       j = 1                     ng
    while (j <= n)                n+1 ss
    {    if (i == j && i+j == n+1)
                idx = j           α_i

         sum = sum + a[i][j];     n g
         j++;                     ng
    }
    i++                           ng
}
if (idx != -1)                    1 ss
    sum = sum - a[idx][idx]       β
```

$$Gán(n) = \underbrace{3 + 2n}_{0{,}25đ} + \beta + \underbrace{\sum_{i=1}^{n} 2n}_{0.25đ} + \sum_{i=1}^{n} \alpha_i$$

$$SS(n) = \underbrace{n+1+1}_{0.25đ} + \sum_{i=1}^{n} \underbrace{(3n+1)}_{0{,}25đ}$$

hoặc $SS(n) = n+1+1+\sum_{i=1}^{n}(2n+2)$

Đúng điểm các phần nêu ra trên là được 1đ

Tiếp theo là biện luận để xác định α_i và β

GV: Huỳnh Thị Thanh Thương

7/21/2022

Câu 2a: Phương pháp đếm

2 điểm

Có n trường hợp $i = j$ } => Có bao nhiêu TH trùng

n trường hợp $i + j = n + 1$

2 điều kiện xảy ra đồng thời khi

$$\begin{cases} i = j \\ i + j = n + 1 \end{cases} \Rightarrow 2i = n + 1 \Rightarrow i = \frac{n+1}{2}$$

Khi n chẵn thì có 0 TH trùng — 0,25 đ

n lẻ có 01 TH trùng

Suy ra

$$\sum_{i=1}^{n} d_i = \begin{cases} 1 & \text{khi } n \text{ lẻ} \\ 0 & n \text{ chẵn} \end{cases}$$ 0,25 đ

$$\beta = \begin{cases} 1 & n \text{ lẻ} \\ 0 & n \text{ chẵn} \end{cases}$$ 0.25 đ

Kết luận — 0,25 đ

$$Gán(n) = \begin{cases} 3 + 2n + \sum_{i=1}^{n} 2n + 2 & (n \text{ lẻ}) \\ 3 + 2n + \sum_{i=1}^{n} 2n & (n \text{ chẵn}) \end{cases}$$

Tổng cộng phần biện luận 1 đ

GV: Huỳnh Thị Thanh Thương

7/21/2022

❖ Câu 2b: Thành lập phương trình đệ quy và giải phương trình (2 điểm)

- Thành lập phương trình kèm giải thích ngắn gọn (0.75 điểm), bao gồm: giải thích 0.25đ, phương trình đúng 0.5đ

X.Y = thực hiện { 3 phép nhân các số nguyên lớn n/2 chữ số (AC, BD), và (A-B)(D-C)

6 phép cộng trừ các số nguyên lớn,

2 phép nhân với 10^n và $10^{n/2}$ để tổng hợp}

0.25 đ

$$T(n) = 3T\left(\frac{n}{2}\right) + c_2 n$$

$$T(1) = c_1$$

0.5 đ

- Giải phương trình 1.25đ
- Nếu phương trình sai mà giải đúng thì chỉ được tối đa 0.75đ tùy cách giải có phức tạp không, nếu đơn giản quá thì chỉ được 0.5đ
- Vì đề mở nên SV có thể cố tình chép 1 bài giải cực kỳ đơn giản của 1 phương trình nào đó có trong tài liệu

Câu 2b. $T(n) = 3T\left(\frac{n}{2}\right) + c_2 n$

$$T(n) = 3[3T\left(\frac{n}{2^2}\right) + c_2\left(\frac{n}{2}\right)] + c_2 n$$

$$T(n) = 3^2\left[3T\left(\frac{n}{2^3}\right) + c_2\left(\frac{n}{2^2}\right)\right] + \frac{3}{2}c_2 n + c_2 n$$

$$T(n) = 3^i T\left(\frac{n}{2^i}\right) + c_2 n \sum_{k=0}^{i-1}\left(\frac{3}{2}\right)^k$$

0.5 đ

$$Câu\ 2b.\quad T(n) = 3T\left(\frac{n}{2}\right) + c_2 n \quad T(1) = c_1$$

$$T(n) = 3^i T\left(\frac{n}{2^i}\right) + c_2 n \sum_{k=0}^{i-1} \left(\frac{3}{2}\right)^k$$

Quá trình dừng lại khi $\frac{n}{2^i} = 1 \leftrightarrow i = \log_2 n$ **0.25 đ**

$$T(n) = 3^{\log_2 n}.c_1 + c_2 n \left[\frac{\left(\frac{3}{2}\right)^{\log_2 n} - 1}{\frac{3}{2} - 1}\right]$$

$$T(n) = (c_1 + 2c_2)\, n^{\log_2 3} - 2c_2 n$$ **0.5 đ**

$$T(n) = O(n^{\log_2 3})$$

Câu 4a: (3 điểm) Tìm dãy con chung dài nhất

Yêu cầu 1: Trình bày ý tưởng: 1,5 điểm

1. Phân tích đặc trưng (nêu ý tưởng): 0.5đ
2. Phương trình quy hoạch động: 0.5đ
3. Cách tạo bảng: 0.25đ
4. Cách truy ngược lời giải: 0.25đ

GV: Huỳnh Thị Thanh Thương

7/21/2022

+ Trình bày ý tưởng (1.5đ)

B_1 Phân tích đặc trưng Optimal substructure

Cho 2 chuỗi $X = \langle x_1, x_2, \ldots, x_m \rangle$

$Y = \langle y_1, y_2, \ldots, y_n \rangle$

Lời giải tối ưu = chuỗi con chung dài nhất (LCS) của X và Y

gọi là $Z = \langle z_1, z_2, \ldots, z_k \rangle$

Nếu $x_m = y_n$ X [X_{m-1} | x_m]

thì $z_k = x_m = y_n$ và Y [Y_{n-1} | y_n] 0.5

$Z_{k-1} = \langle z_1, \ldots, z_{k-1} \rangle$ là LCS của X_{m-1} và Y_{n-1}

Ngược lại: $x_m \neq y_n$ thì Z hoặc là LCS của X_{m-1} và Y

hoặc là LCS của X và Y_{n-1}

Vậy lời giải tối ưu của bài toán (Z) chứa trong nó lời giải tối ưu của các bài toán con Z_{k-1}

B_2 Xác định phương trình quy hoạch động

$if\ (x_i = y_j) \rightarrow LCS(X, Y) = LCS(X_{i-1}, Y_{j-1}) + x_i$

$if\ (x_i \neq y_j) \Rightarrow LCS(X, Y) = LCS(X_{i-1}, Y_j)$ or $LCS(X_i, Y_{j-1})$

Gọi $m[i,j]$ là chiều dài của chuỗi con dài nhất của 2 chuỗi X_i và Y_j

$X_i = \langle x_1, x_2, \ldots x_i \rangle$ và $Y_j = \langle y_1, y_2, \ldots y_j \rangle$

$$m[i,j] = \begin{cases} 0 & \text{nếu } i = 0 \text{ hoặc } j = 0 \\ m[i-1, j-1] + 1 & \text{nếu } x_i = y_j \\ \max\{m[i-1, j], m[i, j-1]\} & \text{nếu } x_i \neq y_j \end{cases}$$ 0.5

B_3. Tạo bảng và lưu giá trị

- khởi gán dòng i=0 và cột j=0 giá trị 0

Nếu $x_i = y_j$ thì đặt ↖ vào ô tương ứng cùng với giá trị $m[i-1, j-1] + 1$

- ngược lại, lấy max 2 ô $(m[i-1,j], m[i,j-1])$ và đặt mũi tên hướng về ô đã chọn

	$x_i \backslash y_j$	0	1 y_1	2 y_2	3 y_3	…	n y_n
0		0	0	0	0	…	0
1	x_1	0					
2	x_2	0					
⋮							
m	x_m	0					

0.25

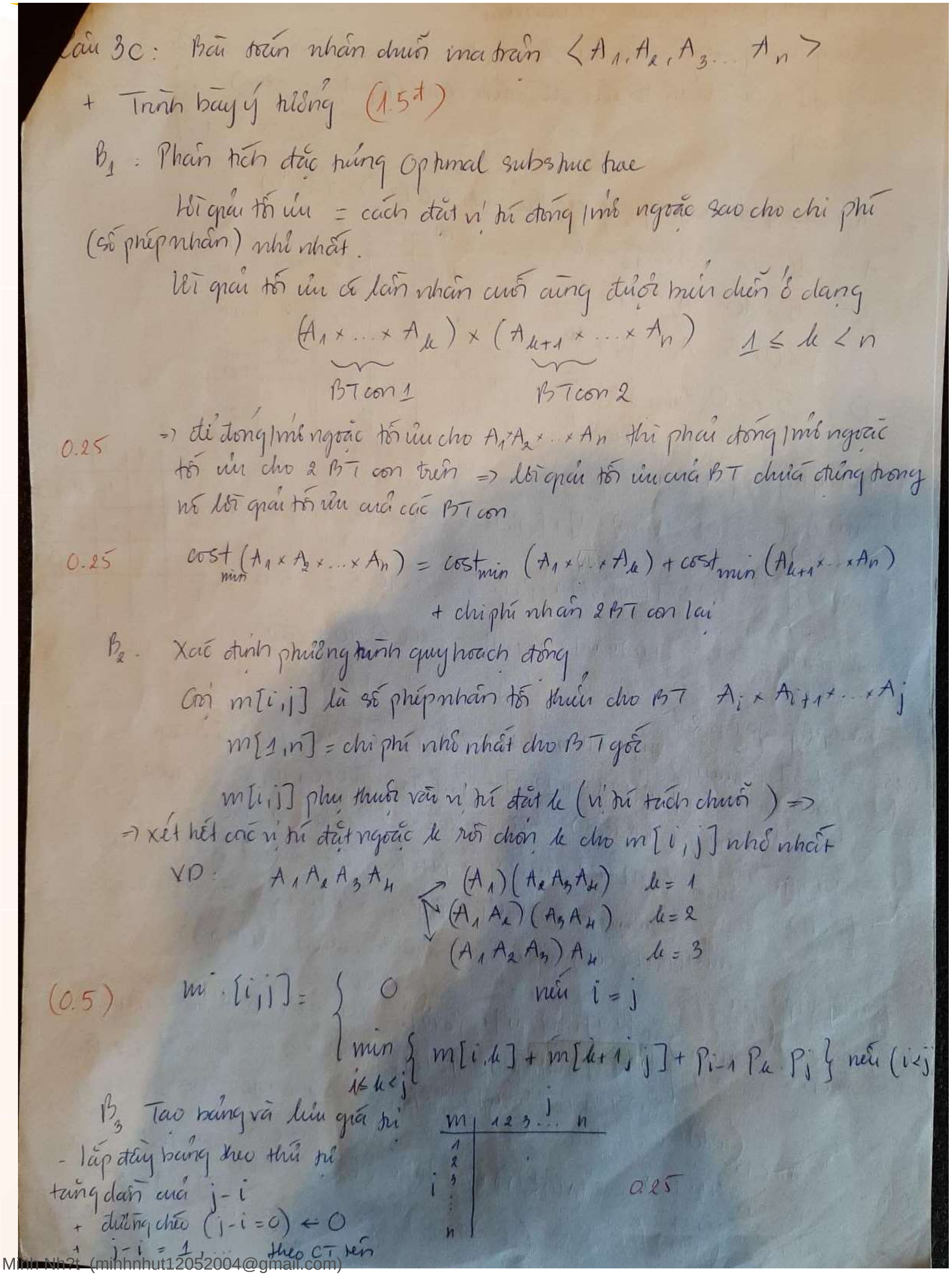
Câu 4b: (4 điểm) Nhân chuỗi ma trận

Yêu cầu 1: Trình bày ý tưởng: 1,5 điểm

1. Phân tích đặc trưng (nêu ý tưởng): 0.5đ
2. Phương trình quy hoạch động: 0.5đ
3. Cách tạo bảng: 0.25đ
4. Cách truy ngược lời giải: 0.25đ

GV: Huỳnh Thị Thanh Thương

7/21/2022



Câu 3c: Bài toán nhân chuỗi ma trận $\langle A_1, A_2, A_3 \ldots A_n \rangle$

\+ Trình bày ý tưởng (1.5đ)

B_1: Phân tích đặc trưng Optimal substructure

Lời giải tối ưu = cách đặt vị trí đóng/mở ngoặc sao cho chi phí (số phép nhân) nhỏ nhất.

Lời giải tối ưu có lần nhân cuối cùng được biểu diễn ở dạng

$$\underbrace{(A_1 \times \ldots \times A_k)}_{\text{BT con 1}} \times \underbrace{(A_{k+1} \times \ldots \times A_n)}_{\text{BT con 2}} \quad 1 \le k < n$$

0.25 ⇒ để đóng/mở ngoặc tối ưu cho $A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n$ thì phải đóng/mở ngoặc tối ưu cho 2 BT con trên ⇒ lời giải tối ưu của BT chứa đựng trong nó lời giải tối ưu của các BT con

0.25 $$cost_{min}(A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n) = cost_{min}(A_1 \times \ldots \times A_k) + cost_{min}(A_{k+1} \times \ldots \times A_n)$$
\+ chi phí nhân 2 BT con lại

B_2. Xác định phương trình quy hoạch động

Gọi $m[i,j]$ là số phép nhân tối thiểu cho BT $A_i \times A_{i+1} \times \ldots \times A_j$

$m[1,n]$ = chi phí nhỏ nhất cho BT gốc

$m[i,j]$ phụ thuộc vào vị trí đặt k (vị trí tách chuỗi) ⇒

⇒ xét hết các vị trí đặt ngoặc k rồi chọn k cho $m[i,j]$ nhỏ nhất

VD: $A_1 A_2 A_3 A_4$
- $(A_1)(A_2 A_3 A_4)$ $k = 1$
- $(A_1 A_2)(A_3 A_4)$ $k = 2$
- $(A_1 A_2 A_3) A_4$ $k = 3$

(0.5)
$$m[i,j] = \begin{cases} 0 & \text{nếu } i = j \\ \min\limits_{i \le k < j} \{ m[i,k] + m[k+1,j] + P_{i-1} P_k P_j \} & \text{nếu } (i<j) \end{cases}$$

B_3 Tạo bảng và lưu giá trị

\- lấp đầy bảng theo thứ tự tăng dần của $j-i$
\+ đường chéo $(j-i=0) \leftarrow 0$
\+ $j-i = 1, \ldots$ theo CT trên

m	1	2	3	…	n
1					
2					
3					
⋮					
n					

0.25