ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP. HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN
BỘ MÔN TOÁN – LÝ

ĐỀ ÔN TẬP CK MÔN ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH
Học kỳ I, năm học 2020-2021

Thời gian làm bài: **90** phút
Không được sử dụng tài liệu

Câu 1. *(2,5 điểm)*

Trên $\mathbb{R}^5$ cho tập hợp $W = \left\{ (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) \left| \begin{array}{l} 4x_5 - 3x_4 - 2x_1 - x_2 = 0 \\ 3x_1 + 5x_4 - 3x_5 - x_3 + 2x_2 = 0 \\ x_3 - x_5 + 2x_1 + x_4 + 2x_2 = 0 \end{array} \right. \right\}$

Hãy tìm cơ sở và xác định số chiều cho W.

Câu 2. *(3,5 điểm)*

Trên $\mathbb{R}^3$ cho tập hợp $a = \{\alpha_1 = (\ 1,\ 2,\ -3),\ \alpha_2 = (\ 0,\ 1,\ -2),\ \alpha_3 = (\ 2,\ 6,\ -11)\}$ và tập hợp $\beta = \{\beta_1 = (\ -6,\ 16,\ -7),\ \beta_2 = (\ -2,\ 5,\ -2),\ \beta_3 = (\ 1,\ -2,\ 1)\}$.

a/ Chứng tỏ rằng a và β là cơ sở của $\mathbb{R}^3$.

b/ Cho vector $\alpha = (\ -1,\ -10,\ 21) \in \mathbb{R}^3$. Hãy tìm tọa độ của α theo cơ sở a.

c/ Gọi $\beta_0 = \{e_1 = (\ 1,\ 0,\ 0),\ e_2 = (\ 0,\ 1,\ 0),\ e_3 = (\ 0,\ 0,\ 1)\}$ là cơ sở chính tắc của $\mathbb{R}^3$.

Hãy tìm các ma trận chuyển cơ sở:

$$P = P_{\beta_0 \to a};\ Q = P_{\beta_0 \to \beta};\ \text{và}\ S = P_{a \to \beta}.$$

Câu 3. *(2,5 điểm)*

Cho ma trận thực $A = \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -5 & 2 \end{pmatrix}$.

Hãy chéo hóa A, rồi sau đó tìm A^m, với mọi m nguyên, $m \geq 0$.

Câu 4. *(1,5 điểm)*

Cho dạng toàn phương $f : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$,

và $\beta_0 = \{e_1 = (\ 1,\ 0,\ 0),\ e_2 = (\ 0,\ 1,\ 0),\ e_3 = (\ 0,\ 0,\ 1)\}$ là cơ sở chính tắc của $\mathbb{R}^3$ sao cho:

$\forall X \in \mathbb{R}^3$, ta có $[X]_{\beta_0} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$, và $f(X, X) = 2x_1x_2 - 6x_2x_3 + 2x_1x_3$.

Hãy chính tắc hóa dạng toàn phương f.

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm