

Thời gian làm bài: **90** phút
Không được sử dụng tài liệu

Câu 1. (2 điểm) Tìm cơ sở và số chiều cho không gian nghiệm của hệ phương trình tuyến tính thuần nhất sau:

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \\ -x_1 + x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}$$

Câu 2. (3 điểm) Cho các vectơ trong R^3 như sau: $u_1 = (1,1,1)$, $u_2 = (1,-1,1)$, $u_3 = (0,0,1)$

- Chứng minh $B = \{u_1, u_2, u_3\}$ là cơ sở của không gian R^3 .
- Tìm tọa độ biểu diễn của $u = (2, 3, 1)$ theo cơ sở B.
- Cho $B' = \{v_1 = (2,2,0); v_2 = (0,1,1); v_3 = (1,0,1)\}$ là một cơ sở của R^3 . Tìm ma trận chuyển cơ sở từ B sang B' và tính tọa độ của u trong B' .
-

Câu 3. (1 điểm) Cho $p(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2$ và $q(x) = b_0 + b_1x + b_2x^2$ là các vectơ trong P_2 (tập hợp các đa thức bậc nhỏ hơn hoặc bằng 2) với tích vô hướng $\langle p, q \rangle = a_0b_0 + a_1b_1 + a_2b_2$. Trục giao hóa tập sau $\{x^2, 2x + x^2, 1 + 2x + x^2\}$.

Câu 4. (2 điểm) Cho ma trận :

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ -2 & 5 & -2 \\ -6 & 6 & -3 \end{bmatrix}$$

Hãy chéo hóa ma trận A . Tính A^m , $\forall m$ nguyên, $m \geq 0$.

Câu 5. (2 điểm) Cho dạng toàn phương

$$x_1^2 + 5x_2^2 - 4x_3^2 + 2x_1x_2 - 4x_1x_3$$

Chỉnh tắc hóa dạng toàn phương trên và chỉ ra một cơ sở cho ứng với dạng chính tắc đó.

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

