Ta có c =
$$z_{0,01}$$
 = 2,33 < T.

Vậy ta kết luận: Lời tuyên bố của tỉnh A là đúng.

Bài tập

- 1. Với mức ý nghĩa $\alpha = 5\%$, kiểm định các giả thiết sau dựa trên các số liệu mẫu kèm theo.
 - a) $H_0: \mu_1 = \mu_2;$ $H_1: \mu_1 \neq \mu_2;$ $n = 50, \overline{x} = 102, s_1 = 20;$ $m = 32, \overline{y} = 97, s_2 = 16.$
 - b) $H_o: \mu_1 = \mu_2;$ $H_1: \mu_1 \neq \mu_2;$ $n = 60, \overline{x} = 23, \sigma_1 = 24;$ $m = 80, \overline{y} = 30, \sigma_2 = 26.$
 - c) $H_0: \mu_1 = \mu_2;$ $H_1: \mu_1 < \mu_2;$ $n = 25, \ \overline{x} = 20, \ \sigma_1 = 6;$ $m = 35, \ \overline{y} = 25, \ \sigma_2 = 8.$
- 2. Một nghiên cứu được tiến hành để so sánh thời gian nằm viện trung bình của bệnh nhân nam điều trị bệnh A và thời gian nằm viện trung bình của bệnh nhân nữ điều trị bệnh A. Một mẫu ngẫu nhiên 50 bệnh nhân nam được khảo sát cho thấy thời gian trung bình là 5,3 ngày với độ lệch tiêu chuẩn là 2,1 ngày.

Một mẫu ngẫu nhiên 40 bệnh nhân nữ cho thấy thời gian trung bình là 6,2 ngày với độ lệch tiêu chuẩn là 1,8 ngày.

Có nhận định gì về thời gian trung bình nằm viện của bệnh nhân nam và nữ? Mức ý nghĩa $\alpha = 5\%$.

3. Một nhà khoa học tiến hành một nghiên cứu để so sánh tác dụng của hai loại phân A và B đối với năng suất cà chua.

Một mẫu gồm 60 cây cà chua được bón phân A cho ta sản lượng trung bình là 32,2 quả với độ lệch tiêu chuẩn 8,5. Một mẫu gồm 72 cây cà chua được bón phân B cho ta sản lượng trung bình là 28,4 quả với độ lệch tiêu chuẩn 9,3. Với mức ý nghĩa $\alpha = 5\%$, so sánh hiệu quả của hai loại phân A, B đối với năng suất cà chua.

- **4.** Một công ty vận tải lớn muốn so sánh số ôtô tải gặp trục trặc kĩ thuật trung bình trong một ngày mùa đông với một ngày mùa hè. Chọn ngẫu nhiên 35 ngày trong mùa đông cho ta số trung bình ôtô tải gặp trục trặc là 16,6 với độ lệch tiêu chuẩn là 7,1. Trong một mẫu 32 ngày hè, số trung bình thu được là 12,4 với độ lệch tiêu chuẩn là 5,8. Với mức ý nghĩa $\alpha = 0,02$, hãy kết luận xem có sự khác nhau hay không ?
- 5. Để so sánh chiều cao trung bình của thanh niên nam của hai vùng dân cư A và B, người ta chọn ngẫu nhiên 10 thanh niên nam ở vùng A và 10 thanh niên nam ở vùng B. Số đo chiều cao của hai nhóm người này được cho như sau (đơn vị cm):

Vùng A	165,	167,	174,	172,	165,	167,	168,	172,	170,	173
Vùng B										

Với mức ý nghĩa $\alpha = 0.01$ hãy so sánh chiều cao trung bình của thanh niên nam ở vùng A và vùng B.

6. Một tạp chí y học vừa công bố một thông báo rằng những đứa trẻ được nuôi bằng sữa mẹ sẽ có chỉ số thông minh (IQ) cao hơn những đứa trẻ được nuôi bằng bú chai. Một mẫu 10 đứa trẻ nuôi bằng sữa mẹ và một mẫu 10 đứa trẻ được nuôi bằng bú chai được chọn để so sánh. Kết quả ghi lại các chỉ số IQ như sau:

Nhóm bú mẹ:	121,	105,	111,	119,	108,	101,	90,	131,	106,	112.
Nhóm bú chai:	102,	110,	107,	98,	99,	103,	86,	117,	113,	87

Dựa trên số liệu này, có thể kết luận gì về công bố của tạp chí y học nói trên. Mức ý nghĩa $\alpha = 5\%$.

7. Một hãng sản xuất ôtô muốn thử nghiệm một loại động cơ mới mà dự đoán là sẽ tiết kiệm xăng hơn động cơ cũ. Thí nghiệm về mức tiêu thụ xăng trên một dặm của các động cơ mới và cũ cho ta số liệu sau đây:

Động cơ cũ : 8; 9;
$$7\frac{1}{2}$$
; $8\frac{1}{2}$; 6; 9; 9; 10; 7; $8\frac{1}{2}$; 6; 10; 9; 8; 9; 5; $9\frac{1}{2}$; 10; 8.

$$\begin{array}{l} \textit{Dong co m\'oi}: 10; 9; 9; 6; 9; 11; 11; 8; 9; 6\frac{1}{2}; 7; 9; 10; \\ 8; 9; 10; 9; 12; 11\frac{1}{2}; 10; 7; 10; 8\frac{1}{2}. \end{array}$$

Có đủ bằng chứng để kết luận động cơ mới tiết kiệm xăng hơn động cơ cũ không ?

8. Để xác định hiệu quả của chế độ ăn kiêng trong việc giảm trọng lượng, 10 người đã được chọn để thử nghiệm chế độ ăn kiêng. Sau sáu tuần kết quả được cho trong bảng dưới đây.

Người thử nghiệm	Trọng lượng trước ăn kiêng	Trọng lượng sau ăn kiêng
1	190	185
2	202	197
3	177	185
4	160	152
5	225	205
6	180	184
7	196	185
8	208	200
9	185	187
10	177	170

Kiểm định xem chế độ ăn kiếng có tác dụng giảm trọng lượng hay không? Mức ý nghĩa 5%.

9. Trước và sau dịp Tết, người ta ghi lại giá của một mặt hàng A tại 8 cửa hiệu khác nhau:

Cửa hiệu	1	2	3	4	5	6	7	8
Trước Tết	95	109	99	98	105	99	109	102
Sau Tét	98	105	99	99	109	105	115	110

Với mức ý nghĩa $\alpha = 0.05$, kiểm định xem có phải có một khuynh hướng tăng giá sau Tết hay không đối với mặt hàng A đó.

10. Người ta chọn ngẫu nhiên 7 sinh viên của một trường đại học và tính điểm thi trung bình của họ ở năm thứ nhất và năm thứ hai của trường đó. Kết quả được cho như sau

Sinh viên	1	2	3	4	5	6	7
Năm thứ I	2.5	2.78	3,15	3,62	2,15	2,84	2,61
Năm thứ II	2,75	2,62	3,34	3,45	2,55	2,58	2,7

Với mức ý nghĩa $\alpha = 5\%$, hãy kiểm định xem điểm trung bình của sinh viên ở năm thứ I và năm thứ II có sự thay đổi hay không?

11. Sử dụng các số liệu sau, hãy tính giá trị của tổng hạng R, trung bình μ_R , và độ lệch tiêu chuẩn σ_R .

a)	A	15	18	14	22	25	16	12	20
	В	23	. 11	26	24	17	19	15	21

b)	A	102	114	127	111	122	108	117	115		
	В	105	114	120	124	132	118	125	125	123	

12. Kiểm tra số biên lai phạt vi cảnh mà hai cảnh sát giao thông A và B xuất ra trong 10 ngày chọn ngẫu nhiên, ta có được số liệu sau:

Cảnh sát A: 32, 14, 26, 37, 45, 58, 28, 32, 36, 25, 30.

Cảnh sát B: 44, 37, 24, 33, 27, 41, 29, 25, 34.

Sử dụng tiêu chuẩn hạng Mann – Whitney hãy so sánh số biên lai trung bình mà hai cảnh sát xuất ra mỗi ngày. Mức ý nghĩa $\alpha = 5\%$.

13. Người quản lí một nhà hàng muốn so sánh số khách trung bình mà hai tiếp viên A, B của nhà hàng phục vụ trong mỗi ngày. Anh ta thu được các số liệu thống kê sau đây.

Tiếp viên A: 42, 36, 58, 27, 48, 85, 38, 44, 62.

Tiếp viên B: 53, 48, 65, 41, 57, 49, 74, 49, 56.

Sử dụng tiêu chuẩn hạng Mann – Whitney hãy nhận định xem số khách trung bình mà hai tiếp viên A và B phục vụ mỗi ngày là như nhau hay khác nhau?

14. Một nữ giáo sư bị phàn nàn là có xu hướng thiên vị các sinh viên nam khi chấm bài thi. Để kiểm tra điều phàn nàn này, ông chủ nhiệm khoa chọn một số bài thi của sinh viên nam và nữ để so sánh (điểm tối đa mỗi bài là 100).

SV nam: 75, 86, 77, 72, 89, 94, 97, 81, 83, 77, 73, 86, 90, 90.

SV nữ : 77, 83, 72, 67, 84, 91, 82, 73, 65, 72, 70, 72, 65, 88.

Sử dụng tiêu chuẩn hạng Mann – Whitney, so sánh điểm trung bình của SV nam với SV nữ. Mức ý nghĩa $\alpha = 5\%$.

15. Một phương pháp để đo lường "sức khỏe" của nền kinh tế là theo dõi số công việc quảng cáo trên các mặt báo. Trong một nghiên cứu để so sánh tình trạng kinh tế Mỹ trong hai năm 1996 và 1997, người ta đếm số trang quảng cáo việc tìm người trên các mặt báo mỗi ngày. Giả sử số liệu thu được như sau (ghi lại trong 9 ngày của tháng 7 năm 1996 và tháng 7 năm 1997).

Tháng 7/1996: 12, 10, 25, 18, 14, 18, 20, 24, 20.

Tháng 7/1997: 21, 16, 26, 17, 20, 28, 19, 20, 18.

Với mức $\alpha = 2\%$, so sánh số trang quảng cáo việc tìm người trung bình trong mỗi ngày của hai năm 1996, 1997.

16. Có hai nhóm công nhân, một nhóm toàn nam, một nhóm toàn nữ được đào tạo để làm cùng một nghề. Thời gian để hoàn thành công việc được giao (tính bằng ngày) của mỗi công nhân được ghi lại như sau :

Công nhân nam : 48, 42, 55, 62, 60, 74, 53, 34, 40, 66, 72, 65, 48, 52, 73, 79.

Công nhân nữ: 60, 54, 50, 51, 53, 65, 41, 45, 50, 61, 63, 37, 43, 48, 46, 49.

Sử dụng số liệu trên và tiêu chuẩn hạng Mann – Whitney, với mức ý nghĩa 5%, hãy so sánh năng suất lao động của công nhân nữ và công nhân nam.

17. Sử dụng các số liệu sau và tiêu chuẩn dấu, với mức ý nghĩa 5%, hãy so sánh xem có phải hiệu quả của một phương pháp này thấp hơn hiệu quả của phương pháp kia hay không.

Đối tượng	1	2	3	4	5	6	7	8
Phương pháp I	21	24	20	17	28	30	19	23
Phương pháp II	24	25	21	26	25	24	26	20

Đối tượng	9	10	11
Phương pháp I	24	26	25
Phương pháp II	22	27	18

18. Để so sánh năng suất lao động trước khi nghỉ và sau khi nghỉ phép của công nhân, một mẫu gồm 22 công nhân được lựa chọn để theo dõi năng suất lao động của họ trước và sau khi nghỉ 1 tuần. Kết quả ghi lại như sau :

Số thứ tự	Trước khi nghỉ	Sau khi nghỉ
1	83	79
2	85	87
3	75	70
4	91	93 ·
5	80	85
6	75	75
7	90	80
8	65	71
9	78	80
10	85	88
11	83	82
12	75	71
13	78	75
14	80	85
15	82	86
16	88	85
17	85	82
18	80	87
19	78	78
20	81	84
21	70	85
22	80	81

- a) Với mức ý nghĩa $\alpha = 0.05$, có thể coi năng suất lao động của công nhân trước và sau khi nghỉ phép có sự thay đổi hay không? Yêu cầu dùng tiêu chuẩn dấu.
- b) Cũng câu hỏi trên nhưng dùng tiêu chuẩn hạng có dấu Whilcoxon.

- 19. Một công ty dược phẩm tiến hành kiểm định một loại thuốc mới chống lại sự rụng tóc của những người hói đầu. Công ty chọn ngẫu nhiên 150 người để thí nghiệm. Trước khi cho đối tượng dùng thuốc, họ đếm số tóc mọc trong một vùng đầu. Sau khi dùng thuốc 1 tháng, các đối tượng quay trở lại và họ lại đếm số tóc trong cùng vùng đầu trước đó. Kết quả cho thấy có 116 đối tượng nhiều tóc hơn, 22 có ít tóc hơn và 12 đối tượng có số tóc không thay đổi. Dựa trên kết quả này, với mức ý nghĩa 2%, công ty có thể kết luận là thuốc chống hói đầu đó có tác dụng hay không?
- **20.** Với mức ý nghĩa $\alpha = 5\%$, kiểm định các giả thiết sau, dựa trên các số liệu kèm theo.

```
a) H_o: p_1 = p_2;

H_1: p_1 \neq p_2;

n_1 = 100, k_1 = 55;

n_2 = 100, k_1 = 50.

b) H_o: p_1 = p_2;

H_1: p_1 \neq p_2;

n_1 = 60, k_1 = 22;

n_2 = 80, k_2 = 30.

c) H_o: p_1 = p_2;

H_1: p_1 < p_2;

n_1 = 80, k_1 = 30;

n_2 = 80, k_2 = 40.
```

21. Hai giáo sư A và B cùng dạy một môn ở hai trường đại học lớn. Trong số 400 sinh viên theo học giáo sư A có 80 sinh viên thi trượt. Trong số 500 sinh viên theo học giáo sư B có 125 sinh viên thi trượt. Với mức ý nghĩa $\alpha = 5\%$ kiểm định xem có sự khác nhau

hay không về tỉ lệ trượt giữa sinh viên của giáo sư A và sinh viên của giáo sư B.

- **22.** Trong một cuộc thăm dò trước bầu cử, 40 trong số 100 cử tri được hỏi nói rằng họ bỏ phiếu cho ông A. Một tuần sau, một cuộc thăm dò khác cho thấy 68 trong số 150 người ủng hộ ông A. Hỏi rằng tỉ lệ cử tri bỏ phiếu cho ông A có thay đổi không ? Mức ý nghĩa $\alpha = 5\%$.
- 23. Một cuộc nghiên cứu được tiến hành nhằm so sánh tỉ lệ học sinh bỏ học trước khi tốt nghiệp ở hai vùng dân cư A và B. Ở vùng A, trong số 600 học sinh theo dõi có 90 học sinh bỏ học trước lớp 12; và ở cùng B trong số 400 học sinh theo dõi có 48 em bỏ học trước lớp 12.

Với mức ý nghĩa 2%, có thể cho rằng hai tỉ lệ đó khác nhau hay không?

Đáp số và chỉ dẫn

- **1.** a) |T| = 1,25; c = 1,96. Chấp nhận H_0 .
 - b) |T| = 1,65; c = 1,96. Chấp nhận H_0 .
 - c) T = 1.6; c = 1.645. Chấp nhận H_0 .
- **2.** T = 2,20; c = 1,96. Bác bỏ H_0 .
- 3. T = 2,45; c = 1,96. Bác bỏ H_0 .
- **4.** T = 2,66; c = 2,32. Bác bỏ H_0 .
- 5. $\bar{x} = 169.5$; $\bar{y} = 169.1$; T = 0.262; c = 2.88. Chấp nhận H_0 .
- **6.** $\overline{x} = 110,4$, $s_1 = 11,4$;

$$\overline{y} = 101,2$$
; $s_2 = 11,03$;

$$s = 11,21$$
; $T = 1,82$.

Bác bỏ H_o ở mức 5%.

7. T = 1.71; P - giá trị là 0.04. Bác bỏ H_0 ở mức 5%.

8.
$$\overline{d} = 5$$
; $s_d = 8.01$, $T = 1.976$ và $c = t_{0.05} = 1.833$. Bác bỏ H_0 .

9.
$$T = 1,897$$
 ; $c = 1,895$. Bác bỏ H_o .

10.
$$T = 0.56$$
 ; $c = 2.447$. Chấp nhận H_o .

11. a)
$$R = 60.5$$
; $\mu_R = 68$; $\sigma_R = 9.5$.

b)
$$R = 55.5$$
; $\mu_R = 72$; $\sigma_R = 10.4$.

12.
$$R = 100$$
 ; $T = 0.38$. Chấp nhận H_0 .

13.
$$R = 71.5$$
; $T = 1.27$. Chấp nhận H_o .

14.
$$R = 253.5$$
; $T = 2.3$. Bác bỏ H_0 .

15.
$$R = 74$$
; $T = 1,05$. Chấp nhận H_o .

16.
$$R = 303,5$$
. Chấp nhận H_o .

17.
$$|T| = 0.33$$
. Chấp nhận H_0 .

18. a)
$$T = 0.894$$
; $c = 1.96$. Chấp nhận H_0 .

b)
$$R^+ = 126.5$$
; $T = 0.803$. Chấp nhận H_0 .

19.
$$T = 8$$
. Bác bỏ H_0 .

20. a)
$$T = 0.71$$
; $c = 1.96$. Chấp nhận H_0 .

b)
$$|T| = 0.0625$$
; c = 1.96. Chấp nhận H_0 .

c)
$$T = 1,27$$
; $c = 1,64$. Chấp nhận H_0 .

21. T = 1,79 ; c = 1,96. Chấp nhận
$$H_0$$
.

22.
$$|T| = 0.83$$
; $c = 1.96$. Chấp nhận H_0 .

23. T = 1,36 ; c = 2,33. Chấp nhận
$$H_o$$
.