

Thời gian làm bài: **90** phút
Không được sử dụng tài liệu

Câu 1. (1.5 điểm)

Tìm cơ sở và số chiều cho không gian nghiệm của hệ phương trình tuyến tính sau:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 + x_6 = 0 \\ x_1 - x_2 - x_3 + x_4 + x_5 + x_6 = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 - x_4 - x_5 + x_6 = 0 \end{cases}$$

Câu 2. (2.5 điểm)

Cho $\beta = \{u_1 = (1,2,3), u_2 = (3,1,2), u_3 = (2,3,1)\}$ và $\beta' = \{v_1 = (1,3,5), v_2 = (3,10,14), v_3 = (4,13,20)\}$

- Chứng minh β và β' là hai cơ sở của R^3 .
- Cho $x = (2,7,3) \in R^3$. Tìm tọa độ của x theo cơ sở β , $[x]_\beta$.
- Tìm ma trận chuyển cơ sở từ β sang β' . Sử dụng kết quả vừa tìm được để tìm $[x]_{\beta'}$.

Câu 3. (2 điểm)

Cho $p(x), q(x) \in P_2[x]$, chứng minh rằng $\langle p, q \rangle = \int_{-1}^1 p(x)q(x) dx$ là một tích vô hướng trong $P_2[x]$. Hãy trực chuẩn hoá cơ sở $\{1, x, x^2\}$.

Câu 4. (2 điểm).

Hãy chéo hoá ma trận A và tính A^{2021} ,

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}.$$

Câu 5. (2 điểm)

Đưa dạng toàn phương về dạng chính tắc, tìm cơ sở ứng với dạng chính tắc đó.

$$q(x, y, z) = 2x^2 + 5y^2 + 5z^2 + 4xy - 4xz - 8yz.$$

Hết