ÔN TẬP CUỐI KỲ

I. TÍCH PHÂN KÉP

1) Thay đổi thứ tự lấy tích phân

a) $I=\int_0^1 dx \int_x^{\sqrt{2-x}} f(x,y)dy$

b) $I=\int_{-2}^3 dy \int_{y^2-4}^{y+2} f(x,y)dx$

c) $I=\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^{\sqrt{2y}} f(x,y)dx$

d) $I=\int_0^1 dx \int_{2+\sqrt{4-x^2}}^{1+\sqrt{1-x^2}} f(x,y)dy+\int_0^2 dx \int_{2+\sqrt{4-x^2}}^{x} f(x,y)dy$

e) $I=\int_0^{1-\frac{\sqrt{2}}{2}} dy \int_{1+\sqrt{2y-y^2}}^{2-y} f(x,y)dx$

f) $I=\int_0^{\sqrt{2}} dy \int_{2+\sqrt{4-y^2}}^{y^2} f(x,y)dx+\int_{\sqrt{2}}^2 dy \int_{2+\sqrt{4-y^2}}^{2} f(x,y)dx$

g) $\mathrm{I}=\int_0^1 \mathrm{dx} \int_{\sqrt{2\mathrm{x}-\mathrm{x}^2}}^{\sqrt{2\mathrm{x}}} \mathrm{f}(\mathrm{x},\mathrm{y})\mathrm{dy}$

h) $I=\int_{-1}^0 dy \int_{-y}^{1+\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx+\int_0^1 dy \int_{\sqrt{y}}^{1+\sqrt{1-y^2}} f(x,y)dx$

2) Tính tích phân bội hai sau

a) $I=\iint_D (4xy+2)dxdy$, với D là miền phẳng bị giới hạn bởi $\begin{cases}2x\le x^2+y^2\le 4x\\ y\ge x\end{cases}$.

b) $I=\iint_D (xy-1)dxdy$, với D là miền phẳng bị giới hạn bởi $\begin{cases}2y\le x^2+y^2\le 4y\\ x\ge 0\\ y\le x\end{cases}$.

II. TÍCH PHÂN BỘI 3

1) Hãy xác định cận cho các biến của tích phân $I=\iiint_\Omega f(x,y,z)dxdydz$

a) Ω là khối vật thể bị giới hạn bởi $\begin{cases}x^2+y^2+z^2\le 9\\ x\ge\sqrt{y^2+z^2}\end{cases}$.

b) Ω là khối vật thể bị giới hạn bởi $\begin{cases}x^2+z^2\le 4\\ y\le 3+x^2+z^2\\ y\ge\sqrt{x^2+z^2}-1\end{cases}$.

c) Ω là khối vật thể bị giới hạn bởi $\begin{cases}x^2+y^2+z^2\le 4x+2y+4\\ y\le 1-\sqrt{z^2+(x-2)^2}\end{cases}$.

2) Tính thể tích khối vật thể Ω, biết Ω giới hạn bởi:

a) $\Omega:\begin{cases}z=\sqrt{x^2+y^2}\\ z=2-x^2-y^2\end{cases}$

b) $\Omega:\begin{cases}z\le 4-x^2-y^2\\ z\ge 0\\ x^2+y^2\le 1\end{cases}$

c) $\Omega:\begin{cases} x^2+y^2\le 1 \\ z=6-\sqrt{x^2+y^2} \\ z=x^2+y^2 \end{cases}$ d) $\Omega:\begin{cases} 1\le x^2+y^2\le 4 \\ z\le 6-\sqrt{x^2+y^2} \\ z\ge x^2+y^2 \end{cases}$

e) $\Omega:\begin{cases} x^2+y^2+z^2\le 4 \\ x\ge y^2+z^2 \\ y^2+z^2\le 1 \end{cases}$ f) $\Omega:\begin{cases} x^2+y^2+z^2\le 2x \\ x\ge 1+\sqrt{y^2+z^2} \end{cases}$

g) $\Omega:\begin{cases} x^2+y^2+z^2\ge 4y \\ x^2+y^2+z^2\le 4y+5 \\ y\ge 2+\sqrt{x^2+y^2} \end{cases}$

d) Tính tích phân bội ba sau:

a) $I=\iiint\limits_{\Omega}(xz+4)dxdydz$, với $\Omega=\left\{(x,y,z)\in R^3 \middle| x^2+y^2+z^2\le 6y; y\ge 3+\sqrt{x^2+z^2}\right\}$.

b) $I=\iiint\limits_{\Omega}(2x-y^2)dxdydz$, với Ω là khối vật thể bị giới hạn bởi $\begin{cases} x^2+y^2\le 4 \\ x^2+y^2+z^2\le 9 \\ z\ge 0 \end{cases}$.

c) $I=\iiint\limits_{\Omega}(2x+yz)dxdydz$, với Ω là khối vật thể bị giới hạn bởi: $\begin{cases} x^2+y^2+z^2\le 4 \\ y\le\sqrt{x^2+z^2} \end{cases}$.

3) Đổi sang tọa độ cầu rồi tính

$$\mathrm{I}=\int_{-2}^{0}\mathrm{dx}\int_{-\sqrt{4-x^2}}^{0}\mathrm{dy}\int_{-\sqrt{4-x^2-y^2}}^{0}\mathrm{xdz}$$

4) Đổi sang tọa độ trụ rồi tính

$$\mathrm{I}=\int_{0}^{2}\mathrm{dx}\int_{0}^{\sqrt{2x-x^2}}\mathrm{dy}\int_{0}^{4}\mathrm{z}\sqrt{\mathrm{x}^2+\mathrm{y}^2}\,\mathrm{dz}$$

III. TÍCH PHÂN DƯỜNG

1) Hãy tính các tích phân đường loại 1 sau:

a) $\mathrm{I}=\int\limits_{C}\frac{8\mathrm{x}}{\sqrt{1+4\mathrm{x}^2}}\mathrm{dl}$, trong đó C là một phần parabol $\mathrm{y}=\mathrm{x}^2$ nối A(1,1) với B(2,4).

b) $I=\int\limits_{C}\frac{x}{y}dl$, trong đó C là một phần parabol $y^2=2x$ nối từ $A(1,\sqrt{2})$ đến $B(2,2)$.

c) $I=\int_C 2xdl$, trong đó $C=C_1+C_2$, với $C_1: y=x^2$ từ (0,0) đến (1,1) và C_2 là đường thẳng từ (1,1) đến (2,2).

d) $\mathrm{I}=\int_C (\mathrm{x}+\mathrm{y}^2)\mathrm{dl}$, trong đó C là biên $\Delta\mathrm{ABC}$ với A(1,1), B(3,3), C(3,2).

e) $I=\int_C (xy-x-y)dl$, với (C) là chu vi của tam giác OAB, trong đó: O(0,0), A(1,0), B(1,2).

f) $\mathrm{I}=\int_C \mathrm{x}(\mathrm{y}-1)\mathrm{dl}$, trong đó C là nửa trên đường tròn $\mathrm{x}^2+\mathrm{y}^2=2\mathrm{y}$.

g) $I=\int_C (xe^y+2xy-1)dl$, với (C) là nửa đường tròn $x^2+y^2=4$, lấy phần $y\geq 0$

i) $I=\int_C (x+y)dl$, với C là giao tuyến của $x^2+y^2+z^2=4; y=x$.

j) $I=\int_C x^2dl$, với C là giao tuyến của $x^2+y^2+z^2=4; x+y+z=0$.

k) $I=\int_C xyzdl$, với C là giao tuyến của $\mathrm{x}^2+\mathrm{y}^2+\mathrm{z}^2=\mathrm{R}^2; \mathrm{x}^2+\mathrm{y}^2=\dfrac{\mathrm{R}^2}{4}$, $(\mathrm{x}\geq 0, \mathrm{y}\geq 0, \mathrm{z}\geq 0)$.

2) Hãy tính tích phân đường loại 2 sau:

a) $I=\int_C x^2ydx-x(y^2+1)dy$, trong đó C là đường có phương trình $y=\sqrt{4-x^2}$ nối từ A(-2,0) đến B(2,0).

b) $\mathrm{I}=\int_C (2\mathrm{xy}-\mathrm{x}^2)\mathrm{dx}+(\mathrm{x}+\mathrm{y}^2)\mathrm{dy}$, trong đó C là cung của parabol $\mathrm{y}=1-\mathrm{x}^2$ đi từ điểm A(0,1) đến điểm B(1,0).

c) $I=\int_C \left(2xy^3-e^{2x}+\sin y-2^x\right)dx+\left(3x^2y^2+x\cos y-4ye^{-y}\right)dy$, với C là một nửa đường tròn $x^2+y^2=1$, phần $y\geq 0$, nối từ $A(-1,0)$ đến $B(1,0)$.

d) $I=\int_{(C)} \left(x^2\sin y-xy+2\right)dx+\left(e^{2y}-\dfrac{x^3\cos y}{3}-\dfrac{x^2}{2}\right)dy$, với C là đoạn gấp khúc ABC (theo thứ tự), trong đó: $A(-3,0)$, $B(0,3)$, $C(3,0)$.

IV. PHƯƠNG TRÌNH VI PHÂN

1) Giải các phương trình vi phân cấp 1 sau:

a) $(x^2+y^2)dy+(2xy+1)dx=0$

b) $y^2dx+(x^2-xy)dy=0$

c) $2xy'=x+3y$

d) $y' = \frac{y}{x} + x^2 e^{-x} \cos^2\left(\frac{y}{x}\right)$, với $x \neq 0$

e) $y' + \frac{y}{x} = 4x^4 y^4$, với $x \neq 0$

f) $xy' = x\sin\left(\frac{y}{x}\right) + y$, với $x \neq 0$

g) $y' - 2y\tan x + y^2 \sin^2 x = 0$

2) Giải các phương trình vi phân cấp 2 sau:

a) $y'' - 6y' + 9 = 9e^{3x}$

b) $y'' - 2y' = x$

c) $y'' - 5y' + 6y = 2xe^{2x}$

d) $y'' - 3y' + 2y = e^x(2x - 3)$

e) $y'' - y' - 12y = (16 - 14x)e^{-3x}$

f) $y'' + 2y' + y = xe^x + 2e^{-x}$

g) $y'' + y' = e^x + sinx$