

Thời gian làm bài: **90** phút
Không được sử dụng tài liệu

Câu 1. (3 điểm)

Trên không gian \mathbb{R}^6 , cho tập hợp:

$$W = \left\{ X = (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) \left| \begin{array}{l} 3x_3 + x_6 + x_1 - 2x_2 = 0 \\ 3x_2 + x_5 + x_4 - 2x_1 - 5x_3 = 0 \\ 4x_6 - 8x_3 - 3x_1 + 4x_2 = 0 \end{array} \right. \right\}$$

a/ Chứng minh rằng W là không gian vector con của \mathbb{R}^6 .

b/ Hãy tìm cơ sở và số chiều cho W .

Câu 2. (2,5 điểm)

Trên không gian \mathbb{R}^3 , cho các vector:

$$\alpha_1 = (1, 2, 4), \alpha_2 = (0, -1, 1), \alpha_3 = (2, 3, 8), \beta_1 = (1, 2, -7), \beta_2 = (3, 1, 1), \beta_3 = (7, 2, 4)$$

và tập hợp $a = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$, $\beta = \{\beta_1, \beta_2, \beta_3\}$

a/ Chứng minh rằng a và β là cơ sở của \mathbb{R}^3 .

b/ Hãy tìm ma trận chuyển cơ sở $S = P(a \rightarrow \beta)$.

c/ Cho vector $\lambda \in \mathbb{R}^3$ thỏa $[\lambda]_\beta = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$. Tìm $[\lambda]_a = ?$

Câu 3. (3 điểm)

Cho ma trận thực: $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ 11 & -5 \end{pmatrix}$

Hãy chéo hóa ma trận A , rồi sau đó tìm A^{2017} .

Câu 4. (1,5 điểm)

Cho dạng toàn phương $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, đồng thời β_0 là cơ sở chính tắc của \mathbb{R}^3 sao cho

$$\forall X \in \mathbb{R}^3 \text{ thỏa } [X]_{\beta_0} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \text{ và } f(X) \equiv f(X, X) = 3x_1^2 - 12x_1x_2 - 6x_1x_3 + 9x_2^2 + 6x_2x_3 + 5x_3^2$$

a/ Hãy đưa dạng toàn phương f về dạng chính tắc.

b/ Hãy tìm một cơ sở β ứng với dạng chính tắc đó.

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm