

Thời gian làm bài: **90** phút
Không được sử dụng tài liệu

Câu 1. (2 điểm)

Trên không gian R^3 , cho 2 tập hợp:

$$A = \{X = (a - b + c, 3b - 2a - 4c, 3a + 2c - 5b) \mid a, b, c \in R\}$$

$$B = \{X = (x, y, z) \mid 2y - 3z = x\}$$

a/ Chứng minh rằng A và B là không gian vector con của R^3 .

b/ Hãy tìm tập sinh, cơ sở, và số chiều cho A và B .

Câu 2. (3 điểm)

Trên không gian R^3 , cho các vector:

$$\alpha_1 = (1, -2, 2), \alpha_2 = (2, 0, 1), \alpha_3 = (2, -3, 3), \alpha_4 = (3, 4, 2), \alpha_5 = (2, 5, 1), \alpha_6 = (1, 2, 4)$$

và tập hợp $a = \{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3\}$, $\beta = \{\alpha_4, \alpha_5, \alpha_6\}$

a/ Chứng minh rằng a và β là cơ sở của R^3 .

b/ Hãy tìm các ma trận chuyển cơ sở: $\begin{cases} P = P(\beta_0 \rightarrow a) \\ Q = P(\beta_0 \rightarrow \beta) \end{cases}$, để từ đó suy ra $S = P(a \rightarrow \beta)$,

với β_0 là cơ sở chính tắc của R^3 ($\beta_0 = \{\varepsilon_1 = (1, 0, 0), \varepsilon_2 = (0, 1, 0), \varepsilon_3 = (0, 0, 1)\}$).

Câu 3. (3,5 điểm)

Cho ma trận thực:
$$A = \begin{pmatrix} 7 & -12 & -2 \\ 3 & -4 & 0 \\ -2 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

Hãy chéo hóa ma trận A , rồi sau đó tìm A^n , với n là số nguyên, $n \geq 0$.

Câu 4. (1,5 điểm)

Hãy đưa dạng toàn phương sau về dạng chính tắc:

$$f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + 5x_2^2 - 4x_3^2 + 2x_1x_2 - 4x_1x_3$$

và chỉ ra một cơ sở ứng với dạng chính tắc đó.

Hết