

Câu 1. (2 điểm) Cho A, B, C là các biến cố. Giả sử

$$P(A) = 0.5, P(B) = 0.6, P(C) = 0.7, P(A|B) = 0.2, P(B \cup C) = 0.85.$$

- a) Hỏi hai biến cố A và B có độc lập nhau không? Giải thích tại sao.
b) Hỏi hai biến cố B và C có độc lập nhau không? Giải thích tại sao.

Câu 2. (3 điểm) Cho X là thời gian sử dụng của một loại pin (tính bằng năm). Giả sử hàm mật độ xác suất của X được cho bởi

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{-x/2} & \forall x > 0, \\ 0 & \forall x \leq 0. \end{cases}$$

- a. Tính thời gian sử dụng trung bình của loại pin đó.
b. Giả sử có một viên pin loại này đã được sử dụng 2 năm. Tính xác suất để pin này được sử dụng ít nhất 3 năm.

Câu 3. (3 điểm) Một loại virus máy tính mới tấn công một thư mục bao gồm 1350 tệp. Mỗi tệp bị hỏng với xác suất 0.75 độc lập với các tệp khác.

- a. Xác suất có 1000 tệp bị hỏng là bao nhiêu?
b. Xác suất có từ 1000 đến 1020 tệp bị hỏng là bao nhiêu?

Câu 4. (2 điểm) Một loại kit xét nghiệm nhanh covid của công ty A sản xuất có hiệu quả như sau: chỉ có 60% người bị nhiễm covid khi xét nghiệm nhanh bằng loại kit đó nhận kết quả dương tính; chỉ có 70% người không bị nhiễm covid khi xét nghiệm nhanh bằng loại kit đó nhận kết quả âm tính (giả sử các lần xét nghiệm đều đúng kỹ thuật). Giả sử tỉ lệ nhiễm covid ở thành phố H là 30%.

a. (1.5 điểm) Một người ở thành phố H xét nghiệm covid bằng kit xét nghiệm của công ty A lần thứ nhất cho kết quả âm tính. Tính xác suất người đó bị nhiễm covid?

b. (0.5 điểm) Một người ở thành phố H xét nghiệm covid bằng kit loại đó lần thứ nhất ra kết quả âm tính nên liền xét nghiệm thêm lần nữa và cũng ra kết quả âm tính. Hỏi xác suất người đó bị nhiễm covid là bao nhiêu?

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.