

BÀI TẬP

1. Một nhóm có 10 người gồm 6 nam và 4 nữ. Chọn ngẫu nhiên ra 3 người. Gọi X là số nữ trong nhóm. Hãy tìm phân bố xác suất của X và tính EX , DX , $\text{mod } X$.

2. Cho ĐLNN X có phân bố xác suất như sau

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| X | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 |
| P | 0,1 | 0,2 | 0,3 | 0,3 | 0,1 |

Tìm phân bố xác suất của $Y = \min \{X, 4\}$.

3. Một túi chứa 10 thẻ đỏ và 6 thẻ xanh. Chọn ngẫu nhiên ra 3 tấm thẻ (không hoàn lại).

a) Gọi X là số thẻ đỏ. Tìm phân bố xác suất của X , EX và PX .

b) Giả sử rút mỗi thẻ đỏ được 5 điểm và rút mỗi thẻ xanh được 8 điểm. Gọi Y là số điểm tổng cộng trên ba thẻ rút ra. Tìm phân bố xác suất của Y . Tìm EY , DY .

4. Hai xạ thủ A và B tập bắn, mỗi người bắn hai phát. Xác suất bắn trúng đích của A trong mỗi phát là 0,4, còn của B là 0,5.

a) Gọi X là số phát trúng của A trừ đi số phát trúng của B . Tìm phân bố xác suất của X .

b) Tìm phân bố xác suất của $Y = |X|$.

5. Khi một người đi thi lấy bằng lái xe nếu không đạt anh ta lại đăng kí thi lại cho đến khi đạt mới thôi. Gọi X là số lần anh ta dự thi. Lập phân bố xác suất của X biết rằng xác suất thi đỗ của anh ta là $\frac{1}{3}$.

Hãy dự đoán xem trong 243 người (mỗi người đều có xác suất thi đỗ là $\frac{1}{3}$) có bao nhiêu người thi đạt ngay lần đầu, thi đạt ở lần thứ hai, phải thi ít nhất bốn lần.

6. Cho hai ĐLNN X và Y có phân bố xác suất như sau

| | | | | | | |
|-----|------|-----|------|------|------|------|
| X | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| P | 0,15 | 0,3 | 0,25 | 0,2 | 0,08 | 0,02 |
| Y | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| P | 0,3 | 0,2 | 0,2 | 0,15 | 0,1 | 0,05 |

a) Tính EX , EY .

b) Tìm $P\{X + Y \leq 3\}$ nếu X và Y độc lập.

7. Các ĐLNN X và Y có bảng phân bố xác suất đồng thời như sau

| $X \backslash Y$ | 1 | 2 | 3 |
|------------------|------|------|------|
| 1 | 0,12 | 0,15 | 0,03 |
| 2 | 0,28 | 0,35 | 0,07 |

i) Chứng minh rằng X và Y độc lập.

ii) Tìm quy luật phân bố của $Z = XY$.

Từ đó tính EZ và kiểm tra rằng $EZ = EX EY$.

8. Số trẻ em sinh ra trong 1 tuần ở một làng A nào đó là một ĐLNN X có phân bố xác suất là

| | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| X | 0 | 1 | 2 | 3 |
| P | 0,4 | 0,3 | 0,2 | 0,1 |

Số người chết trong 1 tuần ở làng A đó là một ĐLNN Y có phân bố xác suất là Y

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|------|------|
| Y | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| P | 0,1 | 0,3 | 0,4 | 0,15 | 0,05 |

Giả sử rằng X và Y độc lập.

a) Tìm phân bố xác suất đồng thời của X và Y ,

b) Tính $P\{X > Y\}$.

9. Cho X, Y là hai ĐLNN có phân bố xác suất đồng thời như sau :

| $X \backslash Y$ | -1 | 1 |
|------------------|-------|-------|
| -1 | $1/6$ | $1/4$ |
| 0 | $1/6$ | $1/8$ |
| 1 | $1/6$ | $1/8$ |

Hãy tính $EX, EY, \text{cov}(X, Y)$ và $\rho(X, Y)$.

10. Cho X và Y là hai ĐLNN có phân bố xác suất đồng thời như sau

| $X \backslash Y$ | -1 | 0 | 1 |
|------------------|--------|--------|--------|
| -1 | $4/15$ | $1/15$ | $4/15$ |
| 0 | $1/15$ | $2/15$ | $1/15$ |
| 1 | 0 | $2/15$ | 0 |

a) Tìm $EX, EY, \text{cov}(X, Y)$ và $\rho(X, Y)$.

b) X và Y có độc lập hay không ?

11. Giả sử $X \sim B(2, 0,4), Y \sim B(2, 0,7)$ X và Y độc lập.

a) Tìm phân bố xác suất của $X + Y$.

b) Chứng minh rằng $X + Y$ không có phân bố nhị thức.

12. Cho X và Y là hai ĐLNN độc lập.

a) Giả sử $X \sim B(1, \frac{1}{5}), Y \sim B(2, \frac{1}{5})$.

Viết phân bố xác suất của X, Y . Từ đó tìm phân bố xác suất của $X + Y$. Kiểm tra rằng $X + Y \sim B(3, \frac{1}{5})$.

b) Giả sử $X \sim B(1, \frac{1}{2}), Y \sim B(2, \frac{1}{5})$.

Tìm phân bố xác suất của $X + Y$. Chứng minh rằng $X + Y$ không có phân bố nhị thức.

13. Trong một thành phố nhỏ, trung bình một tuần có 2 người chết. Tính xác suất để

- a) Không có người nào chết trong vòng 1 ngày.
- b) Có ít nhất 3 người chết trong vòng hai ngày.

14. Tại một trạm kiểm soát giao thông trung bình một phút có hai xe ô tô đi qua.

- a) Tìm xác suất để có đúng 6 xe đi qua trong vòng 3 phút.
- b) Tính xác suất để trong khoảng thời gian t phút có ít nhất 1 xe ô tô đi qua. Xác định t để xác suất này bằng 0,99.

15. Tại một nhà máy nào đó trung bình một tháng có hai tai nạn lao động.

- a) Tính xác suất để trong khoảng thời gian 3 tháng xảy ra nhiều nhất là 3 tai nạn.
- b) Tính xác suất để trong ba tháng liên tiếp, mỗi tháng xảy ra nhiều nhất một tai nạn.

16. Một trạm cho thuê xe tắc xi có 3 chiếc xe. Hàng ngày trạm phải nộp thuế 8 USD cho 1 chiếc xe (dù xe đó có được thuê hay không). Mỗi chiếc xe được cho thuê với giá 20 USD.

Giả sử số yêu cầu thuê xe của trạm trong 1 ngày là ĐLNN X có phân bố Poát Xông với tham số $\lambda = 2,8$.

- a) Gọi Y là số tiền thu được trong một ngày của trạm (nếu không có ai thuê thì số tiền thu được là -24 USD).

Tìm phân bố xác suất của Y . Từ đó tính số tiền trung bình thu được của trạm trong 1 ngày.

- b) Giải bài toán trên trong trường hợp trạm có 4 chiếc xe.
- c) Trạm nên có 3 hay 4 chiếc xe ?

ĐÁP SỐ VÀ CHỈ DẪN

1.

| | | | | |
|---|----------------|-----------------|----------------|----------------|
| X | 0 | 1 | 2 | 3 |
| P | $\frac{5}{30}$ | $\frac{15}{30}$ | $\frac{9}{30}$ | $\frac{1}{30}$ |

$$EX = 1,2 ; DX = 0,56 ; \text{mod } X = 1$$

2.

| | | | |
|---|-----|-----|-----|
| Y | 1 | 3 | 4 |
| P | 0,1 | 0,2 | 0,7 |

3.

| | | | | |
|---|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| X | 0 | 1 | 2 | 3 |
| P | $\frac{2}{56}$ | $\frac{15}{56}$ | $\frac{27}{56}$ | $\frac{12}{56}$ |

$$EX = \frac{15}{8} , DX = \frac{39}{64}$$

| | | | | |
|---|-----------------|-----------------|-----------------|----------------|
| Y | 15 | 18 | 21 | 24 |
| | $\frac{12}{56}$ | $\frac{27}{56}$ | $\frac{15}{56}$ | $\frac{2}{56}$ |

$$Y = 5X + 8(3 - X) = 24 - 3X$$

$$EY = \frac{147}{8} , DY = \frac{351}{64}$$

4.

| | | | | | |
|---|------|-----|------|-----|------|
| X | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 |
| P | 0,09 | 0,3 | 0,37 | 0,2 | 0,04 |

| | | | |
|---|------|-----|------|
| Y | 0 | 1 | 2 |
| P | 0,37 | 0,5 | 0,13 |

5.

| | | | | |
|---|---------------|---------------|----------------|----------------|
| X | 1 | 2 | 3 | 4 |
| P | $\frac{1}{3}$ | $\frac{2}{9}$ | $\frac{4}{27}$ | $\frac{8}{81}$ |

$$P\{X = k\} = \left(\frac{2}{3}\right)^{k-1} \frac{1}{3}$$

Với 243 người có 81 thi đạt lần đầu, 54 lần thứ hai, 72 phải thi ít nhất 4 lần.

6. $EX = 1,82$, $EY = 1,7$, $P(X + Y \leq 3) = 0,5225$

7.

| | | | | | |
|---|------|------|------|------|------|
| Z | 1 | 2 | 3 | 4 | 6 |
| P | 0,12 | 0,43 | 0,03 | 0,35 | 0,07 |

$$EZ = 2,89 ; EX = 1,7 ; EY = 1,7.$$

8. $P(X > Y) = 0,19$

9. $EX = -1/8$, $EY = 0$, $\text{cov}(X, Y) = -1/8$

$$\rho(X, Y) = -0,15$$

10. $EX = -1/5$, $EY = 0$, $\rho(X, Y) = 0$

X và Y không độc lập

11.

| | | | | | |
|-------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| $Z = X + Y$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| P | 0,0324 | 0,1944 | 0,3924 | 0,3024 | 0,0784 |

Giả sử $Z = X + Y$ có phân bố nhị thức

$$Z \sim B(4, p) \rightarrow P\{Z = 4\} = p^4 = 0,0784$$

$$P\{Z = 0\} = (1 - p)^4 = 0,0324.$$

vậy

$$p = \sqrt[4]{0,0784}$$

$$1 - p = \sqrt[4]{0,0324}$$

$$\rightarrow 1 = \sqrt[4]{0,0784} + \sqrt[4]{0,0324}. \text{ Mâu thuẫn.}$$

12. a)

| | | |
|-----|---------------|---------------|
| X | 0 | 1 |
| P | $\frac{4}{5}$ | $\frac{1}{5}$ |

| | | | |
|-----|-----------------|----------------|----------------|
| Y | 0 | 1 | 2 |
| P | $\frac{16}{25}$ | $\frac{8}{25}$ | $\frac{1}{25}$ |

| | | | | |
|---------|------------------|------------------|------------------|-----------------|
| $X + Y$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
| P | $\frac{64}{125}$ | $\frac{48}{125}$ | $\frac{12}{125}$ | $\frac{1}{125}$ |

b)

| | | |
|-----|---------------|---------------|
| X | 0 | 1 |
| P | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{2}$ |

| | | | |
|-----|-----------------|----------------|----------------|
| Y | 0 | 1 | 2 |
| P | $\frac{16}{25}$ | $\frac{8}{25}$ | $\frac{1}{25}$ |

| | | | | |
|---------|------|------|------|------|
| $X + Y$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
| P | 0,32 | 0,48 | 0,18 | 0,02 |

$$\text{Nếu } X + Y \sim B(3, p) \rightarrow \begin{cases} p^3 = 0,02 \\ (1 - p)^3 = 0,32 \end{cases} \text{ Mâu thuẫn}$$

13. a) Poát Xông $\left(\frac{2}{7}\right)$; $P(X = 0) = 0,7515$

b) Poát Xông $\left(\frac{4}{7}\right)$, $P(X > 2) = 0,0204$

14. a) Poát Xông (6) $P(X = 6) = 0,1606$

b) Poát Xông ($2t$), $P(X \geq 1) = 1 - e^{-2t}$
 $= 0,99 \rightarrow t = 2,303.$

15. a) Poát Xông (6), $P(X \leq 3) = 0,151$

b) Poát Xông (1), $P(X \leq 1)^3 = (0,406)^3 = 0,067.$

16.

| | | | | | |
|-----|--------|--------|--------|--------|----------|
| X | 0 | 1 | 2 | 3 | ≥ 4 |
| P | 0,0608 | 0,1703 | 0,2384 | 0,2225 | 0,3081 |

0.5305

a) $EY = 20,8$

| | | | | | |
|-----|--------|--------|--------|--|--------|
| Y | -24 | -4 | 16 | | 36 |
| P | 0,0608 | 0,1703 | 0,2384 | | 0,5305 |

b) $EY = 18,9$

| | | | | | |
|-----|--------|--------|--------|--------|--------|
| Y | -32 | -12 | 8 | 28 | 48 |
| P | 0,0608 | 0,1703 | 0,2384 | 0,2225 | 0,3081 |