BAN HỌC TẬP KHOA CÔNG NGHỆ PHẦN MỀM
CHUỖI TRAINING CUỐI HỌC KÌ 2 NĂM HỌC 2021-2022

Sharing is learning

Ban học tập

Khoa Công Nghệ Phần Mềm

Trường ĐH Công Nghệ Thông Tin ĐHQG Hồ Chí Minh

Our Phone

0932 470 201

0936 645 393

01666 27 27 03

Email / Group

bht.cnpm.uit@gmail.com

fb.com/groups/bht.cnpm.uit

Training

Cấu trúc rời rạc

Thời gian training:

Trainer: Đặng Phước Sang-KHNT2021

Bùi Mạnh Hùng-KHCL2021.2

LÝ THUYẾT ĐỒ THỊ

Lý thuyết đồ thị

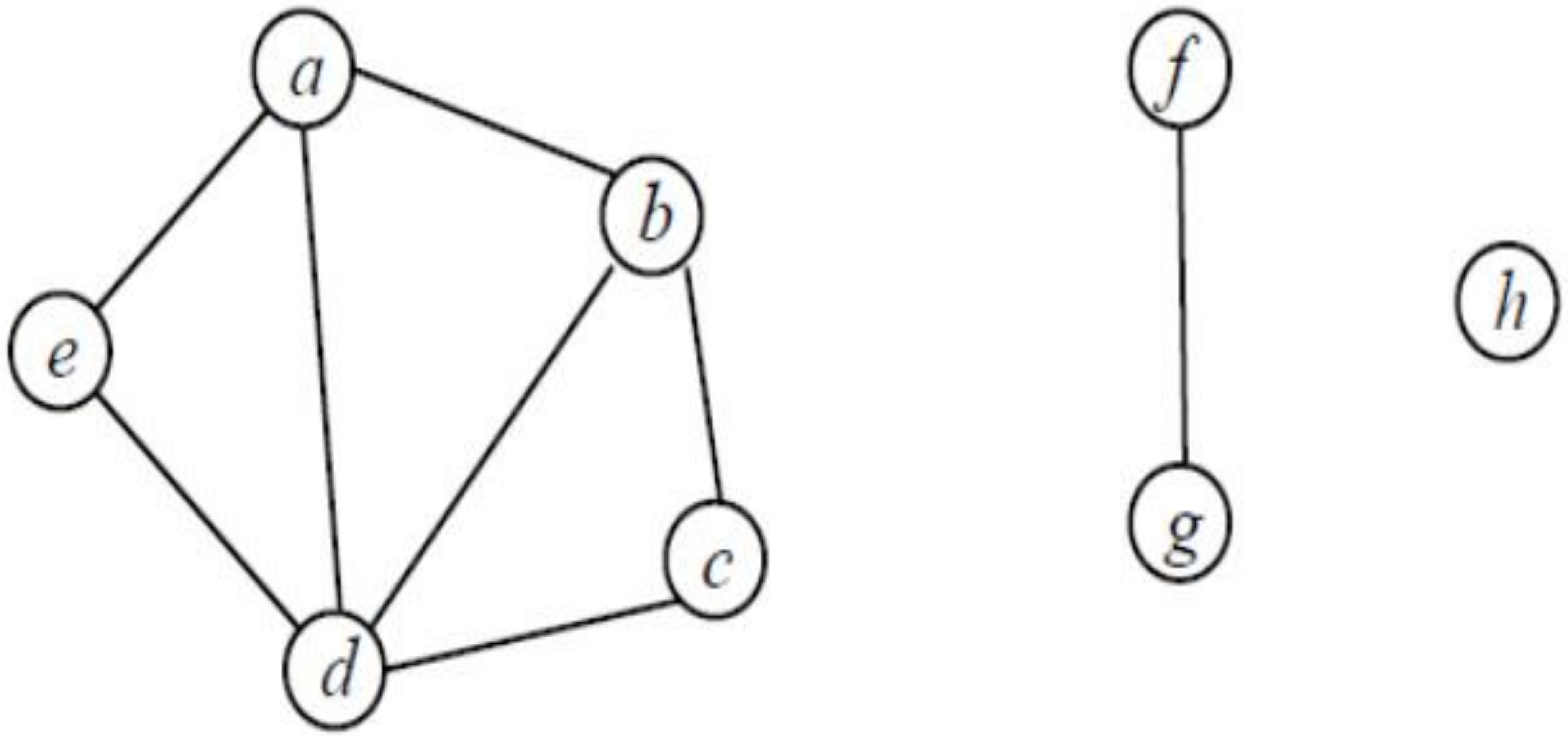
Khái niệm:

- **Đồ thị:** G=(V, E) với V ≠ ∅
  - Mỗi phần tử v ∈ V là một đỉnh. Tập V là tập các đỉnh.
  - Mỗi phần tử u = (v1, v2) ∈ E là một cạnh. Tập E là tập các cạnh.
  - Nếu mỗi phần tử u = (v1, v2) ∈ E không phân biệt thứ tự thì đồ thị đó là ***đồ thị vô hướng***.
  - Nếu mỗi phần tử u = (v1, v2) ∈ E được sắp thứ tự (v1 trước, v2 sau) thì đồ thị đó là ***đồ thị có hướng***.

Lý thuyết đồ thị

Ví dụ:

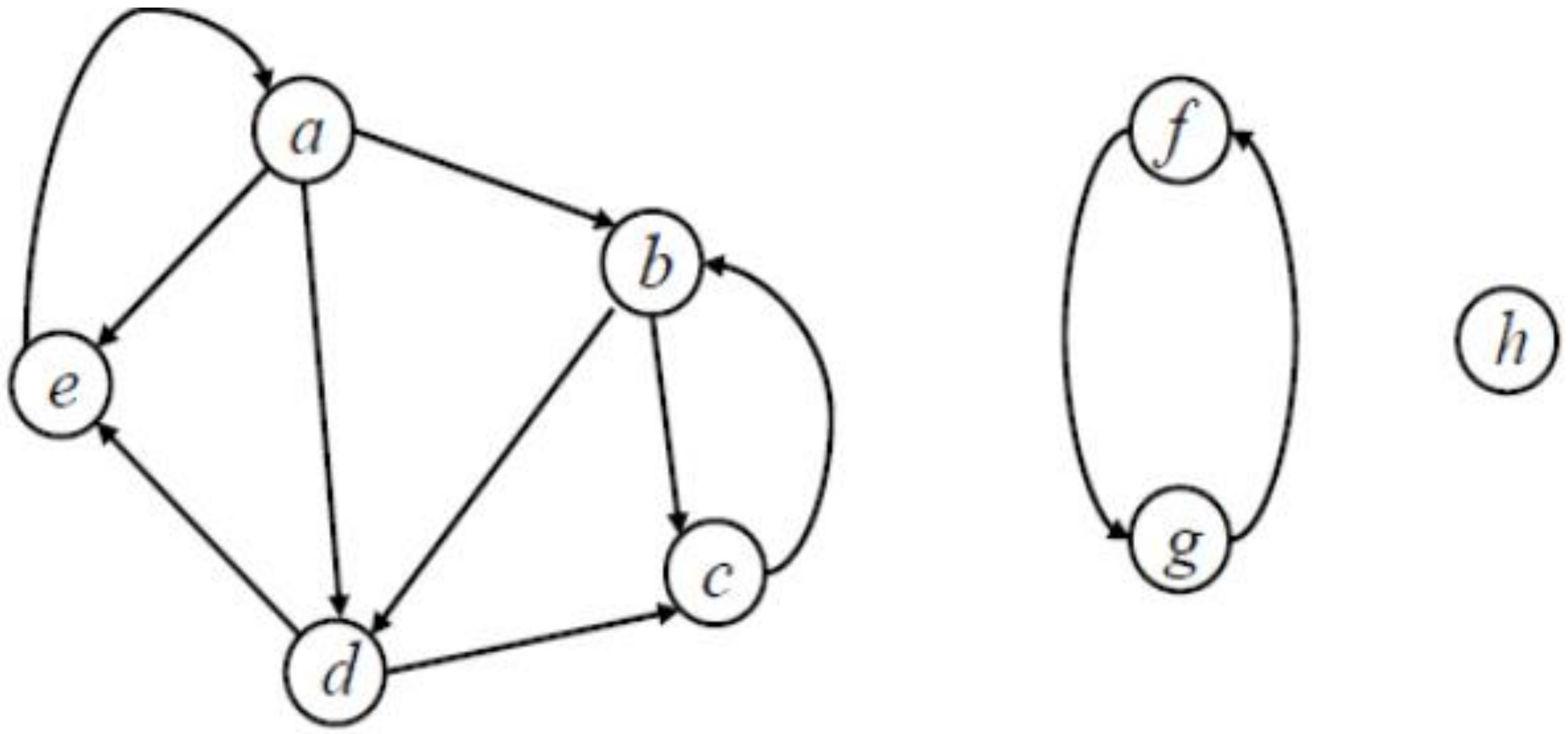
Đồ thị vô hướng



Lý thuyết đồ thị

Ví dụ:

Đồ thị có hướng



Lý thuyết đồ thị

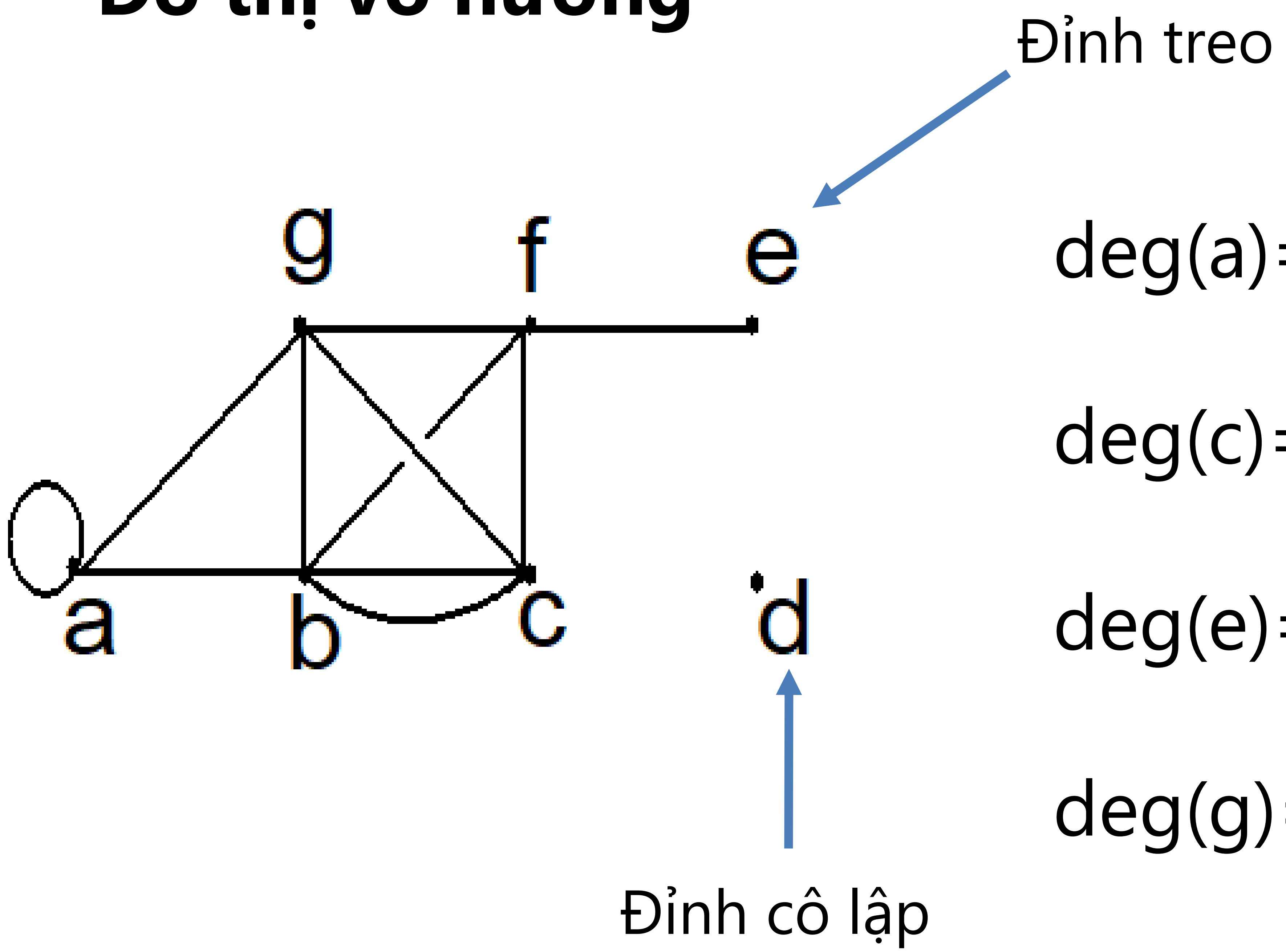
❑Bậc của đỉnh:

- Số cạnh thuộc đỉnh v của đồ thị vô hướng gọi là bậc của đỉnh v, ký hiệu là deg(v).
- Số cung đi ra từ đỉnh v của đồ thị có hướng gọi là bán bậc ra của đỉnh v, ký hiệu là $deg^+(v)$.
- Số cung đi vào đỉnh v của đồ thị có hướng gọi là bán bậc vào của đỉnh v, ký hiệu là $deg^-(v)$.
- Các đỉnh có bậc bằng 0 gọi là ***đỉnh cô lập***.
- Các đỉnh có bậc bằng 1 gọi là ***đỉnh treo***, cạnh (cung) tương ứng gọi là cạnh (cung) treo.
- Mỗi vòng (khuyên) là 2 cạnh tới một đỉnh.

Lý thuyết đồ thị

Ví dụ:

Đồ thị vô hướng



deg(a)= 4 deb(b)= 5

deg(c)= 4 deg(d)= 0

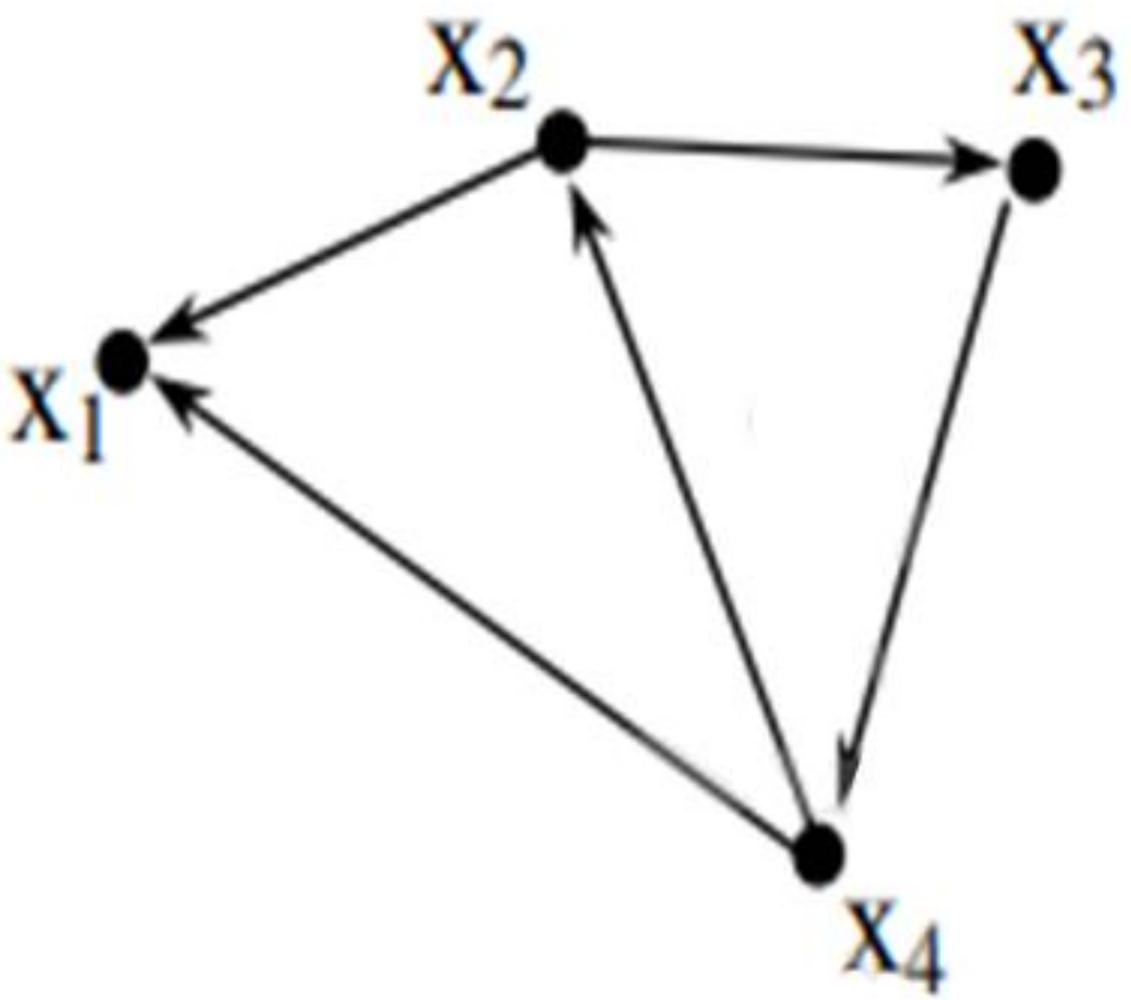
deg(e)= 1 deg(f)= 4

deg(g)= 4

Lý thuyết đồ thị

Ví dụ:

Đồ thị có hướng



$\deg^+(x_1) = 0$ $\deg^-(x_1) = 2$

$\deg^+(x_2) = 2$ $\deg^-(x_2) = 1$

$\deg^+(x_3) = 1$ $\deg^-(x_3) = 1$

$\deg^+(x_4) = 2$ $\deg^-(x_4) = 1$

Lý thuyết đồ thị

Các dạng đồ thị:

Đơn đồ thị: là đồ thị không chứa khuyên và các cạnh kép (2 cạnh nối cùng 1 cặp đỉnh)

Đa đồ thị: các đồ thị không phải đơn đồ thị

Đồ thị tầm thường: là các đồ thị chỉ có 1 điểm và không có cạnh nào

Đồ thị rỗng: là đồ thị không có đỉnh và cạnh nào

Đồ thị G′ = (V′ , E′) là con của đồ thị G = (V, E) nếu như:

- $V' \subset V$
- $E' \subset E$

Lý thuyết đồ thị

❑Các định lý:

Định lý 1: Trong đồ thị vô hướng, tổng số bậc của các đỉnh bằng 2 lần số cạnh

$$|E| = \frac{1}{2} \sum_{v \in V} \deg(v)$$

Hệ quả:
- Số đỉnh bậc lẻ là một số chẵn
- Tổng bậc của đỉnh bậc lẻ là một số chẵn

Định lý 2: Trong mọi đơn đồ thị G nếu số đỉnh nhiều hơn 1 thì tồn tại

ít nhất hai đỉnh cùng bậc.

Định lý 3: Trong mọi đơn đồ thị G nếu số đỉnh nhiều hơn 2 và có đúng hai đỉnh cùng bậc thì hai đỉnh này không đồng thời có bậc bằng 0 hoặc n-1.

Lý thuyết đồ thị

Sự đẳng cấu của đồ thị:

Hai đồ thị G1 = (X1, E1) và G2 = (X2, E2) được gọi là ***đẳng cấu với nhau*** nếu: Tồn tại một song ánh f: X1 → X2 sao cho các đỉnh x và y là kề nhau trong G1 khi và chỉ khi f(x) và f(y) là kề nhau trong G2.

G1 = (X1, E1) là đẳng cấu với G2 = (X2, E2) thì:

1. $|X1| = |X2|$

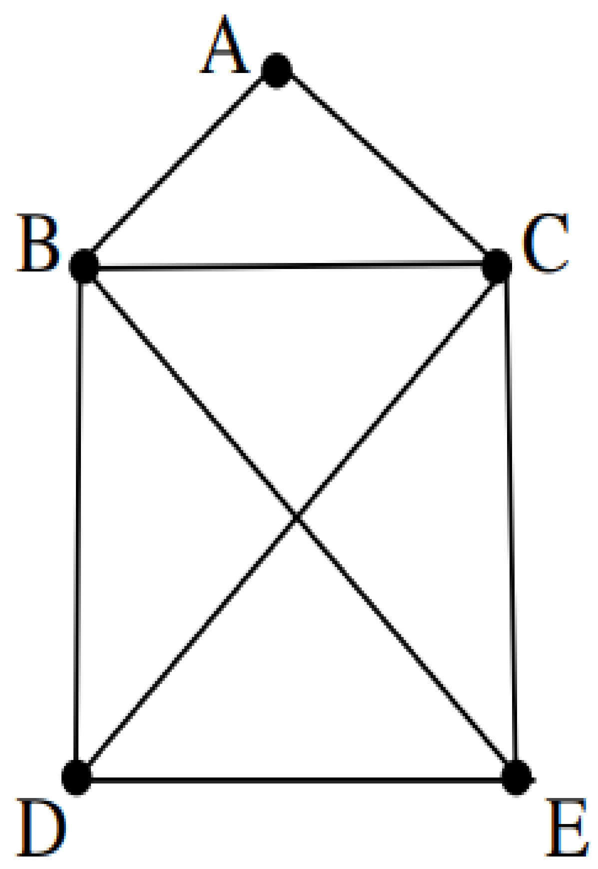
2. $|E1| = |E2|$

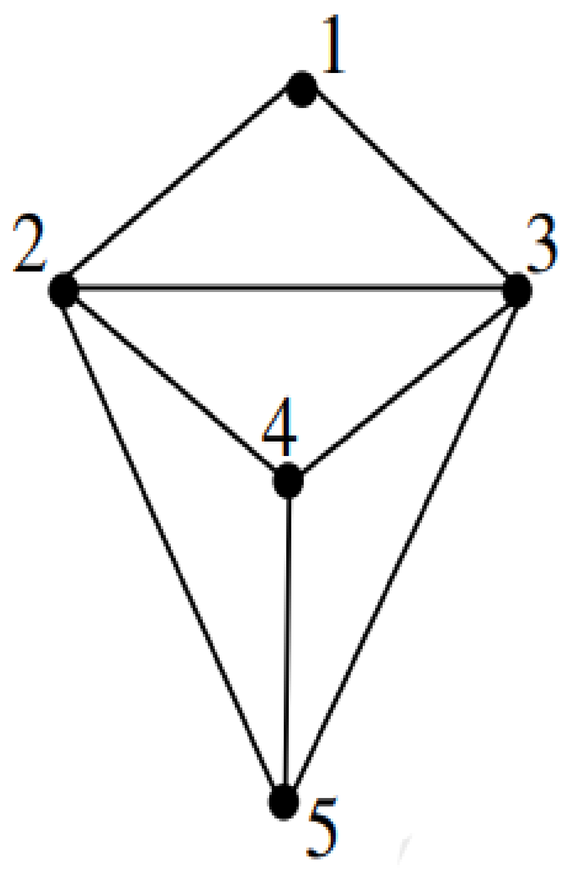
3. $\deg(v) = \deg(f(v)), \forall v \in X1$

Lý thuyết đồ thị

Sự đẳng cấu của đồ thị:

Ví dụ:





Hai đồ thị đẳng cấu qua song ánh:

f(A) = 1 f(B) = 2

f(C) = 3 f(D) = 4

f(E) = 5

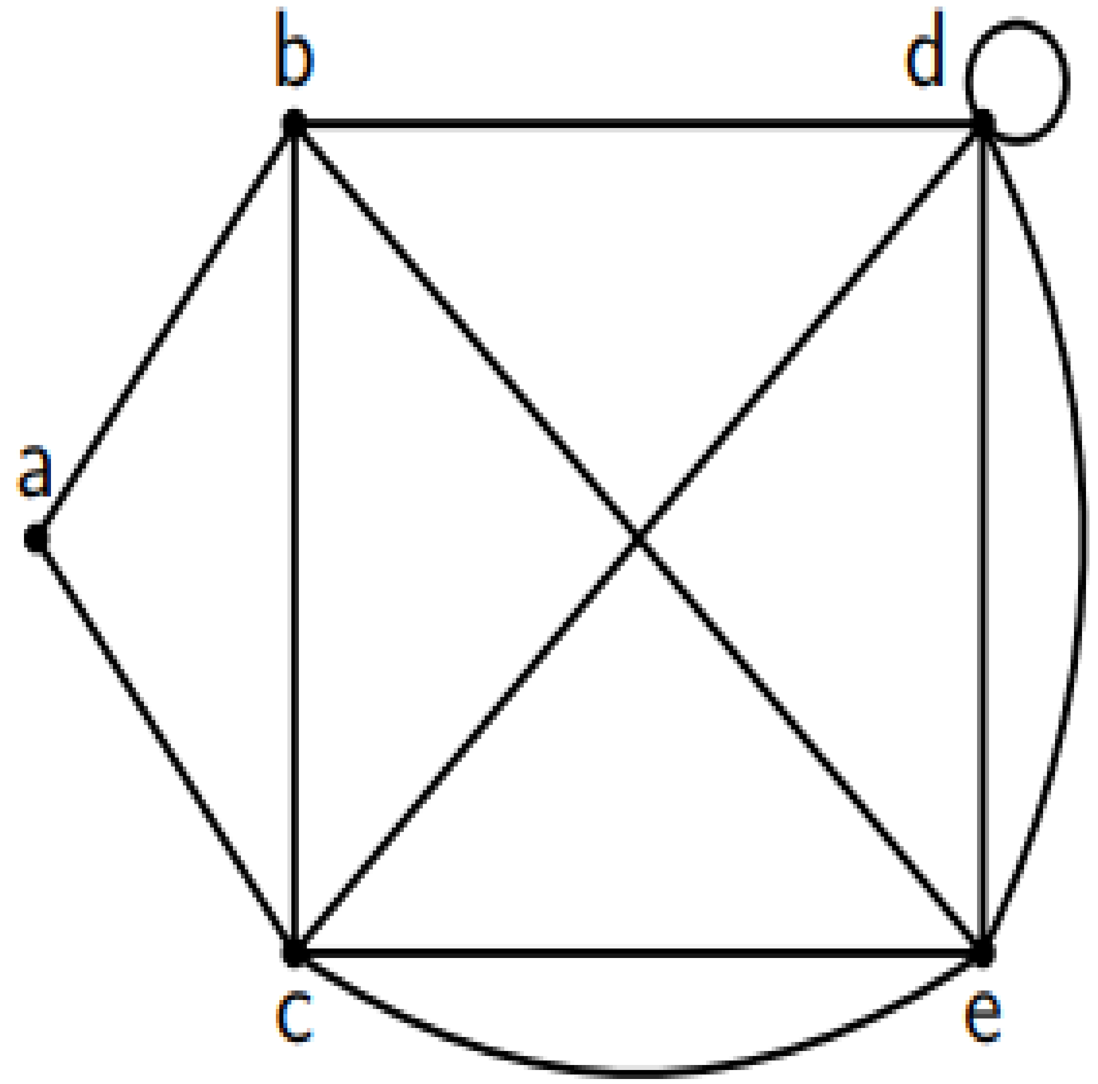
Lý thuyết đồ thị

Biểu diễn đồ thị:

Ma trận kề: Cho đồ thị G = (V, E) có n đỉnh. Ma trận kề của G là $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ trong đó a_{ij} là số cạnh (số cung) nối đỉnh i và đỉnh j

Đồ thị G bên có ma trận kề là

$$A = \begin{array}{c c} & \begin{array}{ccccc} a & b & c & d & e \end{array} \\ \begin{array}{c} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 2 & 2 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$$



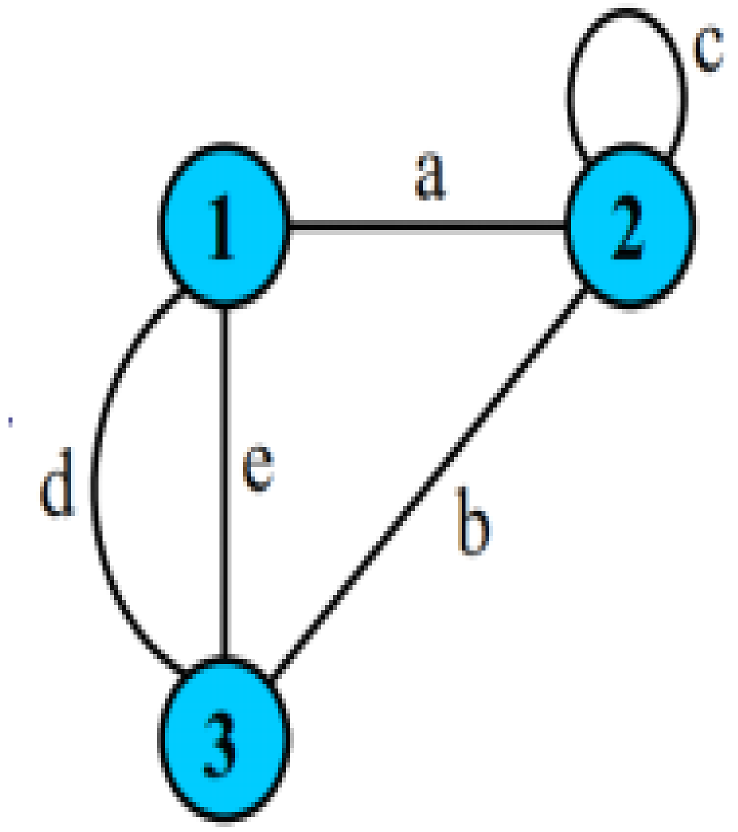
Lý thuyết đồ thị

Biểu diễn đồ thị:

Ma trận liên thuộc: Cho đồ thị G = (V, E) có n đỉnh, m cạnh. Ma trận liên thuộc của G là $M = [m_{ij}]_{n \times m}$ trong đó $m_{ij} = 1$ nếu đỉnh i thuộc cạnh j, ngược lại = 0

Đồ thị G có ma trận liên thuộc:

$$M = \begin{array}{c} \\ \mathbf{1} \\ \mathbf{2} \\ \mathbf{3} \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccc} \mathbf{a} & \mathbf{b} & \mathbf{c} & \mathbf{d} & \mathbf{e} \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$$



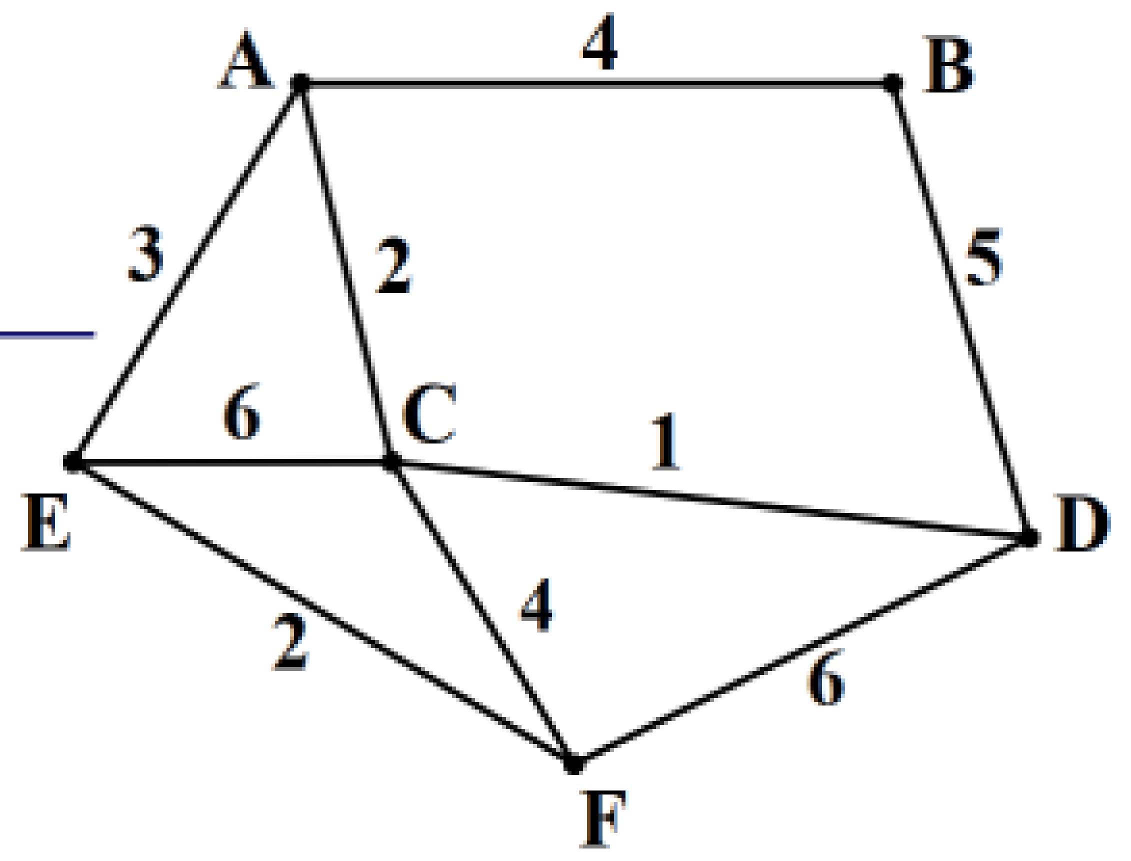
Lý thuyết đồ thị

Biểu diễn đồ thị:

Ma trận trọng số:

$$c_{ij} = 0 \text{ nếu } (v_i, v_j) \notin E$$

$$\begin{array}{c} \\ A \\ B \\ C \\ D \\ E \\ F \end{array}
\begin{array}{c}
\begin{array}{cccccc} A & B & C & D & E & F \end{array} \\
\begin{pmatrix}
0 & 4 & 2 & 0 & 3 & 0 \\
4 & 0 & 0 & 5 & 0 & 0 \\
2 & 0 & 0 & 1 & 6 & 4 \\
0 & 5 & 1 & 0 & 0 & 6 \\
3 & 0 & 6 & 0 & 0 & 2 \\
0 & 0 & 4 & 6 & 2 & 0
\end{pmatrix}
\end{array}$$



Lý thuyết đồ thị

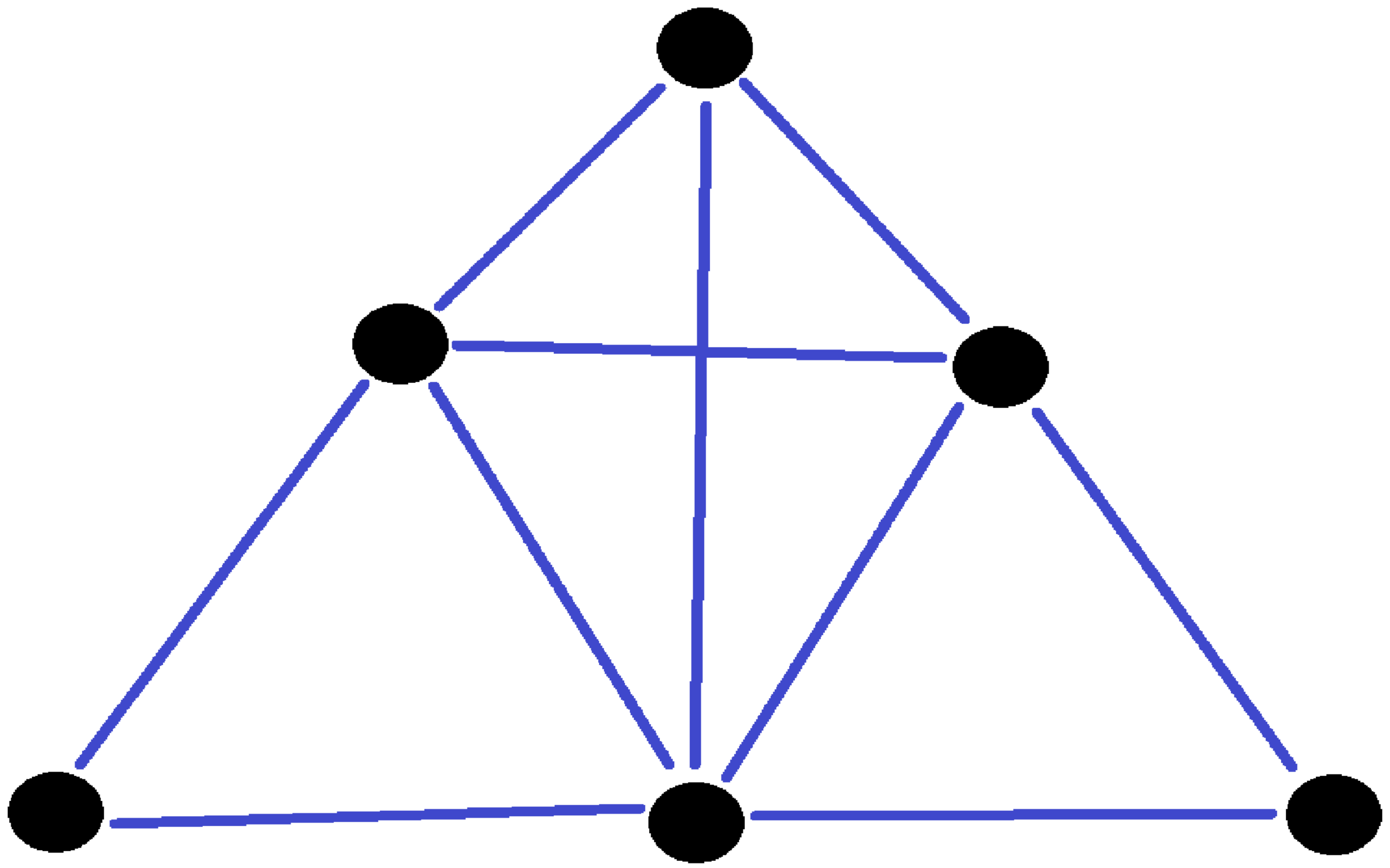
Ví dụ: (Trích câu 2 đề CKII 2018-2019)

Câu 2. *(2.0 điểm)* Cho đồ thị liên thông G có 6 đỉnh với bậc lần lượt là 2, 2, 3, 4, 4, 5. Hãy vẽ phác họa G trong các trường hợp:

a) G là đơn đồ thị.
b) G là đa đồ thị không có vòng.
c) G là đa đồ thị không có cạnh bội.
d) G là đa đồ thị có vòng và có cạnh bội.

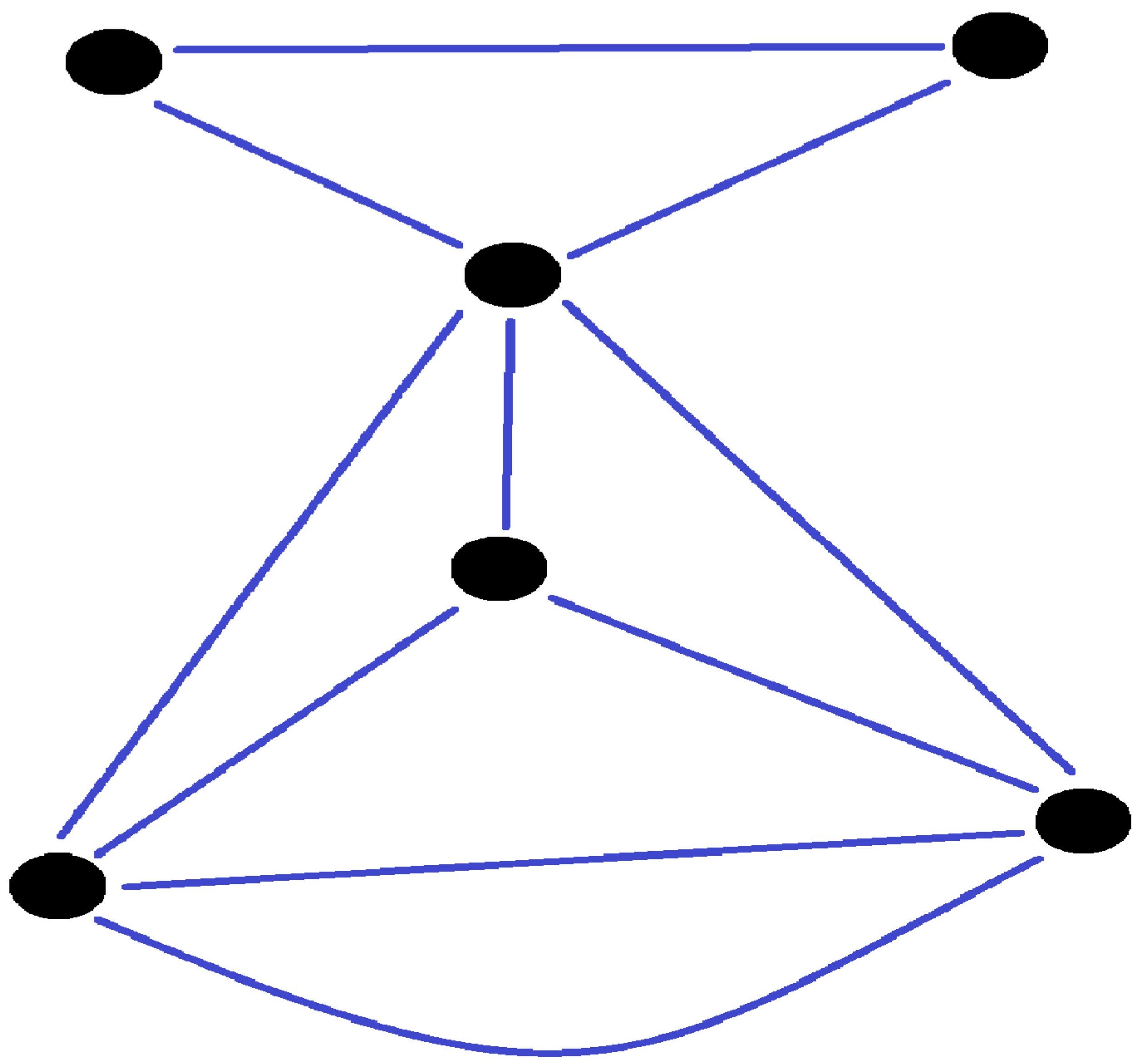
Lý thuyết đồ thị

a) G là đơn đồ thị



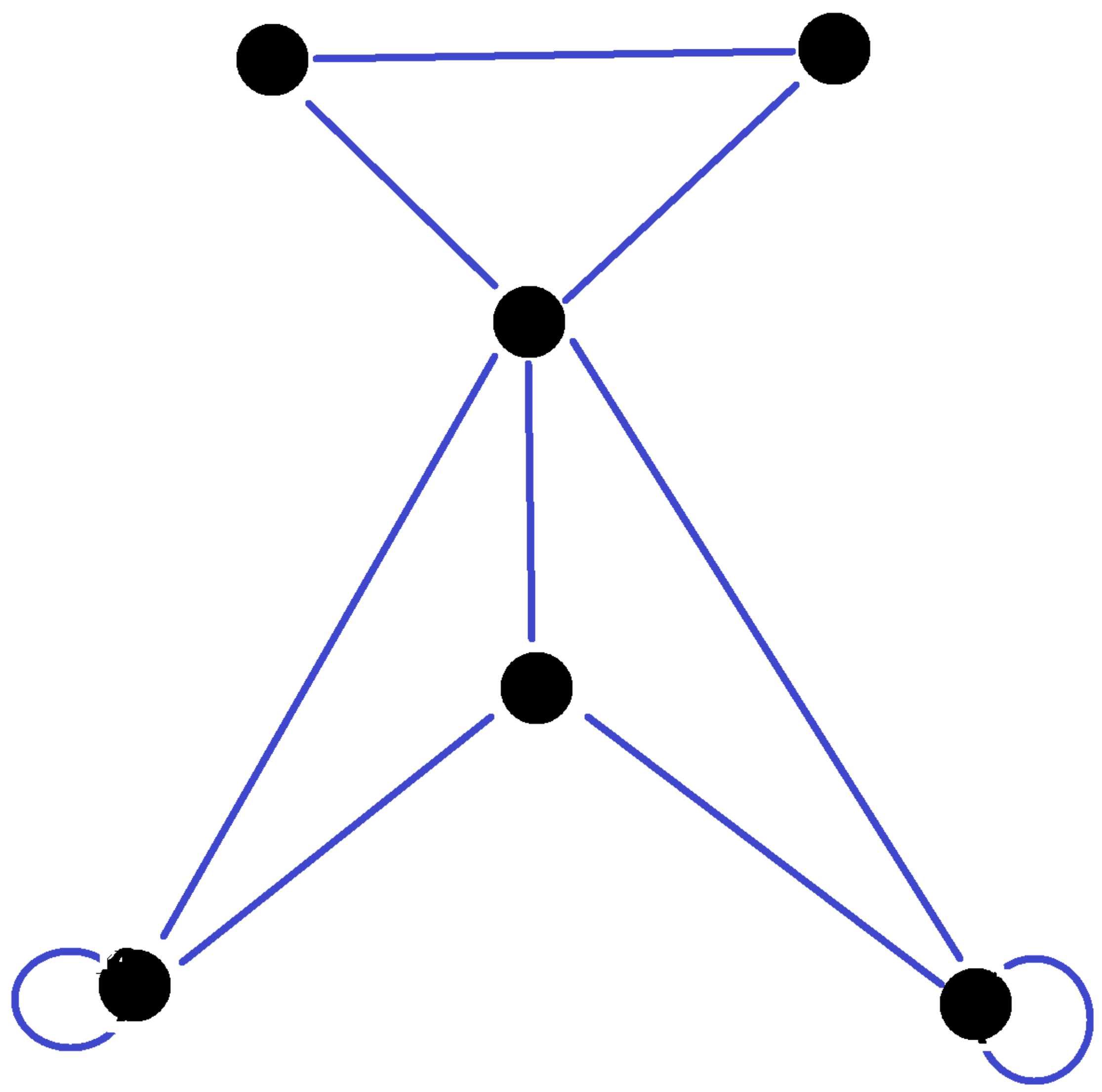
Lý thuyết đồ thị

b) G là đa đồ thị không có vòng



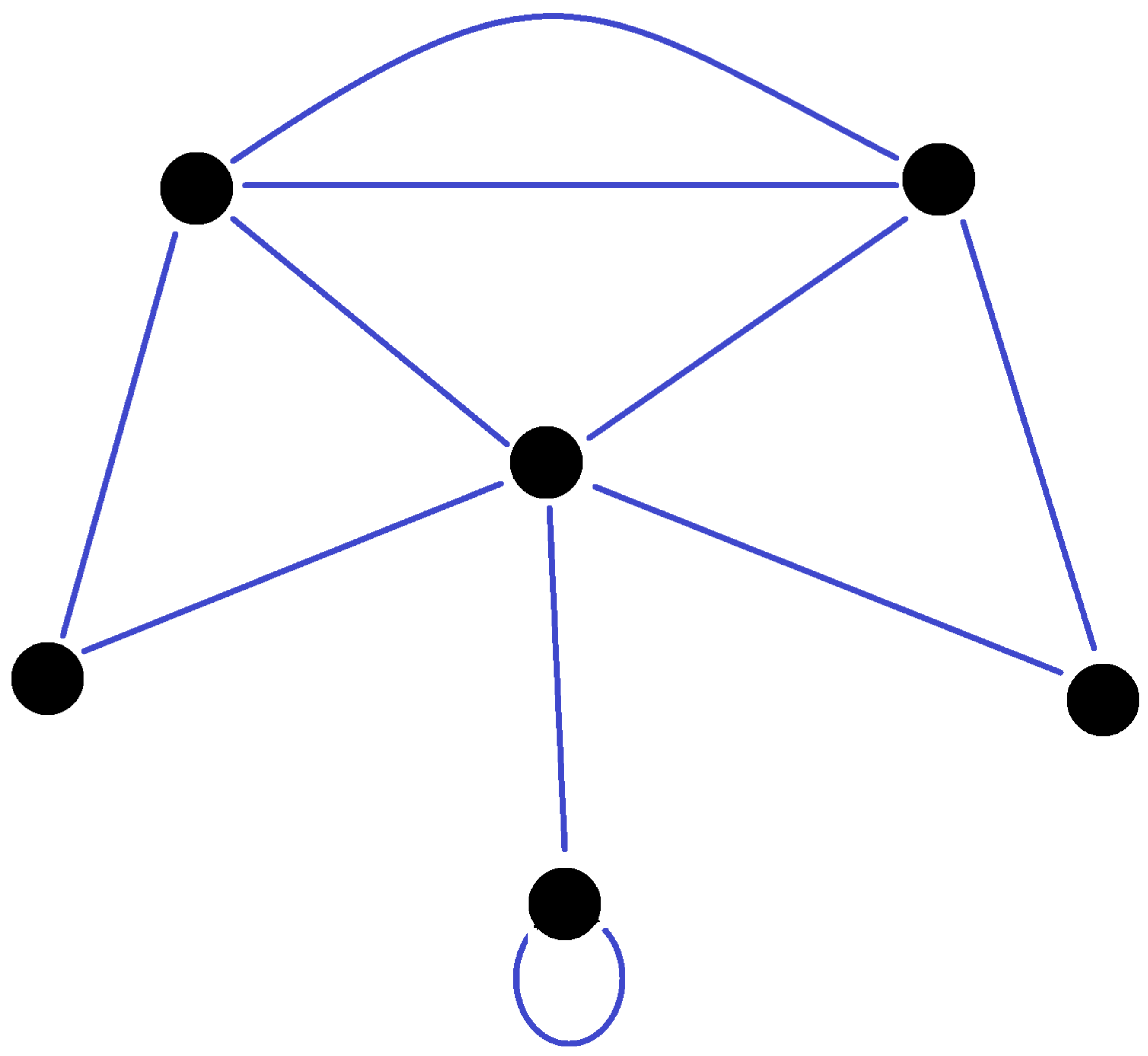
Lý thuyết đồ thị

c) G là đa đồ thị không có cạnh bội



Lý thuyết đồ thị

d) G là đa đồ thị có vòng và cạnh bội



CHU TRÌNH & ĐƯỜNG ĐI EULER

TÍNH LIÊN THÔNG

Tính liên thông của đồ thị vô hướng:

Hai đỉnh u, v trong G được gọi là **liên thông** nếu tồn tại 1 đường đi nối chúng lại với nhau.

Đồ thị G gọi là liên thông nếu 2 đỉnh phân biệt bất kỳ trong G liên thông.

Gọi V′ là tập con của V gồm đỉnh v và tất cả các đỉnh liên thông với v. E′ là tập con của E gồm tất cả các cạnh nối các đỉnh thuộc V′.
Khi đó G′ = (V′, E′) là **thành phần liên thông** của G chứa v

Đỉnh v gọi là **khớp** ⬄ số thành phần liên thông tăng lên nếu bỏ v và các cạnh liên thuộc với nó

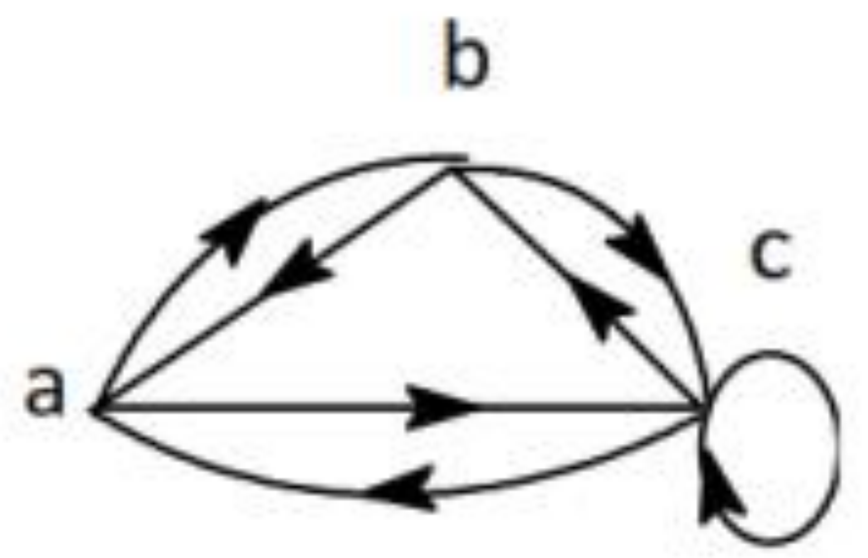
Cạnh e gọi là **cầu** ⬄ số thành phần liên thông tang lên nếu bỏ e

TÍNH LIÊN THÔNG

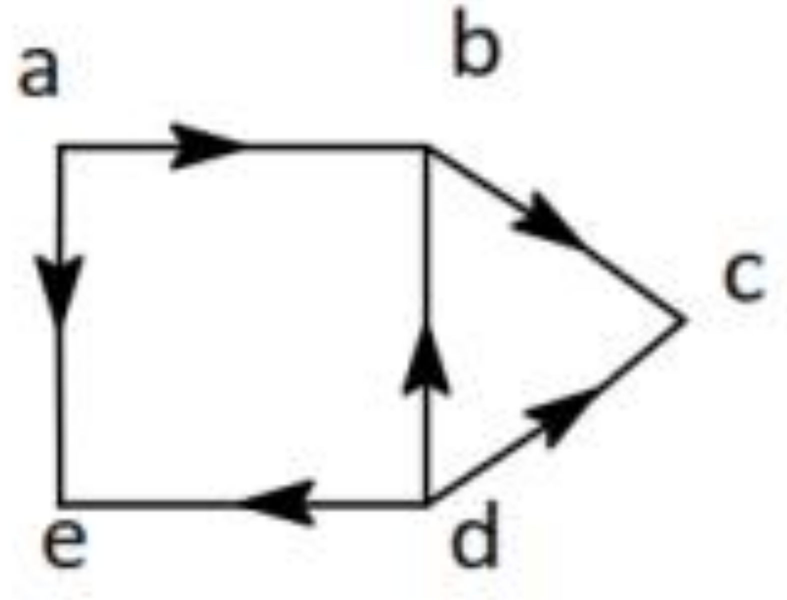
Tính liên thông của đồ thị có hướng:

Liên thông mạnh: Giữa 2 đỉnh u, v bất kỳ trong G luôn có đường đi từ v đến u và từ u đến v.

Liên thông yếu: Đồ thị vô hướng tương ứng của G là liên thông



G: liên thông mạnh



H: liên thông yếu

CHU TRÌNH & ĐƯỜNG ĐI EULER

Định nghĩa: Đồ thị G = (V, E) liên thông

- **Chu trình Euler:** Chu trình đơn chứa tất cả các cạnh của đồ thị G.
- **Đồ thị Euler:** Đồ thị có chứa một chu trình Euler.
- **Đường đi Euler:** Đường đi đơn chứa tất cả các cạnh của đồ thị G.

CHU TRÌNH & ĐƯỜNG ĐI EULER

Trong đồ thị vô hướng:

Định lý về chu trình Euler: Một đồ thị liên thông G = (V, E) có chu trình Euler khi và chỉ khi mỗi đỉnh của nó đều có bậc chẵn.

Định lý về đường đi Euler: Đồ thị liên thông G có đường đi Euler, không có chu trình Euler khi và chỉ khi G có đúng 2 đỉnh bậc lẻ.

CHU TRÌNH & ĐƯỜNG ĐI EULER

Trong đồ thị có hướng:

❖ **Định lý về chu trình Euler:** Đồ thị có hướng G=(V, E) có chu trình Euler khi và chỉ khi:

- G liên thông mạnh
- $deg^{+}(v) = deg^{-}(v), \forall v \in V$

❖ **Định lý về đường đi Euler:** G có đường đi Euler nhưng không có chu trình Euler khi và chỉ khi:

- G liên thông yếu
- $\exists!\ s \in V : deg^{+}(s) = deg^{-}(s) + 1$
- $\exists!\ t \in V : deg^{+}(t) = deg^{-}(t) - 1$
- $deg^{+}(v) = deg^{-}(v), \forall v \in V \setminus \{s, t\}$

Thuật toán Euler:

- Bước 1: Chọn đỉnh v làm đỉnh bắt đầu. Xây dựng chu trình đơn (con) C bất kỳ.
- Bước 2: Loại bỏ các cạnh trong C ra khỏi đồ thị. Loại bỏ các đỉnh cô lập nếu có
- Bước 3: Lấy 1 đỉnh chung của C và phần đồ thị còn lại để xây dựng chu trình đơn (con) C′. Ghép C′ vào C rồi quay lại bước 2. Lặp lại cho đến khi các cạnh được đưa hết vào C

CHU TRÌNH & ĐƯỜNG ĐI EULER

Thuật toán Fleury: Xuất phát từ một đỉnh bất kì (đối với đường đi Euler, ta phải xuất phát từ 1 trong 2 đỉnh bậc lẻ), ta chọn cạnh liên thuộc với nó để đi tiếp, nhưng phải tuân thủ quy tắc sau:

1. Sau khi đi qua một cạnh nào đó:

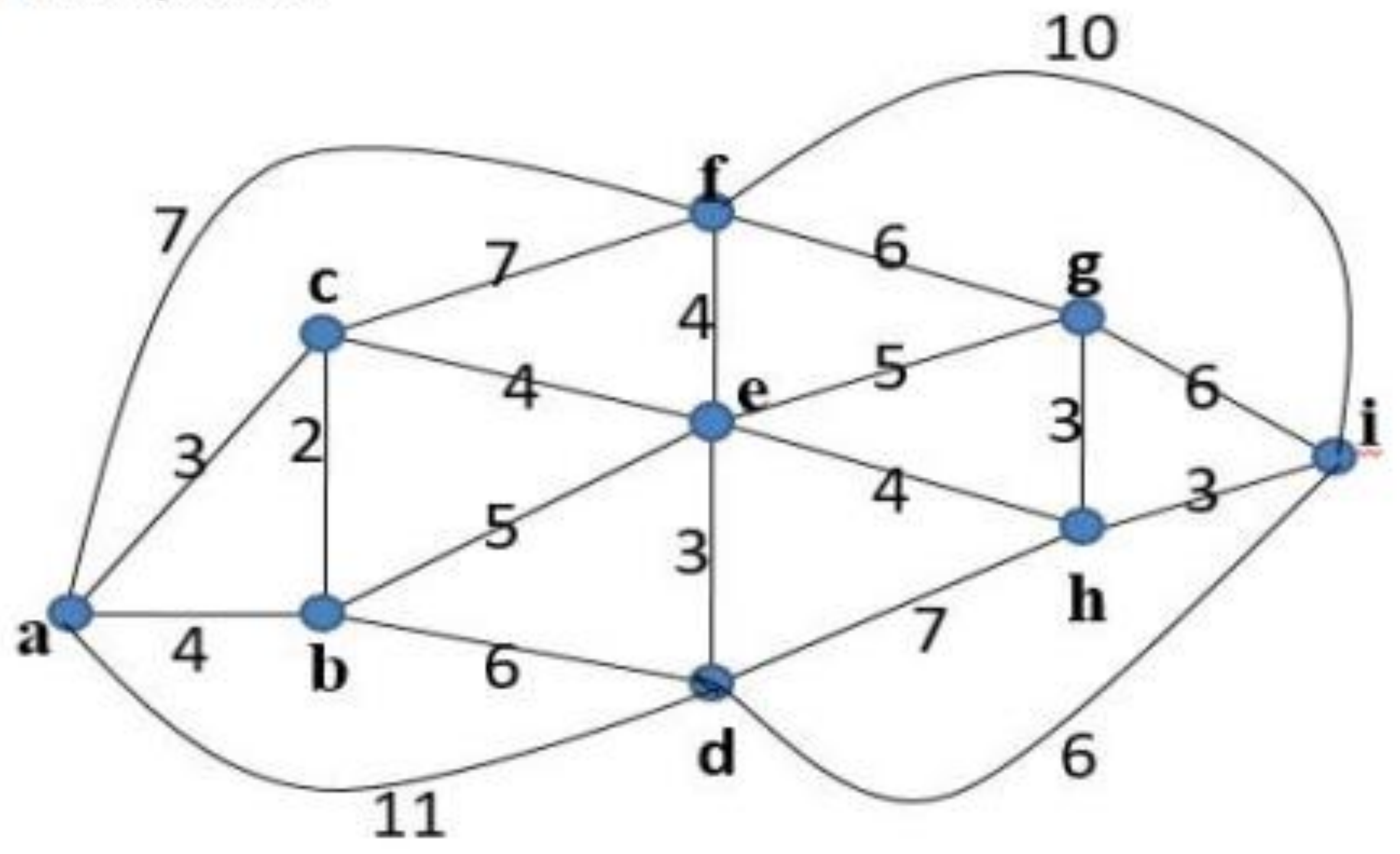
- Xóa cạnh vừa đi qua.
- Xóa tất cả các đỉnh cô lập (nếu có).

2. Tại mỗi đỉnh, ta chỉ đi theo một cạnh là cầu nếu không có cạnh nào khác.

CHU TRÌNH & ĐƯỜNG ĐI EULER

Ví dụ: (Trích câu 3a đề CKI năm 2020 – 2021)

Câu 3. *(5.0 điểm)* Cho đồ thị G sau:



a) G có chu trình (đường đi) Euler không? Tại sao? Nếu có hãy chỉ ra một chu trình (đường đi) Euler của G.

CHU TRÌNH & ĐƯỜNG ĐI EULER

Lời giải:

G là đồ thị liên thông có:

deg(a) = deg(c) = deg(g) = deg(i) = deg(h) = deg(b) = 4;

deg(f) = deg(d) = 5;   deg(e) = 6;

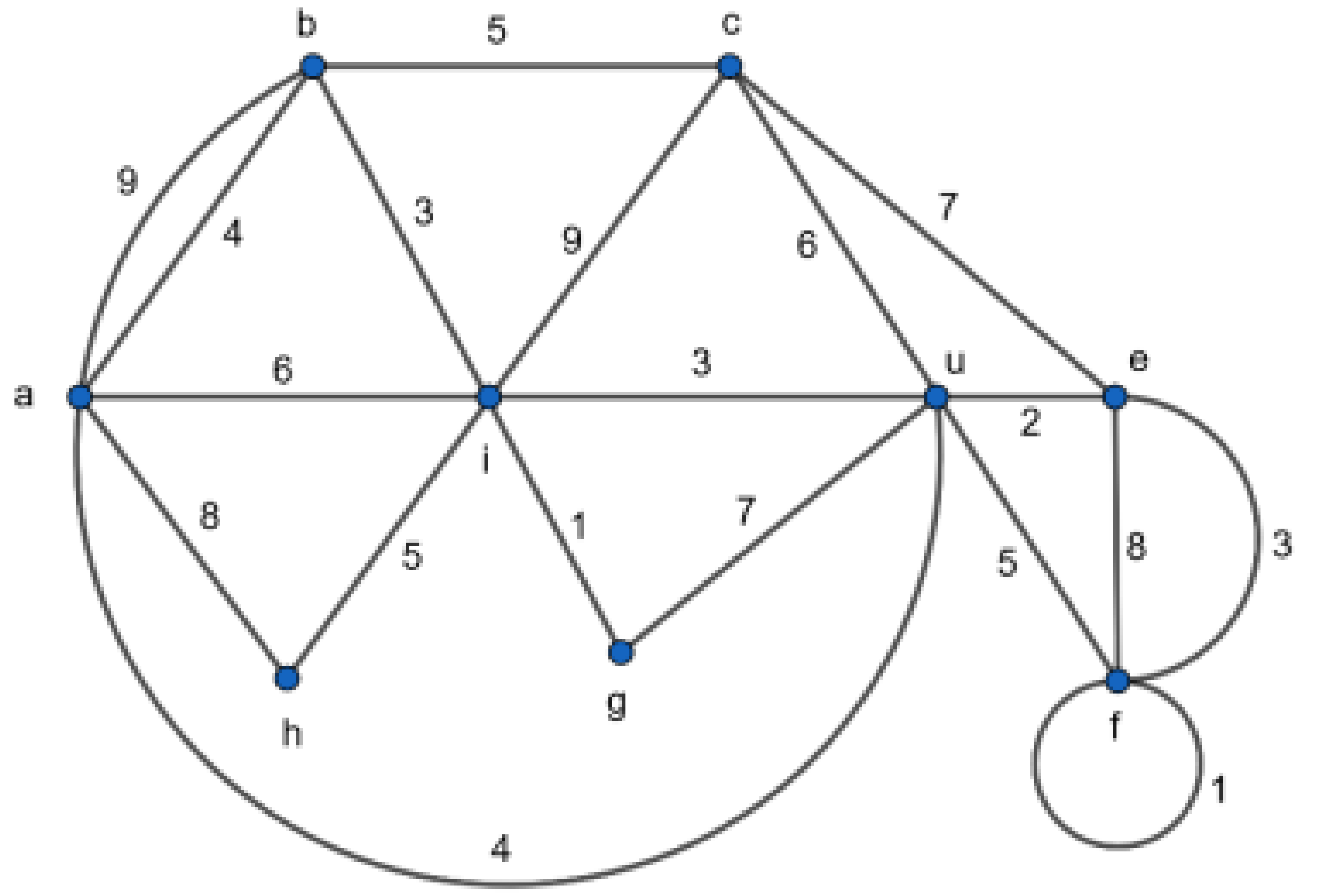
Đồ thị G có đúng 2 đỉnh bậc lẻ => G có đường đi Euler

P_G : **f i d a f g i h d b a c f e g h e c b e d**

CHU TRÌNH & ĐƯỜNG ĐI EULER

Ví dụ: (Trích câu 3a đề CKI năm 2016 – 2017)

Câu 3. *(5 điểm)* Cho đồ thị liên thông có trọng số G như sau:



G

a) Hỏi G có chu trình (đường đi) Euler không? Tại sao? Nếu có, hãy chỉ ra một chu trình (đường đi) Euler của G.

CHU TRÌNH & ĐƯỜNG ĐI EULER

Giải:

G là đồ thị liên thông có:

deg(b) = deg(c) = deg(e) = 4;

deg(h) = deg(g) = 2

deg(a) = deg(f) = 5;   deg(i) = deg(u) = 6;

Đồ thị G có đúng 2 đỉnh bậc lẻ => G có đường đi Euler

P_G : **a b c e f f u a b i c u g i h a i u e f**

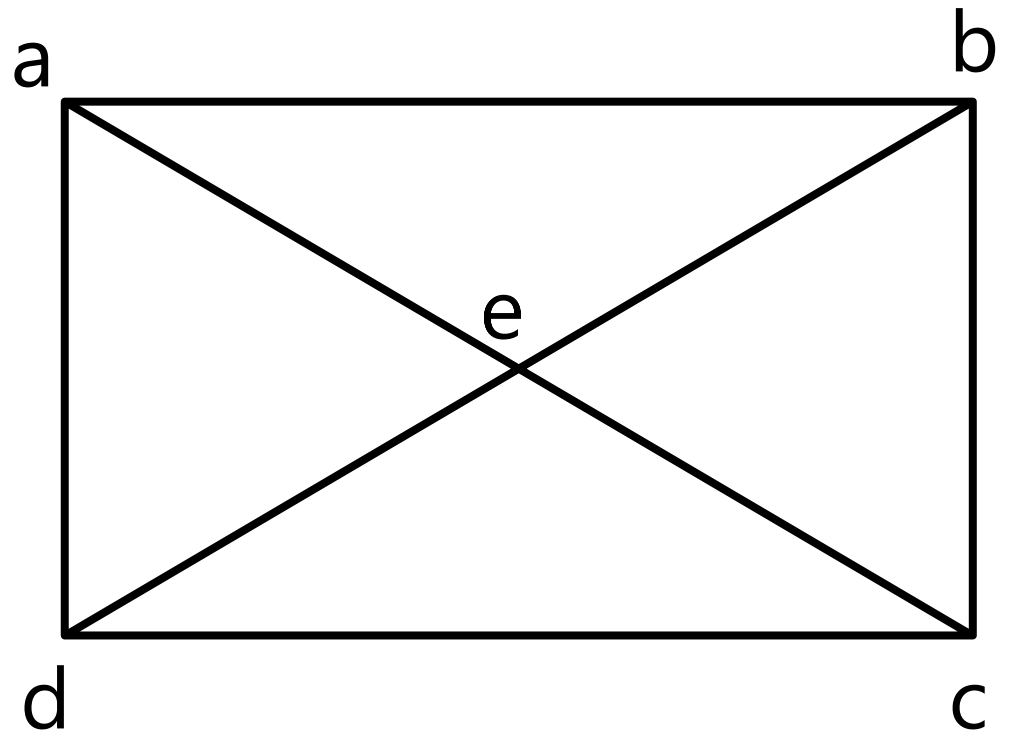
CHU TRÌNH & ĐƯỜNG ĐI HAMILTON

CHU TRÌNH & ĐƯỜNG ĐI HAMILTON

Định nghĩa:

- **Chu trình Hamilton:** Chu trình bắt đầu từ một đỉnh v nào đó, qua tất cả các đỉnh còn lại, mỗi đỉnh đúng một lần rồi quay lại v.
- **Đồ thị Hamilton:** Đồ thị có chứa chu trình Hamilton.
- **Đường đi Hamilton:** Đường đi đơn chứa tất cả các đỉnh của đồ thị

CHU TRÌNH & ĐƯỜNG ĐI HAMILTON



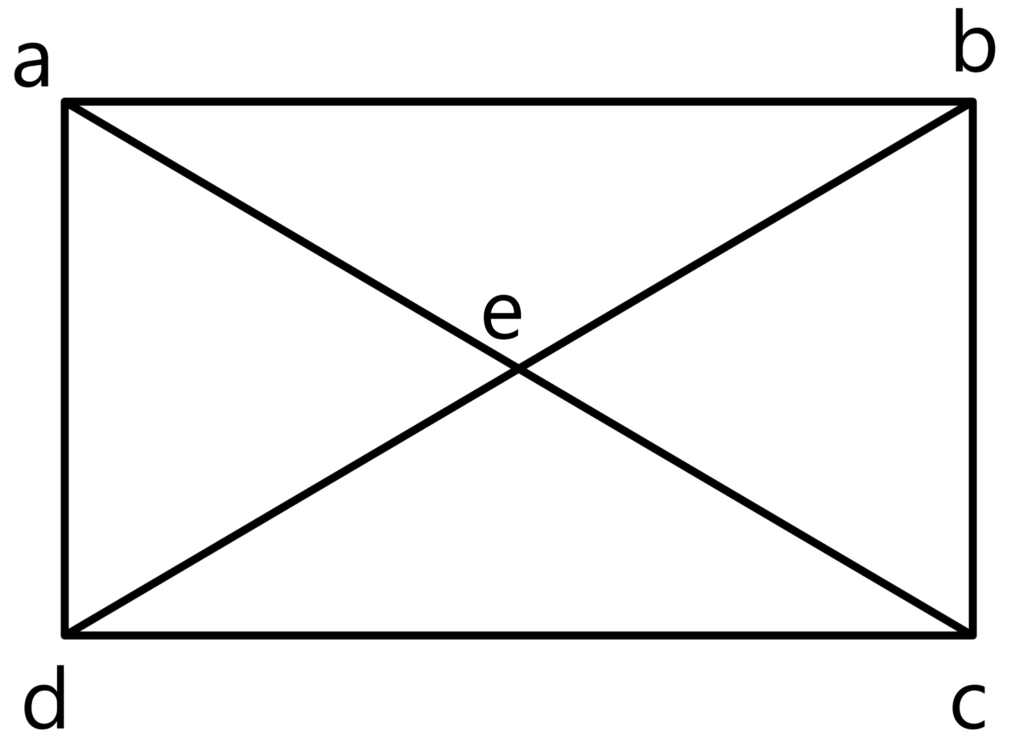
Điều kiện đủ

❖ *Định lý Ore (1960)*

- $Cho\ G = (V, E)$ là một đơn đồ thị liên thông.
- $|V| = n \geq 3$
- $\deg(v) + \deg(w) \geq n\ \forall\ v, w$ không kề nhau.

→ ***G có chu trình Hamilton***

CHU TRÌNH & ĐƯỜNG ĐI HAMILTON



Điều kiện đủ

❖ *Hệ quả (Định lý Dirac-1952)*

- Cho $G = (V, E)$ là một đơn đồ thị liên thông.
- $|V| = n \geq 3$
- $\deg(v) \geq \frac{n}{2} \; \forall v \in V$.

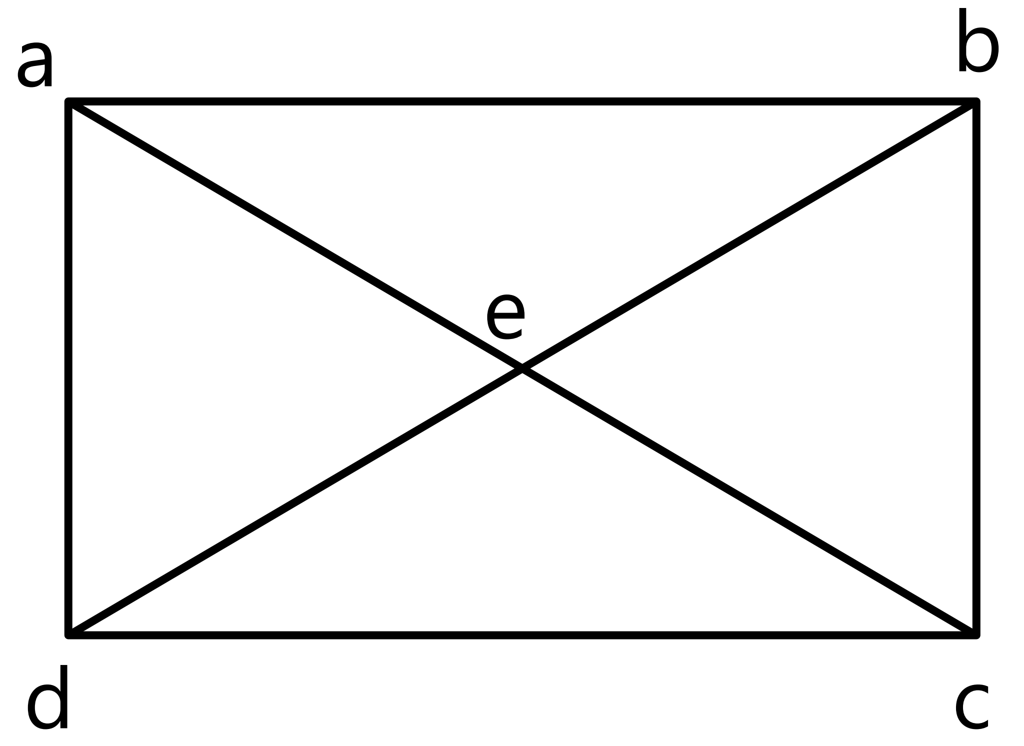
→ ***G có chu trình Hamilton***

CHU TRÌNH & ĐƯỜNG ĐI HAMILTON

Điều kiện đủ

❖ *Định lý Pósa*

- Cho $\mathrm{G} = (\mathrm{V}, \mathrm{E})$ là một đơn đồ thị, $|\mathrm{V}| = \mathrm{n} \geq 3$
- $|\{v \in V, \deg(v) \leq k\}| \leq k - 1 \; \forall \, k \in [1, \frac{n-1}{2})$
- $|\{v \in V, \deg(v) \leq \frac{n-1}{2}\}| \leq \frac{n-1}{2}, n\text{ếu } n \text{ lẻ}$



→ ***G có chu trình Hamilton***

CHU TRÌNH & ĐƯỜNG ĐI HAMILTON

Định lý König

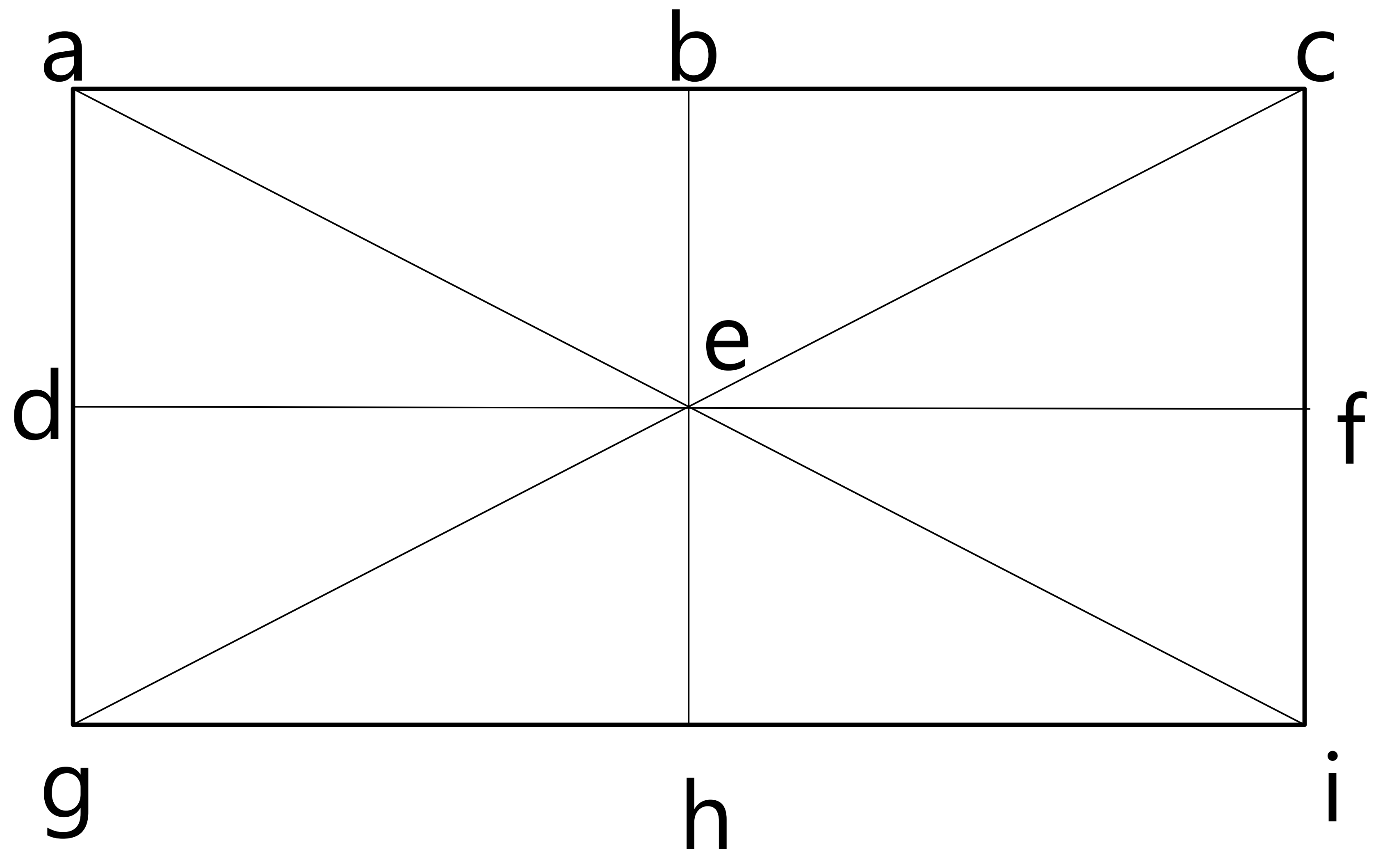
- Mọi đồ thị có hướng đầy đủ (đồ thị vô hướng tương ứng là đầy đủ) đều có đường đi Hamilton.

Phương pháp tìm chu trình Hamilton

1. Nếu tồn tại một đỉnh v của G có $deg(v) \leq 1$ thì đồ thị G không có chu trình Hamilton.
2. Nếu đỉnh v có bậc là 2 thì cả 2 cạnh tới v đều phải thuộc chu trình Hamilton.
3. Chu trình Hamilton không chứa bất kỳ chu trình con nào.
4. Trong quá trình xây dựng chu trình Hamilton, sau khi đã lấy 2 cạnh tới một đỉnh v đặt vào chu trình Hamilton rồi thì không thể lấy thêm cạnh nào tới v nữa, do đó có thể xóa mọi cạnh còn lại tới v.

CHU TRÌNH & ĐƯỜNG ĐI HAMILTON

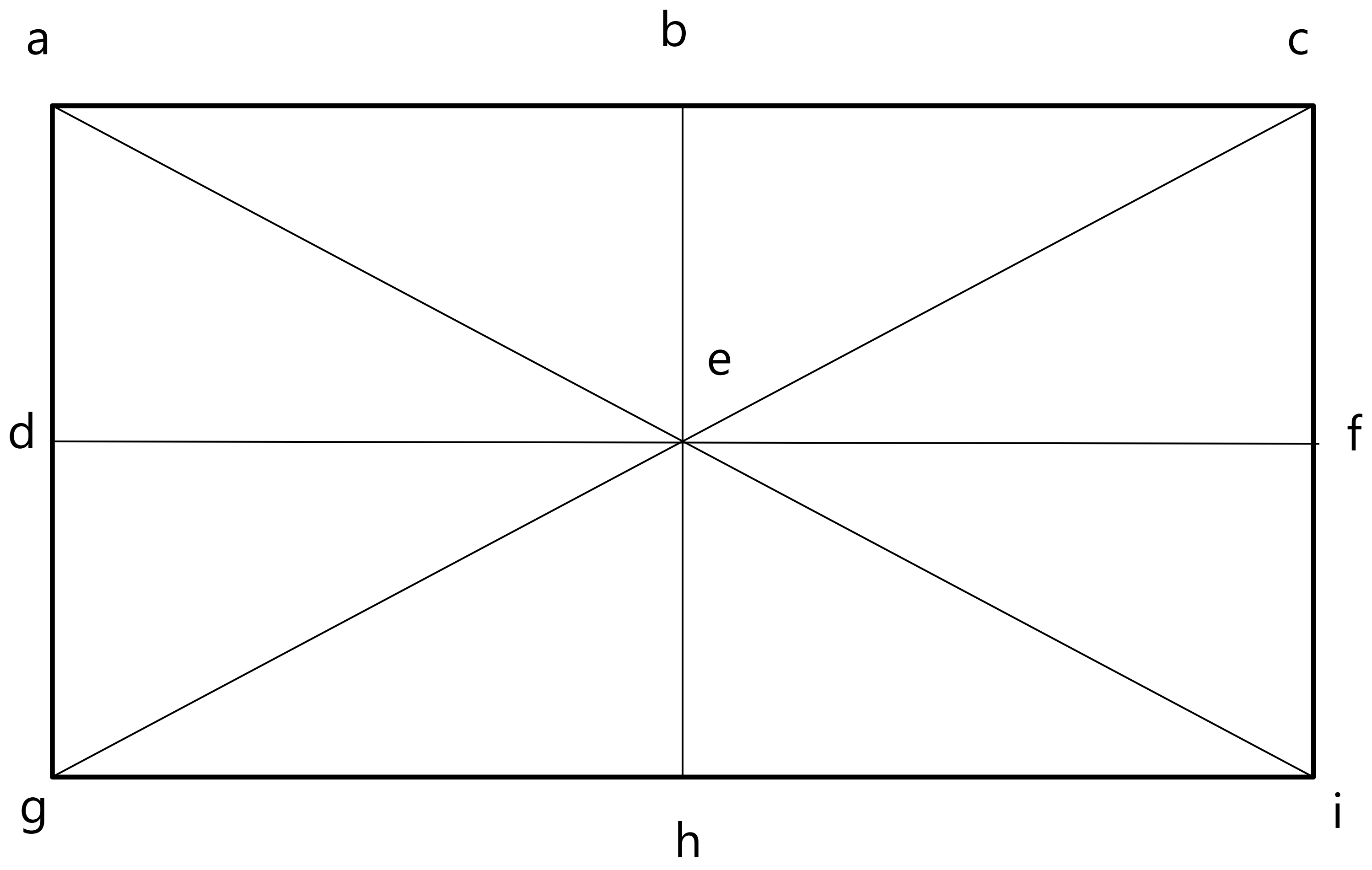
Ví dụ: Tìm chu trình Halminton của đồ thị:



CHU TRÌNH & ĐƯỜNG ĐI HAMILTON

- Xuất phát từ đỉnh **a**.
- Ta có deg(a) = 3: ta chọn cạnh **ab** và **ad**, bỏ cạnh ae. (**Quy tắc 4**)
- Tương tự:
  - Tại **b** chọn cạnh **bc**, bỏ cạnh be
  - Tại **c** chọn cạnh **cf**, bỏ cạnh ce
  - Tại **f** chọn cạnh **fi**, bỏ cạnh fe
  - Tại **i** chọn cạnh **ih**, bỏ cạnh ie
  - Tại **h** chọn cạnh **hg**, bỏ cạnh he
  - Tại **e**, chỉ còn 2 cạnh ed và eg nên deg(e) = 2

  Ta chọn cả 2 cạnh **ed** và **eg** (Quy tắc 2)



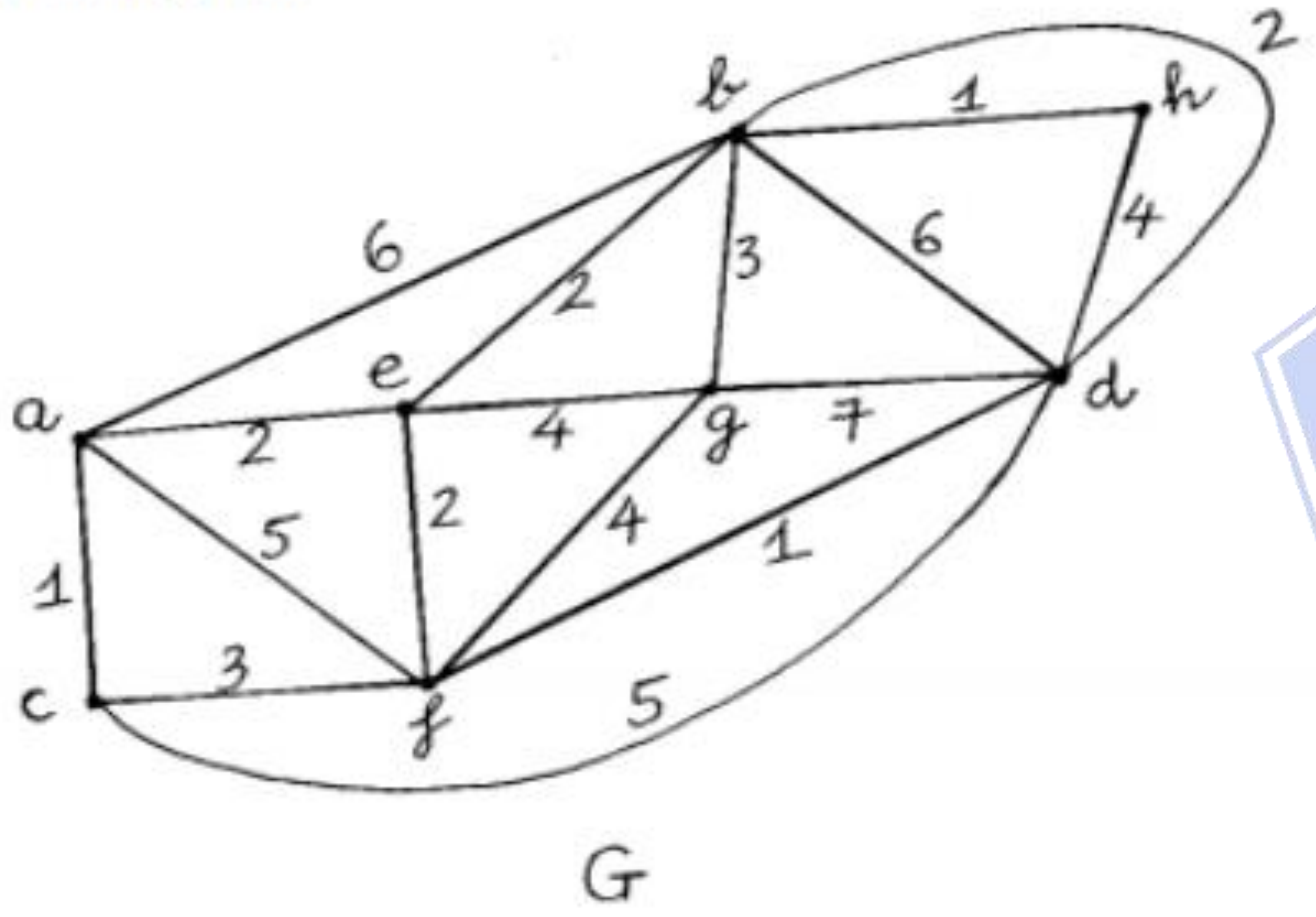
=> Vậy ta có chu trình Hamilton: a b c f i h g e d a

CHU TRÌNH & ĐƯỜNG ĐI HAMILTON

Ví dụ: Hãy chỉ ra một chu trình (đường đi) Hamilton của G nếu có

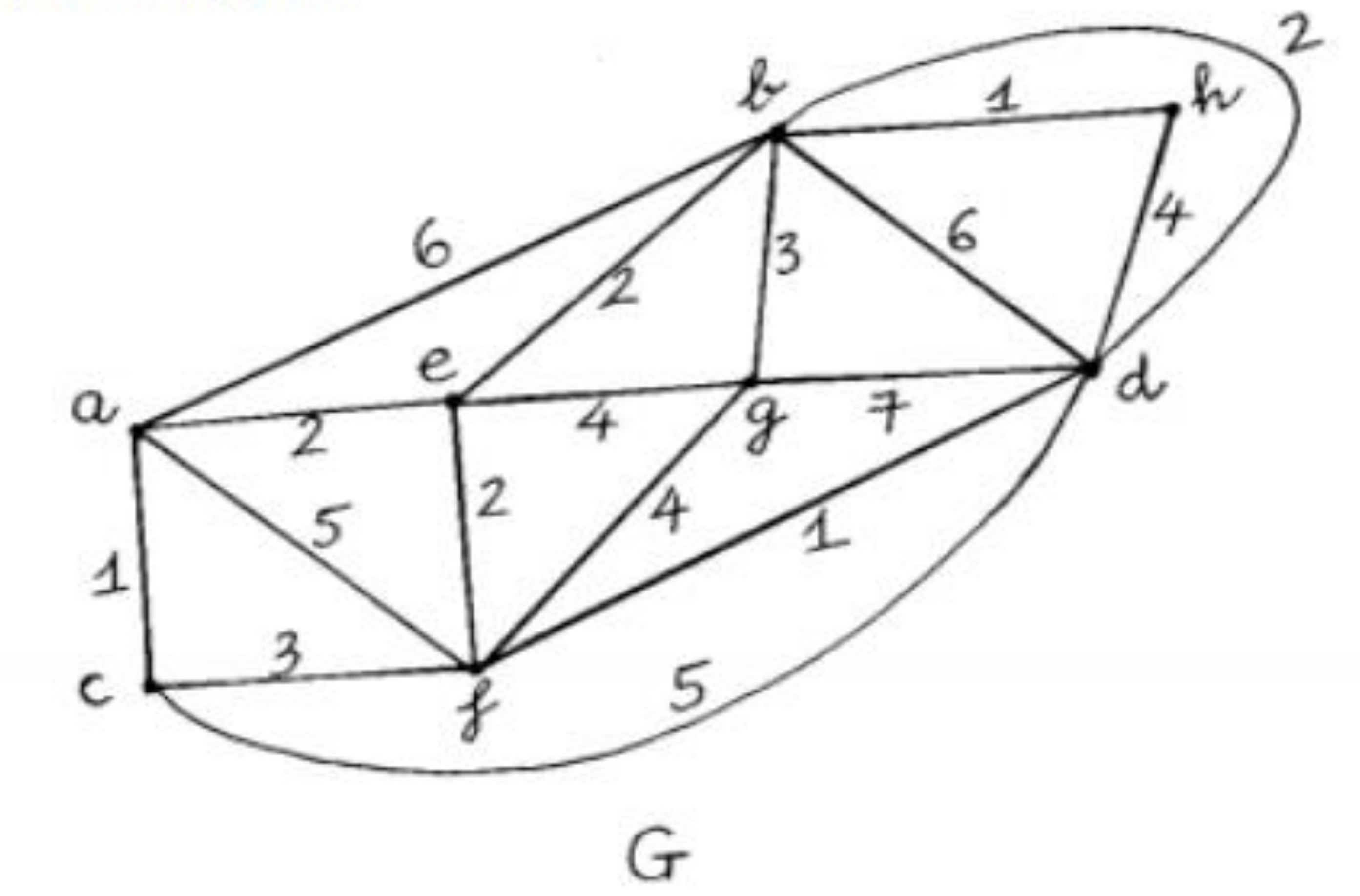
(Trích câu 3b đề CK2 năm 2018-2019)

<u>Câu 3</u>. *(4.0 điểm)* Cho đồ thị G sau:



CHU TRÌNH & ĐƯỜNG ĐI HAMILTON

Câu 3. *(4.0 điểm)* Cho đồ thị G sau:



Ta có deg(h) = 2 nên **hb** và **hd** chắc chắn thuộc H

Xuất phát từ b: - bỏ cạnh **bd** (cả 2 cạnh bd), chọn cạnh **ba**, bỏ **be** và **bg**

Từ a: chọn **ac**, bỏ **ae** và **af**

Từ c: chọn **cf**, bỏ **cd**

Từ f: chọn **fe**, bỏ **fg** và **fd**

Từ e: chọn **eg**

Từ g: chọn **gd**

=>Vậy chu trình Hamilton của G: **d h b a c f e g d**

CHU TRÌNH & ĐƯỜNG ĐI HAMILTON

Ví dụ: (Trích câu 2 đề CKI năm 2017 – 2018)

Câu 2. *(2.0 điểm)* Cho ví dụ về:

a) Đồ thị có chu trình vừa là chu trình Euler vừa là chu trình Hamilton (chỉ rõ chu trình).

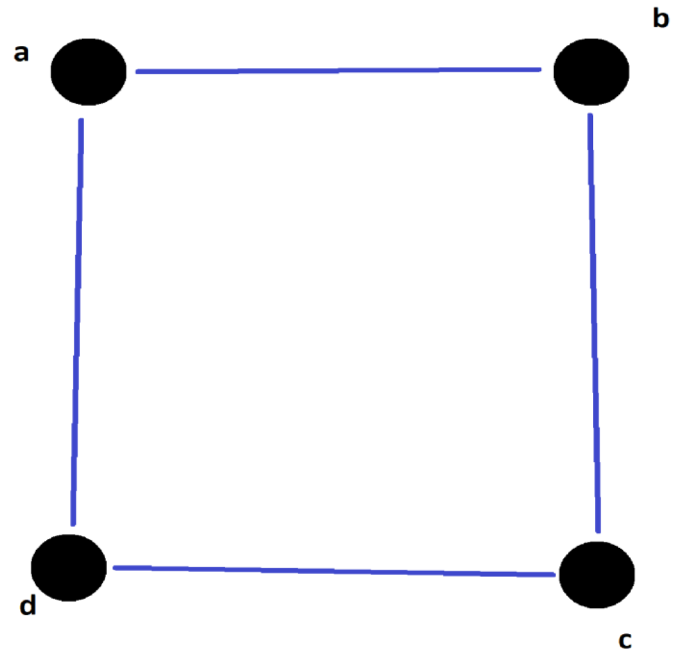
b) Đồ thị có chu trình Euler và chu trình Hamilton nhưng hai chu trình này không trùng nhau (chỉ rõ các chu trình).

c) Đồ thị có chu trình Euler (chỉ rõ chu trình) nhưng không có chu trình Hamilton.

d) Đồ thị có chu trình Hamilton (chỉ rõ chu trình) nhưng không có chu trình Euler.

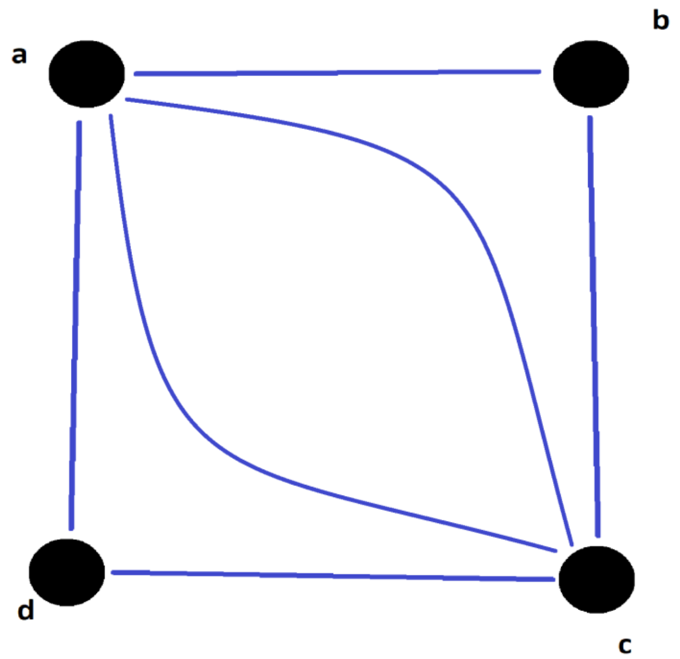
CHU TRÌNH & ĐƯỜNG ĐI HAMILTON

a) Đồ thị có chu trình vừa là chu trình Euler vừa là chu trình Hamilton



Chu trình Euler: abcda
Chu trình Hamilton: abcda

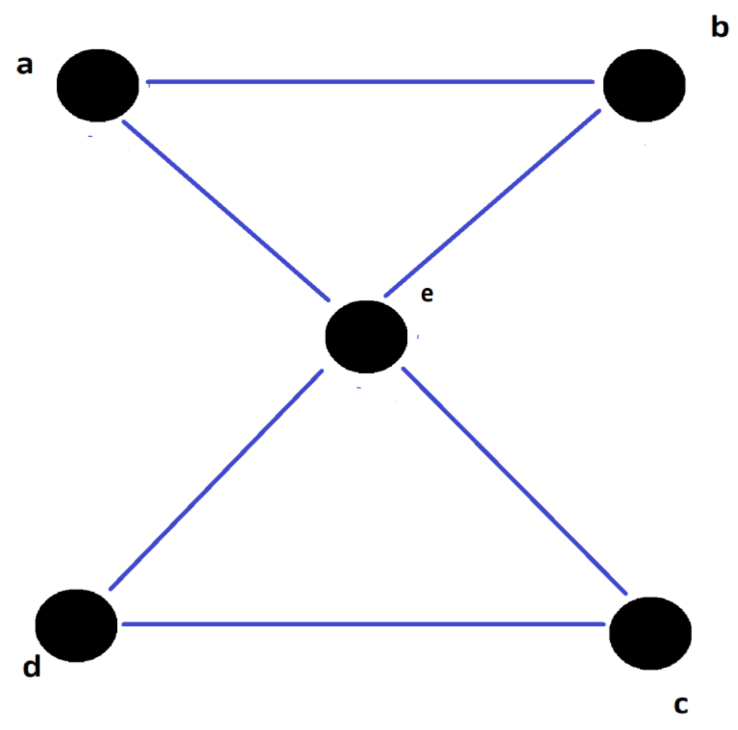
b) Đồ thị có chu trình Euler và chu trình Hamilton phân biệt



Chu trình Euler: abcadca
Chu trình Hamilton: abcda

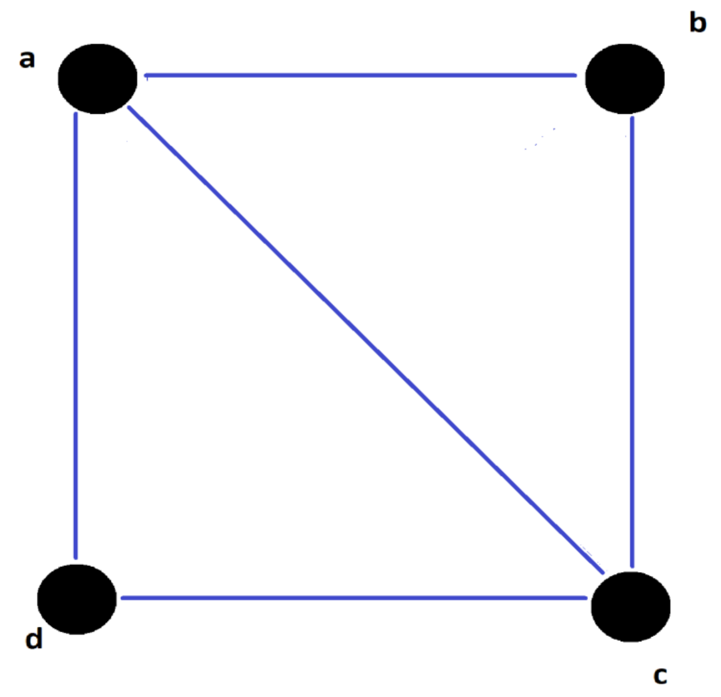
CHU TRÌNH & ĐƯỜNG ĐI HAMILTON

c) Đồ thị có chu trình Euler nhưng không có chu trình Hamilton



Chu trình Euler: abecdea
Chu trình Hamilton: không có

d) Đồ thị có chu trình Hamilton nhưng không có chu trình Euler



Chu trình Euler: không có
Chu trình Hamilton: abcda

Lý thuyết đồ thị

Ví dụ: (Trích câu 2 đề CKI 2020-2021)

Một nước có 10 thành phố. Hãy thiết lập một mạng đường hàng không thỏa hai điều kiện:

- Mỗi thành phố có đường hàng không với đúng 3 thành phố khác.
- Từ mỗi thành phố có đường hàng không đi tới một thành phố tùy ý sao cho trên đường hành trình tới đích có thể đi qua các thành phố khác, mỗi thành phố đi qua đúng 1 lần.

Lý thuyết đồ thị

Xây dựng đồ thị G(V,E) mô tả thông tin bài toán

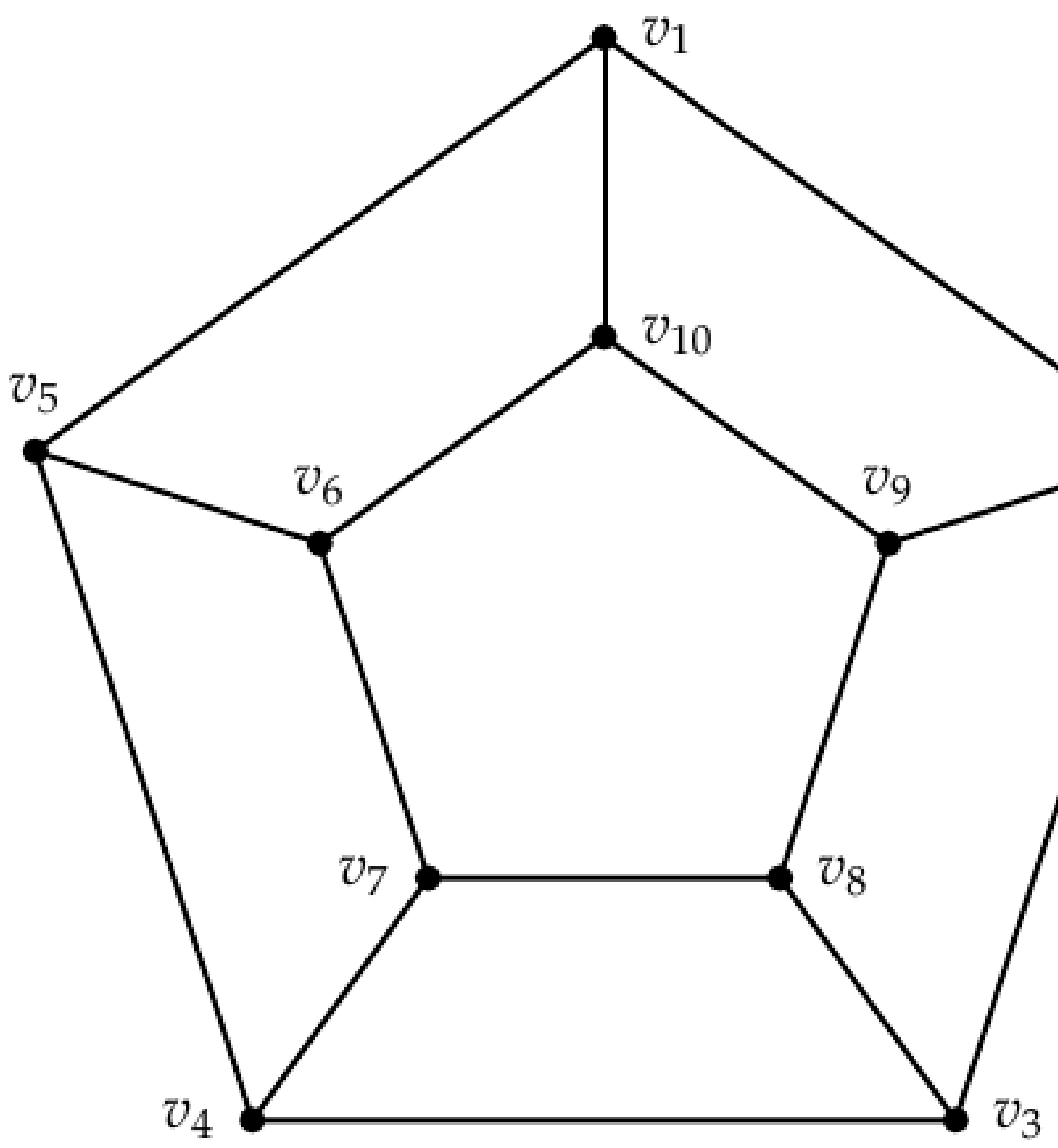
- Mỗi đỉnh biểu diễn một thành phố, ta có $|V| = 10$, $deg(v) = 3, \forall v \in V$
- Mỗi cạnh nối 2 đỉnh v_i , v_j bất kì khi có đường hàng không nối trực tiếp 2 thành phố này, ta có $|E| = 15$

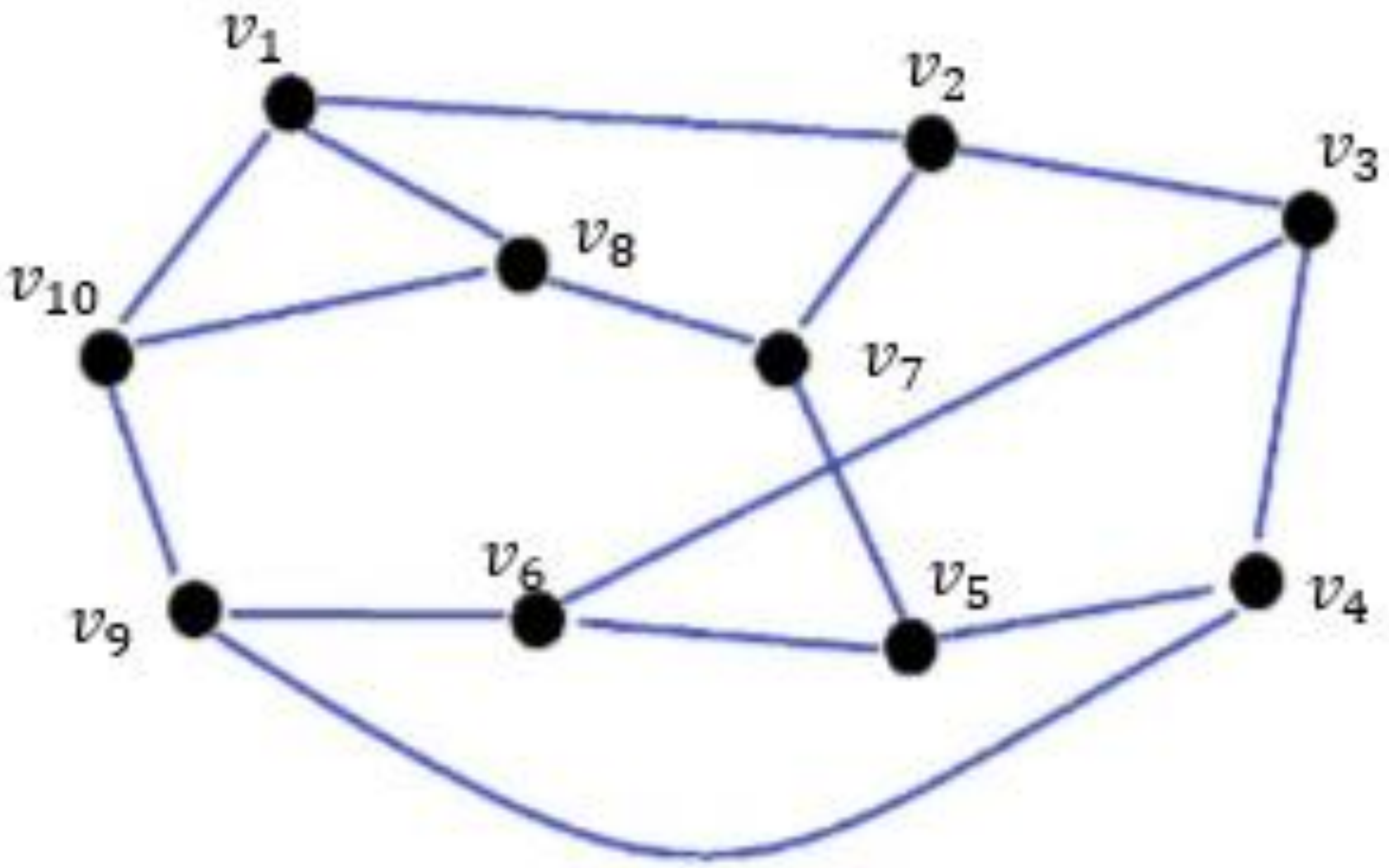
Khi đó ta có:

+ G là đồ thị vô hướng
+ G có đường đi Hamilton

Lý thuyết đồ thị

Vẽ đồ thị G:





THUẬT TOÁN TÌM ĐƯỜNG ĐI NGẮN NHẤT

Thuật toán Dijkstra

Kí hiệu:

Nhãn của đỉnh v: L(v) lưu trữ độ dài đường đi ngắn nhất từ a đến v được biết cho đến thời điểm hiện tại

Tập S: tập các đỉnh mà đường đi ngắn nhất từ a đến chúng đã xác định

THUẬT TOÁN TÌM ĐƯỜNG ĐI NGẮN NHẤT

Thuật toán Dijkstra (tìm đường đi từ a đến z)

Bước 1: Khởi tạo

$L(a) = 0$; $L(v) = \infty, \forall v \in V, v \neq a$; $S = \emptyset$

Bước 2: Nếu $z \in S$ thì kết thúc

Bước 3: Chọn $u \notin S$ sao cho $L(u)$ nhỏ nhất, đưa u vào S

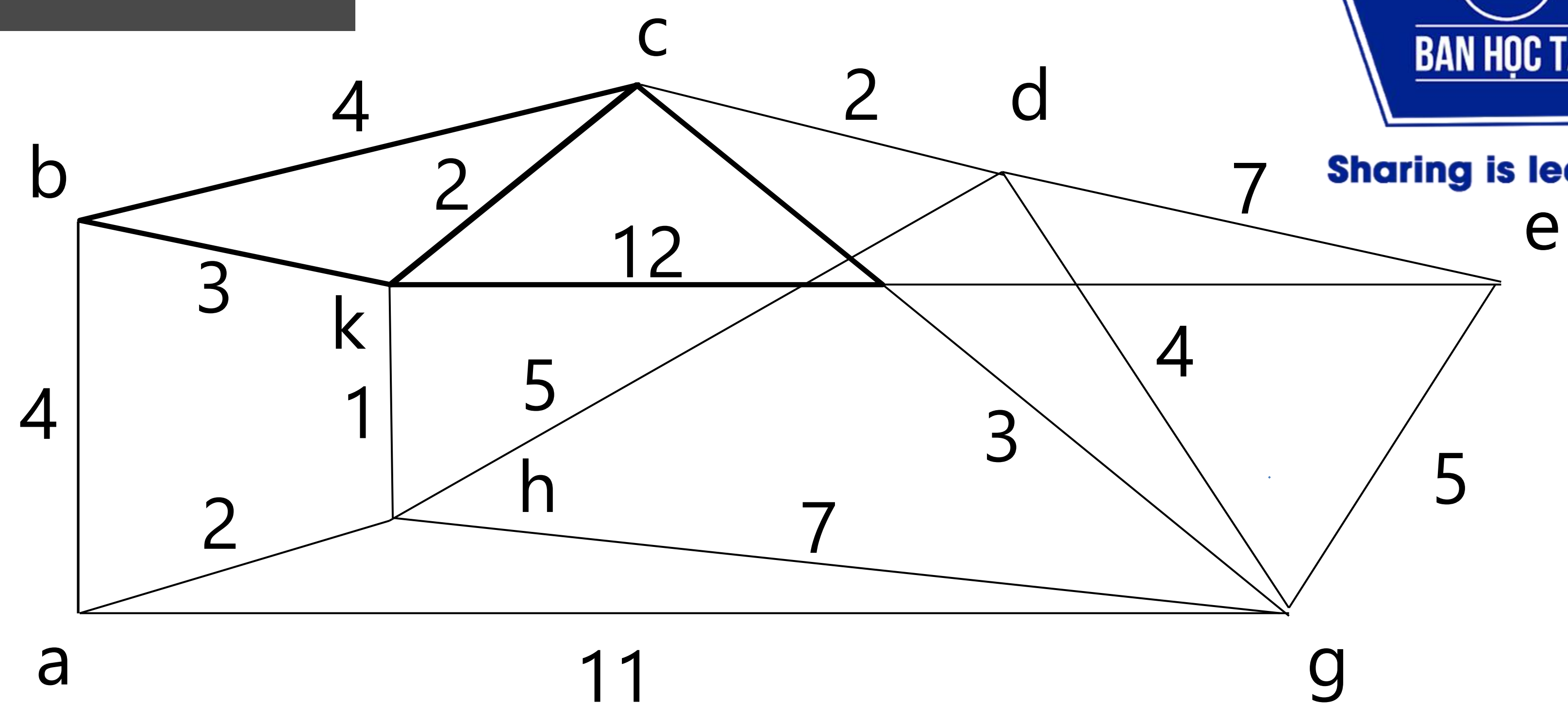
Bước 4: Sửa nhãn:

Với mọi đỉnh v liền kề u và $v \notin S$ thì đặt $L(v) = \min\{L(v), L(u) + w(uv)\}$

Quay lại bước 2

THUẬT TOÁN TÌM ĐƯỜNG ĐI NGẮN NHẤT

Ví dụ: Tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh a đến các đỉnh còn lại của đồ thị



Bước lặp	a	b	c	d	e	g	h	k	Tập S	Cạnh
0	**0, a***	∞, a	∞, a	∞, a	∞, a	∞, a	∞, a	∞, a	∅	∅
1	-	4, a	∞, a	∞, a	∞, a	11, a	**2, a***	∞, a	{a}	∅
2	-	4, a	∞, a	7, h	∞, a	9, h	-	**3, h***	{a, h}	ah
3	-	**4, a***	5, k	7, h	15, k	9, h	-	-	{a, h, k}	hk
4	-	-	**5, k***	7, h	15, k	9, h	-	-	{a, h, k, b}	ab
5	-	-	-	**7, h***	15, k	8, c	-	-	{a, h, k, b, c}	kc
6	-	-	-	-	14, d	**8, c***	-	-	{a, h, k, b, c, d}	hd
7	-	-	-	-	**13, g***	-	-	-	{a, h, k, b, c, d, g}	cg
8	-	-	-	-	-	-	-	-	{a, h, k, b, c, d, g, e}	ge

THUẬT TOÁN TÌM ĐƯỜNG ĐI NGẮN NHẤT

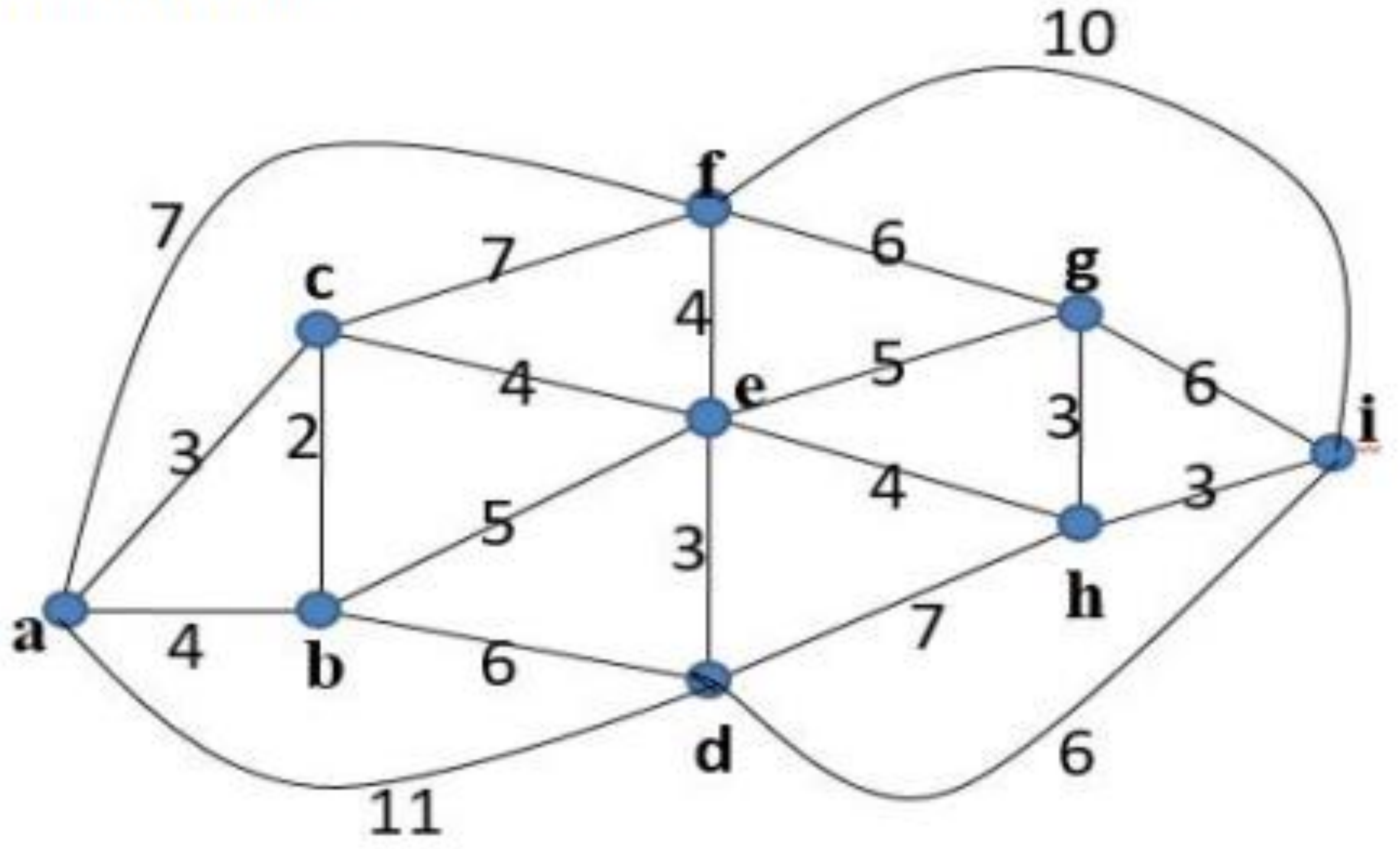
Bảng kết luận:

Đỉnh	Đường đi	Độ dài
b	a b	4
c	a h k c	5
d	a h d	7
e	a h k c g e	13
g	a h k c g	8
h	a h	2
k	a h k	3

THUẬT TOÁN TÌM ĐƯỜNG ĐI NGẮN NHẤT

Ví dụ: Dùng thuật toán Djikstra tìm đường đi ngắn nhất từ **đỉnh c** đến các đỉnh còn lại của G, trình bày thuật toán trên cùng một bảng (Trích câu 3c đề CK1 năm 2020-2021)

Câu 3. *(5.0 điểm)* Cho đồ thị G sau:



THUẬT TOÁN TÌM ĐƯỜNG ĐI NGẮN NHẤT

Bảng thuật toán:

Bước	c	a	b	d	e	f	g	h	i	S	Cạnh
0	**0, c***	∞, c	∞, c	∞, c	∞, c	∞, c	∞, c	∞, c	∞, c	∅	∅
1	-	3, c	**2, c***	∞, c	4, c	7, c	∞, c	∞, c	∞, c	{c}	∅
2	-	**3, c***	-	8, b	4, c	7, c	∞, c	∞, c	∞, c	{b,c}	bc
3	-	-	-	8, b	**4, c***	7, c	∞, c	∞, c	∞, c	{a,b,c}	ca
4	-	-	-	**7, e***	-	7, c	∞, c	∞, c	∞, c	{a,b,c,e}	ec
5	-	-	-	-	-	**7, c***	9, e	8, e	13, d	{a,b,c,d,e}	de
6	-	-	-	-	-	-	9, e	**8, e***	13, d	{a,b,c,d,e,f}	cf
7	-	-	-	-	-	-	**9, e***	-	11, h	{a,b,c,d,e,f,h}	eh
8	-	-	-	-	-	-	-	-	**11, h***	{a,b,c,d,e,f,h,g}	ge
9	-	-	-	-	-	-	-	-	-	{a,b,c,d,e,f,h,g,i}	hi

THUẬT TOÁN TÌM ĐƯỜNG ĐI NGẮN NHẤT

Bảng kết luận:

Đỉnh	Đường đi	Độ dài
a	c a	3
b	c b	2
d	c e d	7
e	c e	4
f	c f	7
h	c e h	8
g	c e g	9
i	c e h i	11

CÂY KHUNG

Cây khung

Cây khung:

- ❑ **Định nghĩa:** Cây khung của đồ thị G là:

✓ Đồ thị con của G

✓ Chứa tất cả các đỉnh của G

Cây khung nhỏ nhất:

- ❑ **Định nghĩa:** Cây khung có tổng trọng số các cạnh nhỏ nhất gọi là cây khung nhỏ nhất.

Cây khung lớn nhất:

- ❑ **Định nghĩa:** Cây khung có tổng trọng số các cạnh lớn nhất gọi là cây khung lớn nhất.

Cây khung

Cây khung nhỏ nhất:

Thuật toán Prim:

Bước 1: Chọn trong đồ thị ***cạnh có trọng số nhỏ nhất*** và đặt nó vào cây khung.

Bước 2: Lần lượt ghép vào cây các cạnh có trọng số nhỏ nhất trong các ***cạnh liên thuộc với một trong các đỉnh của cây*** và ***không tạo ra chu trình.***

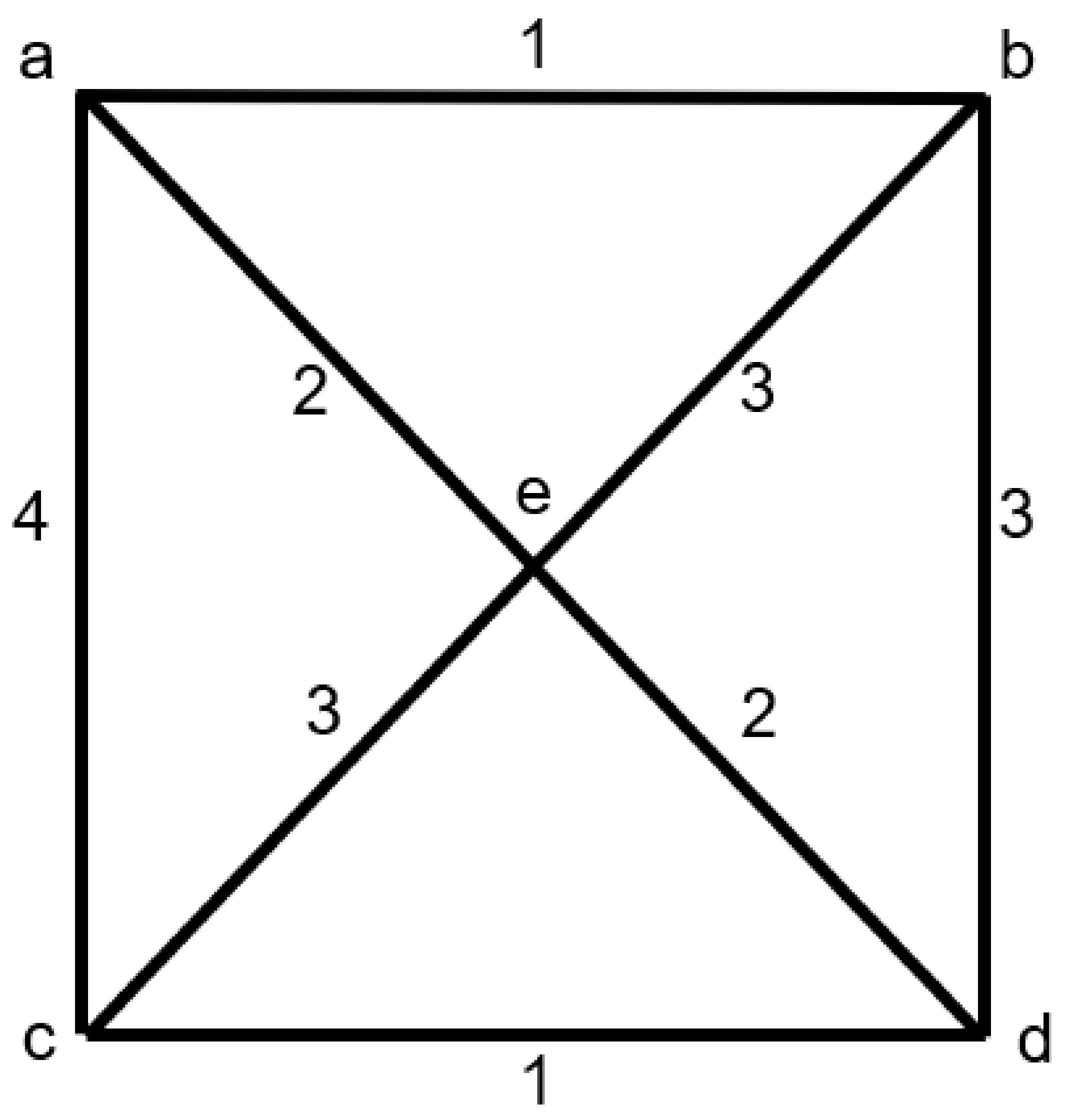
Bước 3: Lặp lại bước 2 cho đến khi có đúng n-1 cạnh được chọn. (n là số đỉnh của đồ thị)

Cây khung

Cây khung nhỏ nhất:

- ❑ **Ví dụ:** Tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị sau:

Thuật toán Prim:

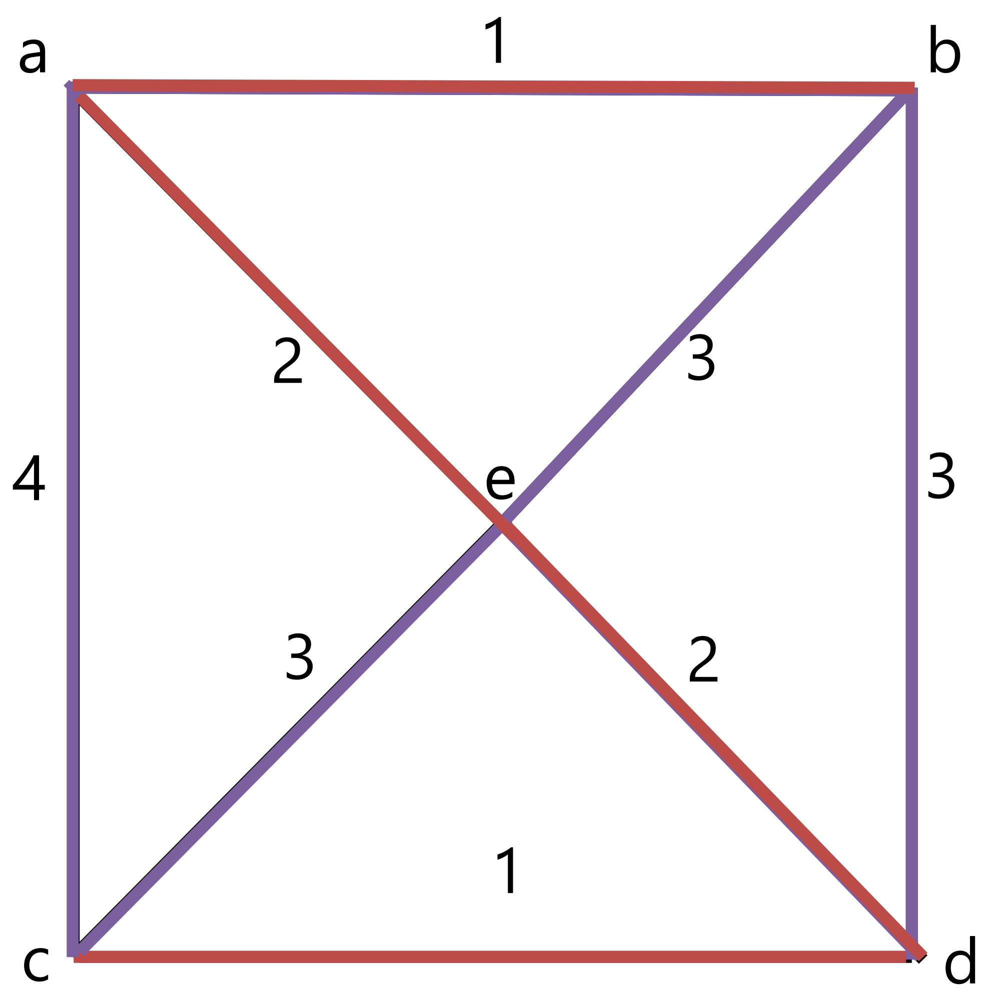


Cây khung

Cây khung nhỏ nhất:

Thuật toán Prim:

Bước 2:



Bước	Cạnh	Trọng số
1	cd	1
2	de	2
3	ea	2
4	ab	1
Tổng		6

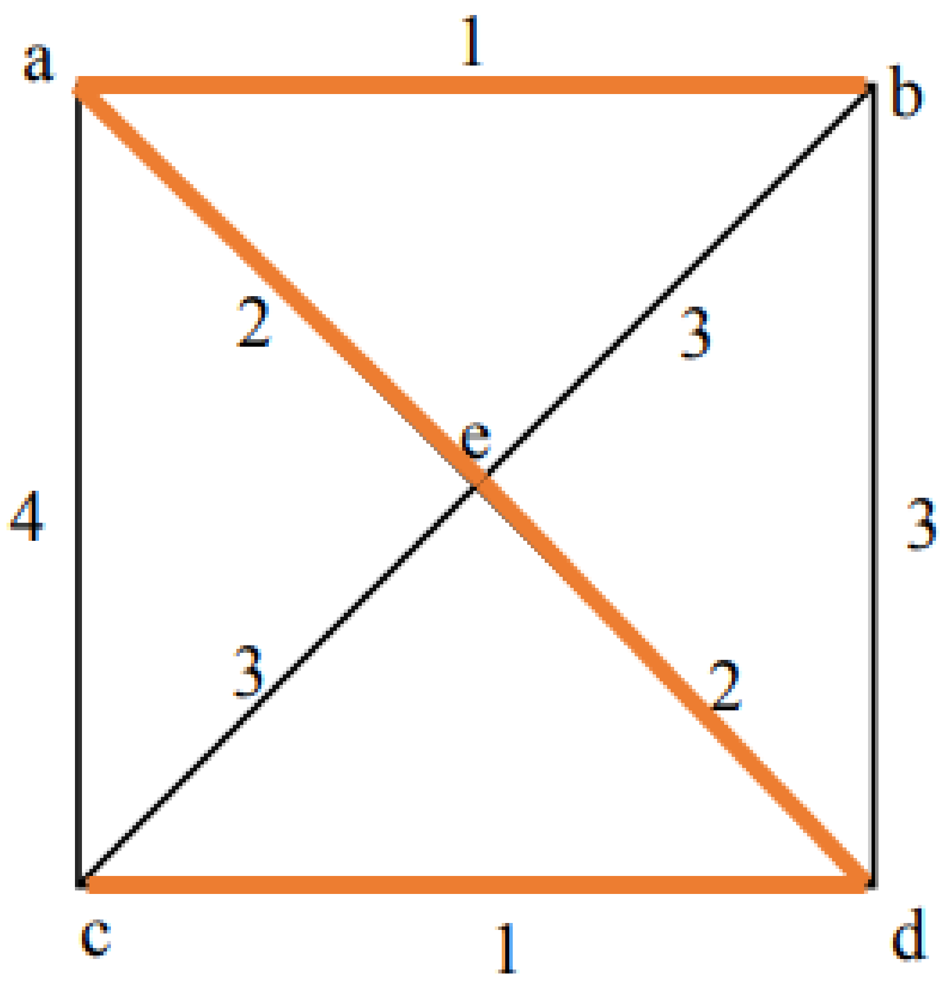
Có 5 đỉnh nên cần tìm 4 cạnh

Cây khung

Cây khung nhỏ nhất:

- **Ví dụ:** Tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị sau:

Thuật toán Prim:



Cạnh	Trọng số
cd	1
de	2
ea	2
ab	1
Tổng	6

Cây khung

Cây khung nhỏ nhất:

Thuật toán Kruskal:

Bước 1: Đặt T= (X, ∅).

Bước 2: Sắp xếp các cạnh theo thứ tự không giảm của trọng số.

Bước 3: Bắt đầu từ cạnh đầu tiên của dãy, thêm vào các cạnh của dãy đã được sắp xếp vào T sao cho các cạnh thêm vào ***không tạo thành chu trình*** trong T.

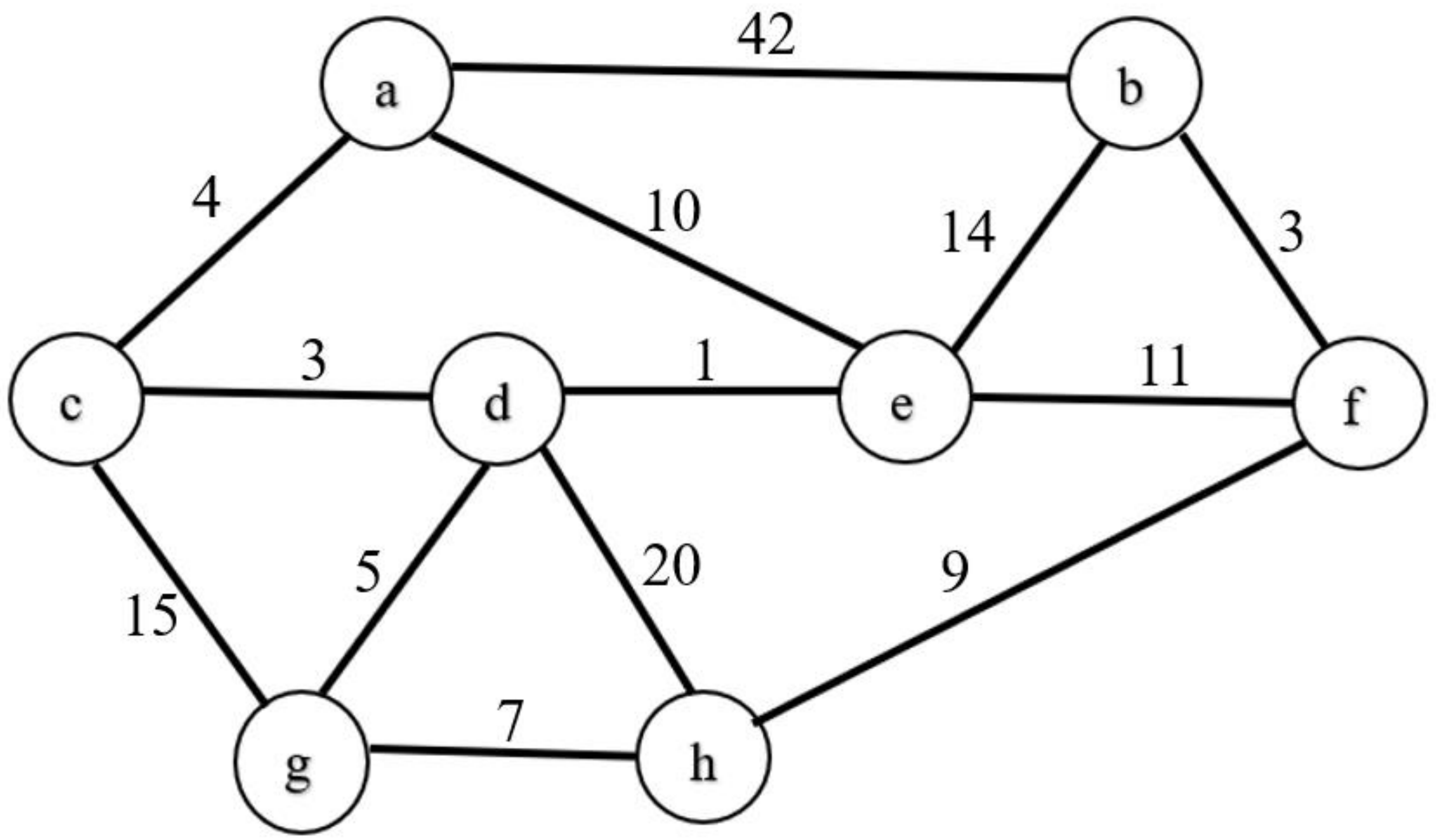
Bước 4: Lặp lại bước 3 đến khi nào số cạnh trong khung T bằng n - 1.

Cây khung

Cây khung nhỏ nhất:

❑ **Ví dụ:** Tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị sau:

Thuật toán Kruskal:

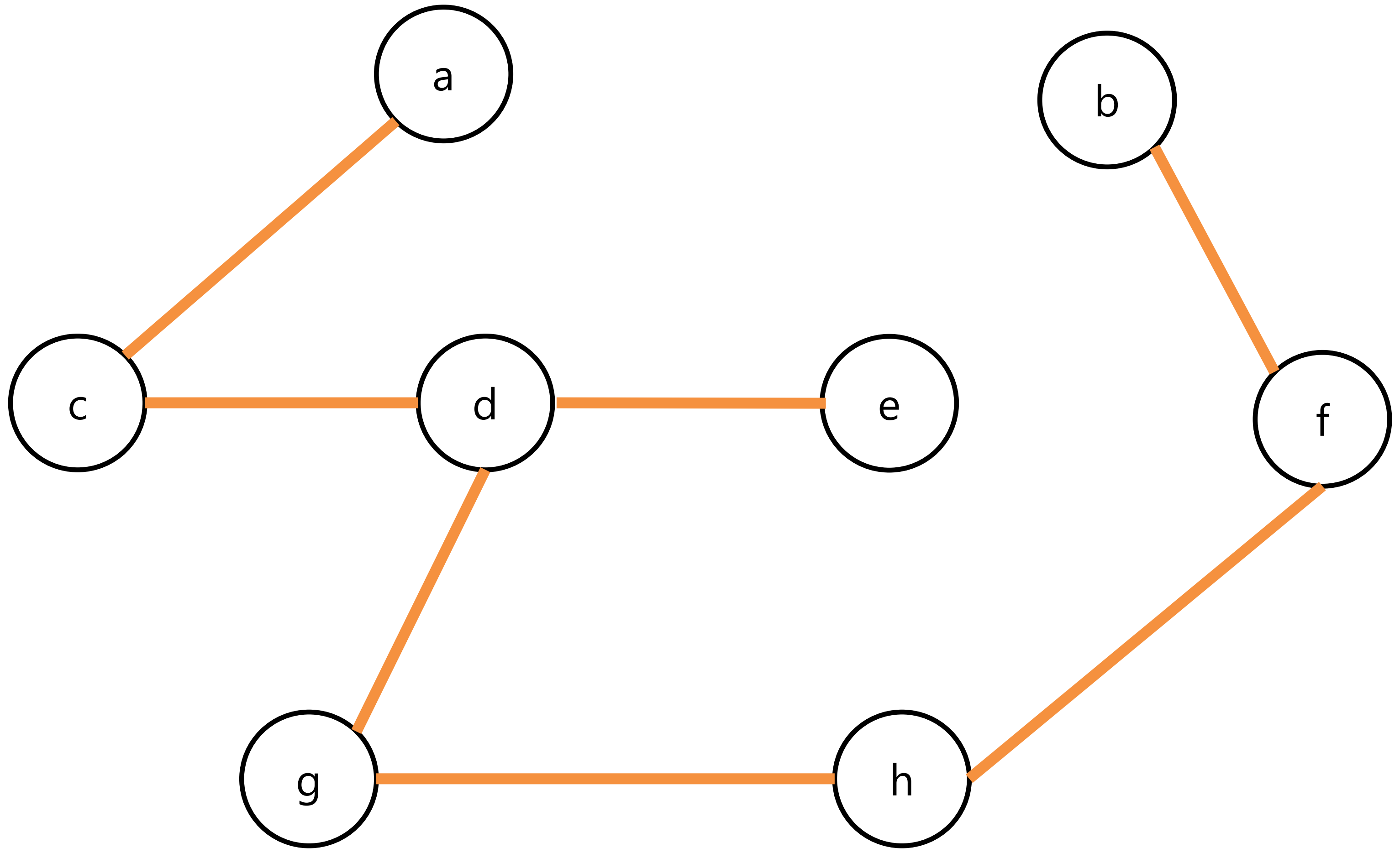


Cây khung

Cây khung nhỏ nhất:

Thuật toán Kruskal:

Bước 2:



Có 8 đỉnh nên cần tìm 7 cạnh

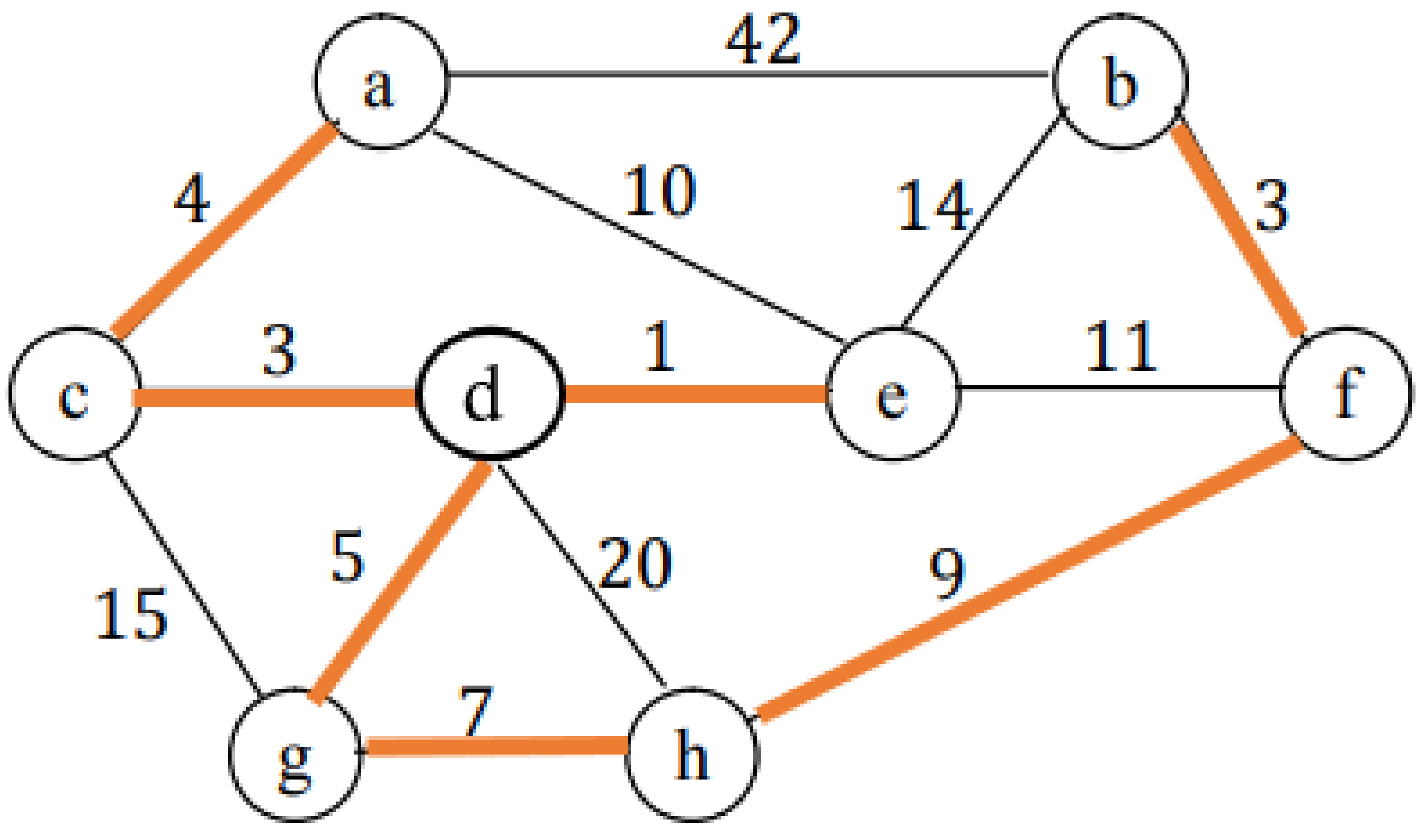
Bước sắp thứ tự các cạnh		
Thứ tự	Cạnh	Trọng số
1	d e	1
2	d c	3
3	b f	3
4	a c	4
5	d g	5
6	g h	7
7	h f	9
8	a e	10
9	e f	11
10	b e	14
11	c g	15
12	d h	20
13	a b	42

Cây khung

Cây khung nhỏ nhất:

- **Ví dụ:** Tìm cây khung nhỏ nhất của đồ thị sau:

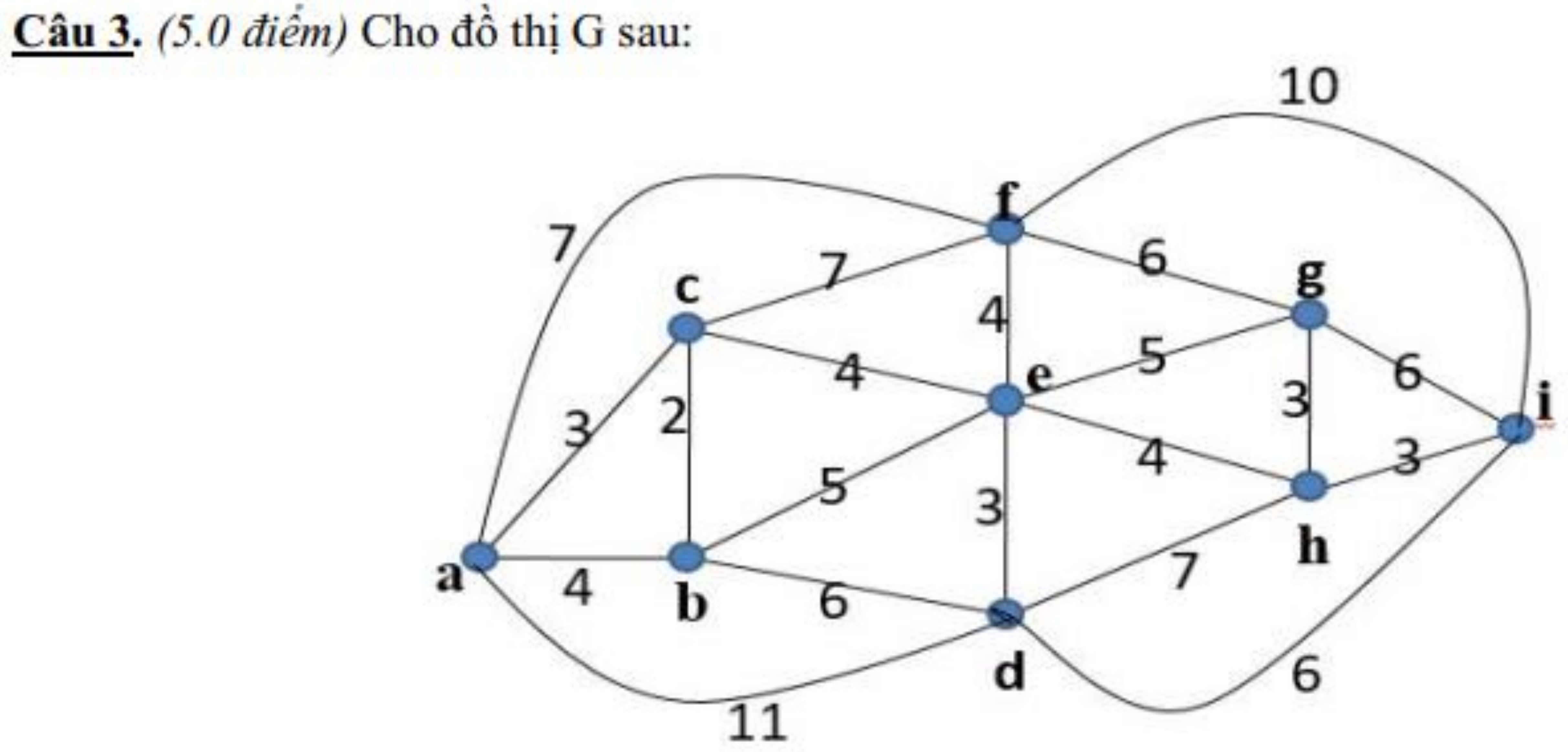
Thuật toán Kruskal:



Cạnh	Trọng số
de	1
bf	3
cd	3
ca	4
dg	5
gh	7
hf	9
Tổng	32

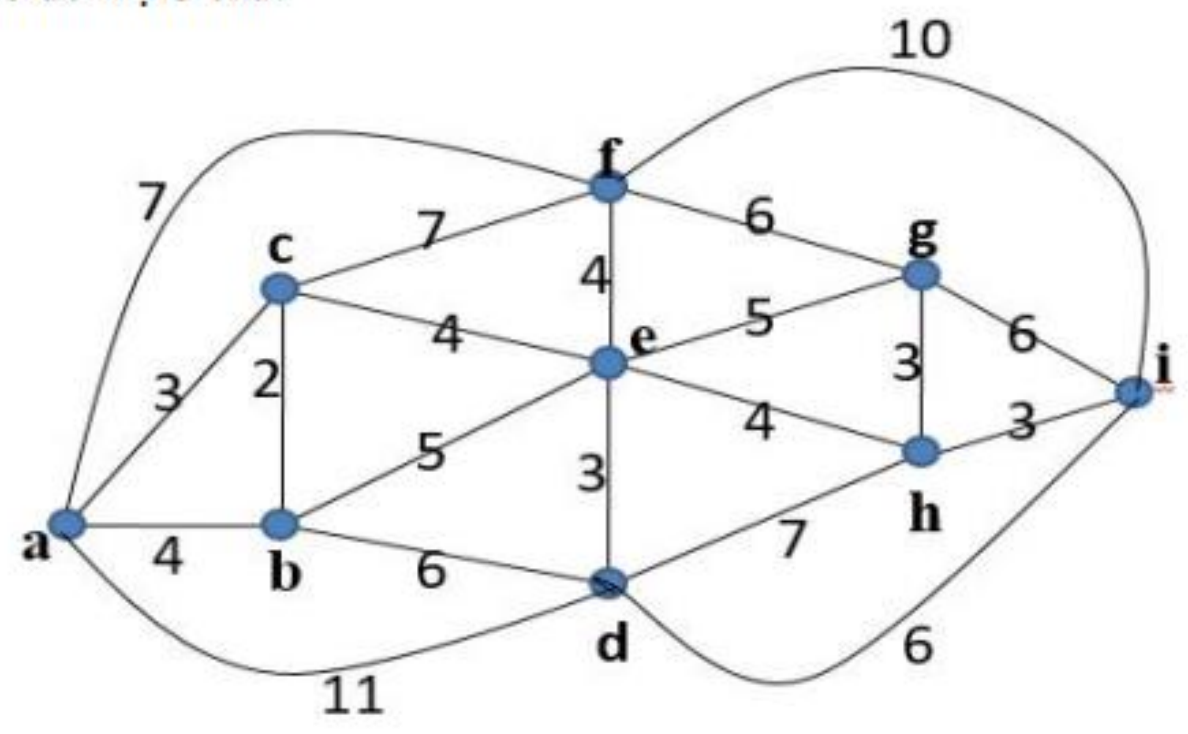
Cây khung

Ví dụ: Hãy tìm cây khung có **trọng số lớn nhất** T của G: (Trích câu 3d đề CK1 năm 2020-2021)



Cây khung

Câu 3. *(5.0 điểm)* Cho đồ thị G sau:

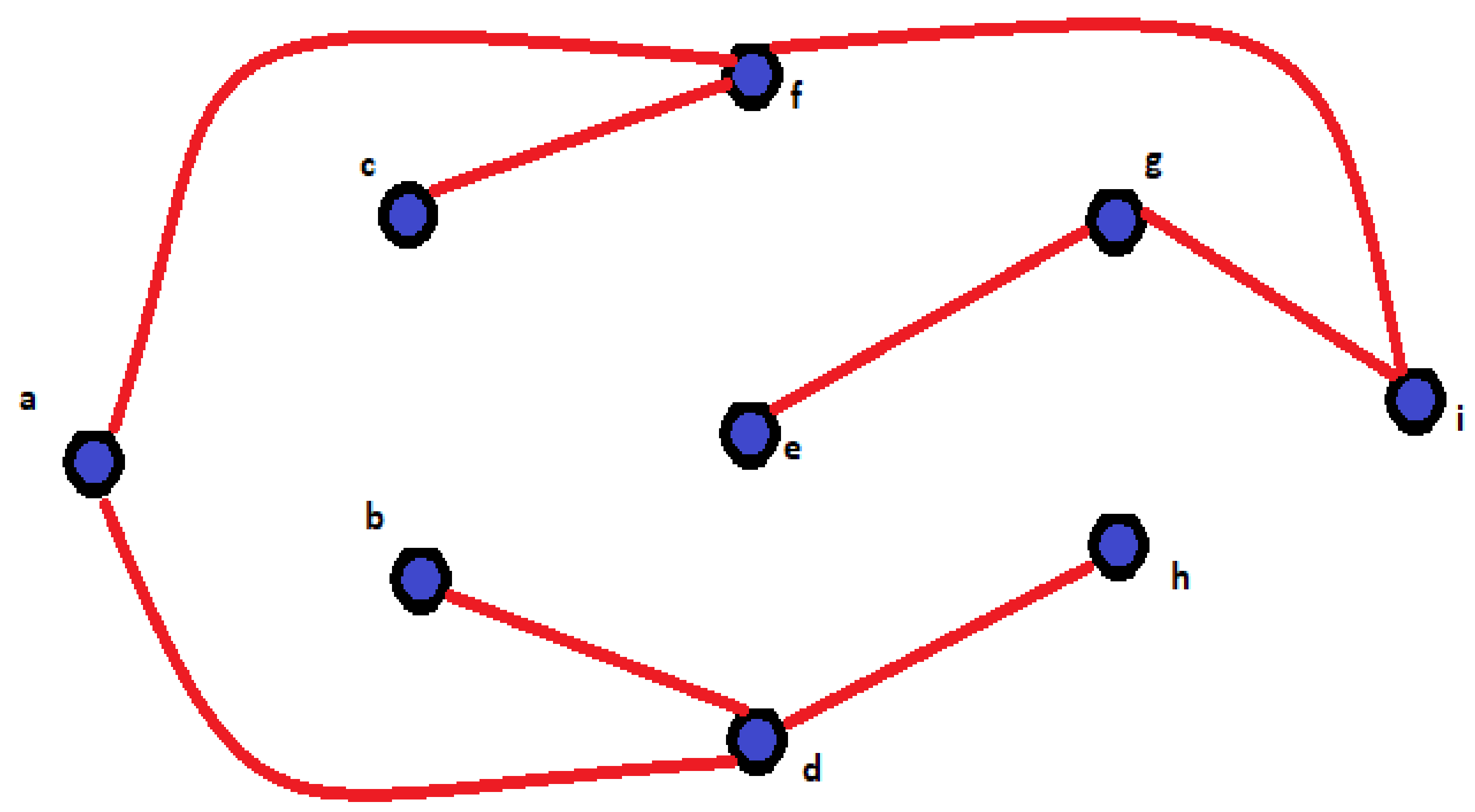


Dùng thuật toán Kruskal:

Bảng thứ tự các cạnh

Thứ tự	Cạnh	Trọng số
1	ad	11
2	fi	10
3	dh	7
4	cf	7
5	af	7
6	di	6
7	bd	6
8	gi	6
9	fg	6
10	eg	5
11	be	5
12	eh	4
13	ef	4
14	ce	4
15	ab	4
16	hi	3
17	gh	3
18	ed	3
19	ac	3
20	bc	2

Cây khung

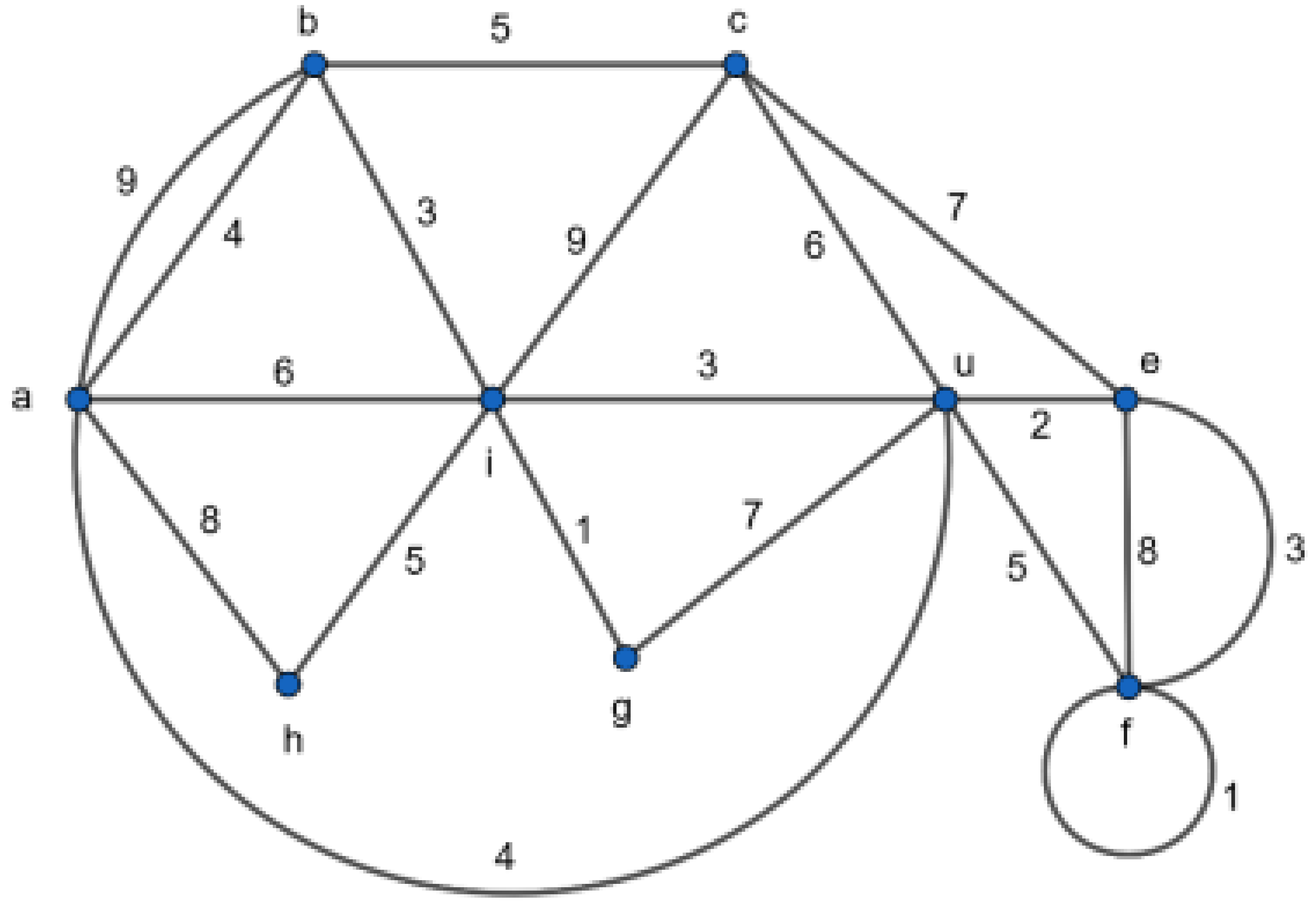


E_T = {ad, fi, dh, cf, af, bd, gi, eg}

Cạnh	Trọng số
ad	11
fi	10
dh	7
cf	7
af	7
bd	6
gi	6
eg	5
Tổng	59

Cây khung

Ví dụ: Hãy tìm cây khung có **trọng số nhỏ nhất** T của G: (Trích câu 3d đề CK1 năm 2016-2017)



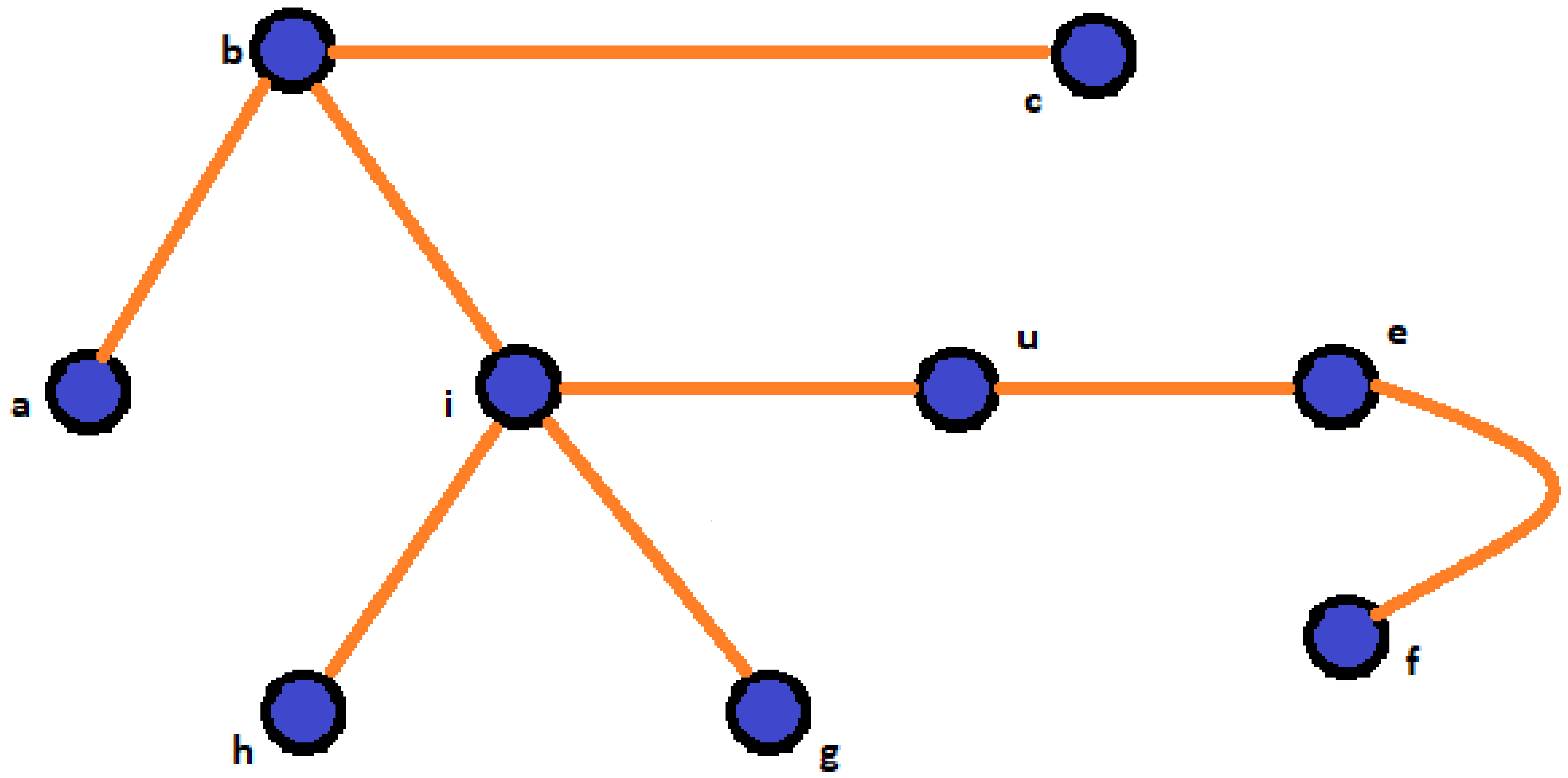
G

Cây khung

Do đề yêu cầu tìm cây khung nhỏ nhất, bỏ cung ab có trọng số 9, bỏ cạnh ef có trọng số 8, bỏ khuyên tại f

Sử dụng thuật toán Prim

E_T = {ig, iu, ue, ib, ef, ab, ih, bc}



Cạnh	Trọng số
ig	1
Iu	3
ue	2
ib	3
ef	3
ab	4
ih	5
bc	5
Tổng	26

ĐẠI SỐ BOOLE

1. Đại số Bool
2. Hàm Bool
3. Biểu đồ Karnaugh
4. Mạch logic

1. Đại số Bool

Định nghĩa:

+Là một tập A có ít nhất 2 phần tử,trong đó có 2 phần tử đặc biệt được ký hiệu 0,1

+Trên tập A xét các phép toán hai ngôi ∨,∧ và phép toán một ngôi –(bù)

1. Đại số Bool

Tính chất:

Tên tính chất	Thể hiện
Tính giao hoán	$\forall\, x, y \in A\,.\ Ta\ có\text{: } \begin{cases} x \wedge y = y \wedge x \\ x \vee y = y \vee x \end{cases}$
Tính kết hợp	$\forall\, x, y, z \in A.\ Ta\ có\text{: } \begin{cases} (x \wedge y) \wedge z = x \wedge (y \wedge z) \\ (x \vee y) \vee z = x \vee (y \vee z) \end{cases}$
Tính phân phối	$\forall\, x, y, z \in A.\ Ta\ có\text{: } \begin{cases} x \wedge (y \vee z) = (x \wedge y) \vee (x \wedge z) \\ x \vee (y \wedge z) = (x \vee y) \wedge (x \vee z) \end{cases}$
Tính hấp thụ	$\forall\, x, y \in A\,.\ Ta\ có\text{: } \begin{cases} x \vee (x \wedge y) = x \\ x \wedge (x \vee y) = x \end{cases}$
Tính trung hòa	$\forall\, x \in A\,.\ Ta\ có\text{: } \begin{cases} x \vee 0 = 0 \vee x = x \\ x \wedge 1 = 1 \wedge x = x \end{cases}$
Tính bù	$\forall\, x \in A\,.\ Ta\ có\text{: } \begin{cases} x \wedge \neg x = \neg x \wedge x = 0 \\ x \vee \neg x = \neg x \vee x = 1 \end{cases}$

2. Hàm Bool

Xét hàm Bool n biến F_n theo các biến $x_1, x_2\ x_3, \dots, x_n$.

- Mỗi biến Bool x_i hay $\bar{x}_i$ được gọi là ***một từ đơn***.
- ***Đơn thức*** là tích khác không của một số hữu hạn từ đơn
- ***Từ tối tiểu*** (đơn thức tối tiểu) là tích khác không của đúng n từ đơn.
- ***Công thức đa thức*** là công thức biểu diễn hàm Bool thành tổng của các đơn thức.
- ***Dạng nối rời chính tắc*** là công thức biểu diễn hàm Bool thành tổng của **các từ tối tiểu**.

2. Hàm Bool

VD: Xét hàm boole với 4 biến: x,y,z,t

Từ đơn: $\mathrm{x}, \mathrm{y}, \bar{t}, \bar{z}$

Đơn thức: $xy, xyz, zt, .$

Từ tối tiểu: $xyz\bar{t}$, $xyzt$

Công thức đa thức: $xy + yzt + \bar{x}\bar{y}t$

Dạng nối rời chính tắc: $xyzt + \bar{x}yz\bar{t}$

2. Hàm Bool

Ví dụ: Tìm dạng nối rời chính tắc: F(x,y) = $x + \bar{y}$

Cách 1:

$$\begin{aligned} f(x,y) &= x(y+\bar{y}) + (x+\bar{x})\bar{y} \\ &= xy + x\bar{y} + x\bar{y} + \bar{x}\bar{y} \\ &= xy + x\bar{y} + \bar{x}\bar{y} \end{aligned}$$

Cách 2: Lập bảng chân trị

x	y	$x+\bar{y}$
0	0	1
0	1	0
1	0	1
1	1	1

Các thể hiện làm cho f = 1 là 00,10,11

Các từ tối tiểu tương ứng: $\bar{x}\bar{y}, x\bar{y}, xy$

Dạng nối rời chính tắc:

$$f(x,y) = xy + x\bar{y} + \bar{x}\bar{y}$$

2. Hàm Bool

<u>**Câu 1**</u>. *(4.0 điểm)* Cho hàm Bool theo 4 biến sau:

$$f(x,y,z,t) = xz\overline{t} \vee x\overline{y}t \vee yt \vee \overline{x}\,\overline{y}\,\overline{z} \vee \overline{x}\,\overline{z}t \vee \overline{x}y\overline{z}\,\overline{t}\ .$$

a) Hãy tìm dạng nối rời chính tắc của hàm f.

Lời giải:

$$f(x,y,z,t) = xz\bar{t}(y+\bar{y}) + x\bar{y}t(z+\bar{z}) + (x+\bar{x})y(z+\bar{z})t + \bar{x}\bar{y}\bar{z}(t+\bar{t}) +$$

$$\bar{x}\bar{z}t(y+\bar{y}) + \bar{x}y\bar{z}\bar{t}$$

$$= xz\bar{t}y + xz\bar{t}\bar{y} + x\bar{y}tz + x\bar{y}t\bar{z} + xyzt + xy\bar{z}t + \bar{x}ytz + \underline{\bar{x}yt\bar{z}} + \underline{\bar{x}\bar{y}\bar{z}t} + \bar{x}\bar{y}\bar{z}\bar{t} +$$

$$\underline{\bar{x}\bar{z}ty} + \underline{\bar{x}\bar{z}t\bar{y}} + \bar{x}y\bar{z}\bar{t}$$

$$= xz\bar{t}y + xz\bar{t}\bar{y} + x\bar{y}tz + x\bar{y}t\bar{z} + xyzt + xy\bar{z}t + \bar{x}ytz + \bar{x}\bar{y}\bar{z}t + \bar{x}\bar{y}\bar{z}\bar{t} + \bar{x}\bar{z}ty + \bar{x}y\bar{z}\bar{t}$$

3. Biểu đồ Karnaugh

Thông tin:

- Bìa Karnaugh (hay sơ đồ Các-nô, biểu đồ Veitch) là một công cụ vô cùng tiện ích và thuận tiện cho việc đơn giản các biểu thức trong đại số Boole.
- Bìa Karnaugh hoạt động dựa trên nguyên lí mã Gray.

Ví dụ về biểu diễn bìa Karnaugh:

$$f(x, y, z, t) = xz\bar{t} + x\bar{y}t + yt + \bar{x}\bar{y}\bar{z} + \bar{x}\bar{z}t + \bar{x}y\bar{z}\bar{t}$$

	x	x	$\bar{x}$	$\bar{x}$	
z	•	•			$\bar{t}$
z	•	•	•		t
$\bar{z}$	•	•	•	•	t
$\bar{z}$			•	•	$\bar{t}$
	$\bar{y}$	y	y	$\bar{y}$	

3. Biểu đồ Karnaugh

Tế bào,tế bào lớn

Định nghĩa

Hình chữ nhật gồm 2^{n-k} $(0 \leq k \leq n)$ ô kề nhau được gọi là **tế bào**.

Một tế bào không bị chứa trong tế bào nào khác được gọi là **tế bào lớn**.

3. Biểu đồ Karnaugh

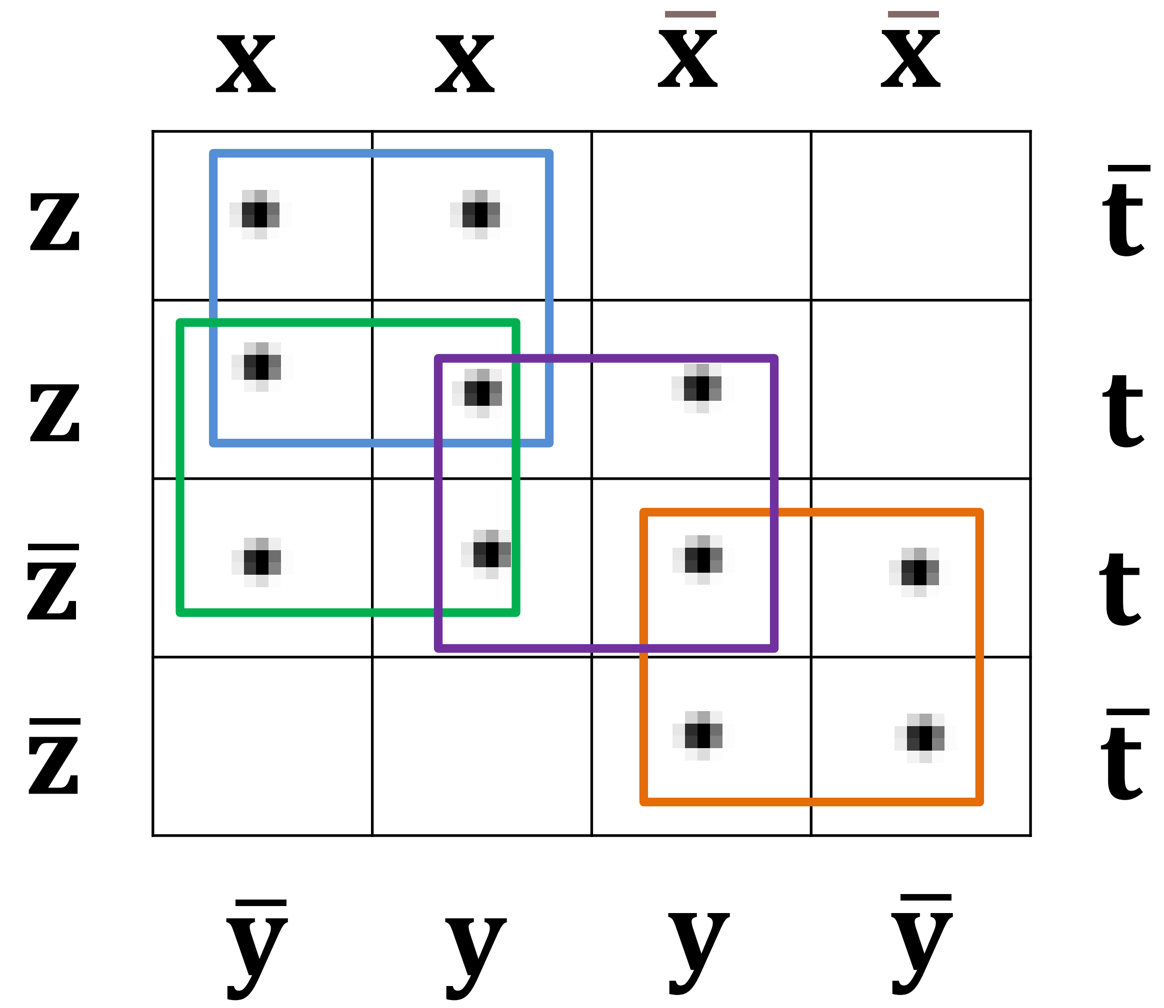
Ví dụ: Tìm tất cả các tế bào,tế bào lớn trong bìa Kar dưới đây:

Các tế bào*(Khoanh các ô theo cấp số mũ cơ số 2):*

+Tế bào gồm 1 ô: $\mathbf{x\bar{y}z\bar{t},xyzt,..}$

+Tế bào gồm 2 ô: $\mathbf{xz\bar{t},xzt,..}$

+Tế bào gồm 4 ô: $\mathbf{xz,yt,..}$



Các tế bào lớn: $xz, yt, \bar{x}\bar{z}, xt$

3. Biểu đồ Karnaugh

Công thức đa thức tối tiểu

Định nghĩa:
Công thức đa thức F được gọi là tối tiểu nếu với bất kì công thức đa thức G nào của hàm Boole đã cho mà đơn giản hơn F thì G và F đơn giản như nhau.

Cách tìm: Sử dụng phương pháp biểu đồ Karnaugh

3. Biểu đồ Karnaugh

Đơn giản như nhau ?

Ví dụ: Cho $f \in F_4$ có 3 dạng đa thức.

$$f = x\bar{y}z + z\bar{t} + \bar{x}yz + \bar{x}y\bar{z}t \ (1)$$
$$f = x\bar{y} + \bar{x}yz + xy\bar{z} + xyzt \ (2)$$
$$f = x\bar{t} + \bar{x}yz + xy\bar{z} + \bar{x}zt \ (3)$$

(1) và (2) => hoán vị (1)⬄ $z\bar{t} + x\bar{y}z + \bar{x}yz + \bar{x}y\bar{z}t$

Ta thấy $\begin{cases} p = q = 4 \\ \deg(u_j) = \deg(v_j), 1 \le j \le 4 \end{cases}$ => (1) và (2) đơn giản như nhau

(2) và (3)

Ta thấy $\begin{cases} p = q = 4 \\ \deg(u_4) > \deg(v_4) \end{cases}$ => (3) đơn giản hơn (2)

3. Biểu đồ Karnaugh

Phủ tối tiểu

Cho $S = \{X_1, X_2, \dots, X_n\}$ là họ các tập con của X

Phủ của tập X: S gọi là phủ của X nếu X = ∪ X_i

Phủ tối tiểu của X:

Giả sử S là một phủ của X.Khi đó S là phủ tối tiểu của X nếu $\forall i | S \backslash X_i$ không là phủ của X.

Ví dụ: X = {a,b,c,d}, A ={a,b}, B={c,d}, C={a,d}, D={b,c}

S = {A,B} là phủ tối tiểu

S = {A,B,C,D} là phủ không tối tiểu

S = {A,D} không phủ

ĐOÀN KHOA CÔNG NGHỆ PHẦN MỀM
BAN HỌC TẬP
Sharing is learning

Phương pháp biểu đồ Karnaugh

B1: Lập biểu đồ Kar(f) và tìm các tế bào lớn.
B2: Tìm phủ của Kar(f) bằng họ các tế bào lớn.

B2.1 Chọn một ô chỉ nằm trong một tế bào lớn, chọn tế bào lớn chứa ô này để phủ.

Lặp lại bước trên trong phần còn lại của Kar(f) cho đến khi không làm được nữa. Nếu Kar(f) được phủ kín thì chuyển sang **B3**, ngược lại chuyển sang **B2.2**

B2.2 Chọn một ô chưa được phủ, phủ ô này bằng tế bào chứa nó (có nhiều cách). Lặp lại như vậy cho đến khi Kar(f) được phủ kín.

B3: Ứng với mỗi phủ của Kar(f) ở **B2**, lập công thức đa thức là tuyển các tế bào lớn trong phủ và chọn công thức đa thức tối tiểu.

3. Biểu đồ Karnaugh

Ví dụ:

Câu 1. *(4.0 điểm)* Cho hàm Bool theo 4 biến sau:

$$f(x,y,z,t) = xz\bar{t} \vee x\bar{y}t \vee yt \vee \bar{x}\bar{y}\bar{z} \vee \bar{x}\bar{z}t \vee \bar{x}y\bar{z}\bar{t}.$$

a) Hãy tìm dạng nối rời chính tắc của hàm f.

b) Hãy tìm các công thức đa thức tối tiểu của hàm f.

	x	x	$\bar{x}$	$\bar{x}$	
z	•	•			$\bar{t}$
z	•	•	•		t
$\bar{z}$	•	•	•	•	t
$\bar{z}$			•	•	$\bar{t}$
	$\bar{y}$	y	y	$\bar{y}$	

a,Dạng nối rời chính tắc của f:

$$f(x,y,z,t) = xyz\bar{t} + x\bar{y}z\bar{t} + x\bar{y}zt + xyzt + \bar{x}ytz + x\bar{y}\bar{z}t + xy\bar{z}t + \bar{x}y\bar{z}t + \bar{x}\bar{y}\bar{z}t + \bar{x}y\bar{z}\bar{t} + \bar{x}\bar{y}\bar{z}\bar{t}$$

3. Biểu đồ Karnaugh

	x	x	$\bar{x}$	$\bar{x}$	
z	■ 1	■ 1			$\bar{t}$
z	4 ■ 1	4 ■ 1 3	3 ■		t
$\bar{z}$	4 ■ 2	4 3 ■ 2	3 ■ 5 2	■ 5 2	t
$\bar{z}$			■ 5	■ 5	$\bar{t}$
	$\bar{y}$	y	y	$\bar{y}$	

b,-Các tế bào lớn: $T_1 = xz$; $T_2 = \bar{z}t$; $T_3 = yt$

$T_4 = xt$; $T_5 = \bar{x}\bar{z}$

-Sơ đồ phủ cho Kar(f):

$T_1 \rightarrow T_3 \rightarrow T_5 \xrightarrow{(2,4)} T_2$

$T_5 \rightarrow T_4$

$\Rightarrow$Kar(f) $= T_1 \cup T_3 \cup T_5 \cup T_2$ (1)

$= T_1 \cup T_3 \cup T_5 \cup T_4$ (2)

(1),(2) là phủ tối tiểu (nhận)

=>Các công thức đa thức rút gọn của f :

(1) => $f = xz + yt + \bar{x}\bar{z} + \bar{z}t$ (1′)

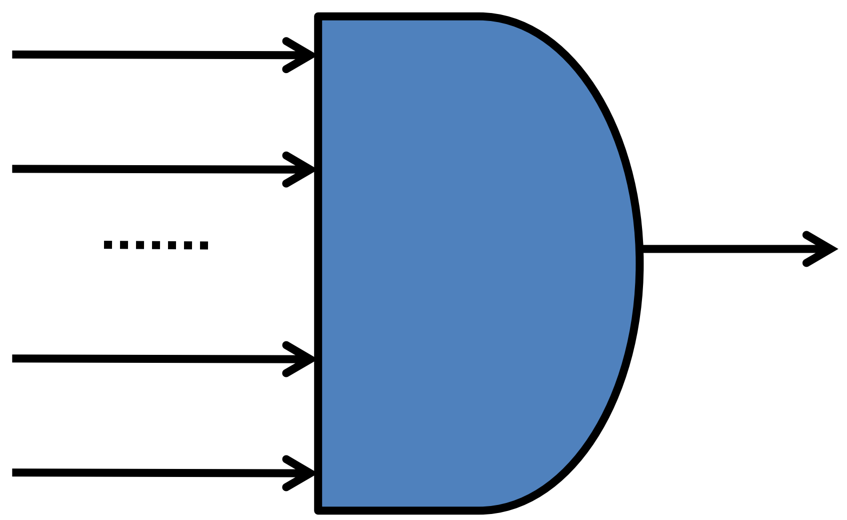
(2) => $f = xz + yt + \bar{x}\bar{z} + xt$ (2′)

(1′) và (2′) đơn giản như nhau => (1′),(2′) là CTĐTTT của f

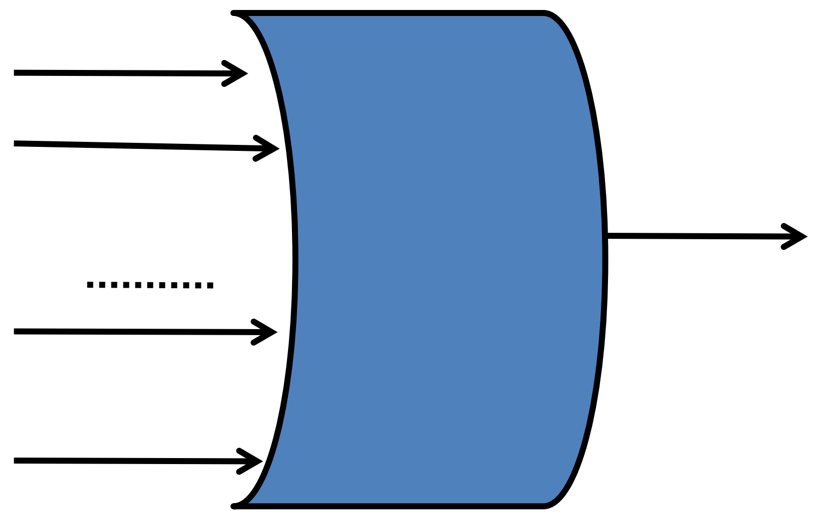
4. Mạch Logic

Các cổng cơ bản

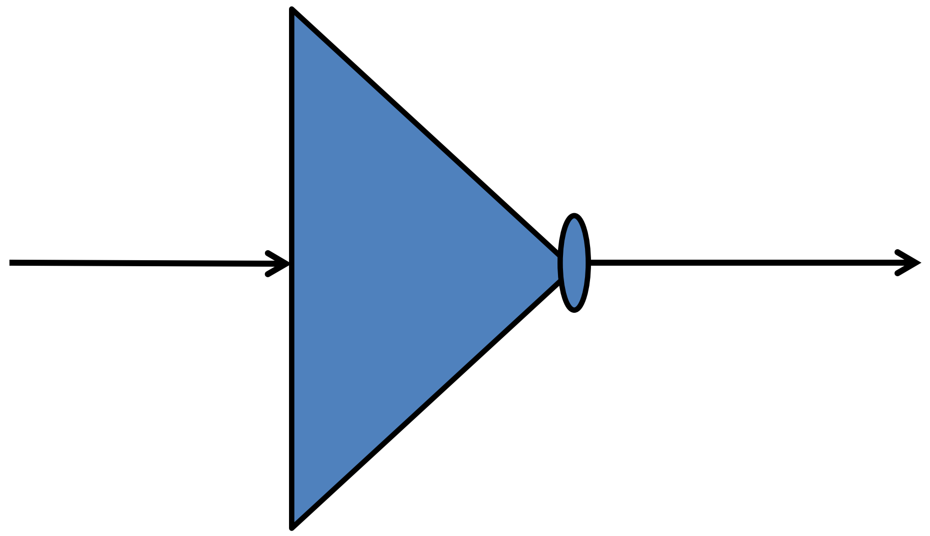
Cổng AND



Cổng OR



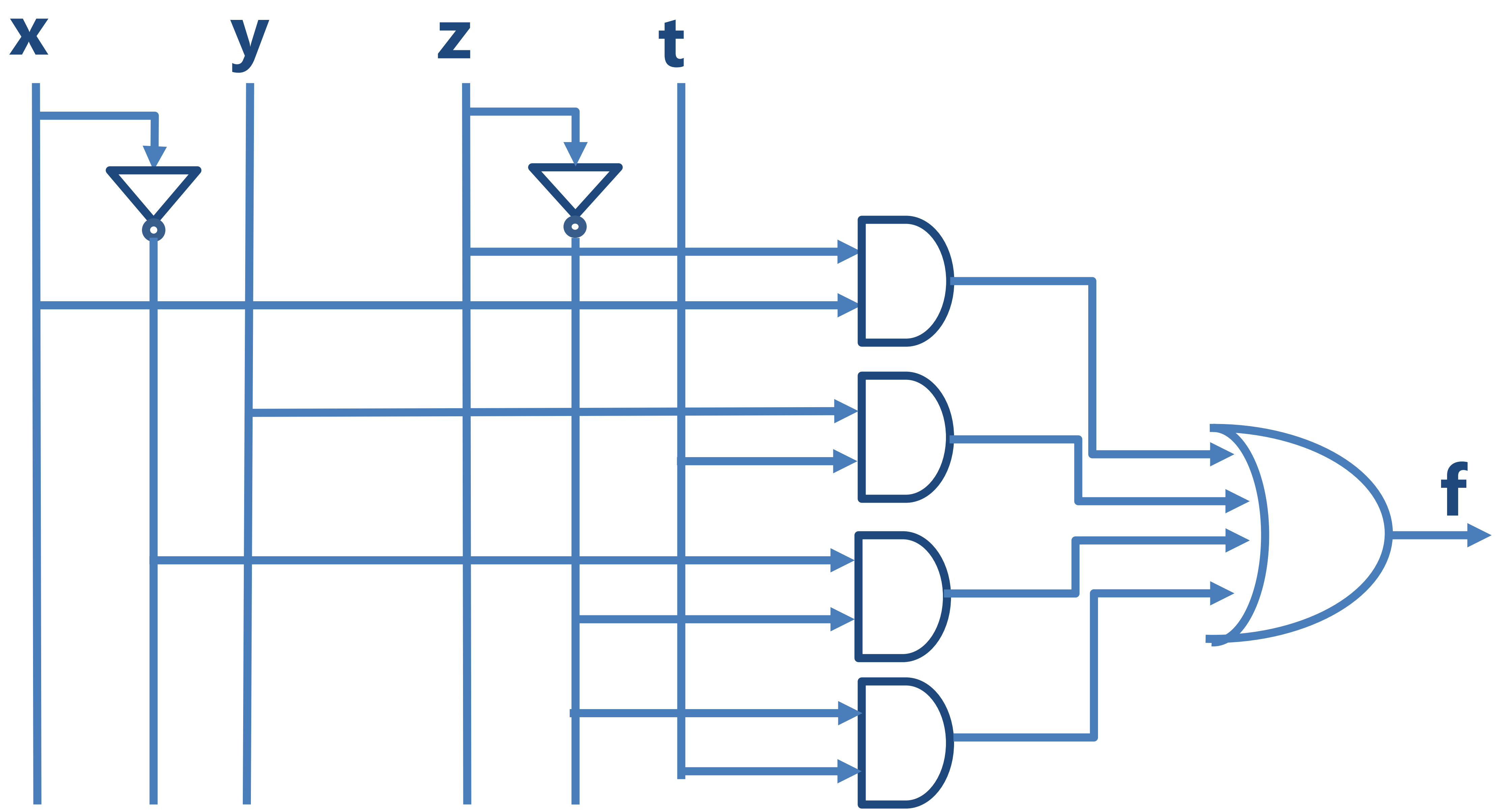
Cổng NOT



4. Mạch Logic

c) Hãy vẽ sơ đồ mạch cho một công thức đa thức tối tiểu của hàm f vừa tìm được.

$$f = xz + yt + \bar{x}\bar{z} + \bar{z}t$$



Ví dụ

<u>Câu 1</u>. *(4 điểm)* Cho hàm Boole 4 biến $f(x, y, z, t)$, biết

$$f^{-1}(0) = \{0110, 0011, 1001, 0001, 1100, 0111\}.$$

a) Hãy tìm dạng nối rời chính tắc của hàm f.

b) Hãy tìm các công thức đa thức tối tiểu của hàm f.

c) Hãy vẽ sơ đồ mạch cho một công thức đa thức tối tiểu của hàm f vừa tìm được.

Ví dụ

Câu 1. *(4 điểm)* Cho hàm Boole 4 biến $f(x, y, z, t)$, biết

$$f^{-1}(0) = \{0110, 0011, 1001, 0001, 1100, 0111\}.$$

a) Hãy tìm dạng nối rời chính tắc của hàm f.

Bài giải:

	x	x	$\bar{x}$	$\bar{x}$	
z	•	•		•	$\bar{t}$
z	•	•			t
$\bar{z}$		•	•		t
$\bar{z}$	•		•	•	$\bar{t}$
	$\bar{y}$	y	y	$\bar{y}$	

a,Dạng nối rời chính tắc của f:

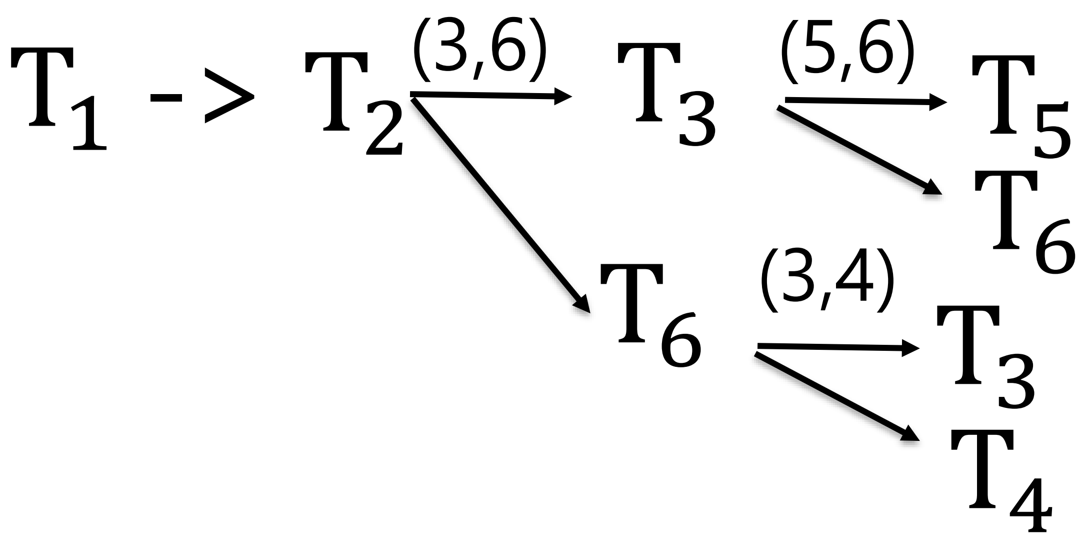
$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}, \mathbf{t}) = \mathbf{x\bar{y}z\bar{t}} + \mathbf{xyz\bar{t}} + \mathbf{\bar{x}\bar{y}z\bar{t}} + \mathbf{x\bar{y}zt}$$
$$+ \mathbf{xyzt} + \mathbf{xy\bar{z}t} + \mathbf{\bar{x}y\bar{z}t} + \mathbf{x\bar{y}\bar{z}\bar{t}} + \mathbf{\bar{x}y\bar{z}\bar{t}} + \mathbf{\bar{x}\bar{y}\bar{z}\bar{t}}$$

Ví dụ

b,-Các tế bào lớn: $T_1 = \bar{y}\bar{t}$; $T_2 = xz$; $T_3 = y\bar{z}t$

$T_4 = xyt$; $T_5 = \bar{x}\bar{z}\bar{t}$; $T_6 = \bar{x}y\bar{z}$

-Sơ đồ phủ cho Kar(f):



	x	x	$\bar{x}$	$\bar{x}$	
z	• 1 2	• 2		• 1	$\bar{t}$
z	• 2	4 • 2			t
$\bar{z}$		4 3 •	3 • 6		t
$\bar{z}$	• 1		5 • 6	5 • 1	$\bar{t}$
	$\bar{y}$	y	y	$\bar{y}$	

$\Rightarrow$Kar(f) $= T_1 \cup T_2 \cup T_3 \cup T_5$ (1)

$= T_1 \cup T_2 \cup T_3 \cup T_6$ (2)

$= T_1 \cup T_2 \cup T_6 \cup T_3$ (3)

$= T_1 \cup T_2 \cup T_6 \cup T_4$ (4)

(1),(2),(3),(4) là phủ tối tiểu (nhận)

Ví dụ

(2)~(3)

=>Các công thức đa thức rút gọn của f :

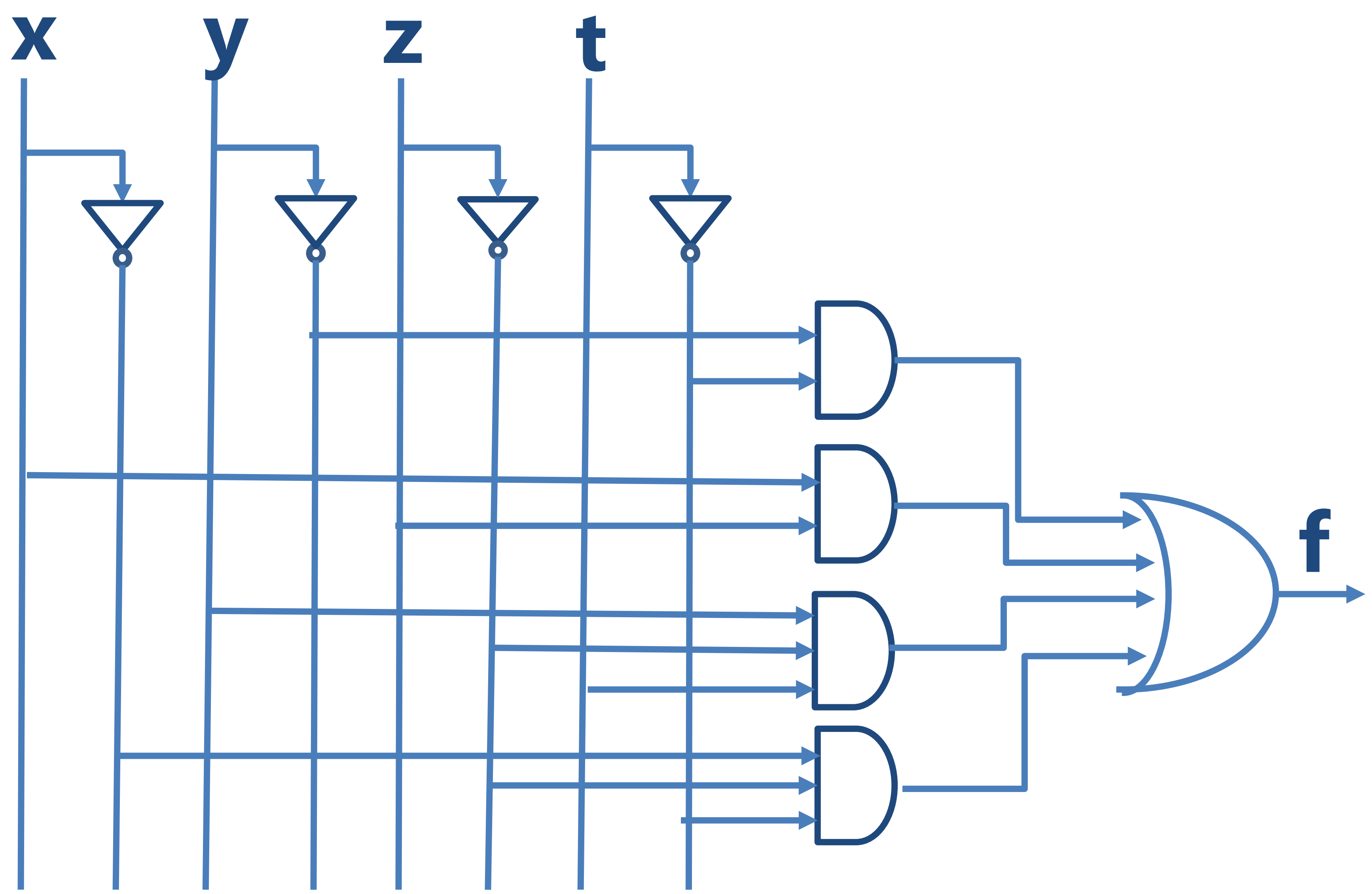
(1) = $\bar{y}\bar{t} + xz + y\bar{z}t + \bar{x}\bar{z}\bar{t}$ (1′)

(2) = $\bar{y}\bar{t} + xz + y\bar{z}t + \bar{x}y\bar{z}$ (2′)

(4) = $\bar{y}\bar{t} + xz + \bar{x}y\bar{z} + xyt$ (3′)

(1′),(2′),(3′) đơn giản như nhau => (1′),(2′),(3′) là CTĐTTT của f

$$\boldsymbol{c, f = \bar{y}\bar{t} + xz + y\bar{z}t + \bar{x}\bar{z}\bar{t}}$$



BAN HỌC TẬP KHOA CÔNG NGHỆ PHẦN MỀM
CHUỖI TRAINING CUỐI HỌC KÌ 2 NĂM HỌC 2020-2021

ĐOÀN KHOA CÔNG NGHỆ PHẦN MỀM
BAN HỌC TẬP
Sharing is learning

HẾT

CẢM ƠN CÁC BẠN ĐÃ THEO DÕI.
CHÚC CÁC BẠN CÓ KẾT QUẢ THI THẬT TỐT!

Ban học tập
Khoa Công Nghệ Phần Mềm
Trường ĐH Công Nghệ Thông Tin
ĐHQG Hồ Chí Minh

Our Phone
0932 470 201
0936 645 393
01666 27 27 03

Email / Group
bht.cnpm.uit@gmail.com
fb.com/groups/bht.cnpm.uit