

Từ đó hàm mật độ của Y là

$$f_Y(x) = \begin{cases} \frac{1}{3\sqrt{x}} & \text{nếu } 0 \leq x \leq 1 \\ \frac{1}{6\sqrt{x}} & \text{nếu } 1 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{nếu } \begin{cases} x \leq 0 \\ x \geq 4 \end{cases} \end{cases}$$

BÀI TẬP

1. Cho ĐLNN liên tục X có hàm mật độ

$$f(x) = \begin{cases} cx^2(1-x) & \text{với } x \in [0, 1] \\ 0 & \text{với } x \notin [0, 1] \end{cases}$$

i) Tìm hằng số c .

ii) Tìm mod.

iii) Tìm $P\{0,4 < X < 0,6\}$.

2. Cho ĐLNN X có phân bố đều trên $[1, 2]$. Tìm $P\{2 < X^2 < 5\}$.

3. Cho ĐLNN X có phân bố đều trên $[-1, 3]$. Tìm $P\{X^2 < 2\}$.

4. Cho ĐLNN X có hàm mật độ

$$f(x) = \begin{cases} kx^2 & 0 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{nếu trái lại} \end{cases}$$

i) Tìm hằng số k .

ii) Tính $P\{X > 2\}$.

iii) Tìm median.

iv) Xác định a để $P\{X < a\} = \frac{3}{4}$.

5. Cho ĐLNN X có hàm mật độ

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4} x (2 - x) & \text{với } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{nếu trái lại} \end{cases}$$

i) Vẽ đồ thị của $f(x)$.

ii) Tìm $P\{X > 1,5\}$ và $P\{0,9 < X < 1,1\}$.

6. Tuổi thọ của một loại côn trùng nào đó là một ĐLNN X (tính bằng tháng) với hàm mật độ

$$f(x) = \begin{cases} kx^2 (4 - x) & \text{với } 0 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{nếu trái lại} \end{cases}$$

i) Xác định k và vẽ đồ thị của $f(x)$.

ii) Tìm mod của X .

iii) Tìm xác suất để côn trùng chết trước khi nó được 1 tháng tuổi.

7. Cho ĐLNN X có hàm mật độ

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{4} + \frac{1}{2} & \text{nếu } -2 \leq x \leq 0 \\ -\frac{x}{4} + \frac{1}{2} & \text{nếu } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{nếu trái lại} \end{cases}$$

Tìm kì vọng và phương sai của X .

8. Cho ĐLNN X có hàm mật độ

$$f(x) = \begin{cases} kx & \text{với } 0 \leq x \leq 1 \\ k & \text{với } 1 \leq x \leq 4 \\ 0 & \text{nếu trái lại} \end{cases}$$

i) Tìm hằng số k .

ii) Tìm kì vọng, phương sai và median.

9. Trọng lượng của một con gà 6 tháng tuổi là một ĐLNN X (đơn vị kg) có hàm mật độ

$$f(x) = \begin{cases} k(x^2 - 1) & \text{với } 2 \leq x \leq 3 \\ 0 & \text{nếu trái lại} \end{cases}$$

Tìm trọng lượng trung bình của con gà 6 tháng tuổi và độ lệch tiêu chuẩn.

10. Diện tích của một chiếc lá của một loại cây nào đó là một ĐLNN X (đơn vị cm^2) với hàm mật độ

$$f(x) = \begin{cases} kx^2 (x - 2)^2 & \text{với } 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{nếu trái lại} \end{cases}$$

- i) Xác định k và vẽ đồ thị của $f(x)$.
- ii) Tìm kì vọng và phương sai của X .

11. Cho ĐLNN X có hàm mật độ

$$f(x) = \begin{cases} kx^{-3/2} & \text{với } x \geq 1 \\ 0 & x < 1 \end{cases}$$

- i) Tìm k và hàm phân bố $F(x)$.
- ii) Tìm hàm mật độ của $Y = \frac{1}{X}$.
- iii) Tính $P \{ 0,1 < Y < 0,2 \}$

12. ĐLNN X có hàm mật độ

$$f(x) = \begin{cases} \frac{3}{4} (1 - x^2) & \text{với } |x| \leq 1 \\ 0 & \text{nếu trái lại} \end{cases}$$

Tìm kì vọng và phương sai của $Y = 2X^2$.

13. Bán kính X của một vòng tròn có phân bố đều trên đoạn $[0, a]$. Tìm kì vọng và độ lệch tiêu chuẩn của diện tích A của vòng tròn.

14. Cho ĐLNN X có hàm mật độ

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{với } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{nếu trái lại} \end{cases}$$

Xét $Y = 2\sqrt{X}$. Tìm

- i) $P \{ 0,5 < Y < 1,5 \}$;
- ii) $P \{ Y > 1 \}$.

15. Một đoạn thẳng AB dài 10 cm bị gãy ngẫu nhiên ở mọi điểm P . Hai đoạn gãy AP và PB được sử dụng để làm hai cạnh của một hình chữ nhật. Tìm kì vọng và độ lệch tiêu chuẩn của diện tích hình chữ nhật.

16. Một người hàng ngày đi bộ từ nhà đến nơi làm việc với quãng đường $600m$ với vận tốc đều ($m/giây$). Biết rằng thời gian đi bộ của người đó là một ĐLNN phân bố đều trong khoảng từ 6 phút đến 10 phút.

- i) Tìm kì vọng và độ lệch tiêu chuẩn của v .
- ii) Tìm median của v .

17. Trọng lượng của một con bò là một ĐLNN phân bố chuẩn với kì vọng là 250 kg và độ lệch tiêu chuẩn 40 kg . Tìm xác suất để một con bò có trọng lượng

- i) Nặng hơn 300 kg ;
- ii) Nhẹ hơn 175 kg ;
- iii) Trong khoảng 260 kg đến 270 kg .

18. Thời gian từ nhà đi đến trường của sinh viên Bình là một ĐLNN X có phân bố chuẩn. Biết rằng 65% số ngày Bình đến trường mất hơn 20 phút còn 8% số ngày mất hơn 30 phút.

i) Tìm thời gian trung bình và độ lệch tiêu chuẩn của thời gian đến trường.

ii) Nếu Bình xuất phát từ nhà trước giờ vào học 25 phút thì xác suất để Bình muộn học là bao nhiêu ?

iii) Bình cần phải xuất phát trước giờ vào học bao nhiêu phút để khả năng bị muộn học là bé hơn 0,02.

19. Chiều dài của một loại cây là một ĐLNN có phân bố chuẩn. Trong một mẫu gồm 640 cây có 25 cây thấp hơn $18m$ và 110 cây cao hơn $24m$.

i) Tìm kì vọng và độ lệch tiêu chuẩn của chiều cao của cây.

ii) Ước lượng số cây có độ cao trong khoảng từ $16m$ đến $20m$ trong mẫu nói trên.

20. Cho X là ĐLNN có phân bố mũ với tham số $\lambda = 2$. Tìm kì vọng và độ lệch tiêu chuẩn của e^{-X} .

21. Cho X là ĐLNN có phân bố mũ với tham số $\lambda = 1$ và $Y = 2X^2$.

Tính i) $P\{2 < Y < 18\}$

ii) $P\{Y < 4\}$.

ĐÁP SỐ VÀ CHỈ DẪN

1. i) $c = 12$ ii) $\text{mod} = 2/3$

iii) $P\{0,4 < x < 0,6\} = 0,296.$

2. $2 - \sqrt{2}$

3. $\frac{1 + \sqrt{2}}{4}$

4. i) $\int_0^3 f(x)dx = 9k \rightarrow k = \frac{1}{9}$

ii) $\frac{19}{27}$

iii) $\frac{1}{27} m^3 = \frac{1}{2} \rightarrow m = 2,381 = \sqrt[3]{\frac{3}{2}}.$

iv) $\frac{1}{27} a^3 = \frac{3}{4} \rightarrow a = 2,726$

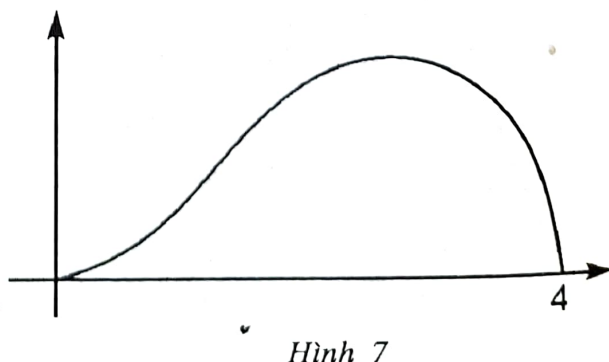
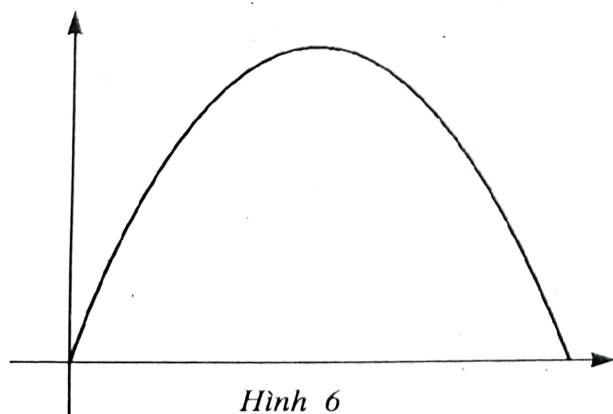
5. (Hình 6) $P\{X > 1,5\} = 0,15625$

$P\{0,9 < X < 1,1\} = 0,1495.$

6. (Hình 7) i) $k = \frac{3}{64}$, ii) $f'(x) = 0 \rightarrow \text{mod} = \frac{8}{3}$

iii) $P\{X < 1\} = \frac{13}{256}.$

7. $FX = 0, DX = \frac{2}{3}.$



$$8. i) k = \frac{2}{7}$$

$$ii) EX = \frac{47}{21} \approx 2,238$$

$$EX^2 = \frac{85}{14}, DX = \frac{937}{882} \approx 1,062, \quad m = \frac{9}{4} = 2,25$$

$$9. k = \frac{3}{16}, EX = 2,578 \text{ kg},$$

$$EX^2 = 6,725, DX = 0,0783 \text{ kg}^2$$

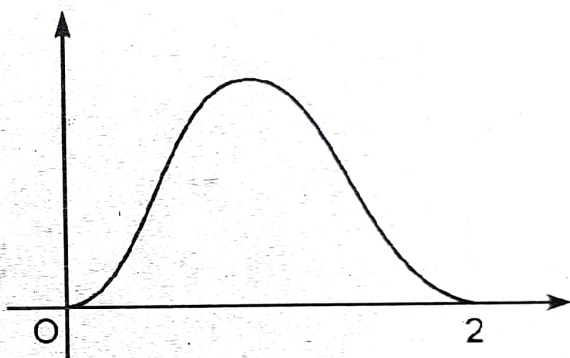
$$\rightarrow \sigma_X = \sqrt{DX} = 0,2798 \text{ kg}$$

$$10. i) k = \frac{15}{16}$$

$$ii) EX = 1 \text{ cm}^2$$

$$EX^2 = \frac{8}{7},$$

$$DX = \frac{1}{7} \text{ cm}$$



Hình 8

$$11. i) k = \frac{1}{2}, F(x) = 1 - \frac{1}{\sqrt{x}} \text{ nếu } x \geq 1$$

$$ii) f_Y(x) = \begin{cases} \frac{1}{2\sqrt{x}} & \text{nếu } 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{nếu trái lại} \end{cases}$$

$$ii) \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{10}}$$

$$12. EY = \frac{2}{5}, EY^2 = \frac{12}{35}, DY = \frac{32}{175}$$

$$13. EA = \frac{\pi a^2}{3}, EA^2 = \frac{\pi^2 a^4}{5}$$

$$DA = \frac{4}{45} \pi^2 a^4, \sigma_A = \frac{2}{3\sqrt{5}} \pi a^2$$

$$14. \quad i) P(0,5 < Y < 1,5) = P\left(\frac{1}{16} < X < \frac{9}{16}\right) = \frac{91}{512}$$

$$ii) P(Y > 1) = P\left(X > \frac{1}{4}\right) = \frac{63}{64}$$

$$15. \quad EA = \int_0^{10} \frac{x(10-x)}{10} dx = \frac{50}{3} \text{ cm}^2$$

$$EA^2 = \frac{1000}{3}, DA = \frac{500}{9}, \sigma_A = \frac{10\sqrt{5}}{3} \text{ cm}^2.$$

$$16. \quad V = \frac{600}{60T} = \frac{10}{T}, \quad EV = \frac{5}{2} \ln \frac{10}{6} \approx 1,277 \text{ m/s}$$

$$EV^2 = 5/3; DV = 0,0358, \quad \sigma_V = 0,189 \text{ m/s}$$

$$17. \quad i) P(X > 300) = 1 - \Phi(1,25) = 0,1056$$

$$ii) P(X < 175) = \Phi(-1,875) = 0,0303$$

$$iii) P(260 < X < 270) = \Phi(0,5) - \Phi(0,25) = 0,0928.$$

$$18. \quad i) \frac{20 - \mu}{\sigma} = -0,3853, \quad \frac{30 - \mu}{\sigma} = 1,405$$

Suy ra $\mu = 22,15 \text{ phút}, \sigma = 5,59 \text{ phút}$

$$ii) P(X > 25) = 1 - \Phi(0,51) = 0,3050$$

$$iii) P(X > a) \leq 0,02 \rightarrow a \geq 33,6 \text{ phút}$$

$$19. \quad i) \frac{18 - \mu}{\sigma} = -1,762, \quad \frac{24 - \mu}{\sigma} = 0,9463$$

Suy ra $\mu = 21,90m, \sigma = 2,22m$

$$ii) P(16 < X < 20) = \Phi(-0,859) - \Phi(-2,665) = 0,1913.$$

Từ đó số cây ước lượng là $122 \rightarrow 123$

$$20. \quad \text{Nếu } Y = e^{-X}, EY = \frac{2}{3}, EY^2 = \frac{1}{2}$$

$$DY = \frac{1}{18} \quad \sigma_Y = 0,2357$$

$$21. \quad i) P(2 < Y < 18) = P(1 < X < 3) = 0,3181$$

$$ii) P(Y < 4) = P(X < \sqrt{2}) = 1 - e^{-\sqrt{2}} \approx 0,7569.$$