

ĐÁP ÁN

Câu 1: (1.5 đ)

a) X : tuổi thọ của chip

$$X \sim N(\mu, \sigma), \quad \mu = 120000, \quad \sigma = 30000$$

Tỷ lệ cần tính:

$$p = P(X > 140000) = 1 - P(X \leq 140000) = 1 - P\left(Z \leq \frac{140000 - \mu}{\sigma}\right) \\ \approx 0.2514 \quad (0.5 \text{ đ})$$

b) Y là số chip có tuổi thọ trên 140000 h trong 100 chip

$$Y \sim B(n, p), \quad n = 100, \quad p = 0.2514 \quad (0.25 \text{ đ})$$

$$\sim N(\mu', \sigma'), \quad \mu' = 25.14, \quad \sigma' = \sqrt{np(1-p)} = 4.338 \quad (0.25 \text{ đ})$$

$$P(Y \geq 20) = 1 - P(Y \leq 19) = 1 - P\left(Z \leq \frac{19.5 - \mu'}{\sigma'}\right) \approx 0.903 \quad (0.25 \text{ đ})$$

Câu 2: (1.5 đ)

a) X và Y không độc lập (0.25 đ) Giải thích 0.25 đ

$$b) P(X+Y \leq 3) = 0.16 \quad (0.25 \text{ đ})$$

$$P(X > 1 | Y = 2) = \frac{P(X > 1, Y = 2)}{P(Y = 2)} = \frac{0.18}{0.28} = 0.6429$$

0.25 đ
0.25 đ

Câu 3: (1.5 đ)

$$a) \iint_{\mathbb{R}^2} f(x, y) dx dy = 1 \xrightarrow{0.25 \text{ đ}} \int_1^3 \int_0^2 Cxy dx dy = 1 \rightarrow C = \frac{1}{8} \quad (0.25 \text{ đ})$$

$$b) P(X \leq 1 \cap Y > 2) = \int_2^3 \int_0^1 \frac{1}{8} xy dx dy = \frac{5}{32} = 0.156 \quad (0.25 \text{ đ})$$

$$c) P(Y > 2) = \int_2^3 \int_0^2 \frac{1}{8} xy dx dy = \frac{5}{8} \quad (0.25 \text{ đ})$$

$$P(X \leq 1 | Y > 2) = \frac{P(X \leq 1 \cap Y > 2)}{P(Y > 2)} = \left(\frac{1}{4}\right) \quad (0.25 \text{ đ})$$

0.25 đ

Câu 4: (2 đ)

(1.5 đ) a) $n = 500$, $f = \frac{24}{500} = 0.048$ (0.25 đ)

$1 - \alpha = 0.95 \Rightarrow z_{\alpha/2} = 1.96$ (0.5 đ)

$\varepsilon = 1.96 \sqrt{\frac{0.048(1-0.048)}{500}} \approx 0.0187$ 0.5 đ

Khoảng UL: $[0.048 \pm 0.0187]$ hoặc $[0.0293; 0.0667]$ (0.25 đ)

(0.5 đ) b) $\varepsilon = 1.96 \sqrt{\frac{f(1-f)}{n}} = 1.96 \sqrt{\frac{1/4 - (f - 1/2)^2}{n}}$

$\Rightarrow \varepsilon \leq \frac{1.96}{2\sqrt{n}} \quad \forall f$

\rightarrow Chọn n sao cho $\frac{1.96}{2\sqrt{n}} \leq \underbrace{0.02}_{\varepsilon_{\max}} \text{ để } \varepsilon \leq 0.02 \quad \forall f$

(0.25 đ) $n \geq \left(\frac{z_{\alpha/2}}{2\varepsilon_{\max}} \right)^2 \Rightarrow n \geq 2401$ (0.25 đ)
(SV không cần CM công thức)

(Nếu SV thay f bằng 1 gtrì cụ thể để UL n : 0.25 đ)

Câu 5: (2.5 đ)

a) $H_0: p = 0.1$ 0.25 đ

$H_1: p > 0.1$ 0.25 đ

b) $H_0: \mu = 4$, $H_1: \mu > 4$ (0.5 đ)

$\bar{x} = 4.5$, $n = 18$, $\sigma = 1$, $\alpha = 0.01$ (0.25 đ)

$\alpha = 0.01 \Rightarrow z_{\alpha}$ thỏa $P(Z \leq z_{\alpha}) = 1 - \alpha = 0.99 \Rightarrow z_{\alpha} \approx 2.33$ (0.5 đ)
(hoặc 2.325)

$z = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = 2.1213$ (0.25 đ)

$z < z_{\alpha} \Rightarrow$ bác bỏ H_0 \Rightarrow có thể kết luận: khảo sát cho thấy số cứu hỏa đạt mục tiêu ở mức ý nghĩa $\alpha = 0.01$. 0.25 đ

Câu 6: (1 đ)

a) $r = 0.962$ (0.25 đ). r rất gần 1 nên tính tuyến tính giữa X và Y mạnh (0.25 đ)

$Y = 15.73 + 0.0319 X$ (0.25 đ)

b) $X = 3500 \Rightarrow Y \approx 127.38$ (0.25 đ)