

## PHÉP TÍNH VI PHÂN CỦA HÀM NHIỀU BIẾN (tt)

1. Tính các đạo hàm riêng của các hàm sau:

a)  $f(x, y) = x^3 y + \arctg(x + y)$

b)  $f(x, y) = e^{\sin \frac{x}{y}}$

c)  $f(x, y) = x^y$

d)  $f(x, y) = \ln(x^2 + y^2)$

e)  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & , (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

f)  $f(x, y, z) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}$

g)  $f(x, y, z) = \left(\frac{y}{x}\right)^z$

2. Tìm  $f(x, y)$  hàm, nếu biết rằng:  $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y) = x^2 - y$ ,  $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y) = y^2 - x$ .

3. Tìm  $f'_x(x, 1)$  nếu  $f(x, y) = x + (y - 1)\arcsin \sqrt{\frac{x}{y}}$ .

4. Tính vi phân của các hàm sau:

a)  $f(x, y) = e^{xy}$

c)  $f(x, y) = \ln(\cos \frac{x}{y})$

b)  $f(x, y) = \ln(y + \sqrt{x^2 + y^2})$

d)  $f(x, y) = (xy)^z$

5. Cho  $f(x, y) = \sqrt{xy}$ . Tìm  $f'_x(0, 0), f'_y(0, 0)$ .

6. Cho hàm  $f(x, y) = \sqrt{|xy|}$ . Tìm  $f'_x(0, 0), f'_y(0, 0)$ .

7. Cho hàm  $f(x, y) = \begin{cases} e^{\frac{-1}{x^2 + y^2}}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & , (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ . Tìm  $f'_x(0, 0), f'_y(0, 0)$ .

8. Chứng minh rằng

$$f(x, y) = \begin{cases} (x^2 + y^2) \sin \frac{1}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & , (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

có các đạo hàm riêng  $f'_x(x, y), f'_y(x, y)$  trong lân cận điểm  $(0, 0)$  và các đạo hàm riêng này gián đoạn tại điểm  $(0, 0)$ .

9. Đạo hàm và vi phân cấp cao

a)  $f(x, y) = x^y \rightarrow d^2 f = ?$

b)  $f(x, y, z) = xy + yz + xz \rightarrow d^2 f = ?$

c)  $f(x, y) = x^2 + xy + y^2 - 4 \ln x - 2 \ln y \rightarrow d^2 f(1, 1) = ?$

d)  $f(x, y) = x \ln xy \rightarrow \frac{\partial^3 f}{\partial x^2 \partial y}$

e)  $f(x, y) = x^3 \sin y + y^3 \sin x \rightarrow \frac{\partial^6 f}{\partial x^3 \partial y^3}(0, 0)$

f)  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{2xy}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}, \rightarrow \frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0, 0), \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}(0, 0)$

10. Đạo hàm và vi phân của hàm hợp

a)  $f(u, v) = u^v, u = \ln x, v = \sin x \rightarrow \frac{df}{dx} = ?$

b)  $f(u, v, w) = \frac{vw}{u}, u = e^x, v = \ln x, w = x^2 - 1 \rightarrow \frac{df}{dx}(1) = ?$

c)  $f(x, y) = \ln(e^x + y^y), y = \frac{1}{3}x^3 + x \rightarrow \frac{df}{dx} = ? \frac{\partial f}{\partial x} = ?$

d)  $f(u, v) = u^2 \ln v, u = \frac{y}{x}, v = x^2 + y^2 \rightarrow \frac{\partial f}{\partial x} = ? \frac{\partial f}{\partial y} = ?$

e)  $f(u, v) = u^2 v - v^2 u, u = x \sin y, v = y \sin x \rightarrow df = ?$

11. Đạo hàm và vi phân của hàm ẩn

a)  $x + y = e^{x-y} \rightarrow \frac{dy}{dx} = ? \frac{d^2 y}{dx^2} = ?$

b)  $x - y + \arctg y = 0 \rightarrow \frac{dy}{dx} = ? \frac{d^2 y}{dx^2} = ?$

c)  $x^2 + 2xy + y^2 - 4x + 2y - 2 = 0, y(1) = 1 \rightarrow y'(1) = ? y''(1) = ?$

d)  $z \ln(x + z) - \frac{xy}{z} = 0 \rightarrow \frac{\partial z}{\partial x} = ? \frac{\partial z}{\partial y} = ?$

e)  $xz - e^{\frac{z}{y}} + x^3 + y^3 = 0 \rightarrow dz = ?$

f)  $x + y + z = e^z \rightarrow d^2 z = ?$