ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP. HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN
BỘ MÔN TOÁN – LÝ

ĐỀ ÔN TẬP CK MÔN ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH
Học kỳ I, năm học 2020-2021

Thời gian làm bài: **90** phút
Không được sử dụng tài liệu

<u>Câu 1</u>. *(2,5 điểm)*

Trên $\mathbb{R}^6$ cho tập hợp $W = \left\{ (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) \;\middle|\; \begin{array}{l} 2x_5 + 3x_4 - x_3 + 2x_1 - x_2 = 0 \\ x_2 - x_4 + x_6 - x_1 = 0 \\ 2x_3 - 4x_5 - 2x_6 - 4x_2 + 3x_1 = 0 \end{array} \right\}$

a/ Hãy chứng minh rằng W là không gian véc tơ con của $\mathbb{R}^6$.
b/ Hãy tìm hệ sinh, cơ sở và xác định số chiều cho W.

<u>Câu 2</u>. *(3,0 điểm)*

Trên $\mathbb{R}^3$ cho tập hợp $a = \{\alpha_1 = (\ 1,\ -1,\ 2),\ \alpha_2 = (\ -1,\ 2,\ -3),\ \alpha_3 = (\ 2,\ 1,\ 2)\}$ và
tập hợp $\beta = \{\beta_1 = (\ 1,\ 2,\ 1),\ \beta_2 = (\ 1,\ 3,\ 3),\ \beta_3 = (\ 2,\ 2,\ -1)\}$.

a/ Chứng tỏ rằng a và β là cơ sở của $\mathbb{R}^3$.
b/ Cho vector $\alpha = (\ -3,\ -12,\ 5) \in \mathbb{R}^3$. Hãy tìm tọa độ của α theo cơ sở a.
c/ Gọi $\beta_0 = \{e_1 = (\ 1,\ 0,\ 0),\ e_2 = (\ 0,\ 1,\ 0),\ e_3 = (\ 0,\ 0,\ 1)\}$ là cơ sở chính tắc của $\mathbb{R}^3$.
Hãy tìm các ma trận chuyển cơ sở:

$$P = P_{\beta_0 \to a};\ Q = P_{\beta_0 \to \beta};\ \text{và } S = P_{a \to \beta}.$$

<u>Câu 3</u>. *(2,5 điểm)*

Cho ma trận thực $A = \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -4 & -5 \end{pmatrix}$.

Hãy chéo hóa A, rồi sau đó tìm A^m, $\forall m$ nguyên, $m \geq 0$.

<u>Câu 4</u>. *(2,0 điểm)*

Cho dạng toàn phương $f : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$,
và $\beta_0 = \{e_1 = (\ 1,\ 0,\ 0),\ e_2 = (\ 0,\ 1,\ 0),\ e_3 = (\ 0,\ 0,\ 1)\}$ là cơ sở chính tắc của $\mathbb{R}^3$
sao cho: $\forall X \in \mathbb{R}^3$, ta có $[X]_{\beta_0} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$, và $f(X, X) = 8x_1x_2 - 4x_1x_3 + 12x_2x_3$.

a/ Hãy chính tắc hóa dạng toàn phương f.
b/ Hãy chỉ ra một cơ sở β ứng với dạng chính tắc tìm được ở câu a/.

Hết