ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP. HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN
BỘ MÔN TOÁN – LÝ

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KỲ ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH
Học kỳ …, năm học 202..-202..
Thời gian làm bài: **90** phút
Không được sử dụng tài liệu

<u>Câu 1</u>. *(2,5 điểm)*

Trên $\mathbb{R}^6$ cho tập hợp $W = \left\{ (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) \middle| \begin{array}{l} x_4 - 4x_6 + 2x_2 + x_1 - 3x_3 = 0 \\ 3x_5 - 5x_4 - 3x_2 - 2x_1 = 0 \\ 8x_3 - 3x_2 - 2x_5 + 7x_6 - x_1 = 0 \end{array} \right\}$

Hãy tìm cơ sở và xác định số chiều cho W.

<u>Câu 2</u>. *(3,0 điểm)*

Trên $\mathbb{R}^3$ cho tập hợp $a = \{\alpha_1 = (1,0,5), \alpha_2 = (2,1,6), \alpha_3 = (3,4,0)\}$ và tập hợp $\beta = \{\beta_1 = (1,1,1), \beta_2 = (1,2,2), \beta_3 = (1,2,3)\}$.

a/ Chứng tỏ rằng a và β là cơ sở của $\mathbb{R}^3$.

b/ Cho vector $\alpha = (4,5,2) \in \mathbb{R}^3$. Hãy tìm tọa độ của α theo cơ sở a.

c/ Gọi $\beta_0 = \{e_1 = (1,0,0), e_2 = (0,1,0), e_3 = (0,0,1)\}$ là cơ sở chính tắc của $\mathbb{R}^3$.

Hãy tìm các ma trận chuyển cơ sở:

$$P = P_{\beta_0 \to a};\ Q = P_{\beta_0 \to \beta};\ \text{và } S = P_{a \to \beta}.$$

<u>Câu 3</u>. *(2,5 điểm)*

Cho ma trận thực $A = \begin{pmatrix} 7 & 9 \\ -2 & -4 \end{pmatrix}$.

Hãy chéo hóa A, rồi sau đó tìm A^m, với mọi m nguyên; $m \ge 0$.

<u>Câu 4</u>. *(2,0 điểm)*

Cho dạng toàn phương $f : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$,

và $\beta_0 = \{e_1 = (1,0,0), e_2 = (0,1,0), e_3 = (0,0,1)\}$ là cơ sở chính tắc của $\mathbb{R}^3$ sao cho:

$\forall X \in \mathbb{R}^3$, ta có $[X]_{\beta_0} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$, và $f(X) \equiv f(X,X) = 2x_1x_2 - 6x_2x_3 + 2x_1x_3$.

a/ Hãy chính tắc hóa dạng toàn phương f.

b/ Chỉ ra một cơ sở β ứng với dạng chính tắc hóa này.

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Trưởng BM Toán - Lý

CAO THANH TÌNH

ĐẠI HỌC QUỐC GIA TP. HỒ CHÍ MINH
TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHỆ THÔNG TIN
BỘ MÔN TOÁN – LÝ

ĐỀ ÔN TẬP CUỐI KỲ ĐẠI SỐ TUYẾN TÍNH
Học kỳ …, năm học 202..-202..
Thời gian làm bài: **90** phút
Không được sử dụng tài liệu

Câu 1. *(2,5 điểm)*

Trên $\mathbb{R}^6$ cho tập hợp $W = \left\{ (x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) \middle| \begin{array}{l} 6x_5 - x_6 + 2x_2 + x_1 - 3x_3 = 0 \\ 8x_3 - 20x_5 + 2x_6 + x_4 - 3x_1 - 5x_2 = 0 \\ 5x_3 - 3x_2 + 4x_6 - 5x_5 - x_1 - x_4 = 0 \end{array} \right\}$

Hãy tìm cơ sở và xác định số chiều cho W.

Câu 2. *(3,0 điểm)*

Trên $\mathbb{R}^3$ cho tập hợp $a = \{\alpha_1 = (1,1,0), \alpha_2 = (1,2,1), \alpha_3 = (1,3,1)\}$ và
tập hợp $\beta = \{\beta_1 = (1,0,0), \beta_2 = (2,1,0), \beta_3 = (3,4,-1)\}$.

a/ Chứng tỏ rằng a và β là cơ sở của $\mathbb{R}^3$.

b/ Cho vector $\alpha = (-2,-12,-7) \in \mathbb{R}^3$. Hãy tìm tọa độ của α theo cơ sở a.

c/ Gọi $\beta_0 = \{e_1 = (1,0,0), e_2 = (0,1,0), e_3 = (0,0,1)\}$ là cơ sở chính tắc của $\mathbb{R}^3$.
Hãy tìm các ma trận chuyển cơ sở:

$$P = P_{\beta_0 \to a};\ Q = P_{\beta_0 \to \beta};\ \text{và } S = P_{a \to \beta}.$$

Câu 3. *(2,5 điểm)*

Cho ma trận thực $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}$.

Hãy chéo hóa A, rồi sau đó tìm A^m, với mọi m nguyên; $m \geq 0$.

Câu 4. *(2,0 điểm)*

Cho dạng toàn phương $f : \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$,
và $\beta_0 = \{e_1 = (1,0,0), e_2 = (0,1,0), e_3 = (0,0,1)\}$ là cơ sở chính tắc của $\mathbb{R}^3$ sao cho:

$\forall X \in \mathbb{R}^3$, ta có $[X]_{\beta_0} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$, và $f(X) \equiv f(X,X) = 3x_1^2 + 12x_1x_2 - 18x_2x_3 + 32x_1x_3 - 4x_2^2$.

a/ Hãy chính tắc hóa dạng toàn phương f.

b/ Chỉ ra một cơ sở β ứng với dạng chính tắc hóa này.

Hết

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm

Trưởng BM Toán - Lý

CAO THANH TÌNH