

# 中国科学技术大学

## 2010—2011学年第一学期考试试卷

考试科目 概率论与数理统计 得分 \_\_\_\_\_

所在系 \_\_\_\_\_ 姓名 \_\_\_\_\_ 学号 \_\_\_\_\_

考试时间: 2010年12月26日下午2:30—4:30; 使用简单计算器

### 一. 填空判断选择题(每题3分,答题请写在试卷上):

- 1 掷3个骰子, 恰好有两枚点数相同的概率为\_\_\_\_\_.
- 2 设  $X_1, \dots, X_n$  为相互独立的  $N(0, \sigma^2)$  变量, 其中  $\sigma^2$  未知. 令  $\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i, S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i^2$ , 则  $\bar{X}$  的分布为\_\_\_\_\_,  $nS^2/\sigma^2$  的分布为\_\_\_\_\_.
- 3 设随机变量  $X$  和  $Y$  相互独立, 同分布于期望为  $\frac{1}{\lambda}$  的指数分布, 则  $\min\{X, Y\}$  服从参数为\_\_\_\_\_的\_\_\_\_\_分布.
- 4 设  $Var(X) = 4Var(Y) = 1, Cov(X, Y) = 0.25$ , 则  $X - Y$  与  $X + Y$  的相关系数  $\rho_{X-Y, X+Y} =$ \_\_\_\_\_.
- 5 设  $A, B$  为互斥事件, 则  $A, B$  相互独立的充分必要条件为\_\_\_\_\_.
- 6 参数估计量优良性的准则有\_\_\_\_\_(写出至少两个).
- 7 假设  $X, Y$  分别服从标准正态分布, 则  $X+Y$  的分布仍为正态分布. 该说法\_\_\_\_\_.  
(A) 正确 (B) 错误
- 8 总体参数的置信水平为95%的置信区间是指\_\_\_\_\_.  
(A) 总体参数落在一个特定的样本所构造的区间内的概率为95%  
(B) 总体参数落在一个特定的样本所构造的区间内的概率为5%  
(C) 在用同样方法构造的总体参数的多个区间中, 包含总体参数的区间比例为95%  
(D) 在用同样方法构造的总体参数的多个区间中, 包含总体参数的区间比例为5%
- 9 设  $X_1, \dots, X_n$  为来自于正态总体  $N(\mu, 1)$  的简单随机样本, 若要求参数  $\mu$  的置信系数为0.95的置信区间长度不超过1, 则至少需要抽取的样本量  $n$  为\_\_\_\_\_.  
(A) 14 (B) 16 (C) 18 (D) 20
- 10 进行1000次独立重复实验, 每次实验中事件  $A$  要么发生, 要么不发生, 且发生的概率为0.5, 则可以近似于95%的概率认为事件  $A$  发生的频率与概率相差不超过\_\_\_\_\_.  
(A) 2.12% (B) 2.68% (C) 1.08% (D) 3.24%

### 二. (15分) 假定某种病菌在群体中的带菌率为1%. 在检测时, 带菌者和不带菌者被检测出阳性的概率分别为0.98和0.02.

- (1) 现有某人被测出呈阳性反应, 则他是带菌者的概率是多少?

(2) 为了进一步确认, 这个人决定再独立的做一次测试, 检测结果依然是阳性, 问在两次检测结果都呈阳性反应的情况下, 他确实为带菌者的概率是多少?

三. (15分) 设随机变量  $(X, Y)$  服从  $A = \{(x, y) : |x + y| \leq 1, |x - y| \leq 1\}$  内的均匀分布, 则

- (1) 试求出  $X$  和  $Y$  的边际分布;
- (2)  $X$  和  $Y$  是否相互独立? 不相关?
- (3) 求在  $X = x$  ( $0 < x < 1$ ) 时  $Y$  的条件密度.

四. (15分) 设总体  $X$  的分布律为

$X$	1	2	3
$P$	$p$	$2p$	$1 - 3p$

现从此总体中抽出一样本量为  $n$  的样本, 发现其中 1 出现了  $n_1$  次, 2 出现了  $n_2$  次, 3 出现了  $n_3$  次. 试

- (1) 求  $p$  的极大似然估计量  $\hat{p}$  和矩估计量  $\tilde{p}$ .
- (2) 证明所得的估计量均为无偏估计, 并说明两个估计量何者最优.

五. (15分) 某针灸减肥机构宣称疗程结束后可以使参加者平均减少体重 5kg 以上, 为检验该广告是否可信, 调查人员随机调查跟踪了 10 名参加者, 测得他们参加前和参加后的体重(kg)为

参加前	65.39	62.89	63.50	60.83	63.07	62.88	57.80	63.07	66.05	70.78
参加后	61.72	59.43	59.64	57.30	58.50	60.84	51.89	60.02	63.67	65.67

假设参加前和参加后的体重服从正态分布, 试

- (1) 在显著性水平 0.05 下检验该机构的宣传是否可信.
- (2) 给出平均减少体重的 95% 置信区间.

六. (10分) 为研究女性和男性在美国选举中的偏好差异, 1991 年美国普通社会调查随机调查了 577 名女性和 403 名男性, 询问每人是倾向于 “支持民主党”, “支持共和党” 以及 “中立”, 得到的调查数据如下:

性别(Gender)	所支持政党(Party)			总计
	民主党(0)	中立(1)	共和党(2)	
女性(1)	279	73	225	577
男性(0)	165	47	191	403
总数	444	120	416	980

- (1) 为了检验选民政治倾向是否与性别有关, 试写出此问题的原假设.
- (2) 在显著性水平 0.05 下, 可否认为选民的政治倾向与性别无关?

附录 分位数:  $u_{0.025} = 1.960$ ,  $u_{0.05} = 1.645$ ,  $t_{0.025}(10) = 2.228$ ,  $t_{0.025}(9) = 2.262$ ,  $t_{0.05}(10) = 1.812$ ,  $t_{0.05}(9) = 1.833$ ,  $\chi_{0.05}^2(1) = 3.841$ ,  $\chi_{0.05}^2(2) = 5.991$ .