中 国 科 学 技 术 大 学

2010—2011学年第二学期考试试卷

考试科目 概率论与数理统计　　得分 ________

所在系 ______　姓名 ________　学号 ________

考试时间: 2011年6月4日下午2:30—4:30;　使用简单计算器

装 ………… 订 ………… 线

一. 填空判断选择题(每题3分,答题请写在试卷上):

1 设A,B,C是三个相互独立的随机事件, 且$0<P(C)<1$, 则在下列给定的四对事件中不相互独立的是______.

(A) $\overline{A+B}$ 和C　　(B) $\overline{AC}$ 和C

(C) $\overline{A-B}$ 和$\bar{C}$　　(D) $\overline{AB}$ 和$\bar{C}$

2 设 A,B,C 为三个事件, 则下面等式中正确的是______.

(A) $A\cup B-B=A-B$　　(B) $(A-B)\cup B=A$

(C) $(A\cup B)-C=A\cup(B-C)$　　(D) $A\cup B=(A\bar{B})\cup(\bar{A}B)$

3 设$f(x)$和$g(x)$为两个概率密度函数, 则$af(x)+bg(x)$也是概率密度函数的充分必要条件为______.

4 随机变量 X 和 Y 不相关, 则必有______

(A) $Var(XY)=Var(X)Var(Y)$　　(B) $F(x,y)=F_X(x)F_Y(y)$

(C) X和Y相互独立　　(D) $EXY=EX\cdot EY$

5 设$\hat{\theta}_n$为未知参数θ的一个估计量, 如果$\lim\limits_{n\to\infty}E|\hat{\theta}_n-\theta|=0$, 则$\hat{\theta}_n$为$\theta$的______.

(A) 无偏估计　(B) 有效估计　(C) 相合估计　(D) 渐近正态估计

6 在实验次数无穷大时, 某个事件发生的频率就等于其发生的概率. 该说法______.

(A) 正确　　(B) 错误

7 连续型随机变量就是取值为连续区间的随机变量. 该说法______.

(A) 正确　　(B) 错误

8 设 $X_1,\cdots,X_n\ i.i.d\sim N(\mu,1)$, 考虑假设检验问题$H_0:\mu=0\leftrightarrow H_1:\mu=1$, 则由$\mu$的极大似然估计可以得到一个水平$\alpha$检验法则为______; 该检验法则犯二型错误的概率为______.

9 设基于某组样本得到的总体均值μ的95%置信区间为$[0.234,1.03]$, 则我们可以在显著性水平______下______(接受或拒绝)零假设$H_0:\mu=0$.

10 设某种产品的质量等级可以划分为“优”, “合格” 和“不合格”, 则使用拟合优度检验方法在检验生产此产品的三家工厂的产品没有差异这一假设时, 检验统计量的渐近卡方分布的自由度为______.

二. (15分) 假设有4个罐子, 其中第k个罐子里有$k-1$个红球和$4-k$个蓝球, $k=1,2,3,4$. 现随机取出一个罐子, 然后不放回地从中取出两球, 求

(1) 取出的两个球颜色不同的概率.

(2) 若已知其中一个球为红球, 则另外一个球也为红球的概率.

三. (15分) 设二维随机变量X,Y的联合概率密度函数为

$$f(x,y)=\begin{cases}1, & 0<x<1, 0<y<2x\\ 0, & \text{其他}.\end{cases}$$

(1) 试求出X,Y的边际概率密度函数$f_X(x)$和$f_Y(y)$;

(2) 试求$Z=2X-Y$的概率密度函数$f_Z(z)$.

(3) 试求$P(Y\le \frac{1}{2}|X=\frac{1}{2})$.

四. (10分) 设某种疾病的发病率为0.005, 现随机调查1000人, 考虑事件$A=$“在调查的人中发病人数在3至7个人”, 试

(1) 使用Poisson逼近方法求$P(A)$.

(2) 使用中心极限定理求$P(A)$.

五. (15分) 设样本$Y_1,\cdots,Y_n$相互独立, $Y_i\sim N(a_i\mu,\sigma^2), i=1,\cdots,n$, 其中$a_1,\cdots,a_n$为已知不全为零的常数.

(1) 求μ和σ^2的极大似然估计$\hat{\mu}$和$\widehat{\sigma^2}$.

(2) $\hat{\mu}$是否为μ的无偏估计?

(3) $\widehat{\sigma^2}$是否为σ^2的无偏估计? 若是请加以证明, 说不是请据此构造一个无偏估计.

六. (15分) 为了解甲乙两企业的职工工资水平, 分别从两企业各随机抽取若干名职工调查, 得如下数据(单位: 元):

甲企业	750	1060	750	1820	1140	1050	1000	
乙企业	1000	1900	900	1800	1200	1700	1950	1200

假设两个企业的工资分别服从正态分布, 且总体独立而均值方差均未知. 试根据以上数据判断:

(1) 两企业职工工资的方差是否相等($\alpha=0.05$)?

(2) 甲企业职工平均工资是否低于乙企业职工平均工资($\alpha=0.05$).

附录 分布及分位数: $\Phi(0.897)=0.815$, $u_{0.025}=1.960$, $u_{0.05}=1.645$, $t_{0.025}(13)=2.16$, $t_{0.025}(14)=2.145$, $t_{0.05}(13)=1.771$, $t_{0.05}(14)=1.761$, $\chi^2_{0.05}(1)=3.841$, $\chi^2_{0.05}(2)=5.991$, $F_{0.025}(6,7)=5.119$, $F_{0.025}(7,6)=5.695$.