



Министерство науки и высшего образования Российской  
Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский государственный технический университет имени  
Н.Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)»  
(МГТУ им. Н.Э. Баумана)

---

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

## Отчёт по лабораторной работе №1 по курсу "Моделирование"

Тема Распределение случайных величин

Студент Леонов В.В.

Группа ИУ7-76Б

Оценка (баллы) \_\_\_\_\_

Преподаватель Рудаков И.В.

Москва — 2022 г.

## Формальная постановка задачи

Реализовать программное обеспечение для построения графиков функции распределения и функции плотности вероятности для случайных величин, имеющих следующие распределения:

- равномерное распределение;
- распределение Эрланга.

## Краткие теоритические сведения

**Равномерное распределение** — распределение случайной величины, принимающей значения, принадлежащей некоторому промежутку конечной длины, характеризующееся тем, что плотность вероятности в этом промежутке всюду постоянна.

Функция распределения равномерной непрерывной случайной величины имеет следующий вид:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a \\ \frac{x-a}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 1, & x > b \end{cases}$$

Плотность распределения равномерной непрерывной случайной величины имеет следующий вид:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{b-a}, & a \leq x \leq b \\ 0, & \text{иначе} \end{cases}$$

**Распределение Эрланга** — распределение, описывающее непрерывную случайную величину, принимающую неотрицательные значения и представляющую собой сумму  $k$  независимых случайных величин, распределенных по одному и тому же экспоненциальному закону с параметром  $\theta$ .

Функция распределения Эрланга непрерывной случайной величины имеет следующий вид:

$$F(x) = 1 - e^{-x/\theta} \sum_{i=0}^{k-1} \frac{(x/\theta)^i}{i!}$$

Плотность распределения Эрланга непрерывной случайной величины имеет следующий вид:

$$f(x) = \frac{x^{k-1} e^{-x/\theta} \theta^k}{(k-1)!}$$

## Средства реализации

Язык программирования — Python.

GUI — QT и QTGraph.

## Листинг кода

```
1 from math import exp, factorial
2 import numpy as np
3
4 def ud_cdf(x: float, a: float, b: float):
5     if x < a:
6         return 0
7     elif x > b:
8         return 1
9     else:
10         return (x - a) / (b - a)
11
12 def ud_pdf(x: float, a: float, b: float):
13     if x >= a and x <= b:
14         return 1 / (b - a)
15     return 0
16
17 def erlang_cdf(x: float, k: float, theta: float):
18     return 1 - exp(-x / theta) * sum((x/theta)**i/factorial(i) for i in
19         range(k))
20
21 def erlang_pdf(x: float, k: float, theta: float):
22     return x**(k-1) * exp(-x*theta) * theta**k / factorial(k-1)
23
24 def calc_ud_cdf(left: float, right: float, a: float, b: float):
25     x = np.arange(left, right, (right-left)/1000)
26     y = [ud_cdf(x, a, b) for x in x]
27     return x, y
28
29 def calc_ud_pdf(left: float, right: float, a: float, b: float):
30     x = np.arange(left, right, (right-left)/1000)
31     y = [ud_pdf(x, a, b) for x in x]
32     return x, y
33
34 def calc_erlang_cdf(max: float, k: int, theta: float):
35     x = np.arange(0, max, max/1000)
36     y = [erlang_cdf(x, k, theta) for x in x]
37     return x, y
38
39 def calc_erlang_pdf(max: float, k: int, theta: float):
40     x = np.arange(0, max, max/1000)
41     y = [erlang_pdf(x, k, theta) for x in x]
42     return x, y
```

# Демонстрация работы программы

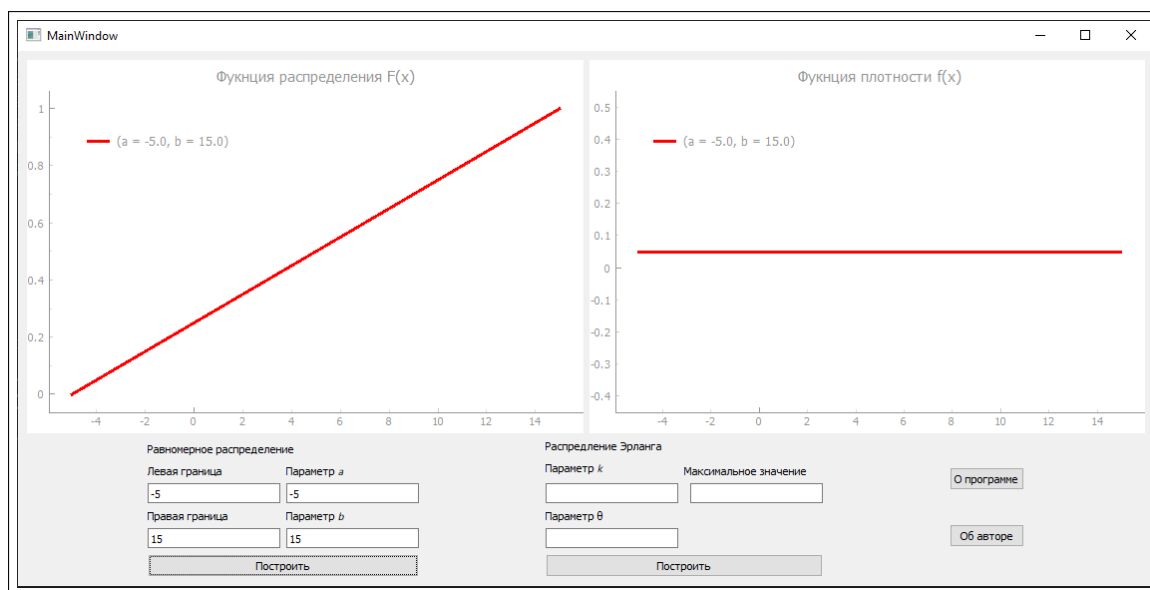


Рисунок 1 – Равномерное распределение на отрезке  $[-5, 15]$  с параметрами  $a = -5$  и  $b = 15$

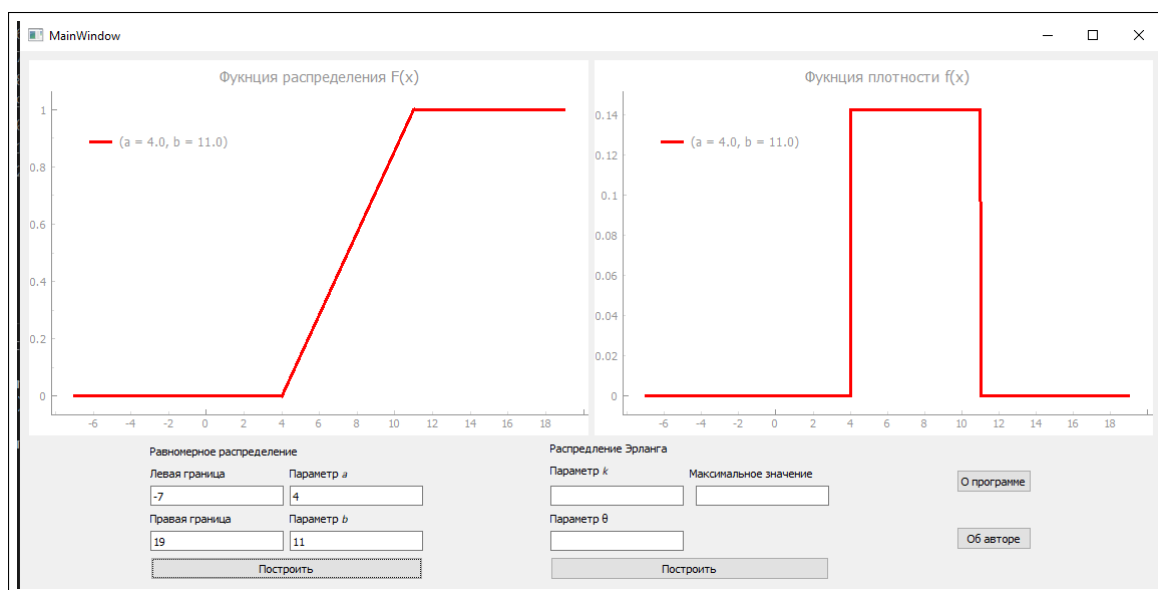


Рисунок 2 – Равномерное распределение на отрезке  $[-7, 19]$  с параметрами  $a = -4$  и  $b = 11$

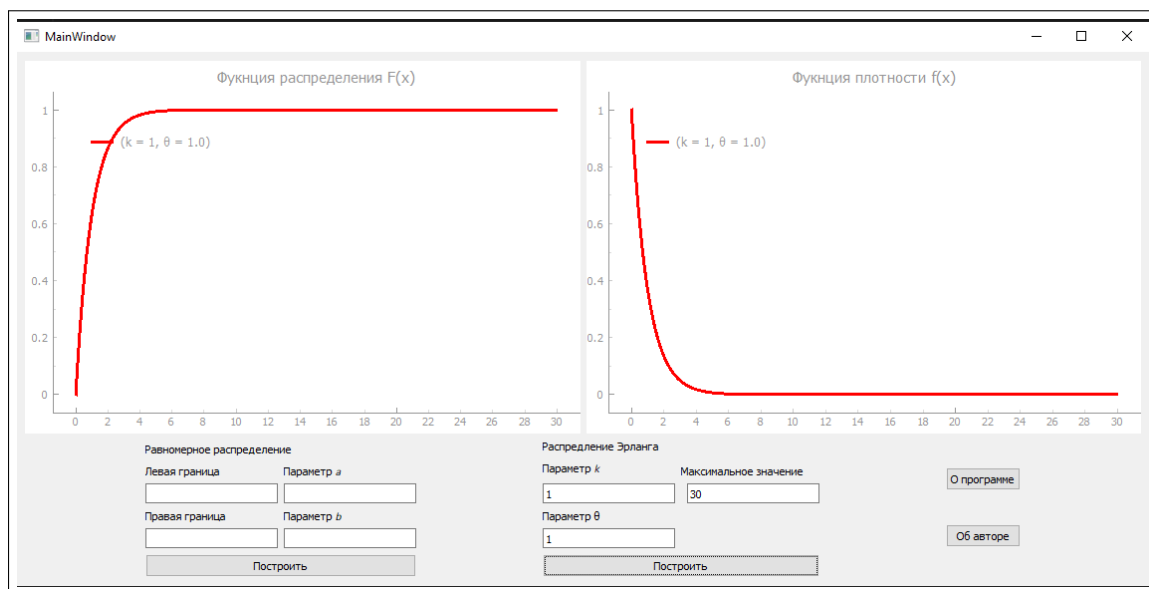


Рисунок 3 – Распределение Эрланга на отрезке  $[0, 30]$  с параметрами  $k = 1$  и  $\theta = 1$

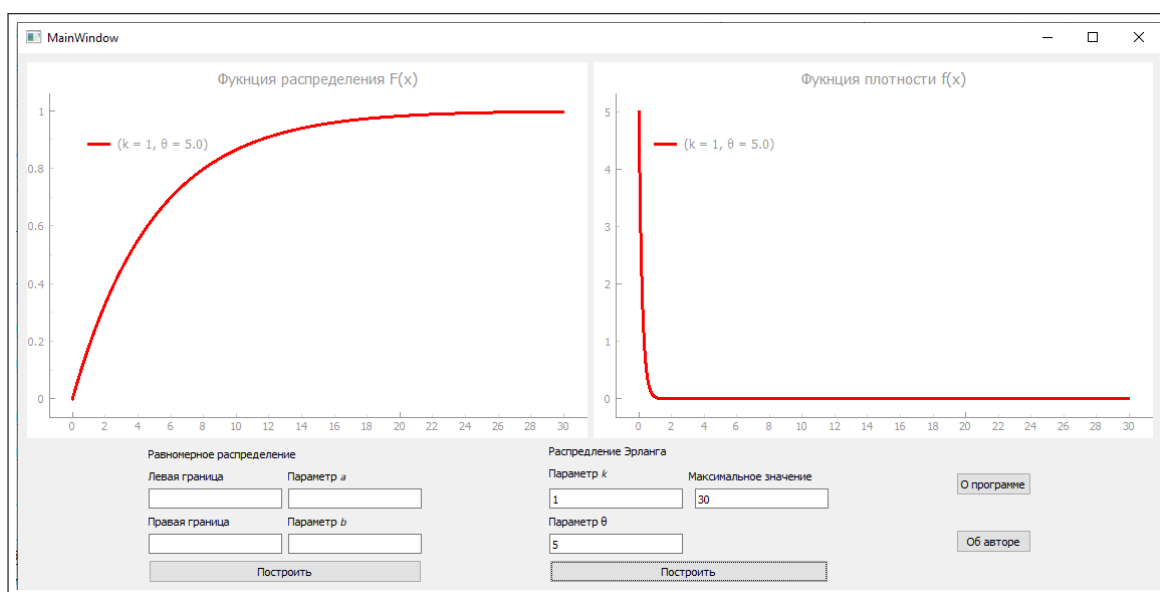


Рисунок 4 – Распределение Эрланга на отрезке  $[0, 30]$  с параметрами  $k = 1$  и  $\theta = 5$

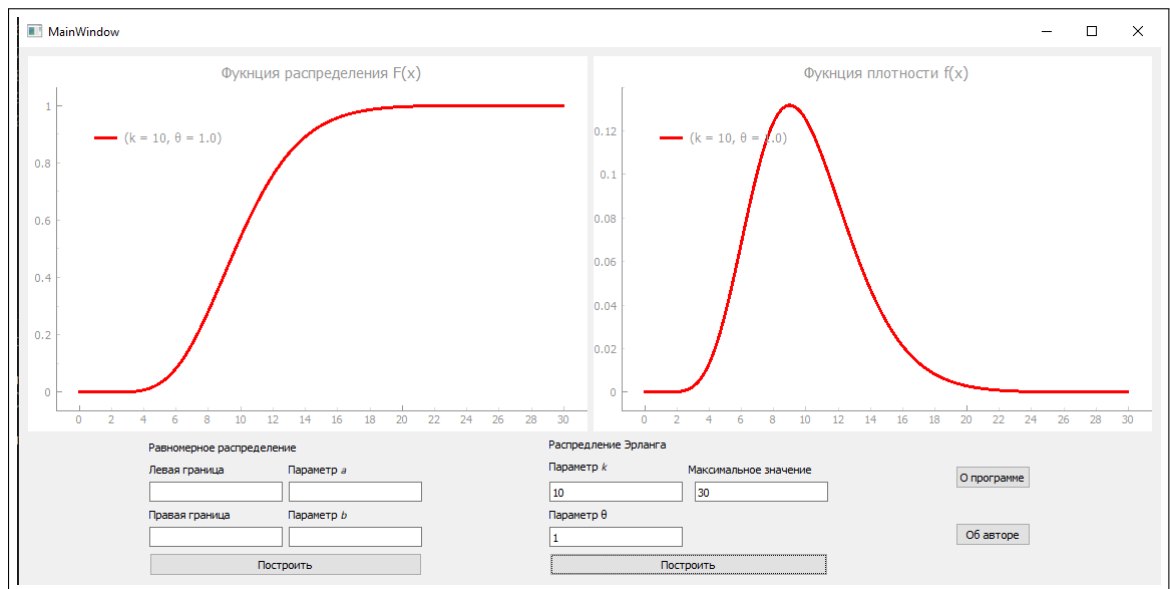


Рисунок 5 – Распределение Эрланга на отрезке  $[0, 30]$  с параметрами  $k = 10$  и  $\theta = 1$