

Домашнее задание №2
по курсу Функциональное программирование
группа М23-524 ФИО Леонов В.В.

Москва, 2023

Задача 1. Перепишите уравнения (напишите g):

a. $g = (MN) g$, где $g \notin FV(MN)$

b. $g = (\lambda x. x M) g$, где $g \notin FV(M)$

c. $g = \lambda a. a M g$, где $g \notin FV(M)$

d. $g = \lambda a. \lambda y. a y (g a)$.

Ответ

a. $g = Y(MN)$

b. $g = Y(\lambda x. x M)$.

c. $g = (\lambda G a. x M G) g \Rightarrow g = Y(\lambda G x. x M G)$.

$$g = (\lambda f. (\lambda a' f(a' a)) (\lambda a'. f(a' a))) (\lambda G a. a M G) \rightarrow$$

$$\rightarrow (\lambda a'. (\lambda G a. a M G) (a' a)) (\lambda a''. (\lambda G a. a M G) (a'' a)) \rightarrow \dots$$

d. $g = \lambda a y. a y (g a) \rightarrow (\lambda G a y. a y (G a)) g \Rightarrow$
 $\Rightarrow g = Y(\lambda G a y. a y (G a))$

Задача 2. Будем называть запись $a_1 : a_2 : \dots : a_n : Nil$ как список $[a_1, a_2, \dots, a_n]$. Здесь Nil - пустой список.

Пусть дано определение бесконечного списка $f = s : f$.

Дайте не рекурсивное определение списка f .

Ответ

$$f = s : f$$

$$f = (\lambda F. s : F) f \Rightarrow f = Y(\lambda F. s : F).$$

Задача 3. Предполагая наличие в языке: чисел, λ -абстракций, условных выражений и логических значений, операций над числами, определите функцию $\text{fib } n$, которая вычисляет n -ое число Фибоначчи. Дайте не рекурсивное определение для функции fib .

Ответ

$$\text{fib} = \lambda n. \text{if } n == 0 \text{ } 0 \text{ else (if } n == 1 \text{ } 1 \text{ else fib (n-1) + fib (n-2))}$$

$$\text{fib} = Y(\lambda f. \text{if } n == 0 \text{ } 0 \text{ else (if } n == 1 \text{ } 1 \text{ else } f(n-1) + f(n-2))) = Y M = M(Y M).$$

Задача 4. Пользуясь полученным на предыдущем шаге определением, вычислите $\text{fib } 4$.

Ответ

$$\begin{aligned} \text{fib } 4 &= M(Y M) = \text{if } 4 == 0 \text{ } 0 \text{ else (if } 4 == 1 \text{ } 1 \text{ else } (Y M)(3) + (Y M)(2)) = \\ &= M(Y M)(3) + M(Y M)(2) = (Y M)_2 + (Y M)_1 + M(Y M)(2) = \\ &= (Y M)_2 + (Y M)_1 + (Y M)_1 + (Y M)_0 = \\ &= (Y M)_1 + (Y M)_0 + (Y M)_1 + (Y M)_1 + (Y M)_0 = \\ &= 1 + 0 + 1 + 1 + 0 = 3. \end{aligned}$$