

연 / 습 / 문 / 제(7-A)

7-1 다음의 부정적분을 구하라.

(1) $\int x(x-1)dx$

(2) $\int \frac{x^2-1}{x-1}dx$

(3) $\int 2x^2\sqrt{x}dx$

(4) $\int (x^2+tx+t^2)dx$

(5) $\int \frac{y^3+1}{y+1}dy$

(6) $\int \left(\frac{1}{\sec^2\theta} + \frac{1}{\csc^2\theta} \right) d\theta$

7-2 다음의 부정적분을 치환 적분법을 이용하여 구하라.

(1) $\int \sqrt{3x-2}dx$

(2) $\int x\sqrt{x^2+1}dx$

(3) $\int \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}dx$

(4) $\int \frac{1}{5x+2}dx$

(5) $\int \frac{e^x}{e^x+2}dx$

(6) $\int \frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}}dx$

7-3 다음의 부정적분을 부분 적분법을 이용하여 구하라.

(1) $\int xe^{-x}dx$

(2) $\int 2xe^{3x}dx$

(3) $\int xe^{2x}dx$

(4) $\int x^2e^x dx$

(5) $\int x\sin 2x dx$

(6) $\int 3x\cos 2x dx$

(7) $\int x^2\sin x dx$

(8) $\int e^x \cos x dx$

(9) $\int e^{2x} \cos x dx$

(10) $\int (\ln x)^2 dx$

7-4 다음의 부정적분을 부분 분수 전개법을 이용하여 구하라.

(1) $\int \frac{1}{x^2 + 3x + 2} dx$

(2) $\int \frac{x+5}{x^2+x-2} dx$

(3) $\int \frac{8}{x^2 - 4} dx$

(4) $\int \frac{x^3 + x}{x - 1} dx$

(5) $\int \frac{1}{x(x^2 + 1)} dx$

(6) $\int \frac{1}{x^2(x+2)} dx$

7-5 다음의 부정적분을 구하라.

(1) $\int \sin^2 3x dx$

(2) $\int \cos^3 x dx$

(3) $\int \sin^3 2x dx$

(4) $\int \sin^4 x dx$

(5) $\int \sin^5 x dx$

(6) $\int \sin^5 x \cos^2 x dx$

(7) $\int \cos^3 x \sin^2 x dx$

(8) $\int \sin^4 x \cos^3 x dx$

(9) $\int \sin 3x \cos x dx$

(10) $\int 2\cos 4x \cos 2x dx$

(11) $\int 3\cos 6x \cos 2x dx$

(12) $\int 4\sin 5x \sin 2x dx$

연 / 습 / 문 / 제(7-B)

7-1 포물선 $y = 2x^2$ 과 $x = 3$ 및 x 축으로 둘러싸인 도형의 면적을 구분구적법에 의해 구하라.

7-2 다음 정적분의 값을 구하라.

(1) $\int_{-1}^2 4x^3 dx$

(2) $\int_0^2 (6x^3 - 2x) dx$

(3) $\int_0^\pi \cos x dx$

(4) $\int_0^{\pi/2} \sin 2x dx$

(5) $\int_0^2 2e^{2x} dx$

(6) $\int_0^2 e^{-3x} dx$

7-3 다음 정적분의 값을 구하라.

(1) $\int_0^1 (4x^2 - 2x + 3) dx + \int_0^1 (2x^2 + 2x - 6) dx$

(2) $\int_{-1}^2 (4x^2 - 2x + 3) dx - \int_{-1}^2 (x^2 + x - 1) dx$

7-4 다음 정적분의 값을 우함수와 기함수의 성질을 이용하여 구하라.

(1) $\int_{-1}^1 (10x^4 + x^3 - 3x^2 + x + 1) dx$

(2) $\int_{-\pi/2}^{\pi/2} (x^3 \cos x + x^2 \sin x + 2\cos x + 2\sin x) dx$

7-5 다음 정적분의 값을 구하라.

(1) $\int_0^3 \sqrt{x+1} dx$

(2) $\int_0^1 xe^x dx$

연 / 습 / 문 / 제(7-C)

7-1 곡선 $y = x^3 - x^2 - 2x$ 와 x 축으로 둘러싸인 도형의 면적을 구하라.

7-2 두 곡선 $y = x^2$ 과 $y = -x^2 + 2$ 로 둘러싸인 도형의 면적을 구하라.

7-3 곡선 $y = x^2 - 4x + 3$ 과 직선 $y = x - 1$ 로 둘러싸인 도형의 면적을 구하라.

7-4 x 축의 구간 $[0, 1]$ 에서 곡선 $y = x^2$ 을 x 축 둘레로 회전시킬 때 생기는 회전체의 체적을 구하라.

7-5 두 곡선 $y = -x^2 + 3$, $y = x^2 + 1$ 로 둘러싸인 부분을 x 축 둘레로 회전시킬 때 생기는 회전체의 체적을 구하라.

7-6 다음의 2중적분을 구하라.

$$(1) \int_0^3 \int_1^2 (2+xy) dx dy$$

$$(2) \int_0^1 \int_x^{x^2} (4x+30y) dy dx$$

7-7 다음의 3중적분을 구하라.

$$(1) \int_2^3 \int_1^2 \int_2^5 xy dz dy dx$$

$$(2) \int_0^a \int_0^b \int_0^c (x+y+z) dz dy dx$$

연 / 습 / 문 / 제

8-1 다음 변수 분리형 미분방정식의 일반해를 구하라.

(1) $9y \frac{dy}{dx} + 4x = 0$

(2) $\frac{dy}{dx} = -2xy$

(3) $3 \frac{dy}{dx} + x = 6$

(4) $\frac{dy}{dx} = 2 + y$

(5) $\frac{dy}{dx} = \frac{3x^2 - 2}{2y - 1}$

(6) $2xy \frac{dy}{dx} = 1 + y^2$

[**힌트**] 제 8.2.1 절의 변수 분리형 미분방정식 해법 참고

8-2 다음 동차형 미분방정식의 일반해를 구하라.

(1) $x \frac{dy}{dx} = x + y$

(2) $x \frac{dy}{dx} = 2x + 2y$

(3) $y^2 = x^2 \frac{dy}{dx}$

(4) $x \frac{dy}{dx} + \frac{y^2}{x} = y$

(5) $xy \frac{dy}{dx} = \frac{x^2 + y^2}{2}$

(6) $xy \frac{dy}{dx} = x^2 + y^2$

[**힌트**] 제 8.2.2 절의 동차형 미분방정식 해법 참고

8-3 다음 완전 미분방정식의 일반해를 구하라.

(1) $(y + 4)dx + xdy = 0$

(2) $(7x - 3y + 2)dx + (4y - 3x - 5)dy = 0$

(3) $(4x^3y^3 - 2xy)dx + (3x^4y^2 - x^2)dy = 0$

(4) $(2x + y - 3)dx + (x - 4y + 1)dy = 0$

(5) $(3x^2 + 8xy)dx + (4x^2 + 3y^2)dy = 0$

(6) $(2x + e^y)dx + xe^y dy = 0$

[**힌트**] 제 8.2.3 절의 완전 미분방정식 해법 참고

8-4 다음 1계 선형 미분방정식의 일반해를 구하라.

$$(1) \ x \frac{dy}{dx} + y + 4 = 0$$

$$(2) \ \frac{dy}{dx} - y = 3$$

$$(3) \ \frac{dy}{dx} + 2xy = 0$$

~~(4)~~
$$\frac{dy}{dx} + x = y$$

$$(5) \ x \frac{dy}{dx} + y = 2$$

$$(6) \ y = x \left(3 - \frac{dy}{dx} \right)$$

힌트 제 8.2.4 절의 1계 선형 미분방정식 해법 참고

8-5 다음 상계수 2계 제차 선형 미분방정식의 일반해를 구하라.

$$(1) \ y'' - 4y' + 3y = 0$$

$$(2) \ y'' - y' - 6y = 0$$

$$(3) \ y'' - 3y' + 2y = 0$$

$$(4) \ y'' + y' - 2y = 0$$

$$(5) \ y'' - 4y = 0$$

~~(6)~~
$$y'' \cancel{-} 4y = 0$$

~~(7)~~
$$y'' - 8y' + 16y = 0$$

$$(8) \checkmark y'' + 6y' + 9y = 0$$

$$(9) \ y'' - y' - 2y = 0$$

$$(10) \ y'' + 4y' + 5y = 0$$

$$(11) \ y'' + 25y = 0$$

$$(12) \ y'' + 2y' = 0$$

17, 8

힌트 제 8.3.1 절의 상계수 제차 미분방정식 해법 참고

$$(1) 특성방정식 : \lambda^2 - 4\lambda + 3 = (\lambda - 1)(\lambda - 3) = 0 \quad \therefore \lambda_1 = 1, \lambda_2 = 3$$

$$\text{일반해} : y = A_1 e^x + A_2 e^{3x}$$

8-6 다음 상계수 2계 비제차 선형 미분방정식의 일반해를 구하라.

~~(1)~~
$$y'' - 5y' + 6y = 3$$

~~(2)~~
$$y'' + 2y' + 2y = 5$$

힌트 제 8.3.2 절의 상계수 비제차 미분방정식 해법 참고

$$(1) 보조해 : \lambda^2 - 5\lambda + 6 = (\lambda - 2)(\lambda - 3) = 0 \quad \therefore \lambda_1 = 2, \lambda_2 = 3$$

$$\therefore y_c = A_1 e^{2x} + A_2 e^{3x}$$

특수해 : 추정 특수해(1안) $y_p = A$ (상수), 준 식에 대입하여 미정계수법으로 풀면

$$\therefore y_p = 1/2$$

$$\text{일반해} : y = y_c + y_p = A_1 e^{2x} + A_2 e^{3x} + 1/2$$

8-7 그림 8.2의 R , C 회로에서 $t=0$ 에서 스위치를 닫았을 때, 이 회로에 흐르는 전류 $i(t)$ 를 미분방정식을 이용하여 구하라.

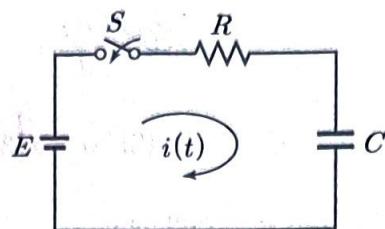


그림 8.2

문트 미분방정식 : $Ri(t) + \frac{1}{C} \int i(t) dt = E$ (양변 미분) $\rightarrow \frac{di}{dt} + \frac{1}{RC}i = 0$

특성방정식 : $\lambda + \frac{1}{RC} = 0$, $\therefore \lambda = -\frac{1}{RC}$

일반해 : $i(t) = Ae^{-\frac{1}{RC}t}$

초기 조건 $t=0$ 에서 $i(0) = E/R$ 이므로 일반해에 대입하면 $A = E/R$

전류 : $i(t) = \frac{E}{R}e^{-\frac{1}{RC}t}$

연 / 습 / 문 / 제

9-1 다음 함수의 라플라스 변환을 구하라.

(1) $f(t) = t^2$

(2) $f(t) = 10t^3$

(3) $f(t) = 5e^{-2t}$

(4) $f(t) = 3 + 2e^{-t}$

(5) $f(t) = \delta(t) - be^{-bt}$

(6) $f(t) = 5\sin 2t$

(7) $f(t) = \sin^2 t$

(8) ~~$f(t) = \sin t \cos t$~~

(9) $f(t) = 2\sin 4t - 3\cos 2t$

(10) $f(t) = 4t^2 + 2e^{-3t} + \cos 2t$

9-2 다음 지수함수 형식이 포함된 함수의 라플라스 변환을 구하라.

(1) $f(t) = te^t$

(2) $f(t) = t^2 e^{3t}$

(3) $f(t) = 2t^3 e^{-2t}$

(4) $f(t) = e^t \sin t$

(5) $f(t) = 3e^{2t} \cos 3t$

(6) $f(t) = e^{-2t} \sin 2t$

(7) $f(t) = t \sin \omega t + e^{-2t} \cos 3t$

(8) $f(t) = e^{-3t} \cosh 2t$

9-3 $I(s) = \frac{2(s+1)}{s^2 + 2s + 5}$ 의 초기값 $i(0^+)$ 를 구하라.

힌트 초기값 정리 : $i(0^+) = \lim_{t \rightarrow 0} i(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sI(s) = \lim_{s \rightarrow \infty} \left\{ s \cdot \frac{2(s+1)}{s^2 + 2s + 5} \right\}$

9-4 $I(s) = \frac{2s+15}{s^3 + s^2 + 3s}$ 의 최종값 $i(\infty)$ 를 구하라.

힌트 최종값 정리 : $i(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} i(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sI(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \left\{ \frac{2s+15}{s^2 + s + 3} \right\}$

9-5 $I(s) = \frac{2s+5}{s(s+1)(s+2)}$ 의 최종값 $i(\infty)$ 를 구하라.

힌트 최종값 정리 : $i(\infty) = \lim_{t \rightarrow \infty} i(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sI(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \left\{ \frac{2s+5}{(s+1)(s+2)} \right\}$

9-6 다음 주어진 함수의 역 라플라스 변환을 구하라.

$$(1) F(s) = \frac{2}{s+3}$$

$$(2) F(s) = \frac{2}{s^2+9}$$

$$(3) F(s) = \frac{3s}{s^2+9}$$

$$(4) F(s) = \frac{2s+4}{s^2+4}$$

$$(5) F(s) = \frac{1}{s(s+1)}$$

$$(6) F(s) = \frac{5s+3}{s(s+1)}$$

$$(7) F(s) = \frac{2s+3}{(s+1)(s+2)}$$

$$(8) F(s) = \frac{2}{s^2+2s+5}$$

$$(9) F(s) = \frac{s+4}{2s^2+5s+3}$$

$$(10) F(s) = \frac{s+2}{(s+1)^2}$$

$$(11) F(s) = \frac{1}{(s+1)^2(s+2)}$$

$$(12) F(s) = \frac{s+2}{s^2(s-1)^2}$$

231

9-7 다음 미분방정식을 라플라스 변환을 이용하여 풀어라.

$$(1) \frac{d}{dt}x(t) + x(t) = 1 \quad (\text{초기값 } 0)$$

$$(2) \frac{d^2}{dt^2}x(t) + 2\frac{d}{dt}x(t) + x(t) = 1 \quad \{x(0) = x'(0) = 0\}$$

$$(3) \frac{d}{dt}i(t) + 4i(t) + 4 \int i(t)dt = 30 \quad (\text{모든 초기값 } 0)$$

$$(4) \frac{d^2y}{dt^2} + 9y = 3 \quad (\text{초기값 } 0)$$

9-8 다음 그림과 같은 주어진 파형의 라플라스 변환을 구하라.

(1)

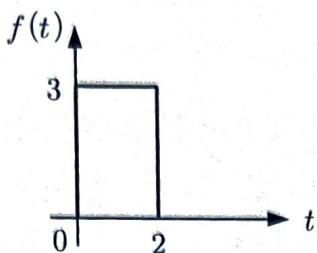


그림 9.12 펄스파

(2)

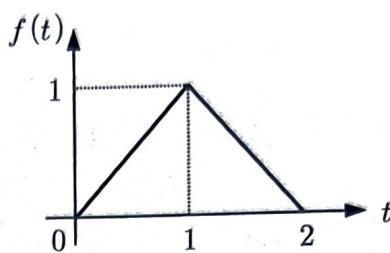


그림 9.13 삼각파

힌트 (1) $f(t) = 3\{u(t) - u(t-2)\}$

$$\begin{aligned} (2) \quad f(t) &= t\{u(t) - u(t-1)\} - (t-2)\{u(t-1) - u(t-2)\} \\ &= tu(t) - 2(t-1)u(t-1) + (t-2)u(t-2) \end{aligned}$$

9-9 그림 9.14의 R , C 회로에서 $t = 0$ 에서 스위치를 닫았을 때, 이 회로에 흐르는 전류 $i(t)$ 를 라플라스 변환을 이용하여 구하라.(단, 초기 조건은 0이다.)

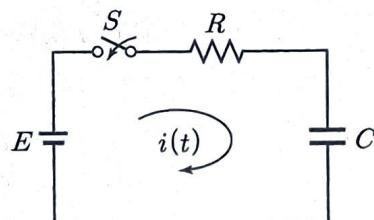


그림 9.14

힌트 미분방정식 : $Ri(t) + \frac{1}{C} \int i(t)dt = E$

라플라스 변환식 : $RI(s) + \frac{1}{sC} \{I(s) + i^{-1}(0^+)\} = \frac{E}{s}$

$$\therefore I(s) = \frac{E}{s(R + 1/sC)} = \frac{sCE}{s(sRC + 1)} = \frac{E/R}{s + 1/RC}$$

역 라플라스 변환 : $i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{1}{RC}t}$

