

Лабораторная работа №5

Модель хищник-жертва

Ли Тимофей Александрович

Содержание

Цель работы	4
Задание	5
Выполнение лабораторной работы	6
Решение задачи:	6
Построение модели “хищник-жертва”	8
Выводы	11

Список иллюстраций

0.1	Модель хищник-жертва	6
0.2	График1	7
0.3	График2	7
0.4	График3	8
0.5	Стационарное состояние	8
0.6	код1	9
0.7	код2	9
0.8	код3	9
0.9	код4	10
0.10	код5	10
0.11	код5	10

Цель работы

Изучить модель “хищник-жертва”, построить график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при начальных условиях 32 варианта. Найти стационарное состояние системы.

Задание

Вариант 32

Для модели “хищник-жертва”: 1. Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв 2. Постройте графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях: $x_0 = 8, y_0 = 11$ 3. Найдите стационарное состояние системы

Выполнение лабораторной работы

Решение задачи:

Модель Лотки-Вольтерры имеет следующий вид (рис. @fig:001):

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= ax(t) - cx(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} &= -by(t) + dx(t)y(t)\end{aligned}$$

Рис. 0.1: Модель хищник-жертва

В этой модели x – число жертв, y - число хищников. Коэффициент a описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников, b - естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников (xy). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены $-cxy$ и dxy в правой части уравнения).

Стационарное состояние системы (положение равновесия, не зависящее от времени решение) будет в точке: $x_0 = b/d, y_0 = a/c$. Если начальные значения задать в стационарном состоянии $x(0) = x_0, y(0) = y_0$, то в любой момент времени численность популяций изменяться не будет.

График зависимости численности хищников от численности жертв (рис. @fig:002):

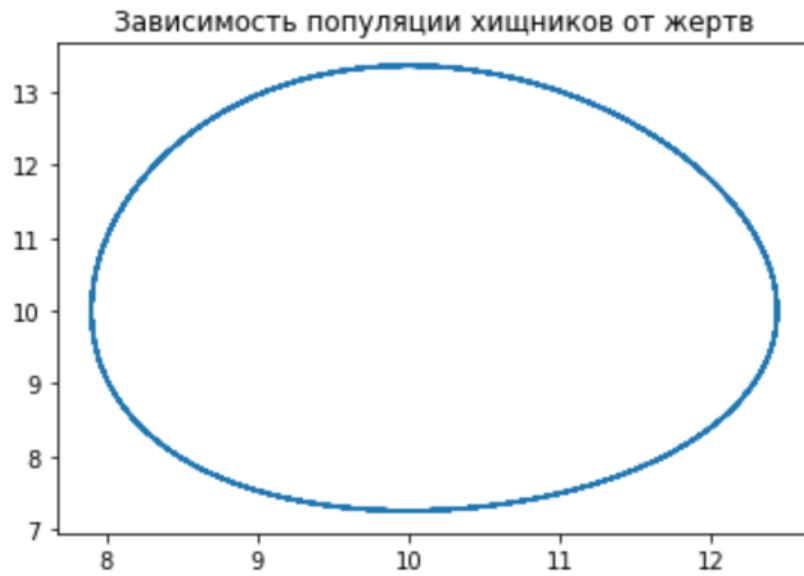


Рис. 0.2: График1

График изменения численности хищников при заданных начальных условиях (рис. @fig:003):

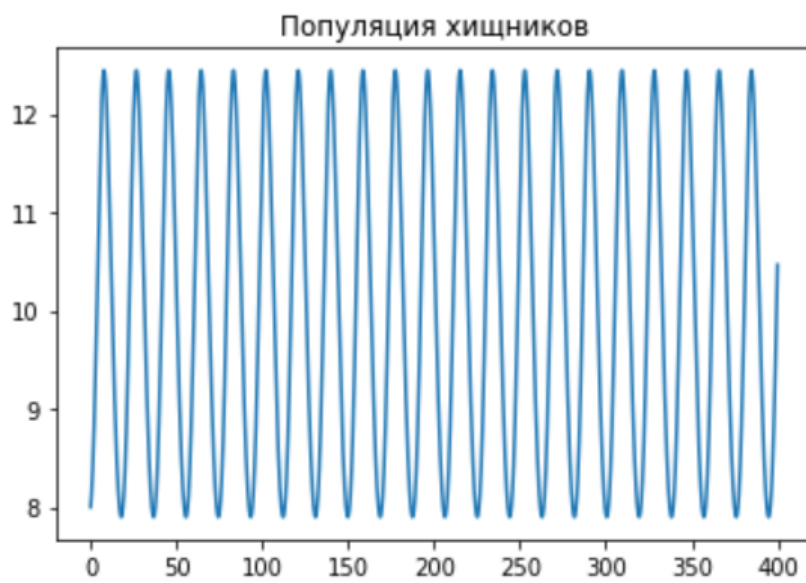


Рис. 0.3: График2

График изменения численности жертв при заданных начальных условиях (рис.

@fig:004):

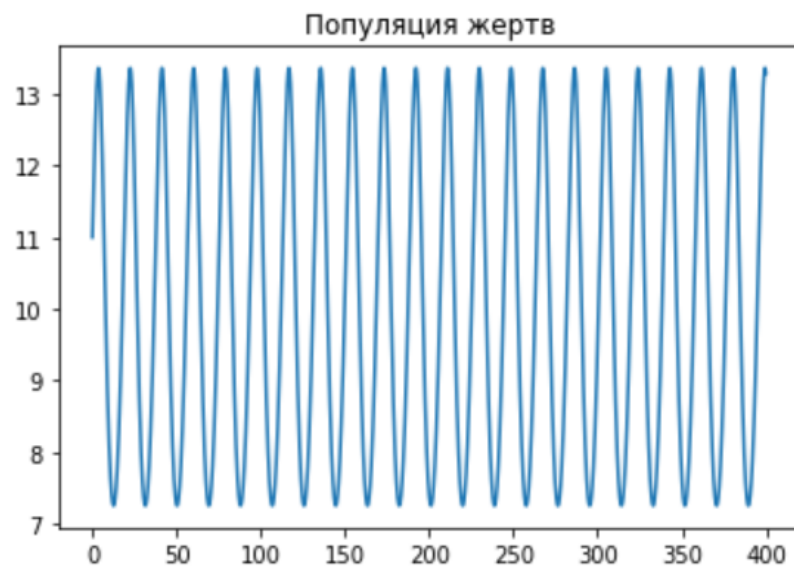


Рис. 0.4: График3

Стационарное состояние системы (рис. @fig:005):

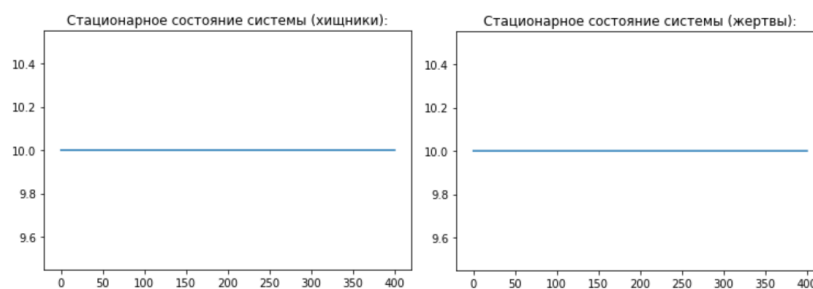


Рис. 0.5: Стационарное состояние

Построение модели “хищник-жертва”

Начальные условия и задание системы уравнений (рис. @fig:006):


```

In [21]: from numpy import *
         from scipy.integrate import odeint
         import matplotlib.pyplot as plt

In [22]: a=0.25
         b=0.45
         c=0.025
         d=0.045
         x0=[8,11]
         t=arange(0,400,0.1)
         def syst(x,t):
             dx1=a*x[0]-c*x[0]*x[1]
             dx2=b*x[1]-d*x[0]*x[1]
             return([dx1,dx2])
         y=odeint(syst,x0,t)
         y1=y[:,0]
         y2=y[:,1]

```

Рис. 0.6: код1

Вывод графика зависимости численности хищников от численности жертв (рис. @fig:007)

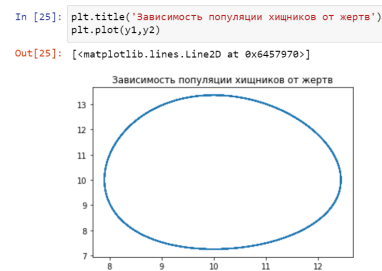


Рис. 0.7: код2

Вывод графика изменения численности хищников (рис. @fig:008)

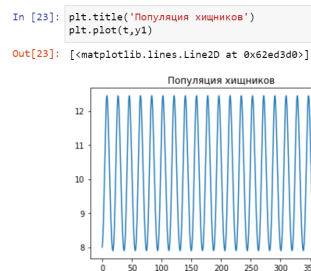


Рис. 0.8: код3

Вывод графика изменения численности жертв (рис. @fig:009)

```
In [24]: plt.title('Популяция жертв')
plt.plot(t,y2)

Out[24]: [matplotlib.lines.Line2D at 0x6378040]
```

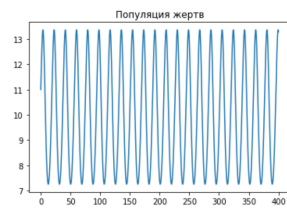


Рис. 0.9: код4

Расчет и вывод стационарного состояния системы для хищников (рис. @fig:010)

```
In [38]: xst=[b/d, a/c]
yst=odeint(syst,xst,t)
y1st=yst[:,0]
y2st=yst[:,1]
plt.title('Стационарное состояние системы (хищники):')
plt.plot(t,y1st)

Out[38]: [matplotlib.lines.Line2D at 0x65a5058]
```

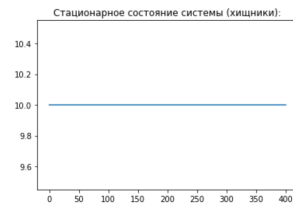


Рис. 0.10: код5

... и для жертв (рис. @fig:011)

```
In [39]: plt.title('Стационарное состояние системы (жертвы):')
plt.plot(t,y2st)

Out[39]: [matplotlib.lines.Line2D at 0x61eea90]
```



Рис. 0.11: код5

Выводы

В ходе лабораторной работы я изучил модель “хищник-жертва”, а также построил необходимые графики и нашел стационарное состояние системы.