

Лабораторная работа №1

Задача о погоне

Ли Тимофей Александрович, НФИбд-01-18

Содержание

Цель работы	5
Задание	6
Выполнение лабораторной работы	7
Постановка задачи	7
Построение траектории движения и точки пересечения	10
Выводы	13

Список таблиц

Список иллюстраций

Цель работы

Научиться решать задачу о погоне, строить графики траектории движения, выводить уравнение, описывающее движение.

Задание

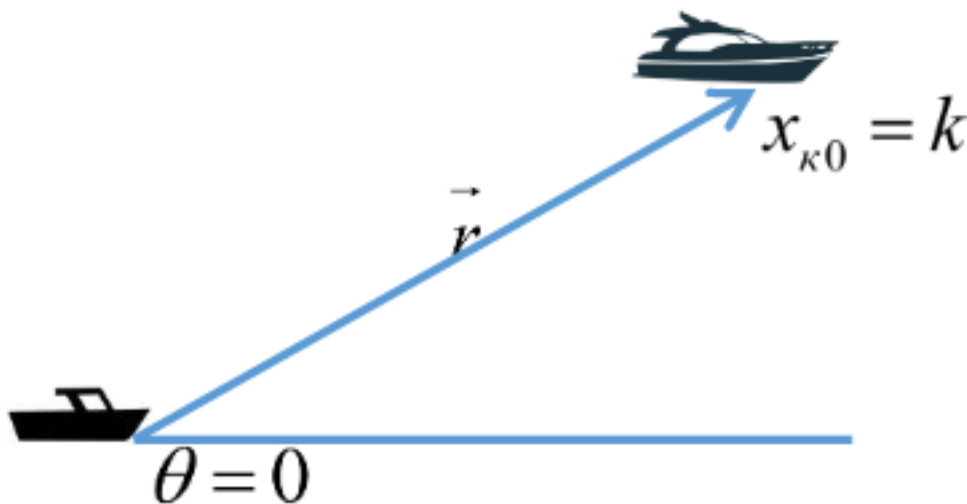
На море в тумане катер береговой охраны преследует лодку браконьеров. Через определенный промежуток времени туман рассеивается, и лодка обнаруживается на расстоянии 11,5 км от катера. Затем лодка снова скрывается в тумане и уходит прямолинейно в неизвестном направлении. Известно, что скорость катера в 3,5 раза больше скорости браконьерской лодки.

1. Запишите уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени).
2. Постройте траекторию движения катера и лодки для двух случаев.
3. Найдите точку пересечения траектории катера и лодки

Выполнение лабораторной работы

Постановка задачи

1. Место нахождения лодки браконьеров в момент обнаружения: $t_0 = 0, x_{\text{б}0} = 0$.
Место нахождения катера береговой охраны относительно лодки браконьеров в момент обнаружения лодки: $x_{\text{б}0} = 0$
2. Введем полярные координаты. Считаем, что полюс - это точка обнаружения лодки браконьеров $x_{\text{б}0}(0 = x_{\text{б}0} = 0)$, а полярная ось r проходит через точку нахождения катера береговой охраны (рис. 1)



{рис.

1}

3. Траектория катера должна быть такой, чтобы и катер, и лодка все время

были на одном расстоянии от полюса, только в этом случае траектория катера пересечется с траекторией лодки. Поэтому для начала катер береговой охраны должен двигаться некоторое время прямолинейно, пока не окажется на том же расстоянии от полюса, что и лодка браконьеров. После этого катер береговой охраны должен двигаться вокруг полюса удаляясь от него с той же скоростью, что и лодка браконьеров.

4. Чтобы найти расстояние X (расстояние, после которого катер начнет двигаться вокруг полюса), необходимо составить простое уравнение. Пусть через время t катер и лодка окажутся на одном расстоянии x от полюса. За это время лодка пройдет x , а катер — $k - x$ (или $k + x$ в зависимости от начального положения катера относительно полюса). Время, за которое они пройдут это расстояние, вычисляется как x/v или $(k - x)/4.6v$ (во втором случае $(k + x)/4.6v$). Так как время одно и то же, то эти величины одинаковы. Тогда неизвестное расстояние x можно найти из следующего уравнения:

$$\frac{x}{v} = \frac{k - x}{3.5v}$$

или

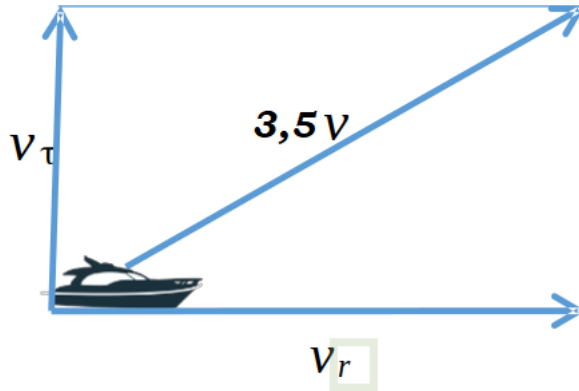
$$\frac{x}{v} = \frac{k + x}{3.5v}$$

Отсюда мы найдем два значения $x_1 = \frac{k}{4.5}$ и $x_2 = \frac{k}{2.5}$, задачу будем решать для двух случаев.

5. После того, как катер береговой охраны окажется на одном расстоянии от полюса, что и лодка, он должен сменить прямолинейную траекторию и начать двигаться вокруг полюса, удаляясь от него со скоростью лодки v . Для этого скорость катера раскладываем на две составляющие: v_r — радиальная скорость и v_τ — тангенциальная скорость (рис. 2). Радиальная скорость — это скорость, с которой катер удаляется от полюса, $v_r = \frac{dr}{dt}$. Нам нужно, чтобы эта скорость была равна скорости лодки, поэтому полагаем $\frac{dr}{dt} = v$.

Тангенциальная скорость – это линейная скорость вращения катера относительно полюса. Она равна произведению угловой скорости $\frac{\partial \theta}{\partial t}$ на радиус r , $v_\tau = r \frac{\partial \theta}{\partial t}$

Из рисунка (рис. 2) видно: $v_\tau = \sqrt{12,25v^2 - v^2} = \sqrt{11,25}v$ (учитывая, что радиальная скорость равна v). Тогда получаем $r \frac{\partial \theta}{\partial t} = \sqrt{11,25}v$



{рис. 2}

6. Решение исходной задачи сводится к решению системы из двух дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial r}{\partial t} = v \\ r \frac{\partial \theta}{\partial t} = \sqrt{11,25}v \end{cases}$$

с начальными условиями

$$\begin{cases} \theta_0 = 0 \\ r_0 = x_1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \theta_0 = -\pi \\ r_0 = x_2 \end{cases}$$

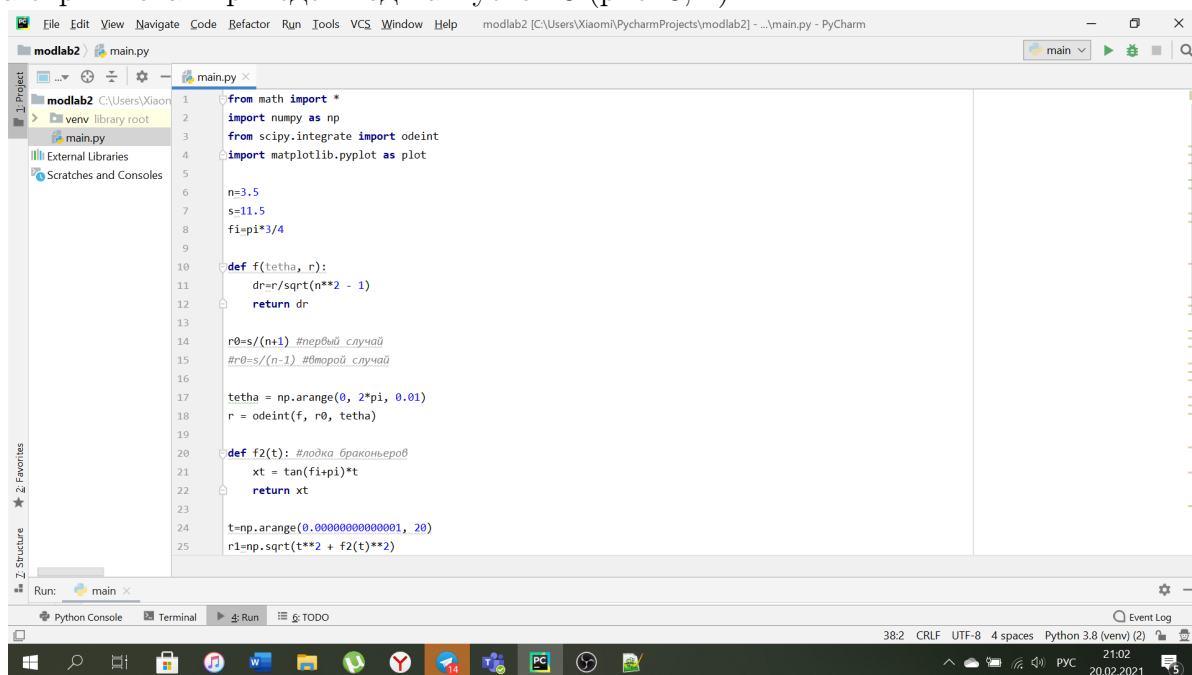
Исключая из полученной системы производную по t , можно перейти к следующему уравнению:

$$\frac{\partial r}{\partial \theta} = \frac{r}{\sqrt{11,25}}.$$

Начальные условия остаются прежними. Решив это уравнение, мы получим траекторию движения катера в полярных координатах.

Построение траектории движения и точки пересечения

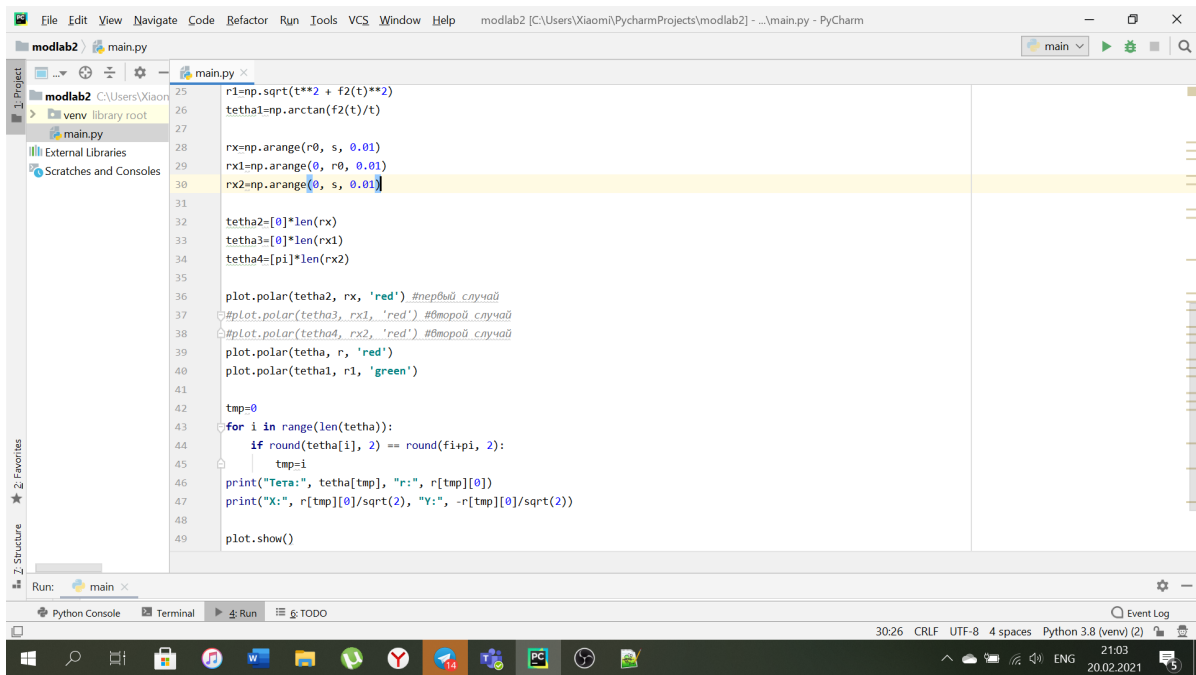
На скриншотах приведен код на Python 3 (рис. 3, 4)



```
1 from math import *
2 import numpy as np
3 from scipy.integrate import odeint
4 import matplotlib.pyplot as plot
5
6 n=3.5
7 s=11.5
8 fi=pi*3/4
9
10 def f(t, r):
11     dr=r/sqrt(n**2 - 1)
12     return dr
13
14 r0=s/(n+1) #первый случай
15 #r0=s/(n-1) #второй случай
16
17 tetha = np.arange(0, 2*pi, 0.01)
18 r = odeint(f, r0, tetha)
19
20 def f2(t): #подка браконьеров
21     xt = tan(fi+pi)*t
22     return xt
23
24 t=np.arange(0.0000000000000001, 20)
25 r1=np.sqrt(t**2 + f2(t)**2)
```

{рис.

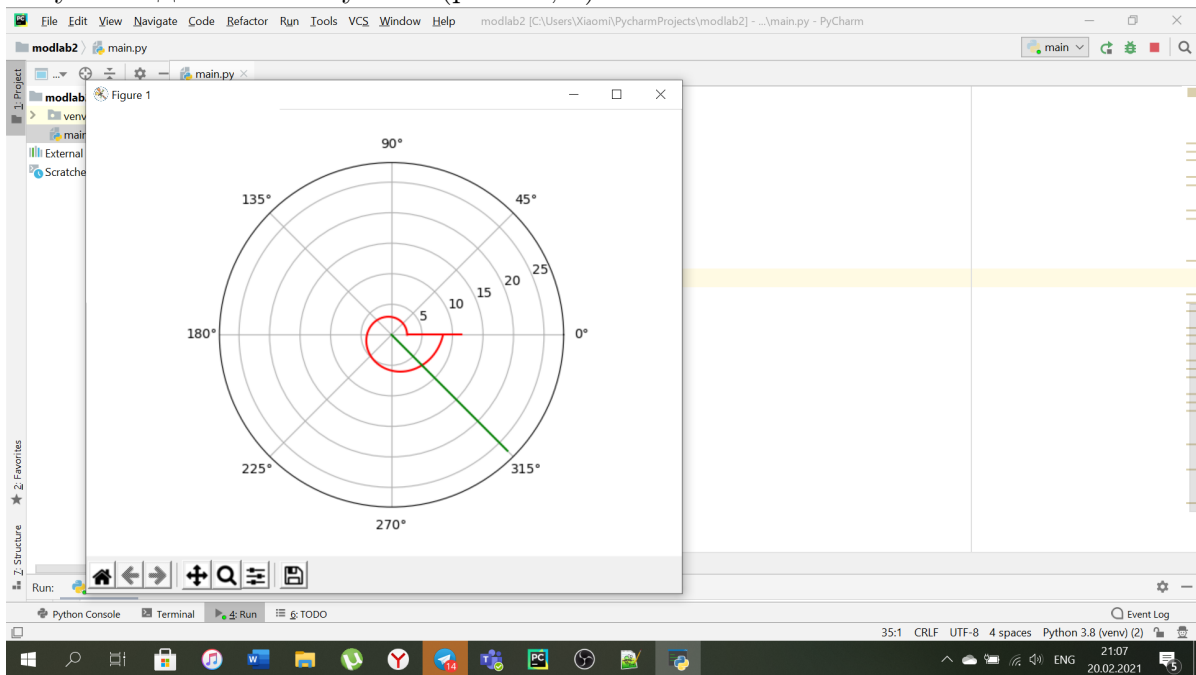
3}



{рис.

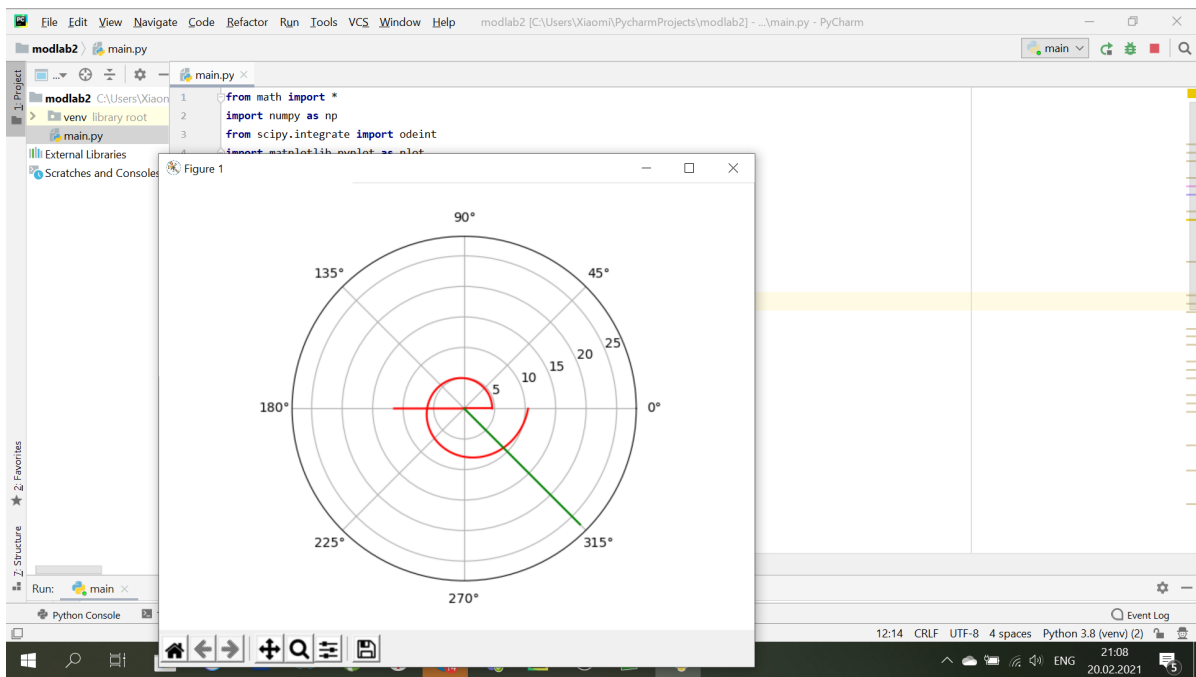
4}

Результат для обоих случаев: (рису 5, 6)



{рис.

5}



{рис.

6}

Выводы

- Записал уравнение, описывающее движение катера, с начальными условиями для двух случаев (в зависимости от расположения катера относительно лодки в начальный момент времени)
- Построил траекторию движения катера и лодки для двух случаев
- Нашел точку пересечения траектории катера и лодки
- Научился решать задачу о погоне, строить графики