Bayesian model validation metrics in retail datasets

Leevi Rönty

School of Science

Bachelor's thesis Espoo 14.10.2020

Supervisor

Prof. Fabricio Oliveira

Advisors

DSc (Tech.) Mikko Ervasti

DSc (Tech.) Paavo Niskala



Copyright © 2021 Leevi Rönty

The document can be stored and made available to the public on the open internet pages of Aalto University.
All other rights are reserved.



Aalto University, P.O. BOX 11000, 00076 AALTO www.aalto.fi Abstract of the bachelor's thesis

Author Leevi Rönty	
Title Bayesian model validation metrics in retail datasets	
Degree programme Engineering Physics and Mathematics	
Major Mathematics and Systems Sciences	Code of major $SCI3029$
Teacher in charge Prof. Fabricio Oliveira	

Advisors DSc (Tech.) Mikko Ervasti, DSc (Tech.) Paavo Niskala

Abstract

Your abstract in English. Keep the abstract short. The abstract explains your research topic, the methods you have used, and the results you obtained.

Keywords Bayesian models, model validation, information criterion, Facebook Prophet



Aalto-yliopisto, PL 11000, 00076 AALTO www.aalto.fi Tekniikan kandidaatintyön tiivistelmä

Tekijä Leevi Rönty		
Työn nimi Bayeslaisten mallien	validointi vähittäismyyn	nin aineistoissa
Koulutusohjelma Teknillinen fy	siikka ja matematiikka	
Pääaine Matematiikka ja syste	emitieteet	Pääaineen koodi SCI3029
Vastuuopettaja Prof. Fabricio	Oliveira	
Työn ohjaajat TkT Mikko Erva	sti, TkT Paavo Niskala	
Päivämäärä 14.10.2020	Sivumäärä $11+2$	Kieli Englanti

Tiivistelmä

Tiivistelmässä on lyhyt selvitys kirjoituksen tärkeimmästä sisällöstä: mitä ja miten on tutkittu, sekä mitä tuloksia on saatu.

Tämän opinnäytteen tiivistelmäteksti kirjoitetaan opinnäytteen luettavan osan lomakkeen lisäksi myös pdf-tiedoston metadataan \thesisabstract-makron avulla (kasto yllä). Kirjoita tähän luettavaan tiivistelmälomakkeeseen menevä teksti. Tässä saa olla erikoismerkkejä kuten kreikkalaiset kirjaimet ja rivinvaiho- ja kappaleenjakomerkit. Tämän tekstin on muuten oltava sama kuin metedatatiivistelmän teksti.

Jos tiivistelmäsi ei sisällä erikoimerkkejä eikä kaipaa kappaleenjakoa, voit hyödynttää makroa \abstracttext luodessasi lomakkeen tiivistelmää (katso kommentti alla).

Avainsanat Bayeslaiset mallit, mallin validointi, informaatiokriteeri, Facebook Prophet

Contents

Al	bstract	3
Al	ostract (in Finnish)	4
Co	ontents	5
1	Introduction	6
2	Background	6
	2.1 Rakenne	. 7
3	Tutkimusaineisto ja -menetelmät	7
4	Tulokset	7
5	Summary	7
A	Esimerkki liitteestä	12
\mathbf{B}	Toinen esimerkki liitteestä	13

1 Introduction

Businesses need to forecast a multitude of things to succeed. As companies collect more and more data the possibilities of forecastable subjects and possible features increase dramatically. However, one can't just thow more features at a model and except it to perform well. Also not all models are suitable for all forecasting tasks. The amount of possible models is endless, but most of them are bad. To find the usefull ones we must be able to measure the goodness of a model.

Model validation is an integral part of a robust modelling framework. Bayesian models are a relatively novel model type which has gained a lot of populatiry in recent years as computational power of modern computers has kept rising. As a relatively new method not too many validation metrics have been proposed with these kinds of models in mind.

The current state of model validation for bayesian models can be described as "unsatisfactory". Information criterions which try to predict out of sample fit can have strong biases and some may not take into consideration the nature of bayesian models and distributions of parameters. Cross validation can be computationally extremely intensive. Also most information criterions are based on a loss function proportional to the root mean square of errors, but that may not always be the most usefull function to optimize for. In some businesses the consecuences of errors in forecasts can be described better with the mean absorble percentage error. All in all there does not exist a clearly better method for solving all bayesian model validation problems.

In this paper we will model sales timeseries of some Wallmart stores in the United States. We will be using the Facebook's Prophet modelling framework. It consists of a flexible bayesian model which can be customized to fit a wide range of possible time series modelling tasks. We will implement some information criterions for the model and compare it to more ad-hoc methods for model validation.

2 Background

In retail business many things can be a subject for optimizing. Predictions of sales can be used to minimize waste and ensure sufficient supply of goods. Advertising products can yield greater sales but not all ads are equally effective. Shifting marketing investments to more impactfull marketing channels can increase sales while keeping costs the same. Both of these examples demonstrate scenarios where statistical models can be used to avoid making unoptimal decisions my manual guesswork.

Models can be viewed as simplifications of reality. This means that no model never really mathces the true data generating processes, but if we can formulate a model that works well enough we can try to draw some conclusions from them. Most of the models we are concerned with link together some explanatory variables to the measured data. The parameters of the function are learned by fitting the data to the model. The fitted model can then be used to predict future observations if we can know the explanatory variables beforehand. The fitted model parameters can also

give insight on the behaviour of the physical world, assuming that said parameters have a sensible interpretation.

Bayesian models differ from frequentist models in two major ways. In bayesian thinking parameters are not expressed as point values but distributions. Uncertainty can be expressed with wider distributions. New data is not the sole source of the newly fitted parameters as it is merely used to update prior beliefs about parameter distribution.

2.1 Rakenne

3 Tutkimusaineisto ja -menetelmät

Tässä osassa kuvataan käytetty tutkimusaineisto ja tutkimuksen metodologiset valinnat, sekä kerrotaan tutkimuksen toteutustapa ja käytetyt menetelmät.

4 Tulokset

Tässä osassa esitetään tulokset ja vastataan tutkielman alussa esitettyihin tutkimuskysymyksiin. Tieteellisen kirjoitelman arvo mitataan tässä osassa esitettyjen tulosten perusteella.

Tutkimustuloksien merkitystä on aina syytä arvioida ja tarkastella kriittisesti. Joskus tarkastelu voi olla tässä osassa, mutta se voidaan myös jättää viimeiseen osaan, jolloin viimeisen osan nimeksi tulee »Tarkastelu». Tutkimustulosten merkitystä voi arvioida myös »Johtopäätökset»-otsikon alla viimeisessä osassa.

Tässä osassa on syytä myös arvioida tutkimustulosten luotettavuutta. Jos tutkimustulosten merkitystä arvioidaan »Tarkastelu»-osassa, voi luotettavuuden arviointi olla myös siellä.

Mod	el .	AIC	DIC	WAIC	MAPE	10-fold CV
m1	-	394.4	-438.8	-15.9	0.0336	205.4
m2	-	384.6	-431.5	136.5	0.0445	208.2
m3	-	654.5	-702.1	-669.3	0.0219	349.6
m4		457.4	-512.4	-41.6	0.0275	164.1
m5	-	703.9	-703.2	-707.8	0.0253	351.3

Table 1: Results of validation metrics applied on store group A

5 Summary

Opinnäytteen tekijä vastaa siitä, että opinnäyte on tässä dokumentissa ja opinnäytteen tekemistä käsittelevillä luennoilla sekä harjoituksissa annettujen ohjeiden mukainen muotoseikoiltaan, rakenteeltaan ja ulkoasultaan.

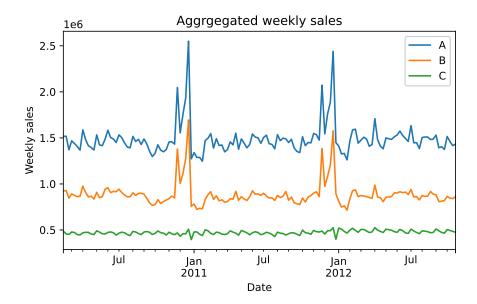


Figure 1: Aggregated weekly sales by store group. Groups A and B demonstrate holiday effects while group C remains relatively stable through each year.

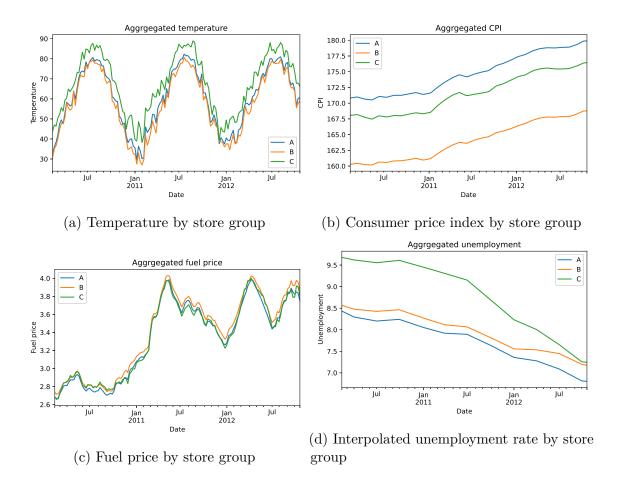
Table 2: Results of validation metrics applied on store group B

Model	AIC	DIC	WAIC	MAPE	10-fold CV
m1	-374.3	-419.1	19.3	0.0279	204.2
m2	-365.5	-412.2	315.9	0.0494	196.9
m3	-647.8	-695.3	-663.2	0.0255	347.3
m4	-446.9	-501.4	152.2	0.0286	162.1
m5	-699.4	-698.3	-701.5	0.0297	348.9

Table 3: Results of validation metrics applied on store group C

Model	AIC	DIC	WAIC	MAPE	10-fold CV
m1	-454.0	-501.2	-397.1	0.0339	247.4
m2	-447.1	-496.6	-186.4	0.0349	244.2
m3	-668.9	-715.6	-668.1	0.0136	357.0
m4	-549.1	-605.1	-214.3	0.0253	291.4
m5	-741.9	-740.6	-743.7	0.014	370.2

References



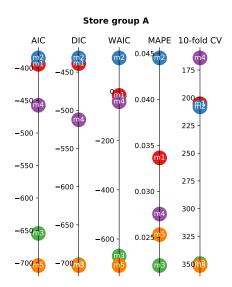


Figure 3: Visualisation of model validation metric results applied on store group A. Agganged such that visually lower is better. Each axis is scales so that extreme values are at the ends. Please note the inverted axis of 10-fold cross validation metric. For precise values please refer to table 1.

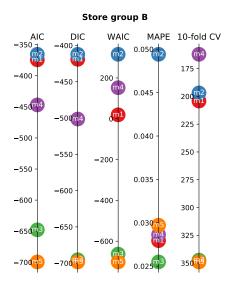


Figure 4: Caption this

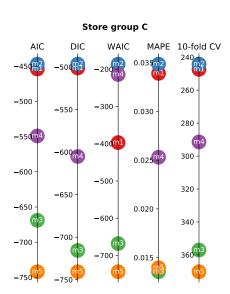


Figure 5: Caption this

A Esimerkki liitteestä

 ${\bf Kaavojen}$ numerointi muodostaa liitteissä oman kokonaisuutensa:

$$d \wedge A = F, \tag{A1}$$

$$d \wedge F = 0. \tag{A2}$$

B Toinen esimerkki liitteestä

Liitteissä voi myös olla kuvia, jotka eivät sovi leipätekstin joukkoon: Liitteiden taulukoiden numerointi on kuvien ja kaavojen kaltainen: Kaavojen

Table B1: Taulukon kuvateksti.

9.00-9.55	Käytettävyystestauksen tiedotustilaisuus
	(osanottajat ovat saaneet sähköpostitse
	valmistautumistehtävät, joten tiedotusti-
	laisuus voidaan pitää lyhyenä).
9.55–10.00	Testausalueelle siirtyminen

numerointi muodostaa liitteissä oman kokonaisuutensa:

$$T_{ik} = -pg_{ik} + wu_i u_k + \tau_{ik}, (B1)$$

$$n_i = nu_i + v_i. (B2)$$