

实验报告

一、 原理分析

1. 灰度图统计特征

a) 信息熵

信息熵表征的是一幅图像含有的信息量有多少。一幅图像有 K 个灰度级别，并且各个灰度级别出现的概率为 P_i ，那么图像的信息量可以用下述公式计算。当图像中的各个灰度级别出现的概率相等时，图像的熵值最大。

$$H = -\sum_{i=1}^k p_i \log_2(p_i)$$

b) 灰度平均值

灰度平均值指的是一幅图像中的所有像元灰度值的算术平均值，计算方式如下公式所示。均值反映图像整体的亮度，均值越大说明图像亮度越大，反之越小。

$$\bar{f} = \frac{1}{M \cdot N} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N f(i, j)$$

c) 灰度方差

灰度方差反映的是图像中各个像素的灰度值与整个图像平均灰度值的离散程度，计算方式如下所示。图像的方差反应图像的高频部分的灰度值大小，与图像的对比度有关。如果图片对比度越小，方差越小；反之，如果图片对比度越大，方差越大。

$$S = \frac{1}{M \cdot N} \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [f(i, j) - \bar{f}]^2$$

d) 频谱图

如果一幅图片高频部分多是高亮，代表图像尖锐，变化剧烈，边界分明且两边像素差距极大；反之，图片低频部分高亮，高频部分灰暗，代表图片平缓、柔和。

e) 灰度直方图

imhist()为显示灰度直方图的函数，其横坐标表示像素的灰度级别，纵坐标为像素点的个数。

```
%第一步：转换为灰度图像
greyData = rgb2gray(data);%图像灰度化

greyEn = entropy(greyData);%求熵
greyAve = mean2(greyData);%求均值
greyVar = var(double(greyData(:)));%求方差
greyDataF = fftshift(fft2(double(greyData)));%傅里叶变换
greyMagnitude = log(1+abs(greyDataF));%求幅度

figure(1);%画出灰度图的相关图像
subplot(2,2,4);
subplot(2,2,1);imshow(data);title('原图');
subplot(2,2,2);imshow(greyData);title('灰度图');
subplot(2,2,3);imshow(greyMagnitude,[1]);title('灰度图的幅度谱');
subplot(2,2,4);imhist(data);title('灰度直方图');
```

2. 高斯白噪声

高斯噪声指的是它的概率密度函数服从正态分布的噪声。高斯分布，记为 $N(\mu, \sigma^2)$ ，其中 μ 为高斯分布的均值（数学期望）， σ^2 为高斯分布的方差，当 $\mu=0$ ， $\sigma^2=1$ 时，该分布称为标准正态分布。

高斯分布的一维概率密度可表示为式：

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

在通信信道中，一般噪声的均值 $\mu=0$ ，那么可以得知当噪声的均值是零的时候，噪声的平均功率等于其方差。

高斯白噪声的高斯指的是概率分布为正态分布，白噪声指的是其二阶矩不相关一阶矩为常数。故把瞬时值的概率分布服从高斯分布，功率谱密度服从均匀分布的噪声称为高斯白噪声。这两个条件是判断高斯白噪声性能的标准。

```
%第二步：加高斯白噪声后用低通滤波器去除噪声
distData = imnoise(greyData, 'gaussian', 0, 10^2/255^2); %将均值为0，方差为10^2/255^2的高斯噪声加到图像greyData上
distEn = entropy(distData); %求熵
distAve = mean2(distData); %求均值
distVar = var(double(distData(:))); %求方差
```

3. 理想低通滤波器

低通滤波器指去除图像中的高频成分，其中理想低通滤波器则是以原点为圆心， D_0 为半径的圆内，无衰减地通过所有频率，在圆外截断所有频率。由下面函数确定：

$$H(u,v) = \begin{cases} 1 & D(u,v) \leq D_0 \\ 0 & D(u,v) > D_0 \end{cases}$$

$$\text{其中 } D(u,v) = \sqrt{u^2 + v^2}$$

D_0 又称为截止频率。

算法思路：对图像进行傅里叶变换（FFT），得到频谱；用理想低通滤波器对频谱滤波；对滤波后的频谱进行反傅里叶变换（IFFT），得到滤波后图像。改变阈值，重复实验，观察现象并分析结果。

```
%低通滤波
distDataF = fftshift(fft2(double(distData))); %傅里叶变换
[m, n] = size(distDataF); %获得图像大小
mMid = fix(m/2); %数据修正
nMid = fix(n/2); %数据修正
lpfData = zeros(m,n); %初始化
d0=50; %阈值 第一次为50 第二次为5
for i=1:m %遍历图像像素
    for j=1:n
        d=sqrt((i-mMid)^2+(j-nMid)^2); %理想低通滤波，求距离
        if d<=d0
            h(i,j)=1;
        else
            h(i,j)=0; %被低通滤波器滤走
        end
        lpfData(i,j)=h(i,j)*distDataF(i,j);
    end
end %进行低通滤波
filtData=ifftshift(lpfData); %反傅里叶变换
filtData=uint8(real(ifft2(filtData))); %取实数部分
```

4. 锐化

数字图像处理中图像锐化的目的有两个：一是增强图像的边缘，使模糊的图像变得清晰起来；二是提取目标物体的边界，对图像进行分割，便于目标区域的识别

等。一方面通过将原图像与边缘信息加权来使频率提升，一方面通过改变滤波模板直接实现边缘增强来使高频增强。

a) Sobel 算子

Sobel 算子是一个离散的一阶差分算子，用来运算图像亮度函数的梯度之近似值。在图像的任何一点使用此算子，Sobel 算子的运算将会产生对应的梯度向量或是其范数。

b) Laplacian 算子

Laplacian 算子是 n 维欧几里德空间中的一个二阶微分算子。Laplacian 锐化的本质，就是在原图像上叠加 Laplacian 滤波的高频（细节）成分，使得图像边缘轮廓更清晰。

一幅图像 f 的空域拉普拉斯（Laplacian）算子如下式，即：

$$\nabla^2 f(x,y)=\frac{\partial^2 f}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

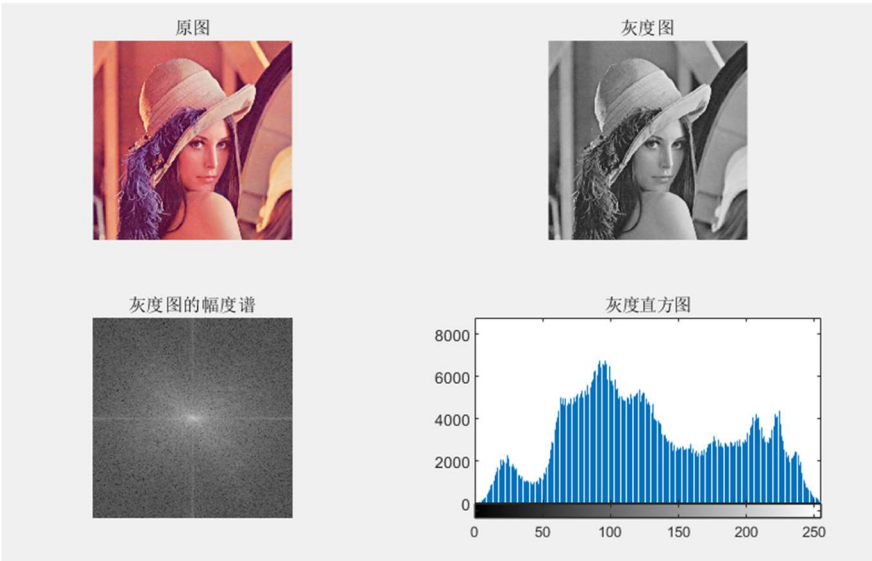
图像的拉普拉斯锐化表示为：

$$g(m,n)=(1+4\alpha)f(m,n)-\alpha[f(m+1,n)+f(m-1,n)+f(m,n+1)+f(m,n-1)]$$

式中， α 为锐化强度系数（一般取为正整数）， α 越大，锐化的程度就越强，对应于图中的“过冲”就越大。

二、 结果分析

1. 灰度图分析



	信息量	均值	方差
原图	7.7502	128.2284	3.4791e+03
灰度图	7.4451	124.0425	2.2902e+03
加高斯白噪声后的图像	7.5671	124.0529	2.3860e+03
低通滤波后的图像	7.4688	124.0533	2.1687e+03

a) 信息熵

加高斯白噪声后图像的信息熵，高于灰度图和低通滤波后图像的信息熵，说明在加高斯白噪声后，各灰度级别出现的概率更加接近，信息熵增加。熵越高，则能传输越多的信息。

b) 灰度平均值

原图的均值高于灰度图、加高斯白噪声后图像和低通滤波后图像的均值，且后三者均值无明显变化，说明原图灰度化后图像整体亮度降低，加入高斯白噪声和低通滤波对图像整体的亮度均无明显影响。

c) 灰度方差

原图的方差远高于其他三种图像，其中在高斯白噪声后图像的方差高于灰度图的方差，高于低通滤波后图像的方差，说明原图的对比度最高，灰度化使图像对比度降低，加高斯白噪声后对比度略微升高，低通滤波后图像对比度下降并低于灰度图的对比度。

d) 频谱图

频谱图中心是低频部分，四周是高频部分，图中高亮的点代表成分多的某一频率，灰暗的点代表成分少的某一频率。观察实验图像的频谱结果，中心点高亮，低频部分占据成分大，图片总体表现的平缓。

e) 灰度直方图

该灰度直方图的峰值在 90-100 区域，说明灰度级为较暗的像素点占一大部分比重。同时，我们还发现 50-150 像素个数相对 150-250 像素个数偏多，所以总体来说图片亮度主要偏暗灰色。灰度直方图中从 0-255 都有部分像素个数，说明图片中既有黑色区域也有白色区域。

2. 滤波前后分析



阈值 $d_0=50$ 时，由于低通滤波滤除高频分量，低通滤波后图像的方差低于灰度图的方差。当高频分量（图像中灰度变化剧烈的点）被去除后，图像中的轮廓和边界变得模糊，图像变得光滑。观察滤波后图像，我们还发现在人物肌肤和帽子的周围有一圈圈的波纹，说明理想低通滤波器产生振铃效应。也就是理想低通滤波器在空域上冲激响应卷积产生两个现象：一是边缘渐变部分的对比度；二是边缘部分加边。其原因是冲击响应函数的多个过零点。



我们更改代码，使阈值 $d_0=5$ ，对于半径为 5（即 $D_0=5$ ），虽然半径为 5 的范围内包含了约全部 90% 的能量，此时信息熵为 6.9494。但严重的模糊表明了图片的大部分边缘信息包含在滤波器滤去的 10% 能量之中。随着滤波器半径增加，模糊的程度就会减少。

频域上的滤波相当于空域上的卷积。即相当复杂图像中每个象素点简单复制过程。因此导致图像的模糊。

3. 锐化前后分析



Sobel 算子和 Laplacian 算子都提取出了图像的边缘特征，与原图叠加后新的图形的边缘被增强。

不过 Sobel 算子增强了图片背景中的图形边缘，使噪声放大，在锐化的过程中出现的白边，而 Laplacian 算子在增强了图像边缘的同时并没有增强噪声，并且也没有出现锐化时的白边。相较而言，Laplacian 算子的效果较好。