

과제물 #1 하노이 타워 알고리즘에서 원소 이동을 중요연산으로 볼때

1. 원소 이동 회수 $T(n)$ 에 대한 순환방정식을 구해보세요.

=> $T(1) = 1$ // 원반이 하나일 경우 한번만 이동

$$T(n) = 2 * T(n-1) + 1$$

/* n-1개의 원반이 from에서 temp로 이동, 한 개의 원반이 to로 이동, 다시 n-1개의 원반이 temp에서 to로 이동 */

2. 순환방정식을 반복법으로 풀어 $T(n)$ 의 값(수식)을 구해보세요.

$$\begin{aligned} \Rightarrow T(n) &= 2 * T(n-1) + 1 && // \text{ n-1 대입, } T(n-1) = 2 * T(n-2) + 1 \\ &= 2 * [2 * T(n-2) + 1] + 1 && // \text{ T(n-1)에 } 2 * T(n-2) + 1 \text{ 대입} \\ &= 2^2 * T(n-2) + 2 + 1 && // \text{ n-2 대입, } T(n-2) = 2 * T(n-3) + 1 \\ &= 2^2 * [2 * T(n-3) + 1] + 2 + 1 && // \text{ T(n-2)에 } 2 * T(n-3) + 1 \text{ 대입} \\ &= 2^3 * T(n-3) + 4 + 2 + 1 \\ &= \dots \\ &= 2^k * T(n-k) + 2^{k-1} + \dots + 2^2 + 2 + 1 \end{aligned}$$

// $T(1) = 1$ 이므로 n-k가 1이 될 때까지 반복

$$\begin{aligned} \Rightarrow T(n) &= 2^k * T(1) + 2^{k-1} + \dots + 2^2 + 2 + 1 && // \text{ n-k에 1 대입} \\ &= 2^k + 2^{k-1} + \dots + 2^2 + 2 + 1 && // \text{ T(1) = 1} \\ &= 1 * (1 - 2^{k+1}) / (1-2) && // \text{ a*(1-r^n) / (1-r)} \\ &= 2^n - 1, n > 1 && // \text{ n = k + 1} \end{aligned}$$