

MULTIVARIATE ANALYSIS OF VARIANCE (MANOVA)
RANCANGAN PERCOBAAN DUA FAKTOR RAL
ANALISIS PEUBAH GANDA

Audhi Aprilliant (G14160021)

Departemen Statistika, Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam,
 Institut Pertanian Bogor, Jl. Meranti Wing 22 Lantai 4,
 Dramaga, Bogor, Jawa Barat 16680

Suatu percobaan dengan menggunakan pupuk Nitrogen dua taraf (N_1, N_2) serta Fosfor dua taraf (P_1, P_2) yang dikombinasikan sehingga perlakuannya adalah $N_1P_1, N_1P_2, N_2P_1, N_2P_2$ pada lahan seragam yang ditanami padi varietas A. Percobaan diulang sebanyak dua kali. Variabel yang diukur adalah bobot basah dan bobot kering padi per hektar. Data hasil pengamatan adalah sebagai berikut:

Tabel 1. Hasil Pengamatan Pupuk Nitrogen dan Fosfor

Nitrogen	Ulangan	Phosfor				Total	
		P_1		P_2			
		Y_1	Y_2	Y_1	Y_2	Y_1	Y_2
N_1	1	4	3	4,5	3,3		
	2	5	4	5,5	4,3		
	Jumlah	9	7	10	7,6	19	14,6
N_2	1	5	4	6	5		
	2	6	5	7	6		
	Jumlah	11	9	13	11	24	20
	Total	20	16	23	18,6	43	34,6

Keterangan:

Y_1 : Bobot basah

Y_2 : Bobot kering

JAWABAN

Faktor yang akan diamati yaitu:

- Pupuk Nitrogen memiliki dua taraf (N_1, N_2)
- Pupuk Fosfor memiliki dua taraf (P_1, P_2)

Hipotesis

1. Pengaruh utama faktor Nitrogen

H_0 : $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$ (Faktor Nitrogen tidak berpengaruh terhadap respon)

H_1 : Minimal ada satu α_i dimana $\alpha_i \neq 0, i = 1, 2$

(Minimal ada satu faktor Nitrogen yang berpengaruh terhadap respon)

2. Pengaruh utama faktor Fosfor

H_0 : $\beta_1 = \beta_2 = 0$ (Faktor Fosfor tidak berpengaruh terhadap respon)

H_1 : Minimal ada satu β_i dimana $\beta_i \neq 0, i = 1, 2$

(Minimal ada satu faktor Fosfor yang berpengaruh terhadap respon)

3. Pengaruh interaksi

H_0 : $(\alpha\beta)_{11} = (\alpha\beta)_{12} = (\alpha\beta)_{21} = (\alpha\beta)_{22} = 0$

H_1 : Minimal ada sepasang (i, j) dimana $(\alpha\beta)_{ij} \neq 0, i = 1, 2 \text{ dan } j = 1, 2$

Perhitungan

Sehingga $a = 2, b = 2$, dan $r = 2$

1. Menghitung Faktor Koreksi (FK)

$$FK = \left[\begin{array}{cc} \frac{Y_{i..}}{abr} & \frac{(Y_{i..})(Y_{j..})}{abr} \\ \frac{(Y_{i..})(Y_{j..})}{abr} & \frac{Y_{j..}}{abr} \end{array} \right]$$

Sehingga

$$FK = \left[\begin{array}{cc} \frac{43^2}{(2)(2)(2)} & \frac{(43)(34,6)}{(2)(2)(2)} \\ \frac{(43)(34,6)}{(2)(2)(2)} & \frac{34,6^2}{(2)(2)(2)} \end{array} \right]$$
$$FK = \begin{bmatrix} 231,125 & 185,975 \\ 185,975 & 149,645 \end{bmatrix}$$

2. Menghitung Jumlah Kuadrat Tengah (JKT) dan JHKT

$$JKT = \left[\begin{array}{cc} \left(\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^r Y_{ijk}^2 \right) - FK & \left(\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^r (Y_{ijk})(Y_{2ijk}) \right) - FK \\ \left(\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^r (Y_{1ijk})(Y_{2ijk}) \right) - FK & \left(\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \sum_{k=1}^r Y_{2ijk}^2 \right) - FK \end{array} \right]$$

Sehingga

$$JKT = \begin{bmatrix} (4^2 + 5^2 + \dots + 6^2 + 7^2) - 231,125 & (4.3 + 5.4 + \dots + 6.5 + 7.6) - 185,975 \\ (4.3 + 5.4 + \dots + 6.5 + 7.6) - 185,975 & (3^2 + 4^2 + \dots + 5^2 + 6^2) - 149,645 \end{bmatrix}$$
$$JKT = \begin{bmatrix} 6,375 & 6,525 \\ 6,525 & 6,735 \end{bmatrix}$$

3. Menghitung Jumlah Kuadrat Perlakuan (JKP) dan JHKP

$$JKP = \left[\begin{array}{cc} \left(\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \frac{Y_{1ij.}^2}{r} \right) - FK & \left(\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \frac{(Y_{1ij.})(Y_{2ij.})}{r} \right) - FK \\ \left(\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \frac{(Y_{1ij.})(Y_{2ij.})}{r} \right) - FK & \left(\sum_{i=1}^a \sum_{j=1}^b \frac{Y_{2ij.}^2}{r} \right) - FK \end{array} \right]$$

Sehingga

$$JKP = \begin{bmatrix} \left(\frac{9^2 + 10^2 + 11^2 + 13^2}{2} \right) - 231,125 & \left(\frac{9.7 + 10.7,6 + 11.9 + 13.11}{2} \right) - 185,975 \\ \left(\frac{9.7 + 10.7,6 + 11.9 + 13.11}{2} \right) - 185,975 & \left(\frac{7^2 + 7,6^2 + 9^2 + 11^2}{2} \right) - 149,645 \end{bmatrix}$$
$$JKP = \begin{bmatrix} 4,375 & 4,5252 \\ 4,525 & 4,735 \end{bmatrix}$$

4. Menghitung Jumlah Kuadrat A (JKA) dan JHKA

$$JKA = \begin{bmatrix} \left(\sum_{i=1}^a \frac{Y_{1i..}}{br} \right) - FK & \left(\sum_{i=1}^a \frac{(Y_{1i..})(Y_{2i..})}{br} \right) - FK \\ \left(\sum_{i=1}^a \frac{(Y_{1i..})(Y_{2i..})}{br} \right) - FK & \left(\sum_{i=1}^a \frac{Y_{2i..}}{br} \right) - FK \end{bmatrix}$$

Sehingga

$$JKA = \begin{bmatrix} \left(\frac{20^2 + 23^2}{(2)(2)} \right) - 231,125 & \left(\frac{(20)(16) + (23)(18,6)}{(2)(2)} \right) - 185,975 \\ \left(\frac{(20)(16) + (23)(18,6)}{(2)(2)} \right) - 185,975 & \left(\frac{16^2 + 18,6^2}{(2)(2)} \right) - 149,645 \end{bmatrix}$$

$$JKA = \begin{bmatrix} 1,125 & 0,975 \\ 0,975 & 0,845 \end{bmatrix}$$

5. Menghitung Jumlah Kuadrat B (JKB) dan JHKB

$$JKB = \begin{bmatrix} \left(\sum_{j=1}^b \frac{Y_{1.j.}}{ar} \right) - FK & \left(\sum_{j=1}^b \frac{(Y_{1.j.})(Y_{2.j.})}{ar} \right) - FK \\ \left(\sum_{j=1}^b \frac{(Y_{1.j.})(Y_{2.j.})}{ar} \right) - FK & \left(\sum_{j=1}^b \frac{Y_{2.j.}}{ar} \right) - FK \end{bmatrix}$$

Sehingga

$$JKB = \begin{bmatrix} \left(\frac{19^2 + 24^2}{(2)(2)} \right) - 231,125 & \left(\frac{(19)(14,6) + (24)(20)}{(2)(2)} \right) - 185,975 \\ \left(\frac{(19)(14,6) + (24)(20)}{(2)(2)} \right) - 185,975 & \left(\frac{14,6^2 + 20^2}{(2)(2)} \right) - 149,645 \end{bmatrix}$$

$$JKB = \begin{bmatrix} 3,125 & 3,375 \\ 3,375 & 3,645 \end{bmatrix}$$

6. Menghitung Jumlah Kuadrat AB (JKAB) dan JHKAB

$$JKAB = JKP - JKA - JKB$$

$$JKAB = \begin{bmatrix} 4,375 - 1,125 - 3,125 & 4,525 - 0,975 - 3,375 \\ 4,525 - 0,975 - 3,375 & 4,735 - 0,845 - 3,645 \end{bmatrix}$$

$$JKAB = \begin{bmatrix} 0,125 & 0,175 \\ 0,175 & 0,245 \end{bmatrix}$$

7. Menghitung Jumlah Kuadrat Galat (JKG)

$$JKG = JKT - JKP$$

$$JKG = \begin{bmatrix} 6,375 - 4,375 & 6,525 - 4,525 \\ 6,525 - 4,525 & 6,735 - 4,735 \end{bmatrix}$$

$$JKG = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$$

PENGUJIAN

1. Pengaruh utama faktor Nitrogen

$H_0 : \alpha_1 = \alpha_2 = 0$ (Faktor Nitrogen tidak berpengaruh terhadap respon)

$H_1 : \text{Minimal ada satu } \alpha_i \text{ dimana } \alpha_i \neq 0, i = 1, 2$

(Minimal ada satu faktor Nitrogen yang berpengaruh terhadap respon)

Statistik Uji

$$\Delta = \frac{|JKG|}{|JKA + JKG|}$$
$$\Delta = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1,125 & 0,975 \\ 0,975 & 0,845 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3,125 & 2,975 \\ 2,975 & 2,845 \end{vmatrix}} = 0$$

Tolak hipotesis nol apabila

$$-\left[ab(r-1) - \frac{p+1-(a-1)}{2}\right] \ln(\Delta) > \chi^2_{(a-1)(\alpha)}$$

Sehingga

$$-\left[(2)(2)(2-1) - \frac{2+1-(2-1)}{2}\right] \ln(0) = -\infty$$

$$\chi^2_{(a-1)(\alpha)} = \chi^2_{(2-1)(0.05)} = 3,841$$

Sehingga tak tolak hipotesis nol

Kesimpulan

Tidak cukup bukti untuk menyatakan bahwa minimal satu taraf pada faktor Nitrogen berpengaruh terhadap respon pada taraf nyata 5%.

2. Pengaruh utama faktor Phosfor

$H_0 : \beta_1 = \beta_2 = 0$ (Faktor Phosfor tidak berpengaruh terhadap respon)

$H_1 : \text{Minimal ada satu } \beta_i \text{ dimana } \beta_i \neq 0, i = 1, 2$

(Minimal ada satu faktor Phosfor yang berpengaruh terhadap respon)

Statistik Uji

$$\Delta = \frac{|JKB|}{|JKB + JKG|}$$
$$\Delta = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3,125 & 3,375 \\ 3,375 & 3,645 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 5,125 & 5,375 \\ 5,375 & 5,645 \end{vmatrix}} = 0$$

Tolak hipotesis nol apabila

$$-\left[ab(r-1) - \frac{p+1-(a-1)}{2}\right] \ln(\Delta) > \chi^2_{(a-1)(\alpha)}$$

Sehingga

$$-\left[(2)(2)(2-1) - \frac{2+1-(2-1)}{2}\right] \ln(0) = -\infty$$

$$\chi^2_{(a-1)(\alpha)} = \chi^2_{(2-1)(0.05)} = 3,841$$

Sehingga tak tolak hipotesis nol

Kesimpulan

Tidak cukup bukti untuk menyatakan bahwa minimal satu taraf pada faktor Phosfor berpengaruh terhadap respon pada taraf nyata 5%.

3. Pengaruh interaksi

$$H_0 : (\alpha\beta)_{11} = (\alpha\beta)_{12} = (\alpha\beta)_{21} = (\alpha\beta)_{22} = 0$$

$$H_1 : \text{Minimal ada sepasang } (i, j) \text{ dimana } (\alpha\beta)_{ij} \neq 0, i = 1, 2 \text{ dan } j = 1, 2$$

Statistik Uji

$$\Delta = \frac{|JKG|}{|JKAB + JKG|}$$

$$\Delta = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 0,125 & 0,175 \\ 0,175 & 0,245 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}} = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2,125 & 2,175 \\ 2,175 & 2,245 \end{vmatrix}} = 0$$

Tolak hipotesis nol apabila

$$-\left[ab(r-1) - \frac{p+1-(a-1)}{2}\right] \ln(\Delta) > \chi^2_{(a-1)(\alpha)}$$

Sehingga

$$-\left[(2)(2)(2-1) - \frac{2+1-(2-1)}{2}\right] \ln(0) = -\infty$$

$$\chi^2_{(a-1)(\alpha)} = \chi^2_{(2-1)(0.05)} = 3,841$$

Sehingga tak tolak hipotesis nol

Kesimpulan

Tidak cukup bukti untuk menyatakan bahwa minimal satu pasang taraf pada faktor Nitrogen dan Phosfor berinteraksi pada taraf nyata 5%.