Estatística Inferencial

Lista I - Revisão de Cálculo de Probabilidade

null

2018-08-08

1. Seja X uma variável aleatória com distribuição Bernoulli de parâmetro p, em que $0 < p < 1$. Mostre que $E[X] = p$ e $Var[X] = p(1-p)$. Considere a seguinte parametrização

$$p(x) = p^x(1-p)^{1-x}, x \in \{0, 1\}.$$

2. Seja X uma variável aleatória com distribuição binomial de parâmetros n e p, em que $n \in \mathbb{N}$ e $p \in [0, 1]$. Mostre que $E[X] = np$ e $Var[X] = np(1-p)$. Considere a seguinte parametrização

$$p(x) = \binom{n}{x} p^x(1-p)^{n-x}, x \in \{0, ..., n\}.$$

3. Seja X uma variável aleatória com distribuição Poisson de parâmetro θ, em que $\theta \in \mathbb{R}^+$. Mostre que $E[X] = \theta$ e $Var[X] = \theta$. Considere a seguinte parametrização

$$p(x) = \frac{\theta^x \exp^{-\theta}}{x!}, x \in \mathbb{N}.$$

4. Seja X uma variável aleatória com distribuição uniforme de parâmetros $(0, \theta)$, em que $\theta \in \mathbb{R}$. Mostre que $E[X] = \frac{\theta}{2}$ e $Var[X] = \frac{\theta^2}{12}$. Considere a seguinte parametrização

$$f(x) = \frac{1}{(\theta - 0)}, x \in [0, \theta].$$

5. Seja X uma variável aleatória com distribuição exponencial de parâmetro θ, em que $\theta \in \mathbb{R}^+$. Mostre que $E[X] = \frac{1}{\theta}$ e $Var[X] = \frac{1}{\theta^2}$. Considere a seguinte parametrização

$$f(x) = \theta \exp^{-\theta x}, x \in \mathbb{R}^+.$$

6. Seja X uma variável aleatória com distribuição gamma de parâmetros (α, β), em que $\alpha \in \mathbb{R}^+$ e $\beta \in \mathbb{R}^+$. Mostre que $E[X] = \frac{\alpha}{\beta}$ e $Var[X] = \frac{\alpha}{\beta^2}$. Considere a seguinte parametrização

$$f(x) = \frac{\beta^\alpha x^{\alpha-1} \exp^{-\beta x}}{\Gamma(\alpha)}, x \in \mathbb{R}^+.$$

7. Seja X uma variável aleatória com distribuição Normal de parâmetros (μ, σ^2), em que $\mu \in \mathbb{R}$ e $\sigma^2 \in \mathbb{R}^+$. Mostre que $E[X] = \mu$ e $Var[X] = \sigma^2$. Considere a seguinte parametrização

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right], x \in \mathbb{R}.$$