

# Lista de exercícios III - Teoria assintótica da verossimilhança

Teoria assintótica

*Wagner Hugo Bonat*

*2018-08-13*

## Distribuição assintótica da função escore

1. Sejam  $Y_1, \dots, Y_n$  v.a iid de uma população Normal com esperança  $\mu$  e variância conhecida  $\sigma^2 = 1$ . Encontre a função escore para  $\mu$  mostre que sua esperança é zero e obtenha a sua distribuição assintótica.
2. Sejam  $Y_1, \dots, Y_n$  v.a iid de uma população Normal com esperança  $\mu = 10$  e variância desconhecida  $\sigma^2$ . Encontre a função escore para  $\sigma^2$  mostre que sua esperança é zero e obtenha a sua distribuição assintótica.
3. Sejam  $Y_1, \dots, Y_n$  v.a iid de uma população Poisson com esperança  $\mu$ . Encontre a função escore para  $\mu$  mostre que sua esperança é zero e obtenha a sua distribuição assintótica.
4. Sejam  $Y_1, \dots, Y_n$  v.a iid de uma população exponencial de esperança  $\mu$ . Encontre a função escore para  $\mu$  mostre que sua esperança é zero e obtenha a sua distribuição assintótica.
5. Sejam  $Y_1, \dots, Y_n$  v.a. iid de uma população Uniforme com parâmetros  $a = 0$  e  $b$  desconhecido. Encontre a função escore para  $b$ , obtenha sua esperança e se possível sua distribuição assintótica.

## Estimador de máxima verossimilhança

1. Sejam  $Y_1, \dots, Y_n$  v.a iid de uma população Normal com esperança  $\mu$  e variância conhecida  $\sigma^2 = 1$ . Encontre o estimador de máxima verossimilhança para  $\mu$  e obtenha sua distribuição assintótica.
2. Sejam  $Y_1, \dots, Y_n$  v.a iid de uma população Normal com esperança  $\mu = 10$  e variância desconhecida  $\sigma^2$ . Encontre o estimador de máxima verossimilhança para  $\sigma^2$  e obtenha sua distribuição assintótica.
3. Sejam  $Y_1, \dots, Y_n$  v.a iid de uma população Poisson com esperança  $\mu$ . Encontre o estimador de máxima verossimilhança para  $\sigma^2$  e obtenha sua distribuição assintótica.
4. Sejam  $Y_1, \dots, Y_n$  v.a iid de uma população Binomial com  $n = 1$  e esperança  $\mu$ . Encontre o estimador de máxima verossimilhança para  $\sigma^2$  e obtenha sua distribuição assintótica.
5. Sejam  $Y_1, \dots, Y_n$  v.a iid de uma população Binomial com  $n = 1$  e esperança  $\mu$ . Encontre o estimador de máxima verossimilhança para  $\sigma^2$  e obtenha sua distribuição assintótica.
6. Sejam  $Y_1, \dots, Y_n$  v.a iid de uma população exponencial com esperança  $\mu$ . Encontre o estimador de máxima verossimilhança para  $\mu$  e obtenha sua distribuição assintótica.
7. Sejam  $Y_1, \dots, Y_n$  v.a. iid de uma população Uniforme com parâmetros  $a = 0$  e  $b$  desconhecido. Encontre o estimador de máxima verossimilhança para  $b$  e obtenha sua distribuição.
8. Considere quatro observações  $y_1 < 10$ ,  $y_2 > 10$ ,  $5 < y_3 < 10$  e  $y_4 = 10$ , provenientes de uma população Normal com esperança  $\mu$  e variância conhecida  $\sigma^2 = 1$ . Obtenha o estimador de máxima verossimilhança para  $\mu$ . Dica use um otimizador numérico como a `optim()` em R.
9. Considere quatro observações  $y_1 < 10$ ,  $y_2 > 10$ ,  $5 < y_3 < 10$  e  $y_4 = 10$ , provenientes de uma população Poisson com esperança  $\mu$ . Obtenha o estimador de máxima verossimilhança para  $\mu$ . Dica use um otimizador numérico como a `optim()` em R.

## Família exponencial

1. Escreva as seguintes distribuições na forma da família exponencial:
  - a) Normal (variância conhecida).
  - b) Exponencial.
  - c) Poisson.
  - d) Binomial.
  - e) Normal inversa.
  - f) Geométrica.