

Типовая модель Евросоюза

Оглавление

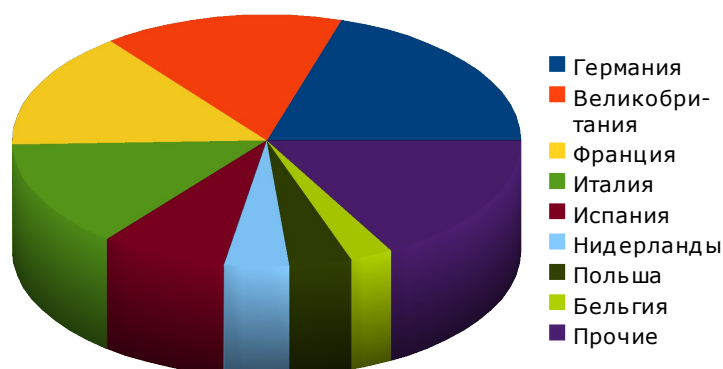
Введение в модель.....	1
Формулы.....	2
Производственная функция.....	2
Калибровка параметров производственной функции.....	3
Функция полезности.....	3
Калибровка параметров функции полезности.....	4
Обозначения.....	4
Условия равновесия.....	5
Равновесие на рынке факторов.....	5
Равновесие на рынке товаров.....	6
Нулевая прибыль производителей.....	6
Торговый баланс.....	6
Агенты экономики.....	6
Факторы производства.....	6
Правила перемещения факторов.....	6
Производители.....	6
Спрос на факторы.....	7
Спрос на товары для промежуточного потребления.....	7
Налоги.....	7
Домашние хозяйства.....	8
Бюджет домашних хозяйств.....	8
Спрос домашних хозяйств.....	8
Уровни замещения.....	8
Алгоритм поиска матрицы спроса.....	8
Национальные правительства.....	9

Введение в модель

Каждое государство-член Евросоюза, а также остальной мир, представлены как отдельный регион. В целях экономии вычислительных ресурсов, а также облегчения интерпретации полученных данных были взяты не все 28 стран-членов Евросоюза, а лишь 8 наиболее экономически влиятельных:

1. Германия
2. Великобритания
3. Франция
4. Италия
5. Испания
6. Голландия
7. Польша
8. Бельгия

Суммарный объем ВВП этих стран составляет 83% совокупного ВВП Евросоюза



Кроме того, остальной мир также включен в модель и имеет структуру, идентичную регионам евросоюза.

Каждый регион имеет **5** производств:

1. Добыча полезных ископаемых;
2. Обрабатывающая промышленность (кроме производства электроэнергии);
3. Сельское, рыбное, лесное хозяйства;
4. Транспорт и связь;
5. Производство, транспортировка и распределение

электроэнергии.

Каждый из производителей производит один вид благ. Продукты одних и тех же отраслей, произведенные в разных регионах считаются разными товарами и имеют свои, отличные от импортных аналогов, цены. Производители выплачивают налоги с факторов национальным правительствам. Для производства используются факторы (капитал и труд) и товары для промежуточного потребления, как отечественного производства, так и импортированные из-за границы.

Каждый регион имеет 1 домохозяйство, которое получает доход от продаваемых факторов (капитала и труда) и трансфертов, получаемых от национальных правительств. Свои доходы домашние хозяйства тратят на покупку товаров произведенных как у себя на родине, так и за рубежом.

Каждый регион содержит начальное количество факторов производства (капитала и труда). Кроме того факторы могут частично перемещаться из одного региона в другой, если в своем регионе фактор не приносит того уровня доходов, который он мог бы приносить в другом регионе. В этом случае доход с фактора получает домохозяйство того региона, в каком находится фактор.

Каждый регион (кроме остального мира) имеет национальные правительства которые собирают налоги с местных производств. Полученные средства передаются домохозяйству местного региона.

Формулы

Производственная функция

В модели используется производственная функция с постоянной эластичностью замещения факторов, которая имеет следующий вид:

$$Y = \gamma \cdot (\delta \cdot K^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1-\delta) \cdot L^{\frac{\sigma-1}{\sigma}})^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}, \text{ где}$$

L, K — используемые факторы;

Y — уровень производства;

γ — масштабный множитель;

δ — доля факторов

σ — эластичность замещения факторов (в данном случае капитал и труд).

Формула определения количества входных факторов, минимизирующих функцию издержек производства:

$$K = \frac{Y}{\gamma} \cdot \left((1-\delta) \cdot \left(\frac{\delta}{(1-\delta)} \cdot \frac{P_L}{P_K} \right)^{1-Sigma} + \delta \right)^{\frac{Sigma}{1-Sigma}} \quad (1)$$

$$L = \frac{Y}{\gamma} \cdot \left(\delta \cdot \left(\frac{1-\delta}{\delta} \cdot \frac{P_K}{P_L} \right)^{1-Sigma} + (1-\delta) \right)^{\frac{Sigma}{1-Sigma}}, \text{ где} \quad (2)$$

P_K, P_L — цены на факторы;

Калибровка параметров производственной функции

При калибровке модели был использован численный метод калибровки. Систему

$$\begin{cases} Y - \gamma \cdot (\delta \cdot K^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1-\delta) \cdot L^{\frac{\sigma-1}{\sigma}})^{\frac{\sigma}{\sigma-1}} = 0, \\ K - \frac{Y}{\gamma} \cdot \left((1-\delta) \cdot \left(\frac{\delta}{(1-\delta)} \cdot \frac{P_L}{P_K} \right)^{1-Sigma} + \delta \right)^{\frac{Sigma}{1-Sigma}} = 0, \\ L - \frac{Y}{\gamma} \cdot \left(\delta \cdot \left(\frac{1-\delta}{\delta} \cdot \frac{P_K}{P_L} \right)^{1-Sigma} + (1-\delta) \right)^{\frac{Sigma}{1-Sigma}} = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Решить относительно γ, δ, σ

Функция полезности

$$U = (\delta \cdot X_1^{\frac{\sigma-1}{\sigma}} + (1-\delta) \cdot X_2^{\frac{\sigma-1}{\sigma}})^{\frac{\sigma}{\sigma-1}}, \text{ где}$$

δ — доля товаров;

σ — эластичность замещения товаров.

U — полезность;

X_1, X_2 — количество потребляемых товаров.

Формула определения количества покупаемых товаров, максимизирующих функцию полезности:

$$X_1 = \left(\frac{\delta}{P_{X_1}} \right)^{Sigma} \cdot \frac{M}{\delta^{Sigma} \cdot P_{X_1}^{1-Sigma} + (1-\delta)^{Sigma} \cdot P_{X_2}^{1-Sigma}} \quad (4)$$

$$X_2 = \left(\frac{1-\delta}{P_{X_2}} \right)^{Sigma} \cdot \frac{M}{\delta^{Sigma} \cdot P_{X_1}^{1-Sigma} + (1-\delta)^{Sigma} \cdot P_{X_2}^{1-Sigma}}, \text{ где} \quad (5)$$

P_{X_1}, P_{X_2} — цены на продукты.

Калибровка параметров функции полезности

Если для калибровки параметров производственной функции достаточно 1 наблюдения, то для калибровки функции полезности необходимо 2 наблюдения.

Пусть X_i^j - количество купленного продукта i -го в j -м наблюдении, а P_i^j — цена на эти продукты;

Тогда численно решая систему

$$\begin{cases} X_1^1 - \left(\frac{\delta}{P_1^1} \right)^{\text{Sigma}} \cdot \frac{M}{\delta^{\text{Sigma}} \cdot (P_1^1)^{1-\text{Sigma}} + (1-\delta)^{\text{Sigma}} \cdot (P_2^1)^{1-\text{Sigma}}} = 0 \\ X_2^1 - \left(\frac{1-\delta}{P_2^1} \right)^{\text{Sigma}} \cdot \frac{M}{\delta^{\text{Sigma}} \cdot (P_1^1)^{1-\text{Sigma}} + (1-\delta)^{\text{Sigma}} \cdot (P_2^1)^{1-\text{Sigma}}} = 0 \\ X_1^2 - \left(\frac{\delta}{P_1^2} \right)^{\text{Sigma}} \cdot \frac{M}{\delta^{\text{Sigma}} \cdot (P_1^2)^{1-\text{Sigma}} + (1-\delta)^{\text{Sigma}} \cdot (P_2^2)^{1-\text{Sigma}}} = 0 \\ X_2^2 - \left(\frac{1-\delta}{P_2^2} \right)^{\text{Sigma}} \cdot \frac{M}{\delta^{\text{Sigma}} \cdot (P_1^2)^{1-\text{Sigma}} + (1-\delta)^{\text{Sigma}} \cdot (P_2^2)^{1-\text{Sigma}}} = 0 \end{cases}$$

относительно δ и σ мы получаем параметры функции полезности.

Обозначения

R — количество регионов (вместе с остальным миром) — 28.

J — количество производства в каждом регионе — 5.

F — количество факторов — 2.

$DF_{r,j}^f$ - спрос на f -й фактор j -м производителем в r -м регионе; каждый производитель для производства необходимого (заказанного у него производителями и домашними хозяйствами своего региона, регионов Евросоюза и всего мира) количества товара предъявляет спрос на каждый из двух факторов. Производители могут использовать только факторы, находящиеся в том же регионе (в отличие от продуктов для промежуточного потребления, которые можно заказать из любого региона).

$\overline{FD}_r^f = \sum_j FD_{r,j}^f$ — суммарный спрос на f -й фактор в r -м регионе;

FS_r^f - предложение f -го фактора в r -м регионе;

$GD_{r,j}^{s,i}$ - спрос j -м производителем в r -м регионе на i -й товар,

произведенный в s-м регионе для промежуточного потребления;

$\overline{GD}_{interm}^{s,i} = \sum_{r,j} GD_{r,j}^{s,i}$ — суммарный спрос на продукцию s-й отрасли, i- региона, предъявляемый всеми производителями во всех регионах.

$GD_r^{s,i}$ - спрос домохозяйством в r-м регионе на i-й товар, произведенный в s-м регионе для конечного потребления;

$\overline{GD}_{final}^{s,i} = \sum_r GD_r^{s,i}$ — суммарный спрос на продукцию s-й отрасли, i- региона, предъявляемый домохозяйствами во всех регионах для конечного потребления.

$GS_{r,j}$ - предложение j-м производителем в r-м регионе своего товара;

$FP_{r,f}$ - цена на f-й фактор в r-м регионе;

$FP_{r,f}^j = FP_{r,f} \cdot (1 + \tau_r^j)$ - цена на f-й фактор в r-м регионе для j-го производителя с учетом налогов на факторы используемые в его производстве;

$GP_{r,j}$ - цена на продукт j-й отрасли в r-м регионе;

GI_r — совокупный налоговый сбор национального правительства r-го региона;

TR_r — трансфер домашнему хозяйству r-го региона;

$B_r = FP_{r,K} \cdot \overline{FD}_r^K + FP_r \cdot \overline{FD}_r^L + TR_r$ - бюджет домохозяйства;

Условия равновесия

Равновесие на рынке факторов

Предложение факторов в каждом регионе равно спросу на факторы.

$$\overline{FD}_r^f = FS_r^f, \quad r \in R, f \in F (R \cdot F \text{ уравнений})$$

Равновесие на рынке товаров

Суммарное промежуточное и конечное потребление равно общему уровню производства

$$\overline{GD}_{interm}^{s,i} + \overline{GD}_{final}^{s,i} = GS_{s,i}, \quad s \in R, i \in J$$

Нулевая прибыль производителей

Выручка производителей равна общим издержкам (с учетом

налогообложения)

$$GP_{r,j} \cdot GS_{r,j} = \sum_f (FP_{r,f}^j \cdot FD_{r,j}^f) + GD_{r,j}^{s,i} \cdot GP_{r,j}$$

Торговый баланс

Для каждого региона должно выполняться условия нулевого торгового баланса: стоимость импорта равна стоимости экспорта.

$$\sum_{s,i} PD_{r,j}^{s,i} + \sum_{s,i} PD_r^{s,i} = \sum_{s,i} PD_{s,i}^{r,j} + \sum_s PD_s^{r,j}, \quad r \in 1..R, j \in 1..R$$

Все 4 условия равновесия порождают $R \cdot F + R \cdot J + R \cdot J + R + 1$ уравнений.

Агенты экономики

Факторы производства

Факторы производства представляют собой рабочую силу и капитал, необходимые для производства товаров. В каждом регионе имеется начальное количество каждого из 2х факторов которое может частично перемещаться между регионами в поисках более высокого дохода, который может быть получен с их продажи.

Правила перемещения факторов

Пусть $FI_{r,f}$ — доход, получаемый домашним хозяйством r с каждой единицы фактора f , а \overline{FI}_f — средний по регионам доход с фактора f .

Тогда количество факторов, желающих уехать из родного региона вычисляется как:

$$FM_{r,f} = \frac{FI_{r,f}}{\overline{FI}_f} \cdot \mu \cdot EF_{r,f}, \text{ где}$$

$FM_{r,f}$ — количество фактора f , желающего покинуть родной регион r ;

$EF_{r,f}$ — исходное количество фактора f в регионе r ;

$\mu \in [0..1]$ — коэффициент, характеризующий любовь к родине, чем выше, тем меньше, тем большие беды согласен терпеть фактор, лишь бы не покидать отчий край;

После того, как мы определили количество факторов, желающих уехать в принципе, необходимо определить, куда конкретно они переезжают.

$$MV_{r,f}^s = \frac{FI_{s,f}}{\sum_s FI_{s,f}} \cdot FM_{r,f}, \quad \text{где } MV_{r,f}^s \text{ — количество фактора } f,$$

перемещающегося из региона r в регион s .

Производители

Домашние хозяйства (как конечные потребители) и производители (как промежуточные потребители) предъявляют спрос на товары и услуги.

Производители стремятся удовлетворить предъявленный спрос минимизируя затраты на производство. С учетом цен на факторы в данном регионе и мировых цен на товары, производитель решает задачу минимизации функции стоимости.

Для производства товара необходимы ресурсы двух видов: факторы производства и товары для промежуточного потребления.

Спрос на факторы

Спрос на факторы вычисляется путем подстановки необходимого уровня производства и цен на факторы в формулы оптимального количества используемых факторов (1), (4):

$$K = \frac{Y}{y} \cdot \left((1-\delta) \cdot \left(\frac{\delta}{(1-\delta)} \cdot \frac{P_L}{P_K} \right)^{1-\text{Sigma}} + \delta \right)^{\frac{\text{Sigma}}{1-\text{Sigma}}},$$

$$L = \frac{Y}{y} \cdot \left(\delta \cdot \left(\frac{1-\delta}{\delta} \cdot \frac{P_K}{P_L} \right)^{1-\text{Sigma}} + (1-\delta) \right)^{\frac{\text{Sigma}}{1-\text{Sigma}}},$$

Спрос на товары для промежуточного потребления

Спрос на товары для промежуточного потребления имеет фиксированные пропорции. Иными словами на производство одной единицы товара необходимо одно и тоже количество каждого типа промежуточного потребления.

Пусть $a_{r,j}^{s,i}$ — количество продукта i -й отрасли s -го региона, необходимое для производства 1 единицы j -го продукта в r -м регионе. Тогда спрос этого производителя находится как:

$$FD_{r,j}^{s,i} = D_{r,j} \cdot a_{r,j}^{s,i}, \quad \text{где}$$

D — уровень производства данной отрасли;

Налоги

Производители выплачивают налоги с используемых факторов национальному правительству. При этом при определении спроса на

факторы производитель ориентируется на цены с учетом налогообложения:

$$\hat{P}_{r,f} = P_{r,f} \cdot (1 + t_{r,f}), \text{ где}$$

$\hat{P}_{r,f}$ — стоимость фактора f в регионе r с учетом налогообложения;

$P_{r,f}$ — нетто-цена аналогичного фактора;

$t_{r,f}$ — налог национального правительства r -м регионе на f -й факторов;

Домашние хозяйства

Бюджет домашних хозяйств

Бюджет домашнего хозяйства складывается из факторного дохода хозяйства плюс трансфертов, полученных от национального правительства

Спрос домашних хозяйств

Домашнее хозяйство предъявляет спрос на $R \cdot J$ товаров (как отечественных, так и импортных) с учетом цен на эти товары и своего бюджета. Для моделирования спроса домашних хозяйств используется 5-двухуровневая вложенная (nested) CES-функция полезности.

Уровни замещения

1. Замещение между энергетическими и неэнергетическими товарами;
2. Замещение между четырьмя неэнергетическими товарами
3. Замещение между товарами и произведенными внутри Евросоюза и товарами, импортированными из остального мира (для домашнего хозяйства из остального мира на этом уровне происходит замещение между товарами, произведенными в остальном мире, и товарами импортируемыми из Евросоюза);
4. Замещение между отечественными товарами и товарами, произведенными в других странах евросоюза (только для домохозяйств Евросоюза);
5. Замещение между товарами, произведенными в других странах Евросоюза.

Алгоритм поиска спроса

На каждом уровне замещения происходит определение количества денег, которое какое-либо домохозяйство желает потратить на каждую из тех групп товаров, между которыми происходит замещение на данном уровне.

Первый уровень. Замещение между энергетическими и неэнергетическими товарами.

Найдем средние цены на неэнергетические и энергетические товары в мире:

$$GP_{неэнерг.} = \frac{\sum_{\substack{r \in [1..R-1] \\ j \in [1..J]}} GP_{r,j}}{R \cdot (J-1)}, \quad GP_{энерг.} = \frac{\sum_{r \in [1..R]} GP_{r,J}}{R}$$

После этого найденные средние цены подставляем в (1) и (4):

$$GD_{неэнерг.} = \left(\frac{\delta}{GP_{неэнерг.}} \right)^{Sigma} \cdot \frac{M}{\delta^{Sigma} \cdot (GP_{неэнерг.})^{1-Sigma} + (1-\delta)^{Sigma} \cdot (GP_{энерг.})^{1-Sigma}}$$

$$GD_{энерг.} = \left(\frac{1-\delta}{GP_{энерг.}} \right)^{Sigma} \cdot \frac{M}{\delta^{Sigma} \cdot (GP_{неэнерг.})^{1-Sigma} + (1-\delta)^{Sigma} \cdot (GP_{энерг.})^{1-Sigma}}$$

и получаем $GD_{неэнерг.}$ и $GD_{энерг.}$ - количества покупаемых неэнергетических и энергетических товаров. Если теперь умножить количества на цены, мы получим сумму денег потраченную на соответствующий товар:

$$B_{неэнерг.} = GD_{неэнерг.} \cdot GP_{неэнерг.}, \quad B_{энерг.} = GD_{энерг.} \cdot GP_{энерг.}$$

Второй уровень. Замещение между неэнергетическими товарами.

На этом уровне мы предполагаем эластичности замещения факторов равными $-\infty$, то есть CES-функция вырождается в функцию Кобба-Дугласа с параметрами $\delta_j \in [0..1]$, $\sum_{j=1}^J \delta_j = 1$

Находим средние цены на каждый из неэнергетических товаров:

$$\bar{GP}_j = \frac{\sum_r GP_{r,j}}{R}$$

Подставляя данные цены в функцию определения покупаемых продуктов для функции полезности Кобба-Дугласа, получаем:

$$GD_j = \frac{B_{неэнерг.} \cdot \delta_j}{\bar{GP}_j} \rightarrow B_j = GD_j \cdot \bar{GP}_j, \quad j \in [1..J-1]$$

Алгоритм на последующих уровнях замещения аналогичен вышеописанному.

После того, как все пять уровней замещения будут вычислены, мы получим совокупность величин $B^{s,i}$, $s \in R, i \in J$, таких, что $B^{s,i}$ показывает, сколько денег домохозяйство тратит на i -й товар, произведенный в s -м регионе. Теперь спрос домохозяйства можно найти как: $DG_r^{s,i} = B^{s,i} \cdot PG_{s,i}$.

Национальные правительства

Национальные правительства передают весь полученный от налогообложения доход домашнему хозяйству своего региона.

Реализация модели

Для решения модели средствами пакета MATLAB необходимо представить модель в виде отображения:

$F: R^n \rightarrow R^m$, где n — число неизвестных;

m — число уравнений;

В качестве переменных модели используются три набора величин:

1. Уровни продукции (матрица $R \times J$);
2. Цены на ресурсы (матрица $R \times J$);
3. Цены на факторы (матрица $R \times F$);

Эти переменные подаются на вход отображения, а на выходе мы получаем вектор невязок, которые есть не что иное как разность левых и правых частей уравнений, составляющих условия равновесия.

Статистика

Для функционирования модели, ей нужно представить определенные экзогенные параметры, которые будут связывать ее экономическими реалиями. Эти параметры (либо цифры на основе которых параметры будут вычислены) необходимо взять получить из национальных статистик моделируемых стран. Перечислим эти параметры:

Начальные количества ресурсов

Нам необходимо знать начальные количества ресурсов, имеющиеся в каждом регионе.

Матрица размером $R \times F$ такая что, элемент в R -й строке и F -м столбце обозначает начальное количество F -го ресурса в R -м регионе.

Начальное количество труда можно определить, как суммарная выплаченная зарплата в регионе.

Уровни производства

Матрица размером $R \times J$; элемент в R -й строке в J -м столбце обозначает количество J -го товара произведенного в R -м регионе.

Данные для калибровки функции спроса

Для каждого домохозяйства (всего R матриц):

Матрица спроса - матрица размером $\mathbf{R} \times \mathbf{J}$; элемент в \mathbf{R} -й строке и \mathbf{J} -м столбце обозначает количество \mathbf{J} -го товара из \mathbf{R} -го региона, которое было куплено данным регионом.

Данные для калибровки производственных функций

1. Матрица ($\mathbf{R} \times \mathbf{F}$) выпуска: элемент в \mathbf{R} -й строке в \mathbf{J} -м столбце обозначает количество \mathbf{J} -го товара произведенного в \mathbf{R} -м регионе.
2. Матрица ($\mathbf{R} \times \mathbf{F}$) использованного капитала: элемент в \mathbf{R} -й строке в \mathbf{J} -м столбце обозначает количество капитала, использованного в \mathbf{J} -м производстве произведенного в \mathbf{R} -м регионе.
3. Аналогично п.2 для труда
4. Для каждого производителя (всего $\mathbf{R} * \mathbf{F}$ матриц): Матрица размером $\mathbf{R} \times \mathbf{F}$; элемент в \mathbf{R} -й строке и \mathbf{J} -м столбце обозначает количество \mathbf{J} -го товара из \mathbf{R} -го региона, использованного в качестве промежуточного потребления в данном производстве.

Данные для определения эффективных ставок налогов с факторов

Матрица размером $\mathbf{R} \times \mathbf{F}$: элемент в \mathbf{R} -й строке и \mathbf{F} -м столбце обозначает сумму налога с \mathbf{F} -го фактора собранным правительством \mathbf{R} -го региона.