

Раздел «Язык Си» . PascalTriangle :

Треугольник Паскаля

Всем известны формулы

$(a+b)^0 =$	1	0			1	
$(a+b)^1 =$	$a+b$	1			1	
$(a+b)^2 =$	$a^2+2ab+b^2$	2		1	2	
$(a+b)^3 =$	$a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$	3		1	3	
$(a+b)^4 =$	$a^4+4a^3b+6a^2b^2+4ab^3+b^4$	4		1	4	6
$(a+b)^5 =$...	5		1	5	10
$(a+b)^6 =$...	6	1	6	15	20

То, что нарисовано справа называется *треугольником Паскаля* – в n -ой строчке этого треугольника находятся коэффициенты для разложения $(a+b)^n$.

Число номер $k+1$ в n -ой строчке называется биномиальным коэффициентом C_n^k .

Например, $C_3^0 = 1, C_5^2 = 10, C_4^2 = 6$.

Эти числа возникают в задаче о числе сочетаний: C_n^k – это число способов выбрать k элементов из n различных. Например, число байт, в которых ровно 3 единицы – это число C_8^3 --- число способов выбрать три бита, в которых будут стоять единицы, из восьми бит байта.

Обратите внимание на то, что каждое число в треугольнике Паскаля равно сумме двух чисел из предыдущей строчки, которые находятся над ним.

Докажите, что $C_n^1 = n, C_n^k + C_n^{k+1} = C_{n+1}^{k+1}, C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Рассмотрим две программы, которые решают следующие задачи:

1. Запрограммировать функцию $C(n, k) = C_n^k$.
2. Вывести на экран n строчек треугольника Паскаля.

```

/*
Вычисление биномиальных коэффициентов.
*/
#include <stdio.h>
long C(long n, long k)
{
    if(k == 0 || n == k) return 1;
    return C(n - 1, k - 1) + C(n - 1, k);
}
int main()
{
    long n, k;
    scanf ("%ld%ld", &n, &k);

```

Поиск

Поиск

Раздел «Язык Си»

Главная
Зачем учить C?
Определения
Инструменты:
Поиск
Изменения
Index
Статистика

Разделы

Информация
Алгоритмы
Язык Си
Язык Ruby
Язык
Ассемблера
E! Judge
Парадигмы
Образование
Сети
Objective C

Logon>>

```
printf ("%ld ", C(n, k));
return 0;
}
```

- Сколько раз вызовется функция $C(., .)$ при вычислении $C(n, k)$?
- Докажите, что время вычисления C_n^k по приведенному алгоритму

пропорционально C_n^k .

- Оцените асимптотику $C_n^{n/2}$, а именно, напишите программу, которая вычисляет $\log C_n^{n/2}$ для $n=2, 4, \dots, 40$ и нарисуйте график $\log C_n^{n/2}$ от n .

```
/*
Вычисление треугольника Паскаля.
*/
#include <stdio.h>
#define N 1000
long c[N];
int main ()
{
    long n, i, j;
    scanf ("%ld", &n);
    for(i = 1; i <= n ; i++) c[i] =0;
    c[0] = 1;
    for(j = 1 ; j <= n; j++)
        for(i = j; i >= 1 ; i--)
            c[i] = c[i-1] + c[i];

    for(i = 0; i <= n ; i++)
        printf ("%ld\n", c[i]);

    return 0;
}
```

- Докажите, что указанный алгоритм вычисления n -ой строки треугольника Паскаля работает быстрее, чем алгоритм вычисления C_n^k из предыдущей программы, а именно время работы пропорционально n^2 .
- Начиная с какого n самое большое число из n -ой строки не помещается в тип long?

Рекурсия с запоминанием

Сравните время вычисления $C(20,10)$ с запоминанием и без.

```
/*
Вычисление биномиальных коэффициентов.
*/
#include <stdio.h>
long Cd[100][100];
long C(long n, long k)
{
    if ( Cd[n][k] > 0 ) return Cd[n][k];
    if (k == 0 || n == k) return 1;
    return Cd[n][k] = C(n - 1, k - 1) + C(n - 1, k);
}
int main()
{
    long n, k;
    for(n = 0; n < 100; n++) for( k = 0 ; k < 100; k++) Cd[n][k] = 0;
    scanf ("%ld%ld", &n, &k);
}
```

```
    printf ("%ld\n", C(n, k));  
    return 0;  
}
```

-- ArtemVoroztsov - 08 Sep 2004

(c) Материалы раздела "Язык Си" публикуются под лицензией GNU Free Documentation License.