

### Раздел «Язык Си» . EquationRoot :

### Корень уравнения

Рассмотрим уравнение, которое не имеет явной формулы для корня:

$e^x = x - 2$ . С помощью компьютера можно найти положительный корень этого уравнения с точностью до 10 знаков после запятой, то есть с погрешностью не более  $10^{-10}$ .

Вот решение этой задачи:

```
/* Вычисление корня трансцендентного уравнения */
#include <stdio.h>
#include <math.h>
#define EPS 1e-10
double f(double x)
{
    return exp(x) - 2 - x;
}
void main()
{
    double l = 0, r = 2, c;
    while( r - l > EPS )
    {
        c = ( l + r ) / 2;
        if( f(c) * f(r) < 0 ) l = c;
        else r = c;
    }
    printf ( "%.10lf\n", (l + r)/2 );
}
```

При компиляции этой программы с помощью GCC следует указать опцию `-lm`, чтобы при линковщик подключил библиотеку `mlib` с математическими функциями:

```
bash$ gcc -lm root.c -o root
```

В библиотеке `mlib`, в частности, определена функция `exp`, вычисляющая экспоненту, а также многие другие математические функции: тригонометрические, корень, степень, логарифм, ...

Директива `#define EPS 1e-10` означает: везде, где встречается комбинация `EPS` заменить её на число `1e-10`, то есть  $1 \cdot 10^{-10}$ . Число `EPS` – это погрешность, с которой мы хотим найти корень.

Алгоритм вычисления корня основан на методе деления пополам. А именно, пусть мы знаем, что корень функции находится между `l=0` и `r=2`. Найдём середину `c` отрезка `[l, r)`. Корень находится на одном из промежутков: либо на `[l, c)`, либо на `[c, r)`, а именно на том, значение функции на концах которого имеет разные знаки (вспомните теорему Ролля из курса мат. анализа). Выберем нужный из двух отрезков и применим к нему те же рассуждения. Будем заниматься делением пополам, пока размер отрезка не станет меньше необходимой точности.

### Вопросы и задачи

- За один шаг длина отрезка `[l, r)` уменьшается в два раза. Сколько нужно шагов, чтобы уменьшить отрезок в более чем 1000 раз?

Поиск

Поиск

Раздел «Язык Си»

Главная  
Зачем учить C?  
Определения

Инструменты:

Поиск  
Изменения  
Index  
Статистика

Разделы

Информация  
Алгоритмы  
Язык Си  
Язык Ruby  
Язык  
Ассемблера  
E! Judge  
Парадигмы  
Образование  
Сети  
Objective C

Logon>>

- Сколько требуется шагов, чтобы начиная с отрезка длины  $10^{-10}$  прийти до отрезка длины меньше  $10^{-10}$ ? Сколько требуется шагов, чтобы найти корень с точностью до 100 знаков после запятой?
- В случае деления попалам у нас есть нижняя и верхняя граница для значения корня. С каждым шагом эти границы сближаются. В методе Ньютона нахождения корня уравнения у нас имеется одно число  $x$  – текущее приближение корня. И следующее приближение получается по следующему алгоритму: находим точку на графике с абсциссой  $x$  и проводим из неё касательную к графику; абсцисса точки пересечения касательной с осью абсцисс будет новым значением  $x$ . Так делается до тех пор, пока новое  $x$  отличается от старого на число меньше, чем  $10^{-10}/2$ . Реализуйте этот алгоритм. Для этого вам понадобится определить еще одну функцию, которая возвращает значение производной  $f'(x) = (e^x - x - 2)' = e^x - 1$ .

(с) Материалы раздела "Язык Си" публикуются под лицензией GNU Free Documentation License.