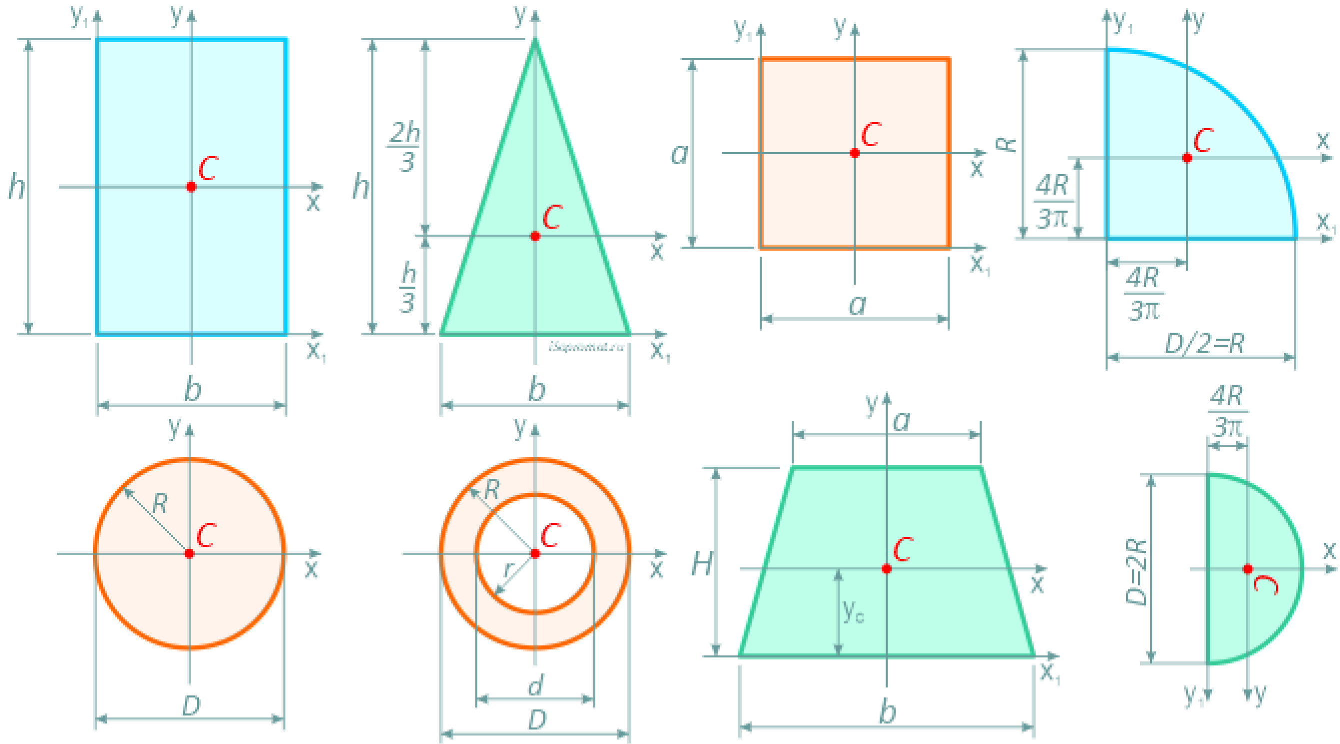
iSopromat.ru



ЦЕНТРЫ ТЯЖЕСТИ И МОМЕНТЫ ИНЕРЦИИ ОСНОВНЫХ ПРОСТЫХ ФИГУР

ПОЛУЧИТЬ РЕШЕНИЕ

Формулы площадей, центров тяжести, осевых и полярных моментов инерции, моментов сопротивления и других геометрических характеристик основных простых фигур: прямоугольника, квадрата, равнобедренного и прямоугольного треугольника, круга, полукруга, четверти круга, кольцевого и тонкостенного сечений.

Обозначения в формулах:

C – положение центра тяжести фигуры;

A – площадь сечения;

I_x , I_y – осевые моменты инерции сечения относительно главных осей;

I_{x1} , I_{y1} – осевые моменты инерции относительно вспомогательных (смещённых) осей;

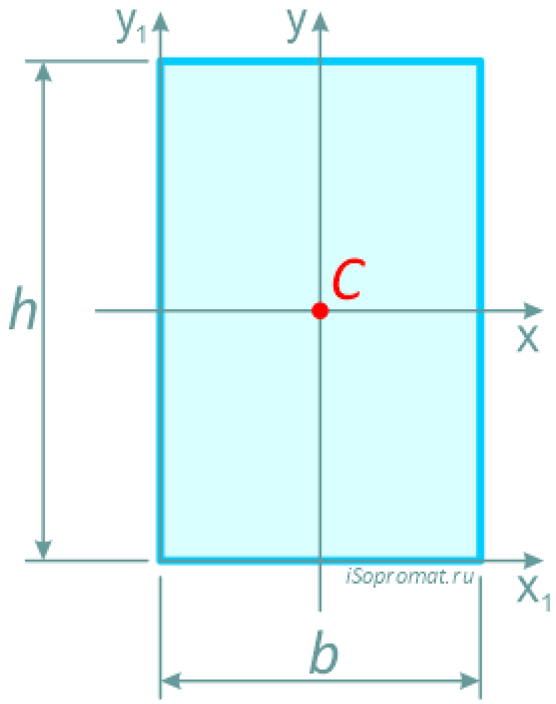
I_ρ – полярный момент инерции сечения;

W_x , W_y – осевые моменты сопротивления;

W_ρ – полярный момент сопротивления

Прямоугольник

Прямоугольник высотой h и шириной b.



Центр тяжести прямоугольника в точке пересечения его диагоналей, на расстоянии половины высоты (h/2) по вертикали и половины ширины (b/2) по горизонтали.

Площадь

$$A = b \cdot h$$

Центральные осевые моменты инерции прямоугольника

$$I_x = \frac{bh^3}{12}, \quad I_y = \frac{b^3h}{12}$$

Моменты инерции относительно смещенных осей, проходящих через нижнюю левую точку

$$I_{x1} = \frac{bh^3}{3}, \quad I_{y1} = \frac{b^3h}{3}$$

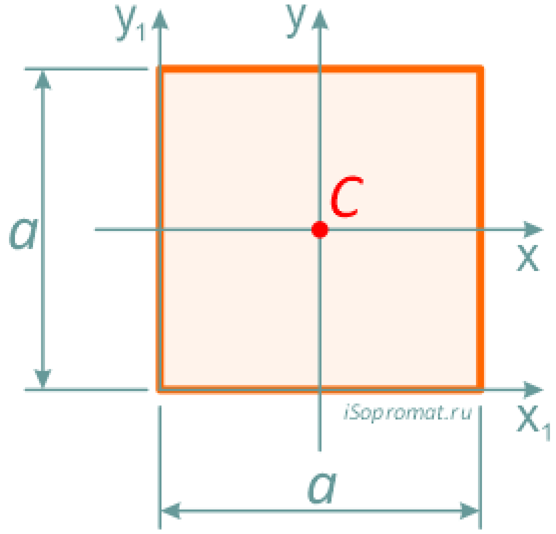
Осевые моменты сопротивления прямоугольного сечения

$$W_x = \frac{bh^2}{6}, \quad W_y = \frac{b^2h}{6}$$

Квадрат

Квадрат – это частный случай прямоугольника, у которого высота равна ширине, т.е. h=b=a.

Центр тяжести квадрата находится так же на пересечении диагоналей – на расстоянии половины стороны (a/2) по высоте и ширине.



Площадь

$$A = a^2$$

Центральные осевые моменты инерции квадрата

$$I_x = I_y = \frac{a^4}{12}$$

Моменты инерции относительно смещенных осей, проходящих через нижнюю левую точку

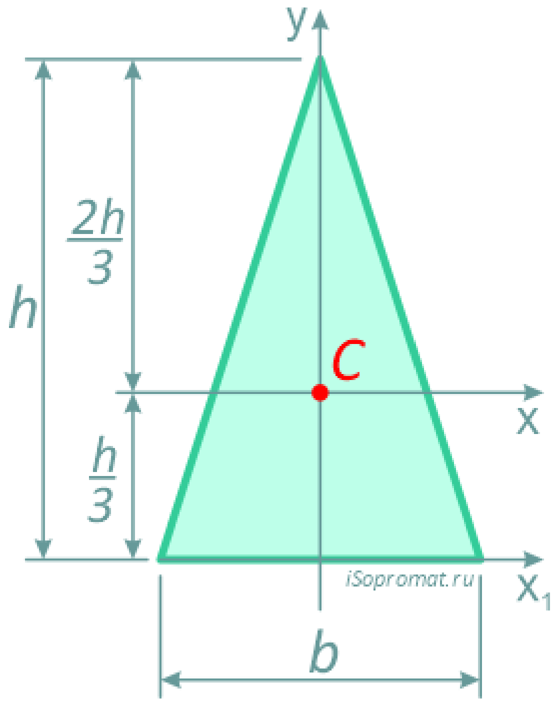
$$I_{x1} = I_{y1} = \frac{a^4}{3}$$

Осевой момент сопротивления квадратного сечения

$$W_x = W_y = \frac{a^3}{6}$$

Треугольник равнобедренный

Равнобедренный треугольник высотой h и шириной основания b.



Центр тяжести треугольника располагается в точке пересечения его медиан на расстоянии 1/3 высоты от основания и 2/3 высоты от его вершин.

Площадь

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

Центральные осевые моменты инерции треугольника

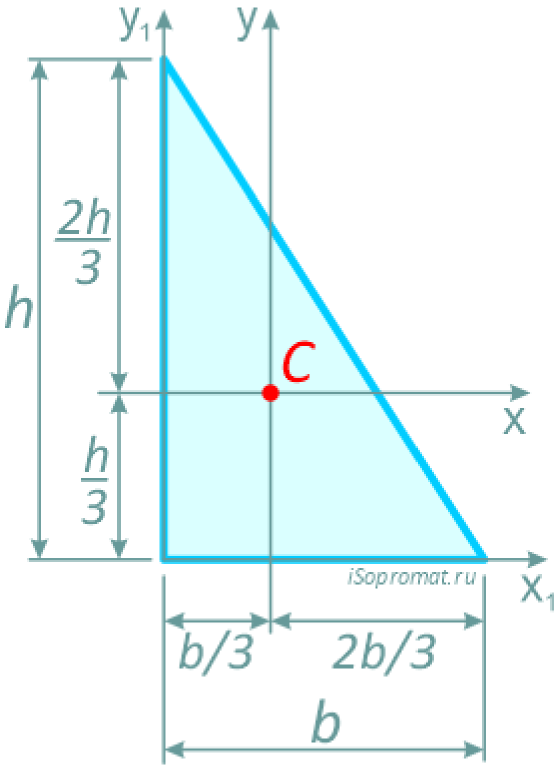
$$I_x = \frac{bh^3}{36}, \quad I_y = \frac{b^3 h}{48}$$

Момент инерции относительно смещенной оси x_1, проходящей через его основание

$$I_{x1} = \frac{bh^3}{12}$$

Прямоугольный треугольник

Прямоугольный треугольник высотой h и шириной основания b.



Центр тяжести прямоугольного треугольника располагается аналогично, на пересечении медиан на расстоянии 1/3 высоты от основания и 2/3 высоты от вершины.

Площадь

$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

Центральные осевые моменты инерции прямоугольного треугольника

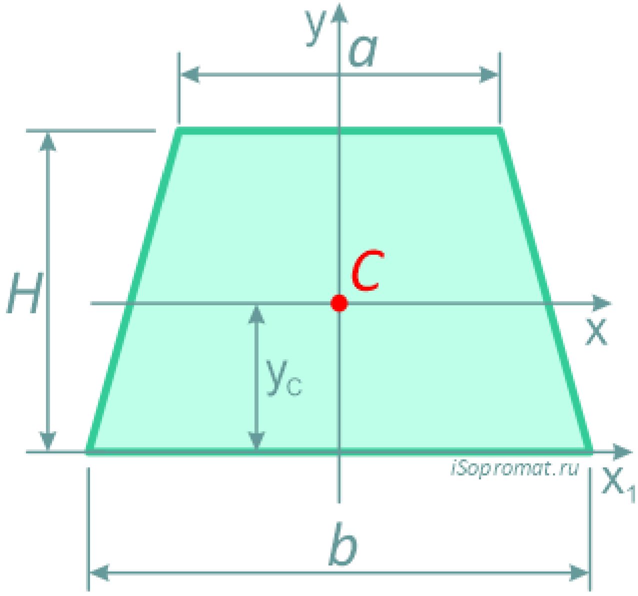
$$I_x = \frac{bh^3}{36}, \quad I_y = \frac{b^3h}{36}$$

Моменты инерции относительно смещенных осей x_1 и y_1, проходящих через точку, соединяющую его катеты

$$I_{x1} = \frac{bh^3}{12}, \quad I_{y1} = \frac{b^3h}{12}$$

Трапеция

Равнобокая трапеция высотой H и шириной оснований: малого a и большого b.



Площадь трапеции

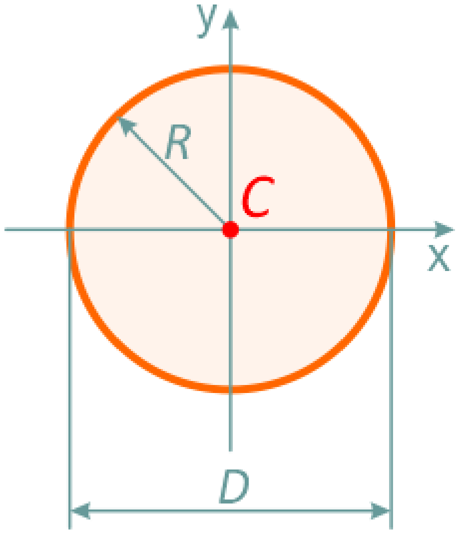
$$A = H\frac{b+a}{2}$$

Центр тяжести на линии, соединяющей середины оснований трапеции, на высоте, определяемой по формуле:

$$y_C = H\frac{b+2a}{3(b+a)}$$

Круг

Круг диаметром D (d) или радиусом R (r)



Площадь круга через его диаметр и радиус

$$A = \frac{\pi D^2}{4} = \pi R^2$$

Центральные осевые и полярный моменты инерции круга

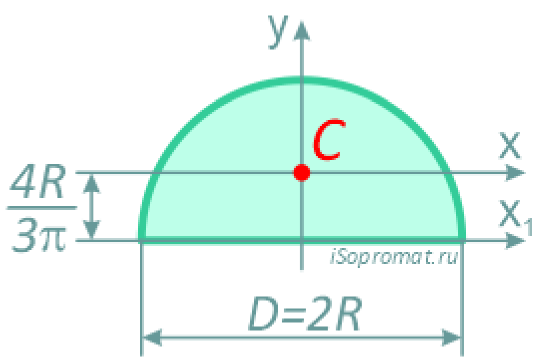
$$I_x = I_y = \frac{\pi D^4}{64} = \frac{\pi R^4}{4}, \quad I_\rho = \frac{\pi D^4}{32}$$

Осевые и полярный моменты сопротивления

$$W_x = W_y = \frac{\pi D^3}{32}, \quad W_\rho = \frac{\pi D^3}{16}$$

Полукруг

Половина круга диаметром D (d) или радиусом R (r)



Площадь

$$A = \frac{\pi D^2}{8} = \frac{\pi R^2}{2}$$

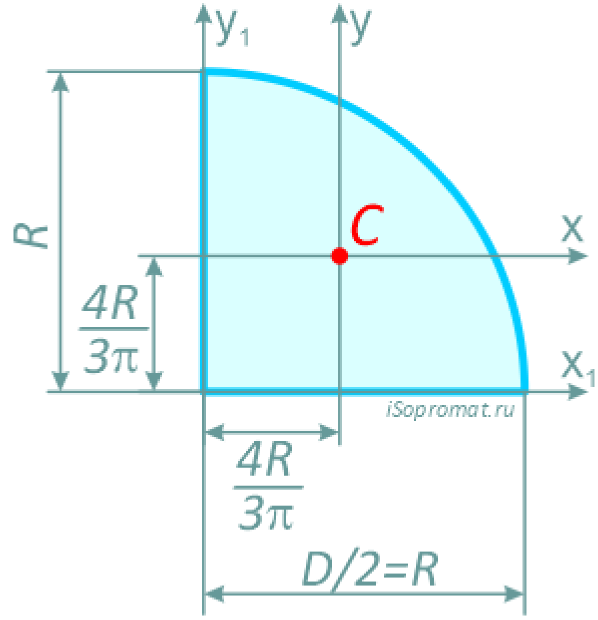
Осевые моменты инерции полукруга

$$I_x = \frac{\pi D^4}{128}\left(1 - \frac{64}{9\pi^2}\right) \approx 0{,}11R^4,$$

$$I_y = I_{x1} = \frac{\pi D^4}{128} = \frac{\pi R^4}{8} \approx 0{,}39R^4$$

Четверть круга

Четверть круга диаметром D (d) или радиусом R (r)



Площадь

$$A = \frac{\pi D^2}{16} = \frac{\pi R^2}{4}$$

Центральные осевые моменты инерции четверти круга

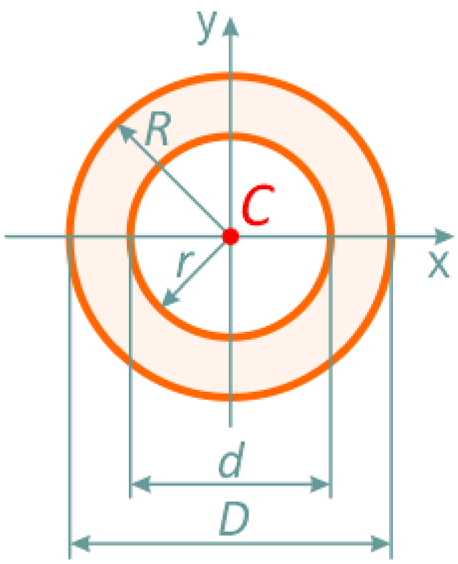
$$I_x = I_y = \frac{\pi D^4}{256}\left(1 - \frac{64}{9\pi^2}\right) \approx 0{,}055R^4,$$

Моменты инерции относительно смещенных осей x_1 и y_1

$$I_{x1} = I_{y1} = \frac{\pi D^4}{256} = \frac{\pi R^4}{16} \approx 0{,}196 R^4$$

Кольцо

Кольцо с внешним диаметром D и внутренним d, (радиусами: внешним R и внутренним r)



Отношение внутреннего диаметра (радиуса) к внешнему обозначается буквой с.

$$c = \frac{d}{D} = \frac{r}{R}$$

Площадь

$$A = \frac{\pi D^2}{4}(1 - c^4) = \pi R^2 (1 - c^4),$$

Центральные осевые и полярный моменты инерции кольца

$$I_x = I_y = \frac{\pi D^4}{64}(1 - c^4) = \frac{\pi R^4}{4}(1 - c^4),$$

$$I_\rho = \frac{\pi D^4}{32}(1 - c^4)$$

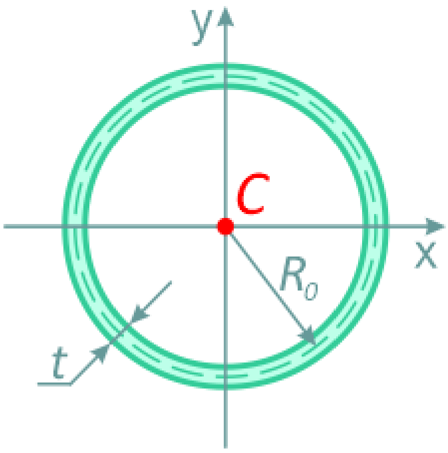
Осевые и полярный моменты сопротивления

$$W_x = W_y = \frac{\pi D^3}{32}(1 - c^4),$$

$$W_\rho = \frac{\pi D^3}{16}(1 - c^4)$$

Тонкостенное сечение (труба)

Тонкостенный профиль (сечение трубы) средним радиусом R_0 и толщиной стенки трубы t при R_0>>t



Площадь

$$A = 2\pi R_0 t,$$

Центральные осевые и полярный моменты инерции трубного сечения

$$I_x = I_y = \pi R_0^3 t,$$

$$I_\rho = 2\pi R_0^3 t$$

Осевые и полярный моменты сопротивления

$$W_x = W_y = \pi R_0^2 t,$$

$$W_\rho = 2\pi R_0^2 t$$

Пример определения координат центра тяжести сложной фигуры:

Другие видео

Смотрите также:
Определение координат центра тяжести сложных фигур
Геометрические характеристики сечений

Сохранить или поделиться с друзьями

Вы находитесь тут:
Техническая механика › Сопротивление материалов › Справочник по механике › Центры тяжести и моменты инерции основных простых фигур