Слайд 3

Уважаемые студенты!

Мы приступаем к изучению курса «Механика жидкости и газа». В первом её разделе рассмотрим следующие вопросы:

– введение в механику жидкости и газа;

– историю развития механики жидкости и газа как науки;

– значение и задачи курса;

– основные свойства жидкостей и газов.

Слайд 4

Механика жидкости и газа – это прикладная наука, которая изучает законы равновесия и движения жидкостей и газов и применение этих законов к решению инженерных задач.

Механику жидкости и газа можно условно разделить на гидравлику и газовую динамику.

Предметом изучения в механике жидкости и газа является жидкость. Жидкостью называют физическое тело, обладающее очень большой подвижностью частиц и текучестью. Различают два вида жидкостей – это капельные жидкости и газы. Капельные жидкости оказывают большое сопротивление изменению объема и практически не сжимаются.

Газы легко изменяют свой объем при изменении давления и температуры и имеют гораздо меньшую плотность, чем капельные жидкости.

Жидкость представляет собой сплошную среду, которая легко изменяет форму под действием внешних сил.

Сплошной средой называется масса, физические и механические параметры которой являются функциями координат в выбранной системе отсчета.

При этом молекулярное строение жидкостей заменяется сплошной средой той же массы.

В данном курсе мы будем считать, что жидкость имеет свойства, одинаковые по всем направлениям, то есть является изотропной.

Законы движения и покоя жидкостей основываются на законах механики сплошной среды и физики.

Следует отметить, что изучаемые явления в механике жидкости и газа намного сложнее явлений в механике твердого тела.

Это связано с тем, что жидкости легко изменяют свою форму под действием небольших внешних сил.

Сжимаемые жидкости или газы, кроме того, изменяют и свой объем.

Эти свойства жидкостей связаны с их молекулярной структурой строения.

Очень часто движение жидкости не удается точно описать математически.

Поэтому приходится использовать упрощенные математические модели, которые уточняют и дополняют при экспериментальных исследованиях.

В механике жидкости и газа различают жидкости реальные и идеальные. К идеальным относятся жидкости, абсолютно не меняющие объем. То есть это несжимаемые и невязкие жидкости. Реальной же жидкостью считается вязкая жидкость, которая может быть как сжимаемой, так и несжимаемой. В основном в механике жидкости, или иначе гидравлике, рассматриваются вязкие несжимаемые жидкости, а в механике газа, или иначе газовой динамике – вязкие сжимаемые газы.

При очень низких температурах большинство газов переходит в жидкое состояние. Данный переход из газообразного состояния в жидкое происходит скачкообразно и характеризуется температурой конденсации, индивидуальной для каждого газа. Например, на данном принципе основана вся криогенная техника, в которой происходит получение и использование жидкого гелия, жидкого азота и других сжиженных газов.

В отличие от газа, одной из характерных особенностей жидкости является ее способность сохранять свой объем, то есть её малая сжимаемость. Твердые тела помимо сохранения объема стремятся также сохранить и свою форму. Наиболее важным отличием жидкости от твердого тела является то, что жидкость принимает форму содержащего ее сосуда. При этом она образует свободную поверхность. Это происходит потому, что жидкость обладает высокой текучестью или малой вязкостью. То же самое касается газов. Газы за счёт беспорядочного характера движения молекул также стремятся заполнить весь предоставленный им объем.

Слайд 5

Рассмотрим историю возникновения и развития механики жидкости и газа.

Механика жидкости и газа – одна из самых древних наук в мире. Ёще задолго до нашей эры, в глубокой древности, человек был вынужден заниматься решением различных гидравлических задач. Так, результаты археологических исследований показывают, что еще за 5000 лет до нашей эры в Китае и в некоторых странах древнего мира уже существовали оросительные каналы и были известны некоторые простейшие устройства для подъема воды. Во многих местах сохранились также остатки водопроводных и гидротехнических сооружений – водоводы, плотины, акведуки.

Всё это свидетельствует о достаточно высоком уровне строительного искусства в древнем мире. Однако в связи с отсутствием сведений о гидравлических расчетах этих сооружений можно только полагать, что все они были построены на основании чисто практических навыков и правил.

Постепенно в процессе освоения природы у человека накапливались отдельные наблюдения, открывались определённые закономерности движения жидкости и газа. Они затем обобщались и превращались в систему знаний – науку.

Ещё в четвертом веке до нашей эры древнегреческий философ Аристотель изложил некоторые результаты таких наблюдений. А в третьем веке до нашей эры величайший механик и математик Древней Греции Архимед уже сформулировал некоторые законы гидростатики.

Как раз первым научным трудом в области гидравлики считают трактат Архимеда «О плавающих телах», написанный за 250 лет до нашей эры. Архимедом был открыт закон о равновесии тела, погруженного в жидкость.

Однако в дальнейшем, на протяжении последующих более чем полутора тысячелетий гидравлика не получила заметного развития. Были не только утеряны первые элементы знания, но и в значительной степени забыты практические навыки инженерного искусства. Разрушение средневекового крепостнического строя и замена его капиталистическим строем содействовали развитию многих научных проблем, в том числе и гидравлических.

К ранним гидравлическим работам этого периода можно отнести работу знаменитого ученого Леонардо да Винчи. «О движении и измерении воды». Она была опубликована только в двадцатом веке, то есть через четыреста с лишним лет после смерти ученого. Леонардо да Винчи принадлежит классическое высказывание: «Всякий раз, когда имеешь дело с водой, прежде всего обратись к опыту, а потом уже рассуждай». Оно не потеряло значение и в настоящее время.

Из дальнейших работ по механике жидкости и газа следует отметить работы голландского ученого Симона Стевина. В 1585 [тысяча пятьсот восемьдесят пятом] году была издана его книга «Начала гидростатики». В 1612 [тысяча шестьсот двенадцатом] году итальянский ученый Галилео Галилей опубликовал трактат «Рассуждения о телах, пребывающих в воде, и о тех, которые в них движутся». В этом трактате Галилео Галилей резко критиковал метафизические теории греческого философа Аристотеля об «абсолютно тяжелых» и «абсолютно легких» телах и отмечал правильность закона плавания тел Архимеда.

Ученик Галилео Галилея Эванджелист Торричелли, который занимался вопросом движения жидкости, вывел в 1643 [тысяча шестьсот сорок третьем] году формулу скорости истечения невязкой, называемой также идеальной, жидкости из отверстия.

Французский ученый Блез Паскаль в 1650 [тысяча шестьсот пятидесятом] году открыл закон о передаче давлений в жидкостях. Он был опубликован в 1663 [тысяча шестьсот шестьдесят третьем] году в трактате «О равновесии жидкостей». Данный закон послужил основой для расчета гидравлических прессов, подъемников и других подобных устройств.

Слайд 6

В 1685 [тысяча шестьсот восемьдесят пятом] году английский ученый Исаак Ньютон создал свою гипотезу о законах внутреннего трения в жидкостях и впервые ввел понятие о вязкости в жидкостях.

Несмотря на элементарные приемы, использованные Ньютоном при доказательствах основных законов, они были сформулированы настолько точно, что не претерпели изменений и в настоящее время.

Многие практические законы механики жидкости и газа еще задолго до их опубликования за границей уже были известны русским людям. Они умело строили на реках наплавные мосты, водяные мельницы, плотины и водопроводы. Большое значение в те времена имело снабжение питьевой водой во время осады городов и крепостей. Так, во время осады Москвы татарами в 1382 [тысяча триста восемьдесят втором] году Кремль был обеспечен водой с помощью тайного колодца под Тайницкой башней. Колодец соединялся каменным подземным ходом с руслом Москвы-реки. В 1631 [тысяча шестьсот тридцать первом] году в Москве была сделана первая попытка устройства напорного водоснабжения Кремля.

Однако теоретические основы механики жидкости и газа как учение о механическом движении жидкостей и газов были созданы значительно позднее в России трудами академиков Петербургской академии наук. Этими академиками являлись Михаил Васильевич Ломоносов, Даниил Бернулли и Леонардо Эйлер.

В работе Бернулли «Гидродинамика» 1738 [тысяча семьсот тридцать восьмого] года была дана фундаментальная теорема гидродинамики. Она известна под названием «Уравнения Бернулли». Данная теорема устанавливала общую связь между давлением, высотой и скоростью движения жидкости. С выходом этого трактата связано и появление самого термина «гидродинамика».

Основой для развития гидродинамики послужили гениальные естественно-научные открытия Ломоносова. Прежде всего к ним относится закон сохранения вещества и движения. Он был впервые сформулирован Ломоносовым в диссертации «Рассуждения о твердости и жидкости тела». Развернутое обоснование этого закона было дано Ломоносовым в открытом письме к Эйлеру от 5 [пятого] июля 1748 [тысяча семьсот сорок восьмого] года. Ломоносов при этом не только дал неопровержимые научные доказательства открытого им закона, но и поднялся до понимания его как всеобщего закона природы.

В 1755 [тысяча семьсот пятьдесят пятом] году Эйлер в своем трактате «Общие принципы движения жидкости» впервые вывел систему дифференциальных уравнений движения идеальной, то есть абстрактной, лишенной трения, жидкости. Тем самым было положено начало аналитической механике сплошной среды.

Эйлеру механика жидкостей обязана введением понятия давления в точке движущейся или покоящейся жидкости, выводом уравнения сплошности или непрерывности жидкости, а также многими другими заслугами. Так, Эйлер сформулировал закон об изменении количества движения и момента количества движения применительно к жидким и газообразным средам. Он рассмотрел первоначальные основы теории корабля, а также вопрос о происхождении сопротивления жидкости движущимся в ней телам.

Большое значение в гидравлических работах начал приобретать эксперимент, основанный на методах подобия. В настоящее время они являются одними из основных методов исследования.

В развитии практической гидравлики наибольший интерес представляют исследования таких иностранных авторов, как Антуан Шези, Вентури, Юлиус Вейсбах, Базен и Осборн Рейнольдс. Из русских ученых – Дмитрий Иванович Менделеев, Владимир Григорьевич Шухов, Николай Егорович Жуковский, Николай Николаевич Павловский и другие.

Слайд 7

Французский ученый Антуан Шези́ известен своими работами в области равномерного движения жидкости. Его формула для определения средней скорости движения жидкости является основной при расчете каналов, естественных русел и труб и в настоящее время.

Работы Вентури посвящены главным образом исследованиям истечения жидкости через отверстия и насадки, а работы Вейсбаха – изучению местных и путевых потерь напора в трубах.

Результаты обширных исследований Базена по истечению жидкости через водосливы, а также равномерному движению жидкости используются и в настоящее время. Например, применяются формулы Базена для водосливов с тонкой стенкой.

Дальнейший этап развития гидромеханики относится к концу восемнадцатого – началу девятнадцатого века. Он характеризуется математической разработкой теории идеальной жидкости в трудах французских математиков Лагранжа и Коши.

Из многочисленных экспериментальных исследований движения жидкости следует указать на опыты французского врача и естествоиспытателя Пуайзеля и английского физика Осборна Рейнольдса. В 1883 [тысяча восемьсот восемьдесят третьем] году Рейнольдс, исследуя структуру потока, установил закон подобия течения в трубах и границу перехода ламинарного течения в турбулентное. Целую эпоху в развитии гидромеханики составляют труды русских учёных Менделеева, Жуковского и Чаплыгина по воздухоплаванию, включая разработку теории полёта самолёта и ракет.

Знаменитый русский ученый Дмитрий Иванович Менделеев в своем сочинении «О сопротивлении жидкостей и о воздухоплавании» в 1880 году указывал на существование в природе двух режимов движения жидкости с различными законами ее сопротивления. Анализируя и критикуя современную ему теорию сопротивления трения, Менделеев установил энергетическую сторону явления, которая отсутствовала в этой теории.

Работа Дмитрия Ивановича Менделеева позволила выдающемуся русскому ученому и инженеру, профессору Николаю Павловичу

Петрову окончательно установить в 1883–1885 годах закон внутреннего трения жидкости. Данный закон стал основой всей гидродинамической теории трения, и на его основе была разработана широко известная теория гидродинамического трения в машинах. Петрову принадлежат также доказательство гипотезы Ньютона о силе внутреннего трения в жидкостях и разработка гидродинамической теории смазки.

Большой вклад в развитие гидравлики и гидромеханики внес профессор Николай Егорович Жуковский.

Работы Жуковского были посвящены разработке теории полёта самолёта и теории винта. Они имеют большое значение не только в авиации, но и в современном турбостроении. Жуковский, как Жак Эйфель во Франции и Людвиг Прандтль в Германии, был создателем экспериментальной аэромеханики в России. Им основан Аэрогидродинамический институт, который в настоящее время носит его имя.

В 1898 [тысяча восемьсот девяносто восьмом] году он опубликовал исследования по теории гидравлического удара, получившие мировую известность. Кроме того, Жуковский дал математический метод решения задачи о фильтрации грунтовых вод, создал теорию движения взвешенных наносов (твердых частиц) в водных потоках.

Большое влияние на развитие гидравлики оказал замечательный русский гидромеханик Ипполит Степанович Громека. В своей диссертации «Некоторые случаи движения несжимаемой жидкости» он положил начало новому особому разделу механики вихревых движений жидкости – теории так называемых винтовых потоков. Такие потоки возникают, например, на изгибе русла. Особенно большое практическое значение приобрело изучение потоков с поперечной циркуляцией и винтовых потоков в связи с развитием гидротехники.

Слайд 8

Значение и задачи курса «Механика жидкости и газа».

Механика жидкости и газа является частью физики, точнее, частью механики, которая изучает законы движения и превращения энергии в жидкостях и газах.

Механика жидкости и газа, как и другие области механики, делится на три раздела: статику, кинематику и динамику. Часть гидродинамики изучает условие равновесия жидкости и газа. Она называется гидростатикой. Кинематика изучает движение среды в зависимости от времени. Ее не интересуют причины, вызывающие это движение. Это является задачей гидродинамики. Она изучает причины, которые вызывают это движение и видоизменяют его формы.

В качестве основного метода исследования гидромеханика пользуется строгим математическим анализом. Следует отметить, что ряд математических методов получили своё развитие благодаря задачам, поставленным перед ними гидромеханикой.

Рассмотрим более подробно понятия, связанные с механикой жидкости и газа.

Механика – это наука о перемещении тел в пространстве и происходящих при этом взаимодействий между ними.

Гидромеханика – это раздел механики, изучающий движение и равновесие жидкостей, а также взаимодействие между жидкостями и твёрдыми телами, которые полностью или частично погружены в жидкость. Гидромеханика подразделяется на гидродинамику и гидростатику.

Гидродинамика – это раздел гидромеханики, в котором изучается движение несжимаемых жидкостей и их воздействие на обтекаемые ими твёрдые тела. Разделяется на гидродинамику идеальной жидкости, когда пренебрегают вязким трением, и гидродинамику вязкой жидкости. Методами гидродинамики исследуют также движение газа при скоростях, существенно меньших скорости звука в этом газе, то есть когда сжимаемость газа не играет заметной роли.

Гидравлика – это раздел механики, изучающий законы движения и равновесия жидкостей и способы приложения этих законов к решению задач инженерной практики. Гидравлика является прикладной гидромеханикой.

Газовая динамика – это раздел гидроаэромеханики, в котором изучаются закономерности движения газов с учётом их сжимаемости, то есть зависимости плотности от давления. Влияние сжимаемости газа проявляется при течении газов или при движении в газе тел с большими скоростями, а также при распространении в газе сильных возмущений – ударных волн.

Газовая динамика является теоретической основой современной техники – авиации и ракетной техники, турбо- и компрессоростроения и других областей.

Основные свойства жидкостей и газов, которые отличают их от твёрдых тел, – это сплошность и текучесть. Известно, что все тела состоят из движущихся и непрерывно взаимодействующих между собой молекул. Механика сплошной среды не занимается изучением движения отдельных молекул, а исходит из допущения, что всё пространство непрерывно, то есть сплошным образом заполнено.

Достижения механики жидкости и газа используются во многих областях техники. Это авиация и кораблестроение, где основными проблемами являются скорость, устойчивость, снижение сопротивления, связанные с аэро- и гидродинамикой. Это ракетостроение, проточные части гидротурбин и насосов, компрессоров и газовых турбин двигателей реактивного самолета.

От правильного гидродинамического расчета формы проточной части зависит требуемая мощность машин и их высокий коэффициент полезного действия.

Знание гидромеханики необходимо в гидротехническом строительстве, металлургии. Кроме того, при решении вопросов интенсификации технологий химической индустрии, водоснабжения и добычи полезных ископаемых.

Вычислительные машины позволили расширить круг аналитических задач гидродинамики и сократить время на их решение. Однако технический прогресс не стоит на месте. В механике жидкости и газа появляются новые направления. Например, становление криодинамики обусловлено развитием атомной энергетики и новыми задачами волновой энергетики. Это утилизация энергии волн мирового океана, разработка энергетики ветра и многое другое.

Слайд 9

Рассмотрим, какие существуют виды жидкостей.

Различают два вида жидкостей: капельные и некапельные.

Капельные жидкости представляют собой жидкости в обычном, общепринятом понимании этого слова. К их числу относятся различные жидкости, которые встречаются в природе и применяются в технике. К таким жидкостям можно отнести воду, нефть, керосин, бензин, масло и другие.

Все капельные жидкости оказывают значительное сопротивление изменению объема и с трудом поддаются сжатию. При изменении давления и температуры объем капельных жидкостей изменяется весьма незначительно.

Некапельные жидкости или газы, наоборот, изменяют свой объем при изменении давления и температуры в значительной степени. В механике жидкости и газа капельные жидкости, которые в дальнейшем для краткости будем называть просто жидкостями, изучаются в разделах гидравлики. Газообразные жидкости, их свойства и применение рассматриваются в разделе газовой динамики.

Капельные жидкости практически не оказывают заметного сопротивления растягивающим усилиям. Силы сцепления между молекулами таких жидкостей проявляются только на их поверхности в виде так называемых сил поверхностного натяжения. Здесь и обнаруживается сопротивляемость жидкости разрыву. Этим объясняется, например, существование тонкой пленки мыльного пузыря или капли, которая не падает под действием силы тяжести, и другие подобные явления.

Силы сопротивления жидкости разрыву ничтожно малы. Так, для разрыва воды достаточна сила величиной ноль целых, тридцать шесть десятитысячных килограмм на сантиметр квадратный. Это примерно в десять миллионов раз меньше силы, необходимой для разрыва стали. В связи с этим для обычных, классических, задач гидравлики принято считать, что растягивающие усилия в жидкости отсутствуют. Однако, как показывают современные работы по физике жидкостей, в некоторых отдельных случаях, например, в области кавитации, в жидкости возможно возникновение значительных кратковременных растягивающих усилий.

При этом следует отметить, что капельные жидкости оказывают существенное сопротивление сдвигающим силам. Такое сопротивление возникает при движении жидкости в виде сил внутреннего трения. Правильный учет сил внутреннего трения при движении жидкости является одной из основных задач в гидравлике.

В гидравлике считается, что жидкость является несжимаемой, то есть практически не изменяет свой объем под действием внешних сил. К несжимаемым жидкостям относятся все капельные жидкости.

В отличие от капельных жидкостей, газы легко изменяют объем под действием внешних сил, то есть сжимаются. Поэтому их называют сжимаемыми. К таким газам относятся, например, воздух, метан, азот, бутан и другие.

Любая капельная жидкость при определенной температуре и давлении может переходить в газообразное состояние. Соответственно, газы при понижении температуры и повышении давления переходят в жидкое состояние.

Слайд 10

Идеальная жидкость

Жидкость рассматривается как совокупность материальных точек или частиц в ограниченном объеме. Различают твердые и свободные поверхности жидкостей. Твердые поверхности ограничивают объем жидкости, например, стенки и дно сосудов, в которых заключена жидкость. Свободные поверхности – это поверхности, по которым жидкость граничит с другими жидкостями или газами. Примером может служить поверхность соприкасания жидкости с воздухом в открытом сосуде.

Силы, действующие на ограниченный объем жидкости, в гидравлике, как и в теоретической механике, принято делить на внутренние и внешние. Внутренние силы представляют собой силы взаимодействия между отдельными частицами рассматриваемого объема жидкости. Внешние силы делятся на поверхностные и объемные. Поверхностные силы прикладываются к поверхностям, которые ограничивают объем жидкости. Например, это силы, действующие на свободную поверхность, силы реакции стенок и дна сосудов. Объемные силы непрерывно распределяются по всему объему жидкости. Пример объемной силы – сила тяжести.

Чтобы облегчить и упростить ряд теоретических выводов и исследований в гидравлике, иногда пользуются понятием идеальной, или совершенной жидкости. Идеальная жидкость обладает абсолютной несжимаемостью, полным отсутствием температурного расширения и не оказывает сопротивления растягивающим и сдвигающим усилиям. Идеальная жидкость – это жидкость фиктивная, не существующая в действительности, но позволяющая намного упростить некоторые гидравлические расчеты. Реальные жидкости в природе в той или иной степени обладают всеми перечисленными свойствами. Однако сжимаемость, температурное расширение и сопротивление растяжению для реальных жидкостей ничтожно малы и обычно их не учитывают. Таким образом, идеальную жидкость от реальной отличает наличие у реальной жидкости сил сопротивления сдвигу. Они определяются особым свойством жидкости – вязкостью.

Под идеальной жидкостью подразумевают такую воображаемую жидкость, которой присущи абсолютная несжимаемость, абсолютное несопротивление разрыву и абсолютная текучесть или полное отсутствие вязкости. Поэтому идеальную жидкость иногда называют невязкой, а реальную жидкость называют вязкой жидкостью.

Можно сделать вывод, что при изучении покоящейся жидкости нет необходимости различать реальную и идеальную жидкости. При изучении жидкости при ее движении приходится учитывать различие между этими двумя жидкостями. В случае реальной жидкости необходимо дополнительно учитывать силы трения, то есть вязкость.

Встречающиеся в природе и применяемые в технике жидкости, их состояние и поведение при различных гидравлических явлениях находятся в непосредственной зависимости от физических свойств жидкости. К таким свойствам относят удельный вес, плотность и вязкость жидкости. Поэтому, прежде чем перейти к непосредственному изучению механики жидкости и газа, рассмотрим физические свойства жидкостей и влияющие на них факторы.

Слайд 11

Одним из основных свойств жидкости является плотность. Плотностью называется количество массы жидкости, которое содержится в единице объема. Согласно формуле 1.1 на слайде плотность ρ [ро] равна отношению массы жидкости m [эм] к её объему V [вэ], в который она заключена.

{3 секунды}

За единицу плотности в системе СИ принимается килограмм на кубический метр, что соответствует плотности такого однородного вещества, на один кубический метр которого приходится масса в один килограмм.

В физической системе единиц плотность имеет единицу измерения грамм на кубический сантиметр. В технической системе единиц плотность измеряется в килограммах на секунду в квадрате, поделенное на метр в четвертой степени.

При изменении температуры и давления плотность изменяется.

Другим свойством жидкости является удельный или объемный вес жидкости. Согласно формуле 1.2 удельным или объёмным весом γ [гамма] называется вес жидкости G [же большое] в единице объема V [вэ].

{3 секунды}

В системе СИ удельный вес выражается в ньютонах на кубический метр. В физической системе единиц – дина на кубический сантиметр. В технической системе единиц – в килограммах на кубический метр.

Плотность и удельный вес связаны между собой соотношением 1.3, представленным на слайде, согласно которому удельный вес γ [гамма] равен произведению ускорения свободного падения g [же малое] на плотность ρ [ро].

{3 секунды}

Удельные веса обычных капельных жидкостей за исключением ртути близки к удельному весу воды, равному при четырех градусах Цельсия тысяче килограмм на кубический метр. Они практически не изменяются при изменении давления и температуры.

С увеличением температуры удельный вес жидкости, как правило, уменьшается. Некоторым исключением из этого общего правила является вода. Ее наибольший удельный вес при четырех градусах Цельсия. В условиях работы гидротехнических сооружений температура воды обычно колеблется в пределах от нуля до тридцати пяти градусов Цельсия. Следовательно, удельный вес воды в практических расчетах можно принимать постоянным и равным тысяче килограмм на кубический метр.

Для определения удельного веса жидкости применяют различные способы и приборы. Наиболее простой способ определения удельного веса жидкости – взвешивание на точных аналитических весах. Для этого сначала определяют вес пустого сосуда, имеющего шкалу с делениями. В качестве сосуда может использоваться, например, пикнометр или мензурка. Пикнометр – это физико-химический прибор, который представляет собой стеклянный сосуд специальной формы и определённой вместимости. Данный прибор применяется для измерения плотности веществ в газообразном, жидком и твёрдом состояниях.

Мензурка – это мерный стакан для измерения объёмов жидкостей. В него наливают некоторое количество исследуемой жидкости, по шкале определяют ее объем и находят вес сосуда с жидкостью. Удельный вес жидкости будет при этом равен отношению разницы весов сосуда с жидкостью и пустого сосуда на объем жидкости.

В производственных условиях удельный вес жидкости обычно определяется при помощи специального прибора – ареометра. На рисунке 1.1 на слайде представлен ареометр постоянной массы.

Ареометр – это удлиненный пустотелый стеклянный цилиндр, который имеет две шкалы. Одна шкала показывает значения удельного веса или плотности жидкости, а вторая шкала – температуру жидкости во время проведения опыта. Для измерения удельного веса ареометр погружают в сосуд с исследуемой жидкостью. Благодаря грузу в его нижней части, он плавает, сохраняя вертикальное положение. Деление на шкале, до которого погружается ареометр, отсчитанное по верхнему краю мениска жидкости, показывает значение удельного веса жидкости.

Слайд 12

Следующим свойством жидкости, которое мы рассмотрим, является сжимаемость жидкости.

Сжимаемостью называется свойство жидкостей изменять объем при изменении давления и температуры. Капельные жидкости характеризуются очень малой сжимаемостью. Они оказывают весьма сильное сопротивление сжимающим усилиям, допуская очень большое давление. Они могут выдерживать давление до трех тысяч атмосфер и более.

Сжимаемость капельных жидкостей характеризуется коэффициентом объемного сжатия. Коэффициент объемного сжатия представляет собой относительное изменение объема жидкости на единицу изменения давления. Определяется он по формуле 1.4. Знак «минус» в формуле обусловлен тем, что положительному приращению давления соответствует отрицательное приращение объема, то есть уменьшение объема.

{3 секунды}

В формуле 1.4 V [вэ] – это начальный объем жидкости в метрах кубических. ΔV [дэльта вэ] – изменение объема в метрах кубических. Δp [дельта пэ] – изменение давления в килограмм на метр квадратный.

Ввиду малой сжимаемости капельных жидкостей и ее ничтожного влияния на рассматриваемые в гидравлике явления при гидравлических расчетах сжимаемостью жидкостей обычно пренебрегают и считают жидкости практически несжимаемыми.

Допущение о несжимаемости жидкости чрезвычайно упрощает расчеты и позволяет получать вполне приемлемые результаты. Однако в некоторых случаях такое допущение может привести к совершенно неверным результатам. Об этом не следует забывать, так как такое допущение противоречит молекулярно-кинетической природе жидкостей и газов.

Всякое достаточно малое изменение внешнего давления на жидкость распространяется не мгновенно, а с конечной, хотя и очень большой скоростью, равной скорости звука.

Следовательно, допущение о несжимаемости жидкости равносильно допущению, что скорость распространения звука в однородной среде равна бесконечности. Другими словами, всякое достаточно малое изменение давления в какой-либо точке жидкости мгновенно передается во все другие ее точки.

Такое допущение не внесет значительной погрешности в вычисления только в том случае, если объем жидкости будет достаточно мал или изменение давления будет весьма медленным и постепенным.

При быстропротекающих процессах, например, при закрытии и открытии задвижек в трубопроводах, когда возникает так называемый гидравлический удар, сжимаемость следует учитывать. Иначе допущение о несжимаемости жидкости в таких случаях приведет к совершенно неверным результатам.

Сжимаемость жидкости необходимо учитывать также в процессах, в которых скорость движения самой жидкости имеет величину порядка скорости распространения звука. Такие случаи пока еще не реализованы в гидравлических процессах, но имеют место в газовой динамике.

Нужно также отметить, что сжимаемость жидкостей всегда меньше сжимаемости газов. Однако по сравнению с сжимаемостью твердых тел, например, металлов или других строительных материалов, она сравнительно велика. Например, сжимаемость воды раз в 100 больше сжимаемости стали.

Слайд 13

Другим физическим свойством жидкости является модуль упругости.

Модулем упругости называется величина, обратная коэффициенту объемного сжатия. Определяется по формуле 1.5.

{3 секунды}

В качестве примера сравним значения модуля упругости воды и стали. Модуль упругости воды равен два на десять в девятой степени Паскалей, а модуль упругости стали равен два на десять в одиннадцатой степени Паскалей. Мы видим, что упругость воды всего лишь в 100 [сто] раз меньше упругости стали. Значит, воду можно рассматривать как несжимаемое вещество.

Коэффициент объемного сжатия и модуль упругости капельных жидкостей практически не изменяются при изменении давления, и на практике часто их считают неизменными. При расчетах коэффициент объемного сжатия воды принимают постоянным и равным ноль целых, сорок девять сотых на десять в минус девятой степени Паскалей в минус первой степени.

Сжимаемость характеризуется также отношением изменения давления к изменению плотности согласно формуле 1.6, равным квадрату скорости распространения звука в среде.

{3 секунды}

Где a [а] – скорость звука, dp [дэ пэ] и dρ [дэ ро] – изменения давления и плотности.

Таким образом, для малосжимаемой среды при больших изменениях давления изменение плотности незначительно и скорость звука получается большой. Наоборот, при большой сжимаемости скорость звука оказывается малой. Например, скорость звука для воздуха равняется триста тридцать метров в секунду, а для воды – тысяча четыреста восемьдесят четыре. То есть скорость звука в воде в четыре с лишним раза больше скорости звука в воздухе.

Для оценки сжимаемости среды при ее движении важно не абсолютное значение скорости звука, а относительное, которое называется числом Маха. Оно представлено формулой 1.7.

{3 секунды}

Число Маха M [эм] равно отношению скорости движения жидкости u [у] к скорости звука a [а].

Если скорость движения воздуха мала по сравнению со скоростью движения звука в ней, то число Маха мало по сравнению с единицей и движущуюся среду можно рассматривать как несжимаемую жидкость. Например, скорость воздуха в воздуховодах, газа в газопроводах низкого давления и газоходах котельных установок не превышает двенадцати метров в секунду. Следовательно, в практике теплоснабжения и вентиляции газ, в том числе воздух, можно рассматривать как несжимаемую жидкость. При движении газов со скоростью более семидесяти метров в секунду влияние сжимаемости следует учитывать.

Слайд 14

В отличие от капельных жидкостей газы характеризуются существенной сжимаемостью и высокими значениями коэффициента температурного расширения. Зависимость плотности газов от давления и температуры описывается уравнением состояния.

Для идеальных газов, то есть газов без взаимодействия между молекулами, действует уравнение Клапейрона 1.8. Оно позволяет определить плотность газа при известных давлении и температуре.

{3 секунды}

Из данного уравнения следует, что плотность газа равна отношению абсолютного давления p [пэ] на произведение газовой постоянной R [эр] и абсолютной температуры T [тэ]. Для воздуха газовая постоянная равна двести восьмидесяти трем Джоулям на килограмм-кельвин.

В технических расчетах плотность газа приводят к нормальным физическим условиям при температуре ноль градусов Цельсия и давлении 101325 [сто одна тысяча триста двадцать пять] Паскалей. Или приводят к стандартным условиям при температуре 20 [двадцать] градусов Цельсия и давлении 101325 [сто одна тысяча триста двадцать пять] Паскалей.

Если подсчитать, то в стандартных условиях плотность воздуха будет равна одной целой, двадцать одной сотой килограмм на метр кубический.

При других условиях плотность воздуха можно определить по формуле 1.9.

{3 секунды}

Где ρ_0 [ро нулевое], T_0 [тэ нулевое] и p_0 [пэ нулевое] – плотность, температура и давление при известных стандартных условиях соответственно.

Сжимаемость газа зависит от характера процесса изменения состояния. Для изотермического процесса сжимаемость воздуха составляет примерно девять целых, восемь десятых в десять четвертой степени Паскалей, что превышает в двадцать тысяч раз сжимаемость воды.

Температурное расширение – это увеличение объема капельных жидкостей при увеличении температуры. Температурное расширение характеризуется коэффициентом температурного расширения β_t [бетта тэ], который показывает относительное увеличение объема жидкости при увеличении температуры на 1 [один] градус. Формула коэффициента температурного расширения 1.10 представлена на слайде.

{3 секунды}

Где ΔV [дельта вэ] – изменение объема при повышении температуры на величину Δt [дельта тэ].

Размерность коэффициента температурного расширения – единица, поделенная на градус Цельсия.

Коэффициент температурного расширения воды зависит от температуры и давления. При давлении один килограмм на сантиметр квадратный и изменении температуры от нуля до десяти градусов Цельсия коэффициент температурного расширения равен четырнадцать на десять в минус шестой степени. При температуре от десяти до двадцати градусов Цельсия коэффициент температурного расширения равен пятнадцать на десять в минус пятой степени.

Если принять, что плотность зависит только от температуры и не меняется при изменении давления, то для расчета изменения плотности можно использовать формулу 1.11.

{3 секунды}

Где ρ_0 [ро нулевое] – плотность при известной температуре t_0 [тэ нулевое].

Коэффициенты температурного расширения для капельных жидкостей значительно выше их коэффициентов объемного сжатия. Тем не менее они также очень малы. Поэтому в пределах обычно встречающихся на практике изменений давлений и температур с точностью, вполне достаточной для большинства инженерных расчетов, удельный объем капельных жидкостей можно принимать постоянным.

Слайд 15

Поверхностное натяжение и капиллярные явления.

Поверхностное натяжение – это величина, которая характеризует состояние поверхности жидкости. Она численно равна работе, которая затрачивается при образовании единицы поверхности. Эта работа затрачивается на преодоление сил притяжения между частицами поверхностного слоя при выходе молекулы на поверхность. В результате поверхностного натяжения жидкость стремится сократить свою поверхность. Когда влияние силы тяжести весьма мало (например, при уменьшении размера капель или при погружении жидкости в другую жидкость той же плотности), жидкость принимает форму шара с минимальной поверхностью тела при данном объеме. Поверхностное натяжение обозначается греческой буквой σ [сигма] и измеряется обычно в эрг на квадратный сантиметр. Эрг – это единица работы и энергии в системе единиц СГС [эс’гэ’эс]. Один эрг равен работе силы в один дин при перемещении точки приложения силы на расстояние один сантиметр в направлении действия силы.

Сопротивление растягивающим силам в жидкости проявляется в виде сил сцепления между частицами вследствие молекулярного притяжения между ними. Внутри жидкости силы сцепления действуют на каждую молекулу во всех направлениях. Они равны по величине и поэтому действие их взаимно уничтожается.

На поверхности жидкости эти силы действуют в виде поверхностного натяжения и при сцеплении жидкости с твердым телом. На поверхности жидкости образуется своеобразная натянутая пленка. Сила поверхностного натяжения, зависит от рода жидкости и температуры. Для воды, которая находится в соприкосновении с воздухом, значение силы поверхностного натяжения при двадцати градусах Цельсия равно примерно ноль целых, семьдесят четыре десятитысячных килограмм на метр. С увеличением температуры это значение уменьшается. Для ртути при тех же условиях оно равно ноль целых, пятьдесят пять тысячных килограмм на метр, то есть почти в семь с половиной раз больше.

В большинстве случаев силами поверхностного натяжения при решении практических задач в гидравлике пренебрегают. Необходимость их учета возникает лишь в трубках очень малого диаметра. Внутри таких трубок вследствие сил поверхностного натяжения жидкость или поднимается, если она смачивает стенки трубки, или опускается, если стенки трубки не смачиваются жидкостью. Это явление называется капиллярностью. Данный пример показан на рисунке 1.2. Высота поднятия в стеклянной трубке диаметром d [дэ] составляет в миллиметрах при двадцати градусах Цельсия двадцать девять целых, восемь десятых, поделенное на диаметр трубки.

Для ртути, не смачивающей стекло, высота опускания в стеклянной трубке в миллиметрах составляет десять целых, две десятых, поделенное на диаметр трубки.

Влияние сил поверхностного натяжения следует учитывать, когда силы, действующие в жидкости, меньше сил капиллярного натяжения. Например, при работе с жидкостными приборами для измерения давления, при истечении жидкости из малых отверстий, при фильтрации и в других подобных случаях.

Слайд 16

Другим основным свойством жидкостей и газов является вязкость. Вязкость – это свойство жидкостей оказывать сопротивление сдвигу соседних слоев при движении жидкости. Все реальные жидкости обладают вязкостью, которая проявляется в виде внутреннего трения при относительном перемещении смежных частей жидкости. Свойство, обратное вязкости, называется текучестью. Текучесть характеризует степень подвижности частиц жидкости.

На рисунке 1.3 представлена эпюра скорости вязкой жидкости в цилиндрической трубе. Вследствие тормозящего влияния стенки слои жидкости будут двигаться с разными скоростями, значения которых возрастают по мере отдаления от стенки.

Рассмотрим два слоя жидкости, которые движутся на расстоянии Δy [дэльта игрек] друг от друга. Слой A [а] движется со скоростью u [у], а слой B [бэ] со скоростью $u + \Delta u$ [у плюс дэльта у]. Вследствие разности скоростей слой B [бэ] сдвигается относительно слоя A [а] на величину Δu [дэльта у], которая является абсолютным сдвигом слоя A [а] по слою B [бэ], а $\Delta u/\Delta y$ [дэльта у на дэльта игрек] является относительным сдвигом или градиентом скорости. Если расстояние между слоями будет мало, то градиент скорости можно записать как du/dy [дэ у по дэ игрек]. Можно также сказать, что градиент скорости показывает интенсивность изменения скорости в данном сечении. В результате сдвига соседних слоев появляется касательное напряжение трения.

Согласно гипотезе Ньютона, касательное напряжение при движении жидкости пропорционально скорости деформации объема жидкости и выражается формулой 1.13.

{3 секунды}

Где μ [мю] – коэффициент пропорциональности или динамический коэффициент вязкости.

Единица измерения динамического коэффициента вязкости – Пуаз.

Один Пуаз равен ноль целых, одна десятая Паскаль-секунда или равен ноль целых сто две десятитысячных килограмм-силы-секунда на квадратный метр.

С увеличением температуры вязкость капельных жидкостей уменьшается, а газов увеличивается. Это связано с различным молекулярным строением жидкостей и газов. Для определения вязкости при различных температурах используются эмпирические формулы. Значения вязкости для различных жидкостей приводятся в справочниках. Например, вязкость воды при температуре двадцать градусов Цельсия равна ноль целых, одна сотая Пуаз.

Наряду с понятием динамической вязкости в гидравлике применяется кинематическая вязкость, которая обозначается греческой буквой ν [ню]. Она представляет собой отношение динамической вязкости жидкости к её плотности и выражается формулой 1.14.

{3 секунды}

Единицей измерения кинематической вязкости является Стокс – сокращенно Ст [эс тэ]. Он равен квадратному сантиметру в секунду.

Для определения кинематической вязкости при различных температурах используются эмпирические формулы. Значения кинематической вязкости для различных жидкостей приводятся в справочниках. Кинематическая вязкость воды при температуре двадцать градусов Цельсия равняется ноль целых, одна сотая сантиметра квадратного в секунду.

Вязкость капельных жидкостей мало зависит от давления в диапазоне до двухсот атмосфер. Кинематическая вязкость газов, в том числе воздуха, зависит и от давления, и от температуры. Для нормальных условий кинематическая вязкость воздуха равна ноль целых сто пятьдесят семь тысячных сантиметров квадратных в секунду, то есть почти в 15 раз больше воды, что связано с меньшей плотностью воздуха.

Измерение вязкости проводится опытным путем при помощи специальных приборов. Их называют вискозиметрами. Эти разнообразные по своему устройству приборы по принципу действия можно разделить на две группы. К первой группе относятся приборы, с помощью которых можно определить относительное значение вязкости, то есть отношение коэффициента вязкости испытуемой жидкости к известному коэффициенту вязкости эталонной жидкости. К ним относятся вискозиметр Энглера, капиллярный вискозиметр Оствальда-Пинкевича и другие.

Ко второй группе принадлежат приборы, которые позволяют определить значения коэффициента вязкости безотносительно к эталонной жидкости. Они основаны на исследовании падения шариков, цилиндров, колебательных или вращательных движений цилиндров и дисков в испытуемых жидкостях. Наиболее широкое распространение получили приборы первой группы.

Первый вискозиметр был создан в 1751 [тысяча семьсот пятьдесят первом] году Михаилом Васильевичем Ломоносовым. Он назывался «инструментом для исследования вязкости жидких материй по числу капель». В этом приборе жидкость вытекала под постоянным давлением из капиллярной трубки.

В нашей стране в основном используются капиллярные вискозиметры системы Энглера. Вискозиметр данной системы представлен на рисунке 1.4. Он применяется для определения вязкости капельных жидкостей, вязкость которых выше вязкости воды. Для определения кинематического коэффициента вязкости жидкостей, менее вязких, чем вода, применяется вискозиметр Оствальда-Пинкевича.

Вискозиметр Энглера состоит из латунного цилиндра 1 со сферическим дном с припаянной к нему латунной цилиндрической трубкой 3. Цилиндр помещается в водную ванну 2. В отверстие латунной цилиндрической трубки 3 вставляется коническая платиновая трубочка 4. Она служит для выпуска исследуемой жидкости из цилиндра 1. Отверстие трубочки 4, закрываемое специальным стерженьком 5, принимается равным около 3 мм в диаметре.

Перед началом определения жидкость, вязкость которой подлежит исследованию, наливается в цилиндр 1 в количестве двухсот кубических сантиметров. В это время отверстие платиновой трубочки 4 должно быть закрыто стерженьком 5. С помощью электронагревателя 8 и водяной ванны 2 в цилиндре 1 должна поддерживаться постоянная температура. Она контролируется двумя термометрами 6 и 7, один из которых устанавливается в водяной ванне, а другой в цилиндре.

После того как будет достигнута необходимая температура, открывают отверстие трубочки 4 и определяют время опорожнения цилиндра 1. То есть время истечения этих двухсот кубических сантиметров исследуемой жидкости. Затем определяют время, в течение которого из цилиндра 1 вытечет двести кубических сантиметров дистиллированной воды при температуре двадцать градусов Цельсия. Это время составляет примерно пятьдесят секунд.

Отношение времени истечения двухсот кубических сантиметров исследуемой жидкости при заданной температуре ко времени истечения такого же объема дистиллированной воды при температуре двадцать градусов Цельсия называется градусом Энглера. Градус Энглера обозначается как °E [градус E].

Для перехода от вязкости жидкости в градусах Энглера к кинематическому коэффициенту вязкости можно пользоваться эмпирической формулой – формулой Убеллоде 1.15.

Таким образом, зная плотность жидкости, по формуле 1.16 можно определить динамический коэффициент вязкости μ [мю]. Согласно определению кинематического коэффициента вязкости он равен произведению кинематического коэффициента вязкости на плотность.

Слайд 17

Далее рассмотрим основные физические параметры жидкостей и газов, такие как давление и температура.

Давление жидкости или газа – это физическая величина, численно равная силе, действующей на единицу площади поверхности перпендикулярно этой поверхности.

В любой точке жидкости имеется давление и его можно измерить, если опустить в жидкость стеклянную трубочку с запаянным концом, из которой выкачан воздух. Рассмотрим представленную на рисунке 1.5 точку M [эм] в жидкости и проведем через эту точку поверхность ds[дэ эс]. Результирующая сила воздействия всех молекул, находящихся в постоянном движении, на эту поверхность перпендикулярна ds[дэ эс]. В векторной форме получим формулу 1.17.

{3 секунды}

Где n [эн] с черточкой – единичный вектор, направленный по нормали к поверхности ds [дэ эс].

Сила dF [дэ эф] нормальное зависит от величины поверхности ds[дэ эс], но из формулы видно, что давление в точке не зависит от ds[дэ эс].

Таким образом, можно сделать вывод, что давление обладает следующими свойствами.

Во-первых, давление в точке в любом направлении одинаково и не зависит от ориентации поверхности. Через точку M [эм] можно провести бесконечное множество поверхностей и сила dF [дэ эф] нормальное будет зависеть только от величины ds[дэ эс].

Во-вторых, гидростатическое давление является непрерывной функцией координат пространства – формула 1.18.

Рассмотрим также понятие «градиент давления» и его свойства. Градиент – это вектор направления наискорейшего изменения некоторой величины, значение которой меняется от одной точки пространства к другой.

На рисунке 1.6 рассмотрим точку M [эм], которая имеет координаты x, y, z [икс, игрек и зэт] и находится в жидкости. Давление в точке M [эм] будет $p_м$[пэ эм]. Это давление зависит только от координат точки M [эм].

На небольшом расстоянии от точки M [эм] находится точка M_1 [эм один] с координатами x + dx[икс плюс дэ икс], y + dy [игрек плюс дэ игрек], иz + dz [зэт плюс дэ зэт].

Давление в точке M_1 [эм один] отличается от давления p_M [пэ эм] на некоторую величину изменения давления dp[дэ пэ].

Давление p_{M1} [пэ эм один] зависит от координат точки M_1[эм один]. А dp[дэ пэ] равно разнице давлений в точках M [эм] и M_1[эм один].

Так как давление p[пэ] является функцией координат x, y, z [икс, игрек и зэт], то величину dp [дэ пэ] можно записать в дифференциальной форме.

Вектор перемещения от точки M [эм] к точке M_1 [эм один] записывается в векторной форме согласно формуле 1.19.

{3 секунды}

Где i, j, k [и, жи и ка] – единичные векторы, направленные вдоль осей координат.

В физике для обозначения изменения некоторой скалярной величины, например, температуры или давления, от одной точки к другой используется понятие вектора.

Так, вектор градиента давления можно записать в виде формулы 1.20.

{3 секунды}

Произведение двух векторов 1.19 и 1.20 запишутся в виде формулы 1.21 или 1.22.

{3 секунды}

То есть можем сделать вывод, что изменение давления является скалярным произведением двух векторов: вектора градиента давления и вектора перемещения.

Таким образом, сформулируем свойства вектора градиента давления.

Если точки M [эм] и M_1 [эм один] принадлежат поверхности, в которой все точки испытывают одинаковые давления, то можно записать, что давление в точке M [эм] равно давлению в точке M_1 [эм один]. Тогда dp = 0 [дэ пэ равно нулю].

Следует вывод, что градиент давления расположен по нормали к поверхности равного давления, проходящей через точку M [эм].

Предположим, что точка M_1 [эм один] расположена по нормали к поверхности равного давления, проходящей через точку M [эм]. Тогда $dp > 0$ [дэ пэ больше нуля]. Значит, скалярное произведение градиента давления на перемещение имеет положительное значение и градиент давления имеет то же направление, что и перемещение.

Следует вывод о том, что градиент давления в сторону увеличения давления.

Третий вывод, который можно сделать: величина градиента давления определяется отношением разности давлений в двух точках к расстоянию между этими точками.

Слайд 18

Рассмотрим приборы для измерения давления и единицы измерения давления.

Для измерения давления используют манометры, вакуумметры, мановакуумметры, напоромеры, датчики давления, дифманометры и другие приборы.

В большинстве случаев в приборах измеряемое давление преобразуется в деформацию упругих элементов, поэтому они называются деформационными.

Деформационные приборы широко применяют для измерения давления в различных технологических процессах. Они просты, удобны и безопасны в работе. Все деформационные приборы имеют в схеме какой-либо упругий элемент, который деформируется под действием измеряемого давления: пружину, мембрану или сильфон.

Для измерения давления агрессивных сред применяются датчики, которые снабжены защитной мембраной из коррозионно-стойкого материала. Измеряемое давление передается к измерительной мембране через силиконовое масло, которым заполнена внутренняя полость датчика.

Промышленные тензорезисторные преобразователи предназначены для преобразования давления, разрежения и разности давлений в пропорциональное значение выходного сигнала – постоянного тока.

При эксплуатации приборов для измерения давления, часто требуется защита их от агрессивного и теплового воздействия среды. Если среда химически активна по отношению к материалу прибора, то его защиту производят с помощью разделительных сосудов или мембранных разделителей.

При измерении атмосферного давления используют единицу давления – бар. Один бар равен десять в пятой степени Паскалей.

При измерении давления при помощи пьезометрических трубок используют единицы длины.

Для воды один миллиметр водяного столба равен давлению девять целых, восемьдесят одна сотая Паскалей.

Для ртути один миллиметр ртутного столба равен сто тридцать три целых, три десятых Паскалей.

В старой системе единицей измерения давления является усилие, создаваемое телом массой один килограмм на один квадратный сантиметр.

Связь и перевод из одних единиц измерения давления в другие представлены в виде таблицы 1.2. На рисунках 1.7 и 1.8 показаны приборы для измерения давления – манометры и пьезометр соответственно.

Слайд 19

Аналогично рассмотрим приборы и единицы измерения температуры.

Температура – это скалярная физическая величина, которая характеризует состояние термодинамического равновесия макроскопической системы.

Температура всех частей системы в равновесии одинакова. Если система не находится в равновесии, то между её частями с различной температурой происходит теплопередача, которая приводит к выравниванию температур в системе.

Для определения температуры тела обычно измеряют какой-либо физический параметр, если он связан напрямую или косвенно с температурой. Например, для измерения температуры газов можно использовать объём или давление, скорость звука, электрическую проводимость и другие параметры.

Средства измерения температуры часто проградуированы по относительным шкалам Цельсия или Фаренгейта.

На практике для измерения температуры также используют жидкостные и механические термометры, термопару, термометр сопротивления, газовый термометр, пирометр.

Самым точным практическим термометром является платиновый термометр сопротивления. Разработаны новейшие методы измерения температуры. Они основаны на измерении параметров лазерного излучения.

Температуру измеряют в условных единицах – градусах.

Существует понятие абсолютной температуры, которое было введено Кельвином. В связи с этим шкалу абсолютной температуры называют шкалой Кельвина или термодинамической температурной шкалой. Единица абсолютной температуры – Кельвин.

Абсолютная шкала температуры называется так, потому что мерой основного состояния нижнего предела температуры является абсолютный ноль. Это наиболее низкая возможная температура, при которой в принципе невозможно извлечь из вещества тепловую энергию.

Абсолютный ноль определён как ноль градусов по шкале Кельвина, что равно -273,15 [минус двести семьдесят три целых, пятнадцать сотых] градуса Цельсия.

То есть шкала температур Кельвина — это шкала, в которой начало отсчёта ведётся от абсолютного нуля.

Сегодня наибольшее распространение в качестве единицы измерения температуры получила шкала Цельсия. Она используется в технике, медицине, метеорологии и в быту.

В настоящее время в системе СИ термодинамическую шкалу Цельсия определяют через шкалу Кельвина. Температура в градусах Цельсия равна температуре в градусах Кельвина минус двести семьдесят три целых, пятнадцать сотых градуса. То есть цена одного деления в шкале Цельсия равна цене деления шкалы Кельвина.

В Англии и в особенности в США используется шкала Фаренгейта. Ноль градусов Цельсия – это 32 [тридцать два] градуса Фаренгейта, а 100 [сто] градусов Цельсия – это 212 [двести двенадцать] градусов Фаренгейта.

Существует также шкала Реомюра, которую Реомюр предложил в 1730 [тысяча семьсот тридцатом] году. Один градус Реомюра равен 1,25°C [одной целой, двадцати пяти сотым градуса Цельсия].

Шкала вышла из употребления, дольше всего она сохранялась во Франции, на родине автора.

Существуют и другие шкалы температур. Сравнение основных шкал представлено в таблице 1.3. На рисунках 1.9 и 1.10 представлены термопара и пирометр, с помощью которых можно определять температуру.

Слайд 20

Раздел 2. Гидростатика

Уважаемые студенты!

Мы приступаем к изучению второго раздела дисциплины «Механика жидкости и газа». Это гидростатика. Слово «гидростатика» состоит из двух слов древнегреческого языка: гидро и статика. В переводе с греческого «гидрос» означает вода, «статика» – спокойствие или покой. То есть спокойная вода.

Основные принципы гидростатики были установлены ещё Архимедом, что относится к античному периоду. Однако формирование гидравлики как науки начинается с середины пятнадцатого века. Именно в это время Леонардо да Винчи своими лабораторными опытами положил начало экспериментальному методу в гидравлике. В шестнадцатом и семнадцатом веках Симон Стевин, Галилео Галилей и Блез Паскаль разработали основы гидростатики как науки. Дальнейшее развитие эта наука получила благодаря таким известным ученым, как Исаак Ньютон, Даниил Бернулли и Леонард Эйлер.

Слайд 21

Существует множество различных определений понятия «гидростатика». Некоторые из них представлены на слайде. В частности, одно из определений гидростатики может быть сформулировано следующим образом.

Гидростатикой называется раздел гидравлики, в котором рассматриваются законы равновесия жидкости и их практическое применение.

Гидростатика как наука имеет важное техническое значение. Без законов этого раздела невозможно было бы создание целого ряда технических устройств и установок. К примеру, таких устройств, как прессы, сервоприводы, гидравлические усилители. Кроме того, законы гидростатики лежат в основе такой отрасли, как кораблестроение. Отдельные элементы гидростатики используются при проектировании авиационной и ракетной техники.

Раздел, к изучению которого мы приступаем, включает следующие вопросы. Это понятие относительного покоя жидкости, дифференциальное уравнение равновесия жидкости и вывод основного уравнения гидростатики. В разделе также рассматриваются законы Паскаля и Архимеда.

Таким образом, на основании вышесказанного можно сформулировать основные задачи гидростатики.

Основными задачами гидростатики являются определение давления в жидкости как функции координат, а также определение сил, которые действуют со стороны жидкости на твёрдые стенки.

Математически поставленную задачу можно представить как уравнение 2.1.

{3 секунды}

Итак, переходим к изучению первого вопроса, а именно понятие относительного покоя жидкости.

Слайд 22

Уравнение равновесия жидкости

При абсолютном покое жидкость неподвижна относительно земли и резервуара.

При относительном покое отдельные частицы жидкости, оставаясь в покое относительно друг друга, могут перемещаться вместе с сосудом, в котором они находятся.

Возможные варианты относительного покоя жидкости представлены на рисунке 2.1 слайда.

Первый вариант соответствует абсолютному покою или равномерному движению сосуда с жидкостью. Такой вариант покоя жидкости рассматривался при выводе основного уравнения гидростатики.

Второй вариант – вращение сосуда с жидкостью при постоянной угловой скорости вокруг центральной оси. Несмотря на то что вся масса жидкости вращается вместе с сосудом, частицы жидкости относительно друг друга не перемещаются. Отсюда следует вывод, что весь объём жидкости, как и в первом случае, представляет собой твёрдое тело. Давление в каждой точке жидкости не меняется во времени и зависит только от координат. По этим причинам жидкость подпадает под определение покоящейся.

Третий вариант аналогичен второму. Отличие заключается только в том, что вращение осуществляется вокруг произвольно расположенной вертикальной оси. Во втором и третьем случаях свободная поверхность жидкости принимает новую форму, соответствующую новому равновесному положению жидкости.

В четвёртом варианте сосуд с жидкостью движется прямолинейно и равноускоренно. Это проявляется, например, в процессе разгона или остановки резервуара с жидкостью. Жидкость занимает новое равновесное положение. При этом свободная поверхность приобретает наклонное положение, которое сохраняется до изменения ускорения.

Частицы жидкости друг относительно друга находятся в покое, и давление также зависит только от координат в пространстве.

Во всех указанных случаях на жидкость действуют следующие силы. Во-первых, силы веса, во-вторых, силы инерции и, в-третьих, силы давления.

Слайд 23

К выводу уравнения равновесия жидкости

Дифференциальные уравнения равновесия покоящейся жидкости иначе называют дифференциальными уравнениями Эйлера.

Рассмотрим рисунок 2.2 на слайде. Представим, что в точке M [ЭМ] расположен элементарный бесконечно малый объем жидкости *dV* [ДЭ ВЭ]. Допустим, что этот объем находится в абсолютном покое и имеет форму параллелепипеда. При этом стороны параллелепипеда параллельны осям координат X [ИКС], У [ИГРЕК] и Z [ЗЕТ]. На элементарный объем воздействуют силы давления соседних элементарных объемов. Определим результирующую силу давления dF [Дэ эф] на объем dV [ДЭ ВЭ].

Поскольку объем *dV* [ДЭ ВЭ] расположен параллельно осям координат, то da [ДЭ А], db [ДЭ Б] и dc [ДЭ Ц] – это его соответствующие стороны. В точке M [ЭМ] давление обозначим как *p* [ПЭ]. В точках M1 [ЭМ один] и M2 [ЭМ два] на сторонах, параллельных плоскости x0y [икс о игрек], давление обозначим соответственно p1 [ПЭ один] и p2 [ПЭ два]. Рассмотрим одну из сторон параллелепипеда dV [ДЭ ВЭ] в плоскости, параллельной плоскости x0y [икс о игрек]. Результирующая сила давления на эту сторону действует по нормали к ней и ориентирована внутрь рассматриваемого элементарного объема *dV* [ДЭ ВЭ].

Для результирующей силы давления на стороны объема dV [ДЭ ВЭ], параллельные плоскости x0y [икс о игрек], можно записать в виде уравнения 2.2.

{3 секунды}

Разность давлений можно представить p1 - p2 [ПЭ один минус ПЭ два]. В соответствии со свойством градиента давление можно представить в виде формулы 2.3.

{3 секунды}

Последовательно выполняем преобразования на слайде. Окончательно для результирующей силы dFz [дэ эф зет] можно записать выражение 2.4.

{3 секунды}

Таким образом, заменяя произведения элементарных площадей на элементарный объем, результирующую силу можно представить в виде 2.5.

{3 секунды}

Выполняем аналогичным образом преобразования и получаем силы dFx [ДЭ ЭФ ИКС] и dFy [ДЭ ЭФ ИГРЕК].

Результирующая всех сил, которые действуют на объем dV [ДЭ ВЭ], соответственно равна выражению 2.6 на слайде.

{3 секунды}

Анализируя результаты выполненных преобразований, можно сделать следующие выводы.

Во-первых, результирующая сила dF [ДЭ ЭФ] направлена в противоположную сторону градиенту давления рм [ПЭ ЭМ].

Во-вторых, результирующая сила перпендикулярна плоскости, проходящей через точку M, на которой давления одинаковы, и ориентирована в сторону уменьшения давления.

Слайд 24

Основное уравнение гидростатики

Вернемся к рисунку 2.2, который представлен на предыдущем слайде.

На элементарный объем жидкости действуют две силы. Это сила тяжести – она направлена вертикально вниз, и равнодействующая сила давления жидкости.

Математически данное условие можно записать как выражение 2.7.

{3 секунды}

Где m [ЭМ] – это масса жидкости; [РО] – плотность жидкости; dV [ДЭ ВЭ] – элементарный объем; g [ЖЕ] – ускорение свободного падения.

Последовательно преобразуя выражение 2.7 как показано на слайде, получим основное уравнение гидростатики в дифференциальной форме. Это уравнение 2.9.

{3 секунды}

Полученное уравнение является одним из основных уравнений механики жидкости и газа и называется основным уравнением гидростатики в дифференциальной форме.

Проведем анализ полученного уравнения.

Во-первых, в жидкости, находящейся в равновесии, давление увеличивается сверху вниз.

Во-вторых, в покоящейся жидкости плоскости равного давления горизонтальны.

В-третьих, в покоящейся жидкости давление в точке зависит только от ординаты z [зет].

Слайд 25

Основное уравнение гидростатики для несжимаемой жидкости

Рассмотрим основное уравнение гидростатики применительно к несжимаемой жидкости.

В случае несжимаемой жидкости плотность жидкости не зависит от давления. То есть плотность жидкости во всех ее точках является величиной постоянной.

Введем дополнительные условия, которые формулируется следующим образом. Первое – температура во всех точках рассматриваемой жидкости – величина постоянная. Второе – для рассматриваемых высот в несколько метров ускорение силы тяжести считаем неизменным.

Рассмотрим рисунок 2.3 слайда. На рисунке представлен резервуар с покоящейся в нем жидкостью. Выберем две произвольные точки M1[ЭМ один] и M2 [ЭМ два]. Определим разницу давлений между этими точками.

Для этого запишем основное уравнение гидростатики в дифференциальной форме и проинтегрируем его правую и левую части. Так как плотность и ускорение свободного падения считаем величинами постоянными, то их можно вынести за знак интеграла.

Дальнейший порядок решения определенного интеграла представлен на слайде.

В результате интегрирования получим уравнение 2.10.

{3 секунды}

Полученное уравнение является основным уравнением гидростатики в форме давлений. Каждый член этого уравнения представляет собой или статическое давление, или давление силы тяжести.

Из анализа уравнения 2.10 можно сформулировать следующий вывод. В покоящейся жидкости любая горизонтальная плоскость представляет собой поверхность, на которой в любой ее точке давление будет неизменным. Такая поверхность называется поверхностью равного давления.

Разделим основное уравнение гидростатики в форме давлений на произведение плотности жидкости и ускорение свободного падения как показано на слайде. В результате получим основное уравнение гидростатики в форме напоров. Уравнение 2.11 слайда.

{3 секунды}

Уравнение представляет собой сумму пьезометрического и геометрического напора. Собственно говоря, поэтому это уравнение и называют уравнением в форме напоров.

Если разделить правую и левую части уравнения 2.10 на плотность, получим уравнение гидростатики в форме удельной энергии. Уравнение 2.12 слайда.

{3 секунды}

Полученное уравнение представляет собой сумму удельной энергии давления и удельной энергии положения.

Слайд 26

Основное уравнение гидростатики для газа

Выведем основное уравнение гидростатики для сжимаемой жидкости. Особенность такой жидкости заключается в том, что ее плотность является функцией давления.

Для вывода этого уравнения проинтегрируем дифференциальное уравнение гидростатики с учетом того, что плотность есть функция давления. После интегрирования уравнение примет вид 2.13 слайда.

{3 секунды}

Для вычисления полученного интеграла необходимо задать закон изменения состояния газа.

При решении задач механики жидкости и газа обычно рассматривают два случая. Случай изотермической атмосферы и случай неизотермической атмосферы.

Под изотермической атмосферой понимают условие, когда температура во всех ее точках является величиной постоянной. Это позволяет установить связь между давлением и плотностью газа, например, с помощью уравнения состояния газа Клайперона – Менделеева.

В этом случае решением интеграла является выражение 2.14 слайда.

{3 секунды}

На рисунке 2.4 представлена зависимость изменения плотности газа от высоты. Из рисунка видно, что характер изменения плотности представляет собой экспоненциальную зависимость.

Следует отметить, что полученной формулой можно пользоваться, если высота изменяется на относительно небольшую величину. В других случаях формула может давать погрешность более 5%.

В случае неизотермической атмосферы решение задачи серьезно усложняется.

Под неизотермической понимают атмосферу, в которой температура изменяется в зависимости от координат пространства. Рассмотрим простейший случай, когда температура атмосферы изменяется в зависимости от высоты линейно.

Линейный закон изменения температуры можно представить как отношение разницы температур, измеренных на определенных высотах, к высоте между точками измерений. Полученное отношение называют градиентом температуры. Подставив это отношение в основное уравнение гидростатики для сжимаемой жидкости, то есть в уравнение 2.13 слайда, и проинтегрировав его, получим уравнение 2.15.

{3 секунды}

Полученное уравнение показывает зависимость изменения давления от высоты при условии неизотермической атмосферы.

Слайд 27

Закон Паскаля

Впервые закон распределения давления в жидкости был сформулирован Блейзом Паскалем в «Трактате о равновесии жидкостей», который был опубликован в 1663 [тысяча шестьсот шестьдесят третьем] году. На основе этого закона во второй главе своего трактата он предложил идею гидравлического пресса. Эта идея была сформулирована им следующим образом: «Сосуд, наполненный водою, является новым принципом механики и новой машиной для увеличения сил в желаемой степени, потому что с помощью этого средства человек сможет поднять любую предложенную ему тяжесть». В его работе также отмечено, что принцип действия пресса подчиняется тому же закону, что и принцип действия рычага или блока.

Закон Паскаля можно сформулировать следующим образом.

Давление, производимое на жидкость или газ, передается в любую точку одинаково во всех направлениях.

Данный закон нашел широкое применение в современной технике, в частности, в гидропрессах, гидроусилителях, тормозных устройствах.

Следует отметить, что закон Паскаля не применим в случае движущейся жидкости или газа.

На рисунке 2.5 слайда представлена элементарная схема гидропресса. Гидропресс состоит из малого и большого поршней, помещенных в единый корпус.

Предположим, что на малый поршень действует сила P [ПЭ]. Тогда давление, создаваемое малым поршнем, будет равно отношению указанной силы P [ПЭ] к площади малого поршня. Так как, согласно закону Паскаля, давление передается во все стороны одинаково, то и давление, воспринимаемое большим поршнем, будет тем же.

Умножим давление большего поршня на его площадь. Полученная сила F [ЭФ], развиваемая поршнем, будет больше. Математически связь между давлением и площадью поршня представлена на слайде – выражение 2.17.

{3 секунды}

На основе сказанного можно сделать следующие выводы.

Во-первых, сила P [Пэ] будет больше силы F [Эф] во столько же раз, во сколько площадь большего поршня будет больше площади меньшего поршня.

Во-вторых, в отличие от твердых тел жидкость передает не силу, а давление.

Слайд 28

Сила давления на поверхность

Приступим к следующему вопросу. Сила давления на плоские и криволинейные поверхности.

Для этого рассмотрим произвольную поверхность на рисунке 2.6 слайда. Выделим на этой поверхности произвольную элементарную площадку ds [ДЭ ЭС]. Точка M принадлежит площадке ds [ДЭ ЭС].

Давление на элементарную площадку ds [ДЭ ЭС] будет равно Pм [ПЭ ЭМ]. В этом случае сила, действующая на элементарную площадку ds [ДЭ ЭС,] будет равна произведению давления Pм [ПЭ ЭМ] на элементарную площадку ds [ДЭ ЭС] и на единичный вектор n [ЭН], направленный по нормали к этой площадке. Уравнение 2.18 слайда.

{3 секунды}

Перейдем от элементарной площадки к поверхности резервуара. Для этого рассмотрим произвольный резервуар с жидкостью и газом. Для иллюстрации такой резервуар представлен на рисунке 2.7. Предположим, что давление газа над жидкостью в резервуаре составляет величину Ро [ПЭ НОЛЬ]. Точка М [ЭМ] находится на стенке резервуара на глубине h [Аш]. Тогда давление на точку М [ЭМ] будет равно сумме давления газа в резервуаре и давления жидкости. Уравнение 2.19 слайда.

Слайд 29

Результирующая сила давления на стенку

Если резервуар имеет произвольную форму, как на рисунке 2.7 предыдущего слайда, то подсчитать результирующую силу довольно сложно, так как единичные векторы каждого элемента поверхности направлены в разные стороны. Поэтому для определения результирующей силы прибегнем к следующим рассуждениям.

Элемент стенки резервуара ds [дэ эс] будет находиться в неподвижном состоянии, если сила давления жидкости будет равна силе реакции материала. То есть их сумма должна быть равна нулю.

Таким образом, весь резервуар испытывает воздействие двух результирующих сил. А именно равнодействующей сил давления и реакции материала стенки резервуара.

Для упрощения задачи ограничимся случаем, когда дно резервуара плоское и горизонтальное. На рисунке 2.8 слайда изображен пример такого открытого резервуара.

Примем, что давление на поверхности жидкости равно Р0 [ПЭ ноль], плотность жидкости ρ [РО], а глубина наполнения жидкости h [АШ].

Так как дно резервуара плоское и горизонтальное, то каждый элемент поверхности дна будет испытывать давление, равное сумме давления газа над жидкостью и самой жидкости. Уравнение 2.23 слайда.

{3 секунды}

Сила P [Пэ] вертикальная, направлена вниз и приложена по центру дна резервуара из соображения симметрии.

Из уравнения 2.23 следует так называемый гидростатический парадокс. Он формулируется следующим образом. Независимо от формы резервуара сила давления на дно зависит только от площади S [Эс], глубины заполнения h [Аш] и плотности ρ [Ро] и не зависит от количества жидкости, в резервуаре.

Слайд 30

Сила давления на вертикальную прямоугольную стенку

Пусть прямоугольная стенка длиной l [Эль] и высотой h [Аш] сдерживает напор жидкости плотностью ρ [Ро]. Для иллюстрации на рисунке 2.9 слайда представлена такая стенка.

Рассмотрим элемент этой стенки на глубине z [Зет], длиной l [Эль] и шириной dz [Дэ Зет].

Элемент испытывает силу давления, равную произведению: давление, умноженное на элементарную площадку и на единичный вектор, направленный по нормали к элементарной площадке.

Полученная сила направлена вертикально к поверхности и приложена в центре элемента на оси O [буква «О»] из соображения симметрии.

Результирующую силу давления на стенку можно определить как сумму сил, действующих на элементарные площадки.

При этом все силы расположены горизонтально, действуют в одном направлении и приложены на одной вертикальной оси O [буква «О»]. Следовательно, результирующая сила также будет горизонтальна, направлена от жидкости, а точка приложения находится на оси O [буква «О»].

Определим место приложения результирующей силы. Рассмотрим схему на рисунке 2.10 слайда. Точка С рисунка 2.10 является точкой приложения результирующей силы давления жидкости. При этом точка С должна быть расположена таким образом, чтобы воздействие силы P [Пэ] в этой точке равнялось воздействию всех сил df [Дэ Эф] на площадку ds [Дэ Эс].

Определить точку приложения результирующей силы давления P[Пэ] можно, если составить уравнение моментов и сил. Решение такой системы уравнений представлено на слайде.

{5 секунд}

Из уравнения 2.25 слайда видно, что точка приложения результирующей силы находится на расстоянии две трети высоты жидкости, если вести отсчет от поверхности жидкости.

Слайд 31

Сила давления на криволинейную поверхность

Рассмотрим произвольную криволинейную поверхность S [Эс] на рисунке 2.11. На эту поверхность с внешней стороны воздействует жидкость, создавая давление, а с внутренней стороны воздействует жидкость с давлением. Необходимо определить силу давления на криволинейную поверхность.

Каждый элемент поверхности площадью ds [Дэ Эс] испытывает воздействие силы давления с внешней и внутренней стороны. Равнодействующую от суммы всех элементарных сил, действующих на поверхность изнутри и снаружи, можно представить как сумму элементарных сил, направленных нормально к рассматриваемым элементарным площадкам. В предельном случае эта сумма преобразуется в интеграл 2.26 слайда.

{3 секунды}

Решить задачу при такой постановке не всегда возможно, так как нормаль для каждой элементарной площадки криволинейной поверхности имеет свое направление. Для упрощения задачи можно рассматривать интеграл по площади проекций элементарных сил на предварительно выбранное направление. Это уравнение 2.27 слайда.

Слайд 32

Сила давления на цилиндрическую поверхность

Представим трубу длиной l [Эль], с внутренним радиусом R1 [Эр один] и внешним радиусом [Эр два]. В трубе находится жидкость с давлением P1 [Пэ один]. Внешнее давление составляет величину P2 [Пэ два]. Необходимо установить условие, при котором труба не разорвется.

Выберем направление, совпадающее с одним из радиусов трубы.

Равнодействующая сил внутреннего давления может быть определена как произведение внутреннего давления на проекцию поверхности трубы на плоскость, перпендикулярную выбранному направлению. Это уравнение 2.29 слайда.

{3 секунды}

Аналогичный результат получим для силы внешнего давления.

Если внутреннее давление будет больше внешнего, то внутреннее давление будет стремиться разорвать трубу. При этом силы от внешнего и внутреннего давления будут направлены в разные стороны.

Материал трубы в силу своих физических свойств будет сопротивляться разрыву. Это сопротивление будет тем больше, чем толще стенка трубы. Величина, характеризующая способность материала сопротивляться его разрыву, обозначается как σ [Сигма]. Силу сопротивления материала F [Эф] можно определить как произведение σ [Сигма] на площадь сопротивления.

Тогда условие прочности трубы можно представить как неравенство 2.31 слайда.

Слайд 33

Относительный покой жидкости

Относительным покоем жидкости называется такое ее состояние, при котором каждая ее частица сохраняет свое положение относительно твердой стенки движущегося резервуара, в котором находится жидкость.

При относительном покое рассматриваются две основные задачи:

– во-первых, определяется форма поверхности уровня или поверхность равного давления;

– во-вторых, устанавливается характер распределения давления в объеме жидкости.

В данном случае необходимо учитывать силы инерции, которые дополняют систему массовых сил в покоящейся жидкости.

Рассмотрим случай, когда сосуд с жидкостью вращается вокруг своей оси с постоянной угловой скоростью. Это показано на рисунке 2.13 слайда. Для определения формы свободной поверхности и закона распределения давления выберем вблизи свободной поверхности частицу жидкости с элементарной массой dm [Дэ Эм]. На эту частицу действует массовая сила dF [Дэ Эф] по нормали к поверхности. Разложим эту силу на две составляющие – соответственно горизонтальную и вертикальную.

Разделим действующие силы на dm [Дэ Эм], получим дифференциальное уравнение поверхности уровня 2.32.

{3 секунды}

Проинтегрировав уравнение 2.32, получим интегральное уравнение поверхности.

Уравнение 2.32 является уравнением параболоида. Таким образом, при вращении резервуара с постоянной скоростью вокруг вертикальной оси поверхностями равного давления будет семейство параболоидов вращения.

Слайд 34

Закон Архимеда

Рассмотрим рисунок 2.14. На рисунке представлено погруженное в жидкость произвольное тело. На тело в жидкости действуют две силы. Это сила тяжести и сила давления воды.

На каждую элементарную площадку тела будет действовать направленная внутрь тела элементарная сила.

При этом давление p [Пэ] зависит только от положения точки M [Эм], соответственно, каждая элементарная сила будет зависеть от расположения элемента и от его формы. Таким образом, равнодействующая сил будет зависеть только от места нахождения тела в жидкости и от величины внешней поверхности тела S [Эс].

Рассмотрим равновесие жидкости, когда тело извлечено, и жидкость заняла его объем как представлено на рисунке 2.15. Контур S [Эс] в жидкости соответствует очертанию тела. Жидкость внутри этого контура находится в равновесии под действием собственного веса G' [Жэ штрих] и результирующей силы внешнего давления воды P [Пэ].

Равновесие жидкости внутри контура S[Эс] можно записать как уравнение 2.35 слайда.

{3 секунды}

В случае плавающего в жидкости тела можно сделать вывод: так как контуры тела S [Эс] и жидкости, замещающей объем тела, равны, то и силы давления жидкости в первом и во втором случаях должны быть равны. Отсюда можно сформулировать закон Архимеда.

На твердое тело, погруженное в покоящуюся жидкость, действует сила гидростатического давления. Она равна весу жидкости в объеме тела, направлена вертикально вверх и проходит через центр тяжести тела.

Необходимо отметить, что в случае неравенства плотности жидкости вес тела и архимедова сила будут приложены к различным точкам.

Для того чтобы плавающее тело было устойчивым, необходимо, чтобы центр приложения архимедовой силы находился выше центра приложения силы тяжести. Данный вывод является условием равновесия плавающих тел.

Слайд 35

Перейдем к разделу три, где рассмотрим элементы тензорного анализа. Данный раздел включен в содержание дисциплины прежде всего для того, чтобы понимать дальнейшие выводы и преобразования, которые имеют довольно сложный физический смысл.

Слайд 36

Все многообразие наблюдаемых тел и веществ в природе существует в трех фазовых состояниях. Первое – в твердом состоянии, например, камень, грунт, металлы, пластики и другие твердые вещества. Второе – в жидком состоянии, например, вода, нефть, расплавы, электролиты, жидкий гелий и другие жидкие вещества. Третье – газообразное состояние, например, воздух, азот, углекислый газ, продукты горения и прочие газообразные вещества. Сильно нагретый газ, когда он начинает проводить электрический ток, называется плазмой. Плазма имеет особенности, которые определяются так называемым коллективным поведением, поэтому плазму иногда называют четвертым состоянием вещества. Но в то же время, если газ не является сильно разреженным, когда столкновения частиц доминируют над коллективным движением, особенности плазмы как среды с коллективным движением не являются определяющими.

Механика жидкости и газа – это раздел физики, в котором изучаются макроскопические реакции жидкостей и газов на внешние силы. При внешних приложенных силах или вследствие начальных и граничных условий в среде возникают внутренние напряжения, на которые реагируют жидкость и газ. Для жидкости и газа реакцией на внешние воздействия является возникновение движения в направлении приложенных внешних и возникающих внутренних напряжений. То есть жидкость и газ являются текучей средой. Особенности текучих сред, в отличие от твердых тел, заключаются в том, что они занимают весь объем сосуда, в котором они находятся.

Наиболее важным и сложным в описании движения текучих сред является сильная нелинейность реакции на внешние и внутренние напряжения и возникновение неустойчивых режимов. Внутренние напряжения порождают новые движения, которые, в свою очередь, порождают новые напряжения и так далее. При этом масштабы движения, как правило, уменьшаются, кинетическая энергия среды переходит в тепловую и возникает турбулентное хаотическое движение.

В соответствии с законом больших чисел это хаотическое движение описывается статистическими законами с вполне определенными и устойчивыми средними значениями. Эти значения определяются в значительной степени первыми моментами распределения случайных величин.

Данная закономерность позволяет описать турбулентное движение в большинстве прикладных задач. Это такие задачи, как движение газа по трубопроводам, горение в камерах сгорания, аэродинамические свойства самолетов, вхождение ракет в плотные слои атмосферы, и многие другие.

В механике газа рассматриваются тела конечных объемов в отличие от механики материальных точек. Развитие научных представлений в механике начиналось с изучения реальных предметов в природе, имеющих конечные размеры.

Значительно позже появилось понятие о материальной точке как объекте с конечной массой и бесконечно малого размера. Это привело к развитию теории динамики дискретных систем, а затем к понятию распределенной системы, которая описывается в терминах полей.

Сравним дискретные и распределенные системы. Для дискретных систем, например, материальной точки, которая движется в пространстве, движение определяется силой, действующей на частицу. Для неконсервативных систем, например для тела на наклонной плоскости, сила реакции плоскости определяется ориентацией площадки и силой, действующей на данную площадку. Следовательно, в каждой точке среды уже не вектор определяет силу, а величина, определяемая двумя векторами – направлением силы и ориентацией площадки. То есть появляется величина, называемая тензором. По этой причине тензорный анализ является неотъемлемой частью механики жидкости и газа.

Рассмотрим подробнее примеры тензорных величин на следующем слайде.

Слайд 37

На данном слайде представлены поля скалярных и векторных величин, которые применяют в механике жидкости и газа при тензорном анализе.

Как мы уже говорили, математический аппарат механики жидкости и газа существенно отличается от математического аппарата дискретных систем. Последний основан на обыкновенных дифференциальных уравнениях. Математический аппарат механики жидкости и газа основан на уравнениях в частных производных.

Раздел математики, в котором изучаются уравнения в частных производных, называется уравнениями математической физики. В названии отражен тот факт, что этот раздел математики, как и многие другие, возник из задач физики, таких как электродинамика и механика жидкости и газа. Многие понятия и теоремы в механике жидкости и газа не являются чисто математическими, а выражают физические законы. Основные трудности освоения механики жидкости и газа связаны с ее сложным математическим аппаратом. Поэтому важно за математическими понятиями, такими как дивергенция и ротор вектора или тензора, видеть физический смысл.

Математический аппарат механики жидкости и газа основан на тензорном анализе. Конечно, можно все уравнения и результаты получить и в координатной форме, не прибегая к понятию тензора, но тогда для каждой системы координат нужно будет уравнения выводить заново. В этом случае объем записи уравнений вырастает многократно. Координатная запись уравнений необходима при аналитическом или численном решении конкретных задач, но в общем случае удобнее использовать векторный или тензорный вид.

В механике жидкости и газа объектами исследования являются поля, такие как поле плотности, поле давления, поле температуры и поле скорости. Изменения во времени и пространстве полей определяются не только производными по времени, как в механике дискретных систем, но и производными по пространственным координатам, что отсутствует в механике дискретных систем. Эти производные приводят к понятиям градиента, дивергенции и ротора. В механике жидкости и газа рассматриваются поля скалярных и векторных величин, для которых справедливо выражение 3.1, в котором F [эф] и G [же] – вектор действия внешних сил и веса тела, где r [эр] – координаты в пространстве, а t [тэ] – время.

{3 секунды}

Скалярные и векторные функции координат можно дифференцировать, используя понятие частной производной, как это показано в выражении 3.2.

{3 секунды}

Последнее векторное равенство эквивалентно трем скалярным по осям икс, игрек и зет, как это показано в 3.3.

{3 секунды}

В некоторых случаях координаты будут обозначаться: x [икс] как x_1 [икс один], y [игрек] как x_2 [икс два], z [зет] как x_3 [икс три], тогда полученный результат будет выглядеть, как в формуле 3.4.

Физический смысл дифференциальных операций, таких как градиент скалярной функции, дивергенции и ротора векторной функции, крайне важен для понимания сложных процессов в механике жидкости и газа. Поэтому для лучшего понимания изучаемого материала рассмотрим на следующем слайде основные определения тензорного анализа.

Слайд 38

На слайде представлены определения и справочные данные, которые необходимы для понимания тензорного анализа.

Тензоры широко используются в механике жидкости и газа. При решении задач можно использовать различные системы координат, подробнее о них мы расскажем позже.

Рассмотрим следующие определения тензорного анализа: тензор нулевого, первого и второго ранга.

Тензором нулевого ранга называют поле вещественных величин или функций материальной точки, не зависящих или инвариантных к преобразованию в выражениях 3.5, то есть воздействию на координаты типа поворота.

{3 секунды}

Тензор нулевого ранга также называется скаляром или нулевой валентностью.

Тензором первого ранга (иначе вектором на плоскости или валентностью первого ранга) называют поле трех величин или функций материальной точки с компонентами функции a_k [а катое], где k [ка] равно один, два и три. Поле данной функции инвариантно к преобразованию координат типа поворота, если компоненты преобразуются по правилу в формулах 3.6.

{3 секунды}

Тензором второго ранга (или валентности) называют вектор в объеме, имеющем поле девяти величин или функций материальной точки с компонентами T_{kn} [тэ ка энное], где k [ка] и n [эн] равны один, два и три. Поле данной функции инвариантно к преобразованию координат типа поворота, если компоненты преобразовать по правилу в формулах 3.7.

{3 секунды}

Определения и описание основных дифференциальных операций тензорного анализа, таких как градиент скалярной функции, дивергенции и ротора векторной функции, рассмотрим на следующих слайдах.

Слайд 39

Продолжаем изучать справочные данные для понимания тензорного анализа. На слайде рассмотрим понятие градиента скалярной функции.

Для этого введем такой термин, как оператор набла. Его иногда называют оператором Гамильтона. Оператор набла представляет собой векторный дифференциальный оператор, компоненты которого являются частными производными по координатам. Хотя большинство свойств оператора набла следуют из алгебраических свойств операторов и чисел и становятся вполне очевидными, если рассматривать его как вектор, нужно соблюдать осторожность.

Оператор набла не принадлежит тому же пространству, что и обычные векторы. Говоря точнее, скалярное и векторное произведения для него определены с некоторыми отличиями, которые сводятся к тому, что оператор действует на те поля, что стоят от него справа, и не действует на стоящие от него слева. В связи с чем скалярное и векторное произведения с участием оператора набла не коммутативны и не антикоммутативны, как это свойственно для таких произведений обычных векторов. Таким образом, оператор набла не обладает некоторыми свойствами обычных векторов, и следовательно, не во всём может вести себя в соответствии с геометрическими свойствами обычного вектора.

При этом через оператор набла естественным способом выражаются основные операции векторного анализа, такие как grad [градиент], div [дивергенция] и rot [ротор], а также оператор Лапласа.

Рассмотрим эти понятия по порядку. Начнем с определения градиента скалярной функции.

Градиент скалярной функции вводится через вектор набла, имеющий компоненты как показано в формуле 3.8. Он является векторным дифференциальным оператором, который показывает, что физический смысл имеют только объекты, возникающие при воздействии оператора на скаляр, вектор или тензор.

{3 секунды}

Воздействие вектора набла на векторную функцию определяется типом свертки, то есть скалярно, векторно или тензорно. Вектор набла действует на следующий за ним объект, которым является скаляр, вектор или тензор. Рассмотрим эти воздействия последовательно.

При действии вектора набла на скалярную функцию возникает вектор, который называется градиентом скалярной функции. Вектор набла имеет направление наибольшего изменения функции, на которую он действует. В частности, в одномерных задачах гидродинамики, например, при плоскопараллельном движении жидкости вдоль стенки или в канале. Если скорость направлена по оси x [икс], а изменяется по оси z [зет], то вектор набла направлен по оси z [зет]. В двумерных задачах, где функции изменяются в плоскости x [икс], y [игрек], вектор набла лежит в этой же плоскости. В двух- и трехмерном случаях можно представить некоторый источник примеси, распространяющейся в атмосфере. Если в каждой точке пространства изобразить поверхности постоянной концентрации примеси, называемые линиями уровня, то внутренняя нормаль поверхности, направленная в сторону увеличения концентрации, даст направление градиента скалярной функции. В то же время величина производной функции вдоль этого направления представляет собой абсолютную величину градиента скалярной функции.

Для понимания градиента скалярной функции представлен рисунок 3.3.

{3 секунды}

На рисунке показан градиент скалярной функции в двухмерном и трехмерном случаях. Для каждой точки каждой линии соответствует значение скалярной функции. Отношение приращения функции к приращению расстояния дает величину вектора, а направление увеличения функции дает ориентацию градиента скалярной функции.

Мы получили основное понимание оператора набла и градиента скалярной функции. Перейдем к другому слайду, где рассмотрены следующие понятия тензорного анализа в механике жидкости и газа.

Слайд 40

Рассмотрим понятие дивергенции вектора.

Дивергенция вектора – это дифференциальный оператор, отображающий векторное поле на скалярное. Другими словами, в результате применения к векторному полю операции дифференцирования получается скалярное поле. Дивергенция вектора определяет для каждой точки, насколько расходится входящее и исходящее из малой окрестности данной точки поле, точнее, насколько расходятся входящий и исходящий потоки.

На рисунке 3.4 графически представлены векторная функция и её дивергенция в виде скалярного поля, где красный цвет указывает на повышение, зеленый – на уменьшение расхождения.

Стандартные обозначения дивергенции – это divF [див эф], или, с использованием оператора набла, $\nabla \cdot F$ [набла эф].

Определение дивергенции показано в формуле 3.9.

{3 секунды}

Здесь Φ_F [эф эф] – это поток векторного поля F [эф] через сферическую поверхность площадью S [эс], ограничивающую объём V [вэ]. Ещё более общим, а потому удобным в применении, является определение, когда форма изменения или приложения функции для области с поверхностью S [эс] и объёмом V [вэ] допускается любой. Единственным требованием является её нахождение внутри сферы радиусом, стремящимся к нулю. Иными словами, чтобы вся поверхность находилась в бесконечно малой окрестности данной точки.

Физический смысл дивергенции вектора состоит в том, что она представляет количество признака потока, остающееся в элементарном объеме и определяемое разницей потока на выходе и входе данного объема.

Мы получили основное понимание дивергенции вектора поля. Перейдем к другому слайду, где рассмотрены следующие понятия тензорного анализа в механике жидкости и газа.

Слайд 41

Рассмотрим понятие ротора векторного поля.

Ротор векторного поля – это векторный дифференциальный оператор над векторным полем.

Стандартное обозначение ротора векторного поля – rot [рот], или, с использованием оператора набла, ∇X [набла икс].

Ротор векторного поля есть вектор, проекция которого на каждое направление поля есть предел отношения циркуляции векторного поля по контуру L [эль] к величине этого контура. Данный контур является краем плоской площадки, перпендикулярной этому направлению, когда размеры площадки стремятся к нулю, а сама площадка стягивается в точку. Графически данное определение иллюстрировано на рисунке 3.5, где схематично приведен пример циркуляции ротора векторного поля по контуру L [эль] единичной площадки M [эм]. Формульное выражение ротора векторного поля представлено в формуле 3.10.

{3 секунды}

Попытаемся более подробно представить ротор векторного поля. Если имеется поле скорости движения газа или течения жидкости, то ротор векторного поля есть вектор, пропорциональный вектору угловой скорости бесконечно малой частицы сплошной среды. Данную частицу можно также представить как вращение пылинки, увлекаемой потоком газа или жидкости.

При этом ротор векторного поля имеет определенный физический смысл. Так, векторное поле, ротор которого равен нулю в любой точке, называется безвихревым и является потенциальным. Поскольку эти условия являются друг для друга необходимыми и достаточными, оба термина являются практическими синонимами. Хотя, впрочем, это верно только для случая полей, определённых на односвязной области.

Напротив, поле, ротор которого не равен нулю, называется обычно вихревым. Такое поле не может быть потенциальным.

То есть ротор векторного поля показывает, является поле статичным и постоянным по времени или оно динамичное и переменное по времени.

Получив представление о роторе векторного поля, перейдем к следующему слайду, где рассмотрены криволинейные координаты и их применение для тензорного анализа в механике жидкости и газа.

Слайд 42

На слайде представлены основные понятия и подходы к применению криволинейных координат.

Криволинейная система координат, или криволинейные координаты, – это система координат в евклидовом пространстве, или в области, содержащейся в нём. Криволинейные координаты не противопоставляются прямолинейным, последние суть частный случай криволинейных координат. Применяются обычно координаты на плоскости для двухмерного пространства и в объеме для трехмерного пространства. Число координат равно размерности пространства. Наиболее известные примеры криволинейной системы координат – полярные координаты на плоскости, цилиндрические и сферические координаты, которые мы рассмотрим на следующих слайдах.

В евклидовом пространстве особое значение имеет использование ортогональных криволинейных координат, поскольку формулы, имеющие отношение к длине и углам, выглядят в ортогональных координатах проще, нежели в общем случае. Это связано с тем, что метрическая матрица в системах с ортонормированным базисом будет диагональной, что существенно упростит расчёты.

В случае евклидова пространства метрический тензор, или иначе квадрат дифференциала дуги, будет в этих координатах иметь вид, который соответствует единичной матрице, как это приведено в формуле 3.11.

{3 секунды}

Рассмотрим общий случай перехода от декартовых координат к криволинейным координатам. Итак, пусть q_1 [ку один], q_2 [ку два], q_3 [ку три] есть некие криволинейные координаты, которые мы будем считать заданными гладкими функциями от декартовых координат x [икс], y [игрек], z [зет]. Следовательно, для каждой координаты декартового пространства имеется функция от координат q_1 [ку один], q_2 [ку два], q_3 [ку три], которая однозначно определяется ими. Эти координаты служат координатами в некоторой области пространства, необходимыми для существования обратного отображения, как это представлено в формуле 3.12.

Представленный на следующем слайде подход позволяет проводить переход от декартовых координат к криволинейным.

Слайд 43

На слайде представлен подход для перехода к ортогональным криволинейным координатам и расчета коэффициентов Ламе.

Для описания криволинейных координат выпишем дифференциал дуги в криволинейных координатах в виде формулы 3.13. Используется правило суммирования Эйнштейна.

{3 секунды}

Принимая во внимание ортогональность систем координат, это выражение можно переписать в виде формулы 3.14.

{3 секунды}

Здесь Hi [аш итое] является коэффициентами Ламе. Коэффициенты рассчитываются согласно формуле 3.15. Рассмотрим подробнее, что является коэффициентами Ламе.

Коэффициентами Ламе или масштабными коэффициентами называются положительные величины, зависящие от точки пространства. Коэффициенты Ламе показывают, сколько единиц длины содержится в единице координат данной точки, и используются для преобразования векторов при переходе от одной системы координат к другой.

Еще одним инструментом перехода от одной системы координат в другую является тензор римановой метрики. В общем случае метрический тензор – это симметричное тензорное поле ранга 0, 2 [от нуля до двух] на гладком многообразии, посредством которого задаются скалярное произведение векторов в касательном пространстве, длины кривых, углы между кривыми. В анализе криволинейного пространства применяют тензор римановой метрики.

Тензор римановой метрики – это тензор, для которого квадратичная форма является положительно определенной. Координаты с выделенным тензором римановой метрики называются римановыми. Они имеют естественную структуру метрического пространства. При этом метрическим пространством называется множество, в котором определено расстояние между любой парой элементов.

Риманово пространство – это вещественное дифференцируемое многообразие, в котором каждое касательное пространство снабжено скалярным произведением метрического тензора, меняющегося от точки к точке гладким образом. Другими словами, риманово пространство – это дифференцируемое многообразие, в котором касательное пространство в каждой точке является конечномерным евклидовым пространством. Это позволяет определить различные геометрические понятия на римановых пространствах, такие как углы, длины кривых, площади или объёмы, кривизну, градиенты функций и дивергенции векторных полей.

Тензор римановой метрики, записанный в координатах, представляет собой диагональную матрицу, на диагонали которой стоят квадраты коэффициентов Ламе. Это показано в формуле 3.16.

{3 секунды}

Мы рассмотрели подходы к криволинейным координатам. Перейдем к следующему слайду с примерами применения криволинейных координат.

Слайд 44

На слайде рассмотрены примеры ортогональных криволинейных координат на плоскости в виде полярных координат.

Полярные координаты на плоскости включают расстояние r [эр] до полюса, то есть начала координат, и направление, задаваемое углом φ [фи]. На рисунке 3.7 представлено построение точки в полярных координатах.

Что же такое полярная система координат? Полярная система координат – это двухмерная система координат, в которой каждая точка на плоскости определяется двумя числами полярным углом и полярным радиусом. Полярная система координат особенно полезна в случаях, когда отношения между точками проще изобразить в виде радиусов и углов. При работе в более распространённой, декартовой или прямоугольной, системе координат такие отношения можно установить только путём применения тригонометрических уравнений, что задает значительные сложности при вычислениях.

Разберемся в определениях, которые вводятся с понятием «полярная система координат». Полярная система координат задаётся лучом, который называют нулевым или полярной осью. Точка, из которой выходит этот луч, называется началом координат или полюсом. Любая точка на плоскости определяется двумя полярными координатами: радиальной и угловой. Радиальная координата, которая обычно обозначается r [эр], соответствует расстоянию от точки до начала координат. Угловая координата также называется полярным углом или азимутом и обозначается φ [фи]. Она равна углу, на который нужно повернуть против часовой стрелки полярную ось, для того чтобы попасть в эту точку.

Определённая таким образом, радиальная координата может принимать значения от нуля до бесконечности, а угловая координата изменяется в пределах от 0 до 360° [от нуля до трехсот шестидесяти градусов]. Однако для удобства область значений полярной координаты можно расширить за пределы полного угла. Можно также разрешить ей принимать отрицательные значения, что отвечает повороту полярной оси по часовой стрелке.

Покажем связь полярных координат с декартовыми в стандартной записи формата перехода от одних координат к другим. Связь полярных координат с декартовыми выражена в формуле 3.17.

{3 секунды}

При этом коэффициенты Ламе представлены в формуле 3.18, а дифференциал дуги – в формуле 3.19.

{3 секунды}

Следовательно, в начале координат функция φ [фи] не определена. Если координату φ считать не числом, а углом, то есть точкой на единичной окружности, то полярные координаты образуют систему координат в области, полученной изо всей плоскости изъятием точки начала координат. Если всё-таки считать φ [фи] числом, то в означенной области оно будет многозначно. Отсюда построение строго в математическом смысле системы координат возможно лишь в односвязной области, не включающей начало координат, например на плоскости без луча.

Мы рассмотрели полярные координаты, перейдем к другому слайду, где представлены следующие криволинейные координаты.

Слайд 45

На слайде рассмотрены ортогональные криволинейные координаты в пространстве на примере цилиндрических координат.

Цилиндрические координаты являются тривиальным обобщением полярных на случай трёхмерного пространства путём добавления третьей координаты z [зет]. Координата z [зет] задаёт высоту точки над плоскостью. Для наглядного представления подхода к построению в цилиндрических системах координат приведен рисунок 3.8. На нем представлено построение точки в цилиндрических координатах.

Цилиндрические координаты удобны при анализе поверхностей, которые симметричны относительно какой-либо оси, если ось Z [зет] взять в качестве оси симметрии.

Покажем связь цилиндрических координат с декартовыми в стандартной записи формата перехода от одних координат к другим. Связь цилиндрических координат с декартовыми представлена в выражении 3.20, а коэффициенты Ламе, – в выражении 3.21. При этом дифференциал дуги приведен в выражении 3.22.

{3 секунды}

Закон преобразования координат от декартовых к цилиндрическим представлен в выражении 3.23.

{3 секунды}

Мы рассмотрели цилиндрические координаты. Перейдем к другому слайду, где рассмотрим следующие криволинейные координаты.

Слайд 46

На слайде рассмотрен пример ортогональных криволинейных координат в пространстве на примере сферических координат.

Сферическую систему координат удобно получать из соотношения с декартовой прямоугольной системой координат. Сферические координаты связаны с координатами широты и долготы на единичной сфере.

Сферическими координатами называют систему координат для отображения геометрических свойств фигуры в трёх измерениях посредством задания трёх координат r [эр], θ [тетта], φ [фи]. Здесь r [эр] – это кратчайшее расстояние до начала координат, θ [тетта] и φ [фи] – это соответственно зенитный и азимутальный углы.

Понятия «зенит» и «азимут» широко используются в астрономии. Вообще, зенит – это направление вертикального подъёма над произвольно выбранной точкой, которая принадлежит так называемой фундаментальной плоскости. Азимут – это угол между произвольно выбранным лучом фундаментальной плоскости с началом в точке наблюдения и другим лучом этой плоскости, имеющим общее начало с первым.

Для наглядного представления подхода к построению в сферических системах координат приведен рисунок 3.9. На нем представлено построение точки в сферических координатах. Применительно к рисунку 3.9 фундаментальная плоскость – это плоскость xy [икс игрек]. Зенит – это некая удалённая точка, лежащая на оси Z [зет] и видимая из начала координат. Азимут отсчитывается от оси X [икс] до проекции радиус-вектора r [эр] на плоскость xy [икс игрек].

Покажем связь сферических координат с декартовыми в стандартной записи формата перехода от одних координат к другим. Итак, связь сферических координат с декартовыми представлена в выражении 3.24. Коэффициенты Ламе представлены в выражении 3.25. Они показывают, сколько единиц длины содержится в единице координат данной точки при переходе от сферической системы координат к другой. При этом дифференциал дуги приведен в выражении 3.26.

{5 секунд}

Сферические координаты, как и цилиндрические, не работают на оси z [зет], где x [икс] равен нулю, y [игрек] равен нулю, поскольку координата φ [фи] там не определена. Закон преобразования координат от декартовых к сферическим представлен в выражении 3.27.

На этом заканчивается краткий обзор основных положений тензорного анализа применительно к механике жидкости и газа. Мы начинаем новый раздел.

Слайд 47

В новом разделе мы рассмотрим основные положения, подходы и определения кинематики сплошной среды.

Кинематика – раздел механики капельных жидкостей, в котором рассматриваются виды и формы движения жидкости без выяснения природы и сил, вызывающих это движение. По образному выражению Николая Егоровича Жуковского, кинематика – это геометрия движения. В кинематике используется свойство, общее для всякой сплошной среды. Оно определяется как непрерывность распределения параметров движения в пространстве и дифференцируемость их в пространстве и времени. Способы задания движения в кинематике жидкости и газов отличаются от известных способов в кинематике отдельной материальной точки или системы точек. При движении свободного жидкого объема, в отличие от твердого тела, в его разных точках скорости частиц жидкости различны и объем деформируется. Движение жидкости будет определенным тогда, когда известны перемещения всех ее элементов.

Слайд 48

Для лучшего понимания рассматриваемых в кинематике вопросов введем понятие поля физической величины. Поле – это физический объект, классически описываемый математическим скалярным, векторным, тензорным, спинорным полем или некоторой совокупностью таких математических полей. Поле физической величины подчиняется динамическим уравнениям. Это уравнения движения, которые называются в этом случае уравнениями поля или полевыми уравнениями и представляются обычно в виде дифференциальных уравнений в частных производных.

Физическое поле представляется некоторой динамической физической величиной, которая называется полевой переменной. Она определена во всех точках пространства и принимает разные значения в разных точках пространства, к тому же меняется со временем.

Полевая парадигма, является безусловно главенствующей. Она представляет всю физическую реальность на фундаментальном уровне, которая сводится к небольшому количеству взаимодействующих полей.

Физическое поле, таким образом, можно характеризовать как распределенную динамическую систему с бесконечным числом степеней свободы.

Роль полевой переменной для фундаментальных полей часто играет потенциал скалярный, векторный или тензорный, иногда это величина, называемая напряжённостью поля.

Полем в механике жидкости и газа также называют физическую величину, рассматриваемую как зависящую от места. А также как полный набор разных значений этой величины для всех точек некоторого протяженного непрерывного тела так называемой сплошной среды. Этот набор описывает в своей совокупности состояние или движение этого протяженного тела.

Примерами таких полей в механике жидкости и газа могут быть поле температуры, поле скорости, поле влагосодержания, поле смещения траекторий частиц и другие. Рассмотрим основные поля в механике жидкости и газа. На рисунке 4.1 представлены поля физической величины на примере моделирования ледовой арены в городе Сочи при проектировании спортивных объектов для зимней Олимпиады 2014 года.

Первым из рассматриваемых полей будет векторное поле температуры. Температура практически всегда разная в разных точках, а также в разные моменты времени. В то же время в некоторой среде, например в кристалле, жидкости или газе, может наблюдаться и скалярное поле температуры.

Вторым из полей является векторное поле скорости, которым называется совокупность всех мгновенных скоростей всех элементов некоторого объема жидкости.

Третьим рассмотрим векторное поле смещения траекторий частиц и тензорное поле напряжений при перемещении частиц. Оно показывает закон движения, а также основные фундаментальные взаимодействия, которые воздействуют на частицу в потоке.

Существует еще множество полей, которые играют важную роль при анализе, моделировании и проектировании различных объектов и процессов. С этими полями вы можете ознакомиться в литературе для самостоятельного изучения.

Теперь перейдем к следующему слайду, где продолжим изучение кинематики жидкости.

Слайд 49

На слайде представлены два метода кинематического исследования течения жидкости – Лагранжа и Эйлера.

Для и всестороннего исследования движения жидкости необходимо знать для каждого момента времени и каждой частицы жидкости ее местоположение в пространстве. В механике жидкости с этой целью используются два метода кинематики это методы Лагранжа и Эйлера.

По методу Лагранжа изучается поведение отдельной частицы жидкости за время ее движения в пространстве. Представим, что в начальный момент времени выделенная жидкая частица характеризуется определенными тремя числами – a [ай], b [би], c [си]. Эти числа служат обозначением данной частицы жидкости при исследовании течения. Тогда в любой другой момент времени координатами частицы в прямоугольной системе координат будут x_1 [икс один], x_2 [икс два], x_3 [икс три]. Эти координаты являются функциями не только времени движения начиная с начального момента времени, но и начальных координат. А именно тройки чисел a [ай], b [би], c [си], которые обозначают частицу. Они представляют собой систему уравнений в выражении 4.1.

{3 секунды}

В уравнении 4.1 числа a [ай], b [би], c [си] и t [тэ] время называются соответственно переменными Лагранжа и x_1 [икс один], x_2[икс два], x_3 [икс три] – уравнениями Лагранжа. Уравнениями x_1 [икс один], x_2 [икс два], x_3 [икс три] в выражении 4.1, по сути, задаются траектории движения отдельных частиц жидкости. Для полной характеристики состояния движущейся жидкости необходимо знать распределение давления P [пэ] и плотность ρ [ро]. Уравнения движения по методу Лагранжа обычно трудноразрешимы и практически не применяются при расчетах и анализе. Исключением, где применяют уравнение Лагранжа, может являться сильно разреженная среда, где вероятность столкновения частиц минимальна.

Метод Эйлера, проще и нашел более широкое применение на практике. Этот метод не учитывает индивидуальных траекторий отдельных частиц. Здесь достаточно знать скорость жидкости в каждой точке пространства и ее направление, то есть поле скоростей, которое может изменяться в пространстве и во времени. Система уравнений по методу Эйлера представлена в выражении 4.2.

{3 секунды}

Совокупность величин x_1 [икс один], x_2 [икс два], x_3 [икс три] и t [тэ] времени называют переменными Эйлера. Следовательно, движение среды по модели Эйлера задается полем скоростей.

Основное различие методов Лагранжа и Эйлера заключается в выборе системы отсчета. Так, по методу Лагранжа система a [ай], b [би], c [си] связана с жидкостью, а по методу Эйлера величины x_1 [икс один], x_2 [икс два], x_3 [икс три] – это некоторая система координат, относительно которой протекает жидкость. Оба метода равноправны, но при решении задач в гидродинамике проще задаться интегральной величиной, которая характеризует поле скоростей, а не траекторией отдельных частиц.

Перейдем к следующему слайду, где продолжим изучение кинематики жидкости.

Слайд 50

На слайде представлены основные кинематические элементы движения жидкости. Для описания движения жидкости используется математическая модель. В гидравлике наибольшее распространение получила модель Эйлера. Зная, для конкретного случая течения, значения функций модели Эйлера, можно для любого момента времени получить распределение скоростей течения жидкости.

Рассмотрим основные кинематические элементы движения жидкости.

Расход – это количество жидкости, проходящей в единицу времени через данное сечение трубопровода. Измеряется в расходных единицах $м^3/с$ [метры кубические, деленные на секунду]. В промышленности расход воды или другой жидкости измеряется расходомерами. Различают объемный и массовый расходы.

Объемный расход – это объем жидкости, проходящей в единицу времени через данное сечение трубопровода. Расчет приведен в выражении 4.3.

{3 секунды}

Здесь V [вэ] – рассчитанный или замеренный объем жидкости, t [тэ] – время истечения данного объема.

Массовый расход – это масса жидкости, проходящей в единицу времени через данное сечение. Расчет приведен в выражении 4.4.

{3 секунды}

Здесь ρ [ро] – плотность жидкости, m [эм] – масса жидкости, t [тэ] – время истечения данной массы жидкости. Измеряется в расходных единицах кг/с [килограмм, деленный на секунду].

Весовой расход – это вес жидкости, проходящей в единицу времени через данное сечение. Расчет приведен в выражении 4.5.

{3 секунды}

Здесь ρ [ро] – это плотность жидкости, g [жэ] – это ускорение свободного падения. Измеряется в расходных единицах н/с [ньютон на секунду].

Перейдем к следующему слайду, где продолжим изучение кинематики жидкости.

Слайд 51

На слайде рассмотрены основные гидравлические элементы потока и их определения.

Итак, линия тока в гидромеханике – это линия, направление касательной к которой в каждой точке совпадает с направлением скорости частицы жидкости в этой точке. Другими словами, в каждый момент времени частица движется вдоль линии тока. Линия тока является частным случаем векторной линии, когда в качестве векторного поля выступает поле скоростей точек сплошной среды. Набор линий тока даёт представление о потоке жидкости или газа в данный момент времени.

В стационарном потоке частицы движутся вдоль линий тока. Однако в случае неустановившегося движения линии тока не совпадают с траекториями.

В то же время траектория частицы жидкости и газа – это линия в пространстве, вдоль которой движется тело. Данная траектория представляет собой множество точек, в которых находилась, находится или будет находиться материальная точка при своём перемещении в пространстве относительно выбранной системы отсчёта. Существенно, что понятие траектории имеет физический смысл даже при отсутствии какого-либо движения по ней.

Кроме того, и при наличии движущегося по ней объекта траектория, изображаемая в наперёд заданной системе пространственных координат, сама по себе не может ничего определённого сказать в отношении причин его движения. Причину движения не определить, пока не проведён анализ конфигурации поля действующих на него сил в той же координатной системе.

Не менее существенно, что форма траектории неотрывно связана и зависит от конкретной системы отсчёта, в которой описывается движение.

Возможно наблюдение траектории при неподвижности объекта, но при движении системы отсчёта. Возможен и случай, когда тело явно движется, но траектория в проекции на плоскость наблюдения является одной неподвижной точкой.

Рассматривая далее основные гидравлические элементы потока, перейдем к такому элементу, как трубка тока. Трубка тока – это поверхность вдоль небольшого контура, внутри которой вдоль линии тока перемещаются частицы жидкости. Стенки трубки тока непроницаемы.

Площадь поперечного сечения трубки тока мала, поэтому скорости движения в каждой точке равны. То есть если в потоке выбрать площадку S [эс] и провести через границу этой площадки векторные линии, то образуется фигура, которая называется векторной трубкой. При этом векторные линии, проходящие через площадку, целиком лежат внутри векторной трубки.

Векторная трубка для поля скоростей называется трубкой тока, так как при установившемся движении она подобна трубе со стенками, внутри которой с постоянным расходом течёт жидкость.

Перейдем к следующему слайду, где продолжим изучение кинематики жидкости.

Слайд 52

На слайде представлены основные определения кинематики жидкости, а именно элементарная струйка и поток жидкости.

Для начала рассмотрим понятие элементарной струйки. Элементарная струйка – это поток жидкости, протекающий в трубке тока. Элементарную струйку можно представить также как совокупность линий тока, проходящих через бесконечно малое сечение, а разность скоростей соседних линий тока бесконечно мала.

Теперь перейдем к понятию «поток жидкости». Поток жидкости представляет собой совокупность элементарных струек, движущихся с разными скоростями. Если рассмотреть перпендикулярное потоку жидкости сечение, то можно наблюдать совокупность из концентрических элементарных струек, как это показано на рисунке слайда.

Следовательно, живое или поперечное сечение – это сечение, перпендикулярное направлению скоростей. Соответственно, площадь сечения в нашем случае равняется площади круга, а длина смоченного периметра равна длине круга.

Перейдем к следующему слайду и продолжим изучение кинематики жидкости.

Слайд 53

На слайде представлены расчетные формулы для определения гидравлических элементов потока.

Рассмотрев, что представляет собой элементарная струйка, перейдем к оценке расхода элементарной струйки, который определяется по формуле 4.6.

{3 секунды}

В то же время поток жидкости можно представить как совокупность трубок тока, в которых движутся элементарные струйки. Математически это выражается, как показано в формуле 4.7.

{3 секунды}

При этом средняя скорость потока – это скорость, одинаковая в каждой точке потока в данном сечении, соответствует реальному расходу. Средняя скорость математически выражается, как показано в формуле 4.8, где Σu_i [сумма у итое] – сумма скоростей элементарных струек или сечений – делится на количество струек или сечений.

{3 секунды}

Для потока жидкости, состоящего из нескольких трубок тока, можно записать математическое выражение 4.9, где S [эс] – площадь сечения потока жидкости.

Перейдем к следующему слайду, и продолжим изучение кинематики жидкости.

Слайд 54

На слайде представлены расчетные формулы для определения поля ускорений.

Ускорение в механике жидкости и газа – это векторная производная по времени от скорости. Известно, что ускорение перемещающейся фиксированной точки определяется пределом, как показано в формуле 4.10. Здесь V [вэ] и V' [вэ штрих] есть скорости частицы при ее перемещении из точки M [эм] в точку M' [эм штрих] за промежуток Δt [дельта тэ].

В механике жидкости ускорение, определенное по методу Лагранжа, выражается частной производной по времени. Здесь точка над буквой обозначает производную по времени, что приведено в формуле 4.11.

{3 секунды}

Производная скорости выражает изменение скорости в фиксированной точке пространства, так как, по Лагранжу, переменные a [ай], b [би], c [си] в каждой точке разные. Здесь же в конечном счете нужно знать, как изменяется скорость данной частицы жидкости.

Если рассматривать ускорение в эйлеровых переменных, то вектор скорости представляет собой вектор-функцию вектора-радиуса точек пространства и времени. Следовательно, индивидуальную производную можно рассматривать как сложную функцию от времени, или нестационарное поле скоростей в явном виде, и координат x_1 [икс один], x_2 [икс два], x_3 [икс три] движущейся точки. Введем вектор $\dot{\vec{V}}$ [вэ с точкой] в качестве дифференциального оператора, перейдем от проекции к векторному выражению и получим формализованное выражение ускорения, которое приведено в формуле 4.12.

{3 секунды}

Отсюда видно, что, по Эйлеру, ускорение можно разделить на две составляющие. Первое слагаемое выражает изменение скорости со временем в точке (то есть при фиксированных координатах), называется локальным ускорением и характеризует нестационарность поля скоростей. Локальное ускорение равно нулю в любой момент времени, если поле скоростей стационарно (тогда траектории частиц жидкости совпадают с линиями тока) или когда в данной точке скорость достигает своего максимального или минимального значения. Схематично ускорение частицы потока проиллюстрировано на рисунке 4.1.

Следует обратить внимание также на то, что в эйлеровых переменных ускорение все же имеется даже тогда, когда скорость постоянна. Примером может служить вода, текущая с постоянной скоростью по кругу: ускорение есть и тогда, когда скорость в данной точке не изменяется. Причина в том, что скорость у воды в данный момент и в другой момент времени будет иметь другое направление. Это явление называется центростремительным ускорением.

Второе слагаемое в правой части выражения 4.12 образуется за счет изменения координат точки, или конвекции, в поле скоростей и называется конвективным ускорением. Конвективное ускорение характеризует неоднородность поля. Конвективное ускорение равно нулю тогда и только тогда, когда поле скоростей однородно, то есть скорости во всех точках рассматриваемой области одни и те же. Например в начале движения тела в неподвижной жидкости.

Перейдем к следующему слайду, где продолжим изучение кинематики жидкости.

Слайд 55

На слайде представлен кинематический анализ движения жидкой частицы.

В отличие от твердого тела жидкость представляет собой деформируемую среду, то есть появляется дополнительная по сравнению с твердым телом скорость, обусловленная деформацией жидкого объема. Следовательно, скорости в отдельных точках пространства, которое заполнено движущейся жидкостью, могут быть неодинаковыми как по величине, так и по направлению.

Пусть имеется некоторый элементарный жидкий объем. Начальную форму этого объема удобнее всего представить в виде прямоугольного параллелепипеда ABCDEKLM [эй би си ди е ка лэме], ребра которого параллельны осям координат. Это показано на рисунке 4.2. На рисунке 4.2 представлен схематичный кинематический анализ движения частицы жидкости в элементарном объеме.

Координаты вершины A [а] параллелепипеда – x_1 [икс один], x_2 [икс два], x_3 [икс три], размеры его ребер – dx_1 [дэ икс один], dx_2 [дэ икс два], dx_3 [дэ икс три]. Проекции вектора скорости в вершине A [эй] параллелепипеда обозначим v_1 [вэ один], v_2 [вэ два], v_3 [вэ три]. В других вершинах за счет деформационного движения скорости получают соответствующие приращения, как это показано в формуле 4.13.

{3 секунды}

При этом проекции скорости в точке D [дэ] можно записать, как это показано в выражении 4.14. Проекции скорости в точке B [би] можно записать, как это показано в выражении 4.15.

Для точки C [си] получим проекции скорости, которую можно записать, как показано в выражении 4.16. Наконец, для расчета скорости в точке K [ка] имеем выражение 4.17.

{5 секунд}

Исследуем частные случаи движения и деформации рассматриваемого элемента. Первый случай – это параллельный перенос. Элемент, не изменяя своей формы, перемещается поступательно, подобно твердому телу, и все его точки поэтому имеют одинаковую скорость. Второй случай – это объемная деформация. Этот вид деформации связан с удлинением граней. За время dt [дэ тэ] грань AD [эй дэ] удлиняется на величину DD' [дэ дэ штрих], равную, как это показано на рисунке 4.2.

Третий вид – это чистая деформация. Этот вид деформации обусловлен скашиванием углов, что представлено на рисунке 4.2. Грань AD [эй дэ] повернется на угол $d\beta$ [дэ бетта]. Поворот происходит вследствие того, что скорость V_3D [вэ три дэ] точки D [дэ] больше скорости V_3A [вэ три а] точки A [эй] на величину dx_1 [дэ икс один]. Наконец, четвертый вид – это квазитвердый поворот. В этом случае элемент, не меняя формы, поворачивается как твердое тело на некоторый угол, как это представлено на рисунке 4.2. Скорость при этом в точке B [би] больше скорости в точке A [эй], поэтому происходит поворот ребра AB [эй би] в положение AB' [эй би штрих].

Соответствующий такому перекашиванию ребер поворот всей грани ABCD [эй би си ди] следует определять вращением ее средней линии – биссектрисы угла BAD [ви эй ди]. Угол, на который повернется биссектриса угла относительно первоначального положения, определяется полусуммой da + dp [дэ эй плюс дэ пэ]. Скорости по осям x_1 [икс один], x_2 [икс два] и x_3 [икс три] можно рассматривать как проекции некоторого вектора на координатные оси. Вектор Q [ку] имеет проекции на оси и является вихрем ротора скорости.

Перейдем к следующему слайду, где продолжим изучение кинематики жидкости.

Слайд 56

На слайде представлено уравнение секундного расхода для проведения кинематического анализа.

Рассмотрим простейший случай секундного расхода жидкости Q [ку], которая протекает сквозь поверхность, пересекающую трубку тока. Определяем расход как поток вектора скорости V [вэ]. Выделим на поверхности σ [сигма] элементарную площадку δσ [дельта сигма] и отметим направление нормали к этой площадке n [эн], как показано на рисунке 4.3. Сквозь поверхность σ [сигма] жидкость протекает с какой-то скоростью V [вэ]. Известно, что расход дает только нормальная составляющая скорости Vn [вэ эн]. Тогда расход через элементарную площадку составит величину из выражения 4.18.

{3 секунды}

Секундный расход есть поверхностный интеграл в выражении 4.19. При условии несжимаемой жидкости вдоль данной трубки тока.

Используя уравнение в формуле 4.19, получим практическое выражение для определения объемной Q [ку] или массовой m [эм] производительности (иначе его называют расходом), через любое произвольное сечение потока, как показано в уравнении 4.20.

{3 секунды}

Здесь S [эс] – это площадь проходного сечения, К [ка] – это осредненная скорость потока в этом сечении.

Перейдем к следующему слайду, где продолжим изучение кинематики жидкости.

Слайд 57

На данном слайде представлено описание второй кинематической теоремы Гельмгольца.

Вторая кинематическая теорема Гельмгольца состоит в следующем: поток вектора вихря скорости сквозь произвольно проведенное сечение вихревой трубки одинаков в данный момент времени вдоль всей трубки. То есть подобно тому, как поток вектора скорости характеризует трубку тока, так поток вектора вихря характеризует вихревую трубку.

Для доказательства этой теоремы рассмотрим на рисунке 4.4 объем вихревой трубки, ограниченный боковой поверхностью и произвольными сечениями σ_1 [сигма один] и σ_2 [сигма два]. Запишем известное преобразование Остроградского – Гаусса для вектора Q [ку], равного ротору вектора скорости, как показано в уравнении 4.21.

{3 секунды}

Для единообразного определения потока вектора сквозь сечение трубки в направлении векторных линий заменим направление нормали в сечении противоположным n' [эн штрих]. Тогда изменится знак первого слагаемого в уравнении 4.21, получим уравнение 4.22, где $S_{\sigma 1}$ [эс сигмы один] и $S_{\sigma 2}$ [эс сигмы два], а площади сечений σ_1 [сигма один] и σ_2 [сигма два]. Что и доказывает вторую теорему Гельмгольца.

{3 секунды}

Величина потока вихря вдоль вихревой трубки называется интенсивностью вихревой трубки i [и] и характеризует трубку в целом. Она определяется по формуле 4.23.

{3 секунды}

Итак, согласно второй теореме Гельмгольца вихревые трубки не могут заканчиваться и начинаться в жидкости. Если бы вихревая трубка начиналась или заканчивалась нулевым сечением S_σ [эс сигмы], равным нулю, тогда бы в этом сечении угловые скорости вращения частиц жидкости возросли бы до бесконечности.

Вихревые трубки могут образовывать замкнутые кольца. Как пример можно принять колечки дыма. Они могут начинаться на твердых стенках или свободных поверхностях – это водовороты, смерчи, циклоны и антициклоны, воронки, которые образуются при вытекании воды из резервуара через отверстие на дне, и так далее.

В практической деятельности знание интенсивности вихревой трубки крайне важно. Вихревой трубкой, например, является крыло самолета или судна на подводных крыльях. Измерениям впрямую интенсивность вихревой трубки не поддается, ее вычисляют аналитическим путем.

Перейдем к следующему слайду, где продолжим изучение основных теорем кинематики жидкости.

Слайд 58

На слайде представлена очередная теорема кинематики жидкости – теорема Стокса.

С помощью теоремы Стокса мы рассматриваем закономерности циркуляции вектора скорости. Обычно в гидромеханических расчетах используется циркуляция скорости Г [гэ], как более удобная мера вихревого движения. Циркуляция Г [гэ] определяется поступательной скоростью жидкости.

Рассмотрим отрезок АВ [эй би], как показано на рисунке 4.5 некоторой кривой С [эс] в поле скоростей, где dr [дэ эр] – направленный элемент дуги этой кривой. Криволинейный интеграл $Г_{AB}$ [гэ эй би] называется циркуляцией скорости по контуру С [эс] на участке АВ [эй би] и является скалярной величиной.

Из уравнения 4.24 следует, что циркуляция скорости $Г_{AB}$[гэ эй би] представляет собой работу вектора V [вэ] по замкнутому контуру С [эс] на участке АВ [эй би].

{3 секунды}

Если контур С [эс] замкнут, то циркуляция вектора $Г_n$ [гэ эн], или в данном случае вектора скорости, выражается контурным интегралом из выражения 4.25.

{3 секунды}

Если в поле вихря провести произвольное сечение с опоясывающим контуром С [эс,] в котором контур сам себя не пересекает, то, как показано на рисунке 4.6, мы имеем формулу 4.26, которая и является математической записью теоремы Стокса.

Теорема Стокса утверждает, что циркуляция скорости по замкнутому контуру, расположенному на поверхности вихревой трубки и один раз ее опоясывающему, равна интенсивности вихревой трубки. Теорема Стокса сводит количественное определение интенсивности вихревой трубки к вычислению циркуляции скорости, что на практике не представляет затруднений.

Если замкнутый контур охватывает несколько вихревых трубок, циркуляция по нему представляет собой алгебраическую сумму циркуляций по всем вихревым трубкам.

Когда циркуляция скорости по любому замкнутому контуру в движущейся жидкости равна нулю, можно судить об отсутствии вихревых трубок. Такое движение называется безвихревым и характеризуется тем, что ротор вектора скорости равен нулю во всей области течения.

Перейдем к следующему слайду, где продолжим изучение методов визуализации поля течения жидкости.

Слайд 59

На слайде представлены методы визуализации поля течения, а именно класс неоптических методов.

Методы непосредственной визуализации или, как ее ещё иногда называют, наблюдения позволяют определить такие характеристики течения, как:

- траектория, или путь, проходимый отдельной частицей жидкости;

- линия тока;
- поле скоростей;
- поле давлений;
- величина касательных напряжений в жидкости.

Эти методы подразделяются на две группы. Оптические, которые особенно эффективны для сжимаемой среды и при больших числах Маха. А также неоптические, которые очень эффективны при моделировании в гидродинамических трубах процессов вдува, отсоса и течения во внутренних каналах. Для визуализации нестационарных быстропротекающих процессов, например, движения вихрей или развития каверн, используется фотографирование с короткой экспозицией до $10^{-5} – 10^{-7}$ [десять в минус пятой десять в минус седьмой] секунды.

Рассмотрим подробнее основные применяемые на практике неоптические методы визуализации поля течения жидкости. Для большей наглядности на рисунке 4.7 приведена схема визуализации потока. Её получают не оптическими методами.

Первым и наиболее удобным методом визуализации плоского и пространственного течения в гидротрубах и гидроканалах является метод пузырьков. Он используется для измерения скорости в пограничном слое.

Разберем механизм данного метода подробнее. Итак, перпендикулярно поверхности стенки трубы устанавливается платиновая проволока, которая является первым электродом. Второй электрод устанавливается в воде.

При подаче импульса напряжения в результате электролиза на проволоке появляется ряд небольших пузырьков, как правило, кислорода, которые метят нужный элемент.

При движении вниз по потоку ряд пузырьков деформируется в соответствии с формой профиля скорости. Для получения водородных пузырьков напряжение источника должно быть 10–250 [от десяти до двухсот пятидесяти] вольт.

Второй из рассматриваемых методов визуализации – метод применения дыма. Этот метод широко используется в аэродинамике.

Третий метод визуализации – применение красителей, то есть подача их через специальные отверстия в модели, что позволяет наблюдать течения у стенки. Для визуализации всего поля течения около модели используют насадок, который помещают в различные точки потока. При этом необходимо соблюдать равенство скорости красителя и потока, удельного веса красителя и рабочей жидкости, чтобы исключить влияние подъемной силы. Краситель также должен эффективно поглощать свет. Используемые материалы для красителей – пинакрептол, эозин, белое снятое и подкрашенное молоко, нитрозин и другие.

Четвертый метод трассирующих частиц применяют для визуализации плоского течения несжимаемой жидкости. Для данного метода используется алюминиевая пудра, где размер частиц 20–400 [от двадцати до четырехста] микрометров. Применяют также споры плауна с размерами 28–50 [от двадцати восьми до пятидесяти] микрометров, чешую слюды, стеклянные или пластмассовые шарики.

Пятым из неоптических методов визуализации поля течения газа является метод нитей. Нити из шелка, нейлона, шерсти длиной не более 19 [девятнадцати] миллиметров закрепляются на поверхности модели в аэродинамической трубе или на поверхности обтекаемого профиля тела в свободном полете.

Шестой метод масляной пленки и масляных капель используется в гидродинамических или кавитационных трубах. Поверхность профиля покрывается слоем смазочного масла или наносятся капли, которые движутся под действием сил поверхностного трения. При этом в зоне ламинарного течения наблюдается пленка в виде скопления масла, и в зоне отрыва при почти полном её отсутствии в зоне турбулентного течения.

Седьмой и последний из рассматриваемых – метод электрохемолюминесценции. Он предназначен для изучения пограничного слоя жидкости. В потоке хемолюминесцентного раствора помещают электроды. При подаче напряжения у поверхности анода возникает голубое свечение. Аноду придается форма модели, катоду доступна любая форма. Свечение занимает область, которая примерно равна толщине пограничного слоя.

Перейдем к следующему слайду, где продолжим изучение методов визуализации поля течения жидкости.

Слайд 60

На слайде представлены методы визуализации поля течения, а именно класс оптических методов.

К оптическим методам относят шлирен-метод, теневой, интерферометрический, голографию и другие. То есть оптические методы основаны на изменении освещенности, которая создается параллельным потоком света, проходящим через среду разной оптической плотности. Плотность среды меняется в зависимости от изменения гидродинамических характеристик потока при обтекании им модели какого-либо тела. При этом на экране наблюдаются более светлые и темные области, появление которых вызвано отклонением падающих лучей.

Первые три метода используются для визуализации плоских и осесимметричных потоков. Для наблюдений за пространственными течениями применяется лазерная голография. Голограмма представляет собой картину интерференции, образованную при наложении двух волн от лазерного источника света. Голограмма – очень эффективный метод регистрации нестационарных потоков.

На приведенном на слайде рисунке представлены оптические методы исследования полей плотности. Слева представлена схема метода, а справа от схемы приведена фотография обтекания крыла самолета, полученная этим методом. Таким образом, мы видим под буквой а [а] – это теневой метод, под буквой б [бэ] – метод Теплера, под буквой в [вэ] – интерференционный метод с использованием интерферометра Маха – Цендера. Цифрами обозначены следующие элементы: 1 [один] – источник света, 2 [два] – исследуемая область течения, 3 [три] – экран, 4 [четыре] – линза, 5 [пять] – нож Фуко, 6 [шесть] – полупрозрачные зеркала, 7 [семь] – непрозрачные зеркала, 8 [восемь] – компенсатор.

Данные методы используют изменение показателя преломления среды при возникновении неоднородности в среде. Прямотеневой метод регистрирует вторую производную изменения показателя преломления. Метод Теплера регистрирует первую производную показателя преломления, а интерферометрические методы – непосредственно само изменение показателя преломления среды.

На рисунке г [гэ] представлена схема установки для двухдлинноволнового голографического исследования пространственных течений в жидкости и газе.

Таким образом, мы с вами рассмотрели основы кинематики жидкости и основные подходы к её экспериментальному изучению. Теперь перейдем к следующему слайду, где продолжим изучение основных теорем динамики жидкости.

Слайд 61

Раздел 5. Динамика жидкости

С данного слайда мы начинаем изучать динамику жидкости. В этом разделе мы рассмотрим основы динамики жидкости или гидродинамики. На слайде представлен перечень тем, которые мы будем изучать в разделе.

Слайд 62

Динамика жидкости

Основная задача гидродинамики состоит в определении гидродинамических характеристик потока. К таким характеристикам относятся гидродинамическое давление, скорость движения жидкости, сопротивление движению жидкости, а также их взаимосвязи.

Различают понятия «гидравлика» и «гидромеханика». Гидромеханика – это прикладная наука, которая является разделом механики сплошных сред и изучает равновесие и движение жидкости. Гидравлика – это прикладная наука о законах движения, равновесии жидкостей и способах приложения этих законов к решению задач инженерной практики. В отличие от гидромеханики, гидравлика характеризуется особым подходом к изучению явлений течения жидкостей.

Гидравлика устанавливает приближённые зависимости, во многих случаях ограничивается рассмотрением одноразмерного движения. При этом гидравлика широко использует эксперимент, как в лабораторных, так и в натурных условиях.

Теоретическим фундаментом современной гидравлики является классическая механика жидкости и газа. В ней законы механики жидкого тела изучаются строго математическими методами на базе общих законов физики о сохранении материи и энергии, на применении основных принципов теоретической механики.

В основу теоретической гидромеханики положен принцип непрерывности Эйлера. Согласно этому принципу жидкость рассматривается не как совокупность дискретных ее материальных частичек, а как континуум. То есть как сплошная или непрерывная материальная среда, допускающая неограниченную делимость ее частиц.

Такое представление о жидкости освобождает от рассмотрения сложных молекулярных движений, позволяет изучить суммарный эффект механического взаимодействия ее с твердыми телами.

Рассмотрение жидкости как сплошной среды позволяет использовать мощный аппарат математического анализа, применимого к непрерывным функциям.

Подобный взгляд на строение вещества допустим, если размеры объемов, в которых рассматривается изучаемое явление, достаточно велики по сравнению с размерами молекул и длиной их свободного пробега. Исключение составляют сильно разреженные газы.

В отличие от теоретической механики, гидравлика широко пользуется экспериментальными способами исследования гидравлических явлений. Это позволяет исправлять теоретические выводы, отклоняющиеся от реальных явлений.

Сочетание аналитического и экспериментального методов исследования гидравлических явлений стирает различия между теоретической механикой жидкости и газа и гидравликой при изучении одних и тех же законов.

Жидкость в гидравлике рассматривается как непрерывная среда, сплошь заполняющая некоторое пространство без образования пустот. Причины ее движения – это внешние силы, такие, как сила тяжести, внешнее давление и так далее. Обычно при решении задач гидродинамики этими силами задаются. Неизвестные факторы, которые характеризуют движение жидкости, – это внутреннее гидродинамическое давление и скорость течения жидкости в каждой точке некоторого пространства. Причем гидродинамическое давление в каждой точке – это функция не только координат данной точки, как это было с гидростатическим давлением, но и функция времени t [тэ], то есть может изменяться и со временем.

Трудность изучения законов движения жидкости обусловливается самой природой жидкости. В частности, сложностью учета касательных напряжений, которые возникают вследствие наличия сил трения между частицами. Поэтому изучение гидродинамики, по предложению Эйлера, удобнее начинать с невязкой или идеальной жидкости, то есть без учета сил трения. А затем вносить уточнения в полученные уравнения для учета сил трения реальных жидкостей.

Существует два метода изучения движения жидкости: метод Лагранжа и метод Эйлера.

Еще раз вкратце рассмотрим эти методы. Метод Лагранжа заключается в рассмотрении движения каждой частицы жидкости, то есть траектории их движения. Из-за значительной трудоемкости этот метод не получил широкого распространения.

Метод Эйлера заключается в рассмотрении всей картины движения жидкости в различных точках пространства в данный момент времени. Метод Эйлера позволяет определить скорость движения жидкости в любой точке пространства в любой момент времени. То есть он характеризуется построением поля скоростей и поэтому широко применяется при изучении движения жидкости. Недостаток данного метода в том, что при рассмотрении поля скоростей не изучается траектория отдельных частиц жидкости.

Перейдем к следующему слайду, на котором представлен обзор основных характеристик движения жидкости.

Слайд 63

Основные характеристики движения

На слайде представлен обзор основных характеристик движения жидкости.

Рассмотрим эти характеристики по порядку и начнем с обзора видов движения или течения жидкости. Итак, течение жидкости может быть неустановившимся или нестационарным, или установившимся или стационарным.

Неустановившееся движение – это такое движение, при котором в любой точке потока скорость и давление с течением времени изменяются. То есть скорость и давление зависят не только от координат точки в потоке, но и от момента времени, в который определяются характеристики движения.

Примером неустановившегося движения может являться вытекание жидкости из сосуда. При этом уровень жидкости в сосуде постепенно меняется, как правило, уменьшается, по мере вытекания жидкости.

Установившееся движение – это такое движение жидкости, при котором в любой точке потока скорость и давление с течением времени не изменяются. То есть скорость и давление зависят только от координат точки в потоке, но не зависят от момента времени, в который определяются характеристики движения.

Примером установившегося движения может являться вытекание жидкости из сосуда с постоянным уровнем, который не меняется по мере вытекания жидкости.

В случае установившегося течения в процессе движения любая частица, попадая в заданное, относительно твёрдых стенок, место потока, всегда имеет одинаковые параметры движения. Следовательно, каждая частица движется по определённой траектории. При этом движущей силой при течении жидкостей является разность давлений, которая создается с помощью насосов или компрессоров, либо вследствие разностей уровней или плотностей жидкости.

Из приведённых определений вытекает, что в любом месте поверхности каждой элементарной струйки или трубки тока, в любой момент времени векторы скоростей направлены по касательной и, следовательно, нормальные составляющие отсутствуют. Это означает, что ни одна частица жидкости не может проникнуть внутрь струйки или выйти наружу.

При установившемся движении элементарные струйки жидкости обладают рядом свойств. Первое свойство заключается в том, что площадь поперечного сечения струйки и ее форма с течением времени не изменяются, так как не изменяются линии тока. Второе свойство состоит в том, что проникновение частиц жидкости через боковую поверхность элементарной струйки не происходит. Третье свойство заключается в том, что во всех точках поперечного сечения элементарной струйки скорости движения одинаковы вследствие малой площади поперечного сечения. Четвертое свойство заключается в том, что форма, площадь поперечного сечения элементарной струйки и скорости в различных поперечных сечениях струйки могут изменяться.

Трубка тока является непроницаемой для частиц жидкости, а элементарная струйка представляет собой элементарный поток жидкости. Если рассматривать неустановившееся движение, то форма и местоположение элементарных струек непрерывно изменяются. Кроме того, установившееся движение подразделяется на равномерное и неравномерное.

Равномерное движение характеризуется тем, что скорости, форма и площадь сечения потока не изменяются по длине потока. Неравномерное движение отличается изменением скоростей, глубин, площадей сечений потока по длине потока.

Среди неравномерно движущихся потоков следует отметить плавно изменяющиеся движения. Для них характерны следующие закономерности.

Первая заключается в том, что линии тока искривляются мало.

Вторая состоит в том, что линии тока почти параллельны, и живое сечение можно считать плоским.

Третья заключается в том, что давления в живом сечении потока зависят от глубины.

Теперь рассмотрим следующую группу характеристик движения жидкости, а именно типы потоков жидкости.

Совокупность элементарных струек жидкости представляет собой поток жидкости. Различают следующие типы потоков или типы движений жидкости.

Первым типом движения является напорный поток или напорное движение. Данный тип движения существует тогда, когда поток ограничен твердыми стенками со всех сторон. При этом в любой точке потока давление отличается от атмосферного обычно в большую сторону, но может быть и меньше атмосферного. Движение в этом случае происходит за счёт напора, создаваемого, например, насосом или водонапорной башней. Давление вдоль напорного потока обычно переменное. Такое движение имеет место во всех гидроприводах технологического оборудования, водопроводах, отопительных системах и других.

Вторым типом движения является безнапорный поток или безнапорное движение. Этот тип движения отличается тем, что поток имеет свободную поверхность, находящуюся под атмосферным давлением. Безнапорное движение происходит под действием сил тяжести самого потока жидкости. Давление в таких потоках примерно одинаково и отличается от атмосферного только за счет глубины потока. Примером такого движения может быть течение воды в реке, канале, ручье или трубе, не полностью заполненной жидкостью.

Третьим типом движения жидкости является свободная струя, которая не имеет твёрдых стенок. Движение в ней происходит под действием сил инерции и веса жидкости. Давление в таком потоке практически равно атмосферному. Пример свободной струи – вытекание жидкости из шланга, крана, водопад и тому подобное.

Мы ознакомились с видом движения и типом потока жидкости. Перейдем к следующему слайду, где представлен обзор гидравлических характеристик движения жидкости.

Слайд 64

Скорость и расход жидкости

На слайде представлен обзор гидравлических характеристик движения жидкости.

В гидравлике различают такие характеристики потока, как живое сечение, смоченный периметр, гидравлический радиус, расход и средняя скорость.

Ознакомимся с этими характеристиками по порядку. Первая характеристика – это живое сечение потока. Так называется поверхность, нормальная ко всем линиям тока, его пересекающим, и лежащая внутри потока жидкости. Площадь живого сечения обозначается буквой ω [омега]. Для элементарной струйки жидкости используют понятие живого сечения элементарной струйки, то есть сечения струйки, перпендикулярного линиям тока, а площадь обозначают через dω [дэ омега].

Второй характеристикой потока является смоченный периметр потока, то есть линия, по которой жидкость соприкасается с поверхностями русла в данном живом сечении. Длина этой линии обозначается буквой χ [хи]. В напорных потоках смоченный периметр совпадает с геометрическим периметром, так как поток жидкости соприкасается со всеми твёрдыми стенками.

Третьей характеристикой потока является гидравлический радиус потока. Так называется часто используемая в гидравлике величина, представляющая собой отношение площади живого сечения S [эс] к смоченному периметру П [пэ], как это приведено в формуле 5.1.

{3 секунды}

Четвертой характеристикой потока выступает гидравлический или эквивалентный диаметр. Так называется величина, представляющая собой отношение площади живого сечения S [эс] к смоченному периметру П [пэ], как это приведено в формуле 5.2.

{3 секунды}

Понятия гидравлических радиуса и диаметра позволяют использовать уравнения гидравлики для трубопроводов или каналов, имеющих некруглую форму поперечного сечения. Свободная поверхность жидкости при определении смоченного периметра не учитывается.

При напорном движении в трубе круглого сечения при сплошном заполнении ее жидкостью гидравлический радиус будет определяться по формуле 5.3. Согласно формуле 5.3 он будет равняться четверти диаметра или половине радиуса трубы.

{3 секунды}

Пятой характеристикой потока является расход элементарной струйки. То есть это объем жидкости, проходящей через живое сечение струйки в единицу времени. Формула для расчета рассматривалась в предыдущем разделе под номером 4.6. Если эту формулу проинтегрировать по площади живого сечения потока, можно получить формулу 4.7 объёмного расхода жидкости как сумму расходов элементарных струек.

Применение этой формулы в расчетах весьма затруднительно, так как расходы элементарных струек жидкости в различных точках живого сечения потока различны. Поэтому в практике для определения расхода чаще пользуются понятием средней скорости потока.

Следовательно, шестой характеристикой потока является средняя скорость потока жидкости в данном сечении. Это не существующая в действительности скорость потока. Эта скорость одинаковая для всех точек данного живого сечения. С этой скоростью должна была бы двигаться жидкость, чтобы её расход был равен фактическому. Формула для расчета скорости рассматривалась в предыдущем разделе под номером 4.8.

Рассмотрим принятую в гидравлике струйную модель движения жидкости. То есть поток представляется как совокупность элементарных струек жидкости, имеющих различные скорости течения u_i [у итое]. Индекс i [и] означает, что в каждой точке живого сечения скорости различны. Элементарные струйки как бы скользят друг по другу. Они трутся между собой и вследствие этого их скорости различаются. Причём в середине потока скорости наибольшие, а к периферии они уменьшаются. Распределение скоростей по живому сечению потока можно представить в виде параболоида с основанием, равным S [эс]. Высота его в любой точке равна скорости соответствующей элементарной струйки u_i [у итое]. Площадь элементарной струйки равна dS [дэ эс]. В пределах этой площади скорость можно считать постоянной. Понятно, что за единицу времени через живое сечение потока будет проходить объём жидкости $Q_П$ [кью пэ], равный объёму параболоида. Этот объём жидкости и будет равен расходу потока, который определяется по формуле 5.4.

{3 секунды}

С учётом введенного понятия средней скорости, которая во всех точках живого сечения одинакова, за единицу времени через живое сечение потока будет проходить объём жидкости. Обозначим его $U_{ср}$ [у среднее]. Если приравнять эти объёмы, можно определить значение средней скорости потока жидкости, которая определяется по формуле 5.5.

{3 секунды}

В дальнейшем среднюю скорость потока жидкости будем обозначать буквой U [у] без индекса $_{ср}$ [эс эр], как это принято в гидравлике.

Массовая скорость потока определяется по формуле 5.6 как масса жидкости, деленная на площадь живого сечения потока. И, соответственно, равна средней скорости потока жидкости, умноженной на плотность жидкости.

Рассматривая среднюю скорость потока в зависимости от типа установившегося режима, можно получить выражение 5.7.

{3 секунды}

То есть при неравномерном движении средняя скорость в различных живых сечениях по длине потока различна. При равномерном движении средняя скорость по длине потока постоянна во всех живых сечениях.

Мы ознакомились с основными характеристиками движения жидкости. Перейдем к следующему слайду, на котором представлено уравнение неразрывности потока.

Слайд 65

Уравнение неразрывности потока

На слайде представлено уравнение неразрывности потока.

Оно представляет собой локальную форму законов сохранения. Законы сохранения являются краеугольным камнем современной физики. Впервые их сформулировал еще Михаил Васильевич Ломоносов, который говорил, что если что-либо исчезает, то в другом месте это прибывает.

Так как изучением движения жидкости занимались многие ученые, то существуют разные названия уравнения неразрывности потока при одинаковом физическом описании. Чтобы вы не путались в терминах и понимали, что все нижеперечисленные термины обозначают одно и то же, мы их перечислим. Итак, в гидродинамической литературе, например в работах Жуковского, Чаплыгина, Кочина, Лойцянского, уравнение, выражающее закон сохранения массы, называют уравнением неразрывности или условием неразрывности. В то время как в физической литературе, например в курсе Ландау и Лифшица, Зельдовича, русском переводе курса Фейнмана, используется термин «уравнение непрерывности». В старой литературе встречалось также название «уравнение сплошности».

Все три названия являются различными вариантами перевода введённого Эйлером названия уравнения в западноевропейских языках.

Дифференциальная форма общего уравнения неразрывности представлена в формуле 5.8.

{3 секунды}

Уравнение 5.8 выражает собой закон сохранения массы в элементарном объёме. То есть связь пространственного изменения потока массы жидкости или газа и скорости изменения плотности со временем. Его дифференциальная форма представлена в уравнении 5.9.

{3 секунды}

Вектор плотности потока жидкости согласно уравнению 5.9 по направлению совпадает с направлением течения жидкости. При этом абсолютная величина определяет количество вещества, которое протекает в единицу времени через единицу площади, расположенную перпендикулярно вектору скорости.

В гидравлике рассматриваются жидкости, обладающие свойством сплошности, которое предполагает непрерывность изменения параметров потока и их производных в пространстве и времени.

Уравнение неразрывности выведено из закона сохранения массы. То есть масса изолированной системы не меняется с течением времени. Следовательно, полная производная массы по времени равна нулю.

Исходя из условия неразрывности движущейся материальной среды, следует считать, что, если среда несжимаема, дивергенция вектора скорости должна быть равна нулю в любой точке пространства, занятого потоком. Это положение можно рассматривать и в ином смысле. Равенство нулю дивергенции вектора скорости считать признаком несжимаемой движущейся сплошной материальной среды. Этим определяется и принципиальная возможность оценивать дивергенцией вектора скорости объемные деформации в движущейся сплошной материальной среде. Это используется при определении нормальных напряжений.

Теперь перейдем к следующему слайду, где рассмотрим применение закона неразрывности на практике.

Слайд 66

Уравнение неразрывности потока

Рассмотрим, как записываются в конкретных случаях уравнения неразрывности.

В гидравлике обычно рассматривают потоки, в которых не образуются разрывы. То есть принимается, что сжимаемостью жидкости можно пренебречь из-за малой величины. Если выделить в потоке два любых сечения, отстоящих друг от друга на некотором расстоянии, то уравнение среднего расхода для каждого сечения можно записать в виде формулы 5.10.

{3 секунды}

В этой формуле Q [кю] – это расход жидкости. Измеряется в $м^3/с$ [метрах кубических в секунду]; U [у] – это средняя скорость в сечении при установившемся движении, измеряется в м/с [метрах в секунду]. В то же время S [эс] – это площадь живого сечения, измеряемая в $м^2$[квадратных метрах], и t [тэ] – это промежуток времени, за который считался расход.

Как следует из уравнения неразрывности, расход, проходящий через все живые сечения потока, неизменен, несмотря на то, что в каждом сечении средняя скорость и площадь живого сечения различны. Таким образом, выражение закона сохранения через уравнение неразрывности потока для конкретного случая представлено в формуле 5.11. Если режим движения установившийся, то уравнение 5.12 называют уравнением неразрывности потока при установившемся движении.

{5 секунд}

Из уравнения получим важное соотношение, представленное в формуле 5.13. Оно показывает, что средние скорости обратно пропорциональны площадям живых сечений, которым соответствуют эти средние скорости.

{3 секунды}

Аналогичную структуру имеет уравнение неразрывности для течений в каналах со свободной поверхностью. Это уравнение широко используется в гидравлике для описания русловых потоков. Таких, как течения в реках, каналах или движение селей, лавин и так далее, а также для описания течений в плёнках и тому подобное. В простейшем случае течения жидкости с постоянной плотностью в канале с прямоугольным поперечным сечением называется точным уравнением неразрывности или уравнением Сен-Венана. Оно имеет вид, представленный в выражении 5.14.

{3 секунды}

Где h [аш] – это глубина жидкости, u [у] – это средняя скорость жидкости по поперечному сечению.

Уравнение неразрывности имеет универсальный характер и справедливо для любой сплошной среды, вне зависимости от её реологии. Имеются обобщения уравнения неразрывности для движений многофазных и многокомпонентных сплошных сред.

Рассмотрев уравнение неразрывности, перейдем к следующему слайду, где представлен обобщенный закон трения.

Слайд 67

Обобщенный закон трения

На слайде представлен обобщенный закон трения применительно к механике жидкости и газа.

Все реальные жидкости и газы обладают вязкостью, то есть оказывают сопротивление смещению одних частиц относительно других. Результатом этого является возникновение в них наряду с нормальными напряжениями также и касательных напряжений. Интенсивность смещения частиц характеризуется скоростью деформации. Поэтому логично установить связь между напряжениями в движущейся жидкости и характеристикой ее деформационного движения.

Предположим, что вектор напряжений Pn [пэ эн], которые действуют на площадке dS [дэ эс], ориентированной в соответствии с вектором n [эн], можно представить в виде суммы двух векторов. Первый из этих векторов – это вектор Nn [эн эн], действующий по нормали к площадке. Его значение определяется скалярной величиной N [эн]. Второй вектор – это вектор k_n [ка энное], обусловленный только вязкостью, как это показано на рисунке 5.1 и в формуле 5.15.

{3 секунды}

Представим вектор напряжений, зависящий от вязкости, в виде вектора формулы 5.16.

{3 секунды}

Где К [ка] – это тензор напряжений, обусловленных вязкостью.

Тогда уравнение вектора напряжений примет вид формулы 5.17.

{3 секунды}

В то же время экспериментально установлено для широкого класса ньютоновских жидкостей наличие линейной связи между тензором напряжений, зависящим от вязкости, и тензором скоростей деформаций. Это уравнение называют обобщенным законом трения. Оно приведено в формуле 5.18.

{3 секунды}

При этом среднее арифметическое нормальных напряжений, действующих на трех взаимно перпендикулярных площадках, проходящих через одну точку и расположенных в координатных плоскостях, взятое с обратным знаком, считают гидродинамическим давлением p [пэ] в этой точке. Соответственно, вектор напряжений, действующий на произвольной площадке, ориентация которой в пространстве задана, определяется уравнением 5.19.

{3 секунды}

Уравнение 5.19 устанавливает зависимость его от гидродинамического давления, вязкости жидкости и скорости ее деформации.

Теперь рассмотрим подробнее понятия ньютоновских и неньютоновских жидкостей. Итак, ньютоновская жидкость – это вязкая жидкость, которая подчиняется в своём течении закону вязкого трения Ньютона. То есть касательное напряжение и градиент скорости в такой жидкости линейно зависимы. Коэффициент пропорциональности между этими величинами известен как вязкость. Из определения, в частности, следует, что ньютоновская жидкость продолжает течь, даже если внешние силы очень малы, лишь бы они не были строго нулевыми. Для ньютоновской жидкости вязкость по определению зависит только от температуры и давления, а также от химического состава, если жидкость не является беспримесной и не зависит от сил, действующих на неё. Типичная ньютоновская жидкость – это вода. Если жидкость не подчиняется этим отношениям, то есть вязкость изменяется в зависимости от скорости тока жидкости, то её в противоположность называют неньютоновской жидкостью. Это растворы полимеров, ряд твердых суспензий и большинство очень вязких жидкостей. Следовательно, неньютоновской жидкостью называют жидкость, при течении которой её вязкость зависит от градиента скорости. Обычно такие жидкости сильно неоднородны и состоят из крупных молекул, которые образуют сложные пространственные структуры.

Рассмотрев обобщенный закон трения, перейдем к следующему слайду, где представлено уравнение движения жидкости.

Слайд 68

Уравнение движения жидкости

На слайде представлено уравнение движения жидкости. Для получения данного уравнения мы мысленно выделим в потоке произвольный объем жидкости W [дабл-ю], ограниченный поверхностью S [эс], и запишем для него закон изменения количества движения. Этот закон представлен в формуле 5.20.

{3 секунды}

Теперь сформулируем закон изменения количества движения. Производная по времени от главного вектора количества движения системы, которая состоит из частиц жидкости, находящихся в выделенном объеме, равна главному вектору приложенных к ней внешних сил.

Преобразуем данное уравнение. Первое – мы поменяем местами знаки дифференцирования и интегрирования в левой части уравнения, принимая во внимание уравнения неразрывности, и распишем дифференциал произведения. Затем с помощью формулы Остроградского – Гауса интеграл по поверхности от потока вектора можно преобразовать в интеграл по объему от дивергенции этого же вектора. Подставляя в исходное уравнение 5.20 преобразованные выражения, после выполнения элементарных операций получим уравнение 5.21. Данное выражение справедливо при равенстве нулю подынтегрального выражения.

{5 секунд}

Уравнения в векторной форме, полученные из уравнения 5.21 в виде проекций на оси координат, называют уравнениями Навье–Стокса. Они являются основой гидромеханики и газовой динамики. Их используют для исследования движения вязких сжимаемых жидкостей и газов.

Появление дополнительной переменной, такой как температура, требует введения еще одного уравнения, а именно уравнения баланса энергий. Полученное обобщенное уравнение представлено в выражении 5.22. Оно имеет следующую формулировку.

{3 секунды}

Производная по времени от полной энергии движущегося объема среды равна сумме мощностей приложенных к объему внешних сил, а также подводимой к нему за единицу времени внешней энергии.

Дифференциальные уравнения имеют бесчисленное множество решений. Для выбора единственного решения, которое соответствует рассматриваемой задаче, данную систему необходимо дополнить условиями однозначности.

Условия однозначности включают следующее. Первое – это геометрические условия, которые служат для описания формы и размеров системы. Второе – это физические условия для задания физических свойств среды. Третье – это граничные условия, в которых описывают особенности протекания процессов на границах системы. Наконец четвертое – это временны́е условия, определяющие особенности протекания процессов во времени.

Вопрос о существовании и единственности решения полной системы уравнений движения до настоящего времени не решен. Однако полученные частные решения хорошо подтверждаются экспериментальными исследованиями. Из этого делают вывод об адекватности приведенных выше уравнений реальным гидродинамическим процессам.

Из уравнений Навье–Стокса получены критерии подобия гидродинамических процессов, которые позволяют с помощью теории подобия обобщать многочисленные экспериментальные исследования.

Поэтому на следующем слайде мы рассмотрим основы теории подобия в механике жидкости.

Слайд 69

Основы теории подобия в механике жидкости и газа

На слайде представлена схема исследования гидродинамических процессов.

Математической моделью движения жидкости является система дифференциальных уравнений движения и условия однозначности. Решение математической модели возможно лишь для некоторых простейших случаев ламинарного движения. Поэтому для получения результата приходится прибегать к экспериментальным исследованиям. Основой таких исследований является теория гидродинамического подобия, основанная на получении эмпирических уравнений для решения каждой конкретной задачи.

Физические явления считаются подобными, если они протекают в геометрически подобных системах. А также если поля всех однородных физических величин в сходственные моменты времени подобны. То есть все физические величины в сходственных пространственно-временных точках областей протекания этих явлений отличаются между собой только масштабами величин. Эти масштабы величин называются множителями подобного преобразования.

У подобных процессов между множителями подобного преобразования физических и геометрических величин существует взаимная связь. Наличие ее позволяет устанавливать критерии подобия, которые являются безразмерными комплексами, составленными из величин, характеризующих рассматриваемое явление. Равенство основных критериев подобия двух и более процессов указывает на их физическое подобие.

Получают критерии подобия из аналитических зависимостей, описывающих данный процесс. Таким образом, математическое описание процесса, хотя бы в виде дифференциальных уравнений общего вида, является необходимой предпосылкой использования теории подобия.

Если получено частное решение задачи для одного из подобных явлений (например, путем численного интегрирования дифференциальных уравнений), то, зная величины критериев подобия, можно путем пересчета получить решения для целой группы явлений, подобных первому.

Однако первое частное решение не обязательно получать расчетным путем. Когда интегрирование исходных дифференциальных уравнений затруднительно, необходимые закономерности можно установить экспериментально. В этом и состоит основная идея теории подобия.

Теория подобия на определенном этапе обращается к эксперименту. Однако дает возможность результаты единичного физического или математического эксперимента распространить на целую группу явлений, подобных данному.

На слайде изображена схема изучения гидродинамических процессов. Показано, что существуют две схемы изучения гидродинамических процессов.

По первой схеме сначала составляется математическая модель, затем решается система сложных дифференциальных уравнений известными математическими методами. На практике наибольшее распространение получил метод конечных элементов. Это численный метод решения дифференциальных уравнений с частными производными. А также метод интегральных уравнений, возникающих при решении задач прикладной физики. Метод широко используется для решения задач механики деформируемого твёрдого тела, теплообмена и гидрогазодинамики.

Суть метода следует из его названия. Область, в которой ищется решение дифференциальных уравнений, разбивается на конечное количество подобластей, именуемых элементами. В каждом из элементов произвольно выбирается вид аппроксимирующей функции. В простейшем случае это полином первой степени. Вне своего элемента аппроксимирующая функция равна нулю. Значения функций на границах элементов, как правило в узлах, являются решением задачи и заранее неизвестны. Коэффициенты аппроксимирующих функций обычно ищутся из условия равенства значения соседних функций на границах между элементами, то есть в узлах. Затем эти коэффициенты выражаются через значения функций в узлах элементов. Составляется система линейных алгебраических уравнений. Количество уравнений равно количеству неизвестных значений в узлах, на которых ищется решение исходной системы, прямо пропорционально количеству элементов и ограничивается только возможностями вычислительной машины. Так как каждый из элементов связан с ограниченным количеством соседних, система линейных алгебраических уравнений имеет разрежённый вид, что существенно упрощает её решение.

Если говорить в матричных терминах, то собираются так называемые матрицы жёсткости или матрица Дирихле и матрицы масс. Далее на эти матрицы накладываются граничные условия. Затем собирается система линейных уравнений и решается одним из известных методов.

С точки зрения вычислительной математики идея метода конечных элементов заключается в том, что минимизация функционала вариационной задачи осуществляется на совокупности функций. Каждая из этих функций определена на своей подобласти, для численного анализа системы, что позволяет рассматривать этот подход как одну из конкретных ветвей диакоптики, то есть общего метода исследования систем путём их расчленения.

По второй схеме сначала составляется экспериментальная модель, потом на основании имеющегося опыта получают эмпирические уравнения. При этом обязательно указываются зоны применения полученных уравнений. Частный случай применим не для всех аналогичных явлений. Полученные уравнения зачастую являются элементами теории подобия.

Перейдем к следующему слайду, где рассмотрим теоремы подобия.

Слайд 70

Теоремы подобия

На слайде представлены три теоремы подобия. Основные предпосылки для создания этих теорем следующие. Для того чтобы правильно поставить эксперимент, необходимо решить, по крайней мере, три основных вопроса. Первый вопрос – это какие величины надо измерять в опыте. Второй вопрос – это как обрабатывать результаты опыта. И третий вопрос – на какие явления могут быть распространены полученные расчетные зависимости.

Ответы на эти вопросы дают три теоремы подобия.

Первая теорема подобия, впервые сформулированная Ньютоном, утверждает, что для подобных явлений любые одноименные критерии равны.

Эта теорема дает ответ на первый из поставленных вопросов, а именно, что в опытах нужно измерять все те величины, которые входят в критерий подобия.

Перейдем ко второй теореме подобия, которую предложили Федерман и Букингем. Эта теорема может быть сформулирована так. Решение дифференциального уравнения может быть представлено в виде функциональной зависимости между критериями подобия, которые характеризуют процесс и получены из исходного уравнения или системы уравнений.

Такая зависимость называется уравнением подобия, или критериальным уравнением.

Теорема отвечает на второй вопрос о том, как обрабатывать результаты опыта. Она показывает, что опытные данные надо обрабатывать в виде зависимости между критериями подобия, то есть в виде уравнения подобия.

Третья теорема подобия – это теорема Кирпичева и Гухмана. Она уточняет условия, необходимые и достаточные, чтобы установить, на какие явления могут быть распространены результаты модельного эксперимента. То есть какие явления подобны исследованному.

Теорема формулируется так: подобны между собой те явления, у которых условия однозначности подобны и определяющие критерии равны.

Ознакомимся с некоторыми терминами теорем подобия. Итак, определяющими называются критерии подобия, составленные только из величин, входящих в условия однозначности. Следующее определение сформулировано так: критерии подобия, содержащие зависимые переменные, называются определяемыми.

Необходимо помнить, что получаемые методом подобия обобщенные расчетные зависимости применимы лишь в тех пределах изменения определяющих критериев, которые имели место в эксперименте.

Универсального решения метод подобия дать не может. Он позволяет лишь обобщать опытные данные в области, ограниченной условиями подобия.

Перейдем к следующему слайду, где рассмотрим виды подобия.

Слайд 71

Виды подобия

На слайде представлены виды подобия. Для лучшего понимания теории подобия разберемся сначала, по каким параметрам могут быть подобны процессы или явления.

То есть физически подобные явления – это явления одной и той же физической природы, для которой все характерные величины подобны в сходственных точках пространства и в соответственные моменты времени. Для подобных явлений все векторные величины должны быть геометрически подобными, а скалярные величины должны быть, соответственно, пропорциональными.

Сходственными точками механически подобных систем называются точки, одинаково расположенные по отношению к границам этих систем.

При физическом моделировании на сходственные точки натуры и модели должны действовать силы одной и той же механической природы. То есть одноименные силы, например сила тяжести, трения или давления.

При моделировании гидравлических явлений различают следующие виды подобия: динамическое, кинематическое и геометрическое.

Рассмотрим эти подобия по порядку. Первым представлено геометрическое подобие. Так, две гидравлические системы будут геометрически подобными в том случае, если между сходственными размерами этих систем всюду существует постоянное соотношение, представленное в выражении 5.23.

{3 секунды}

В этом выражении L_1 [эль один] – это линейный размер натуры, L_2 [эль два] – это линейный размер модели и, соответственно, K_L [ка эль] – это линейный масштаб. Геометрическое подобие для площадей приведено в выражении 5.24, а геометрическое подобие для объемов приведено в выражении 5.25.

{3 секунды}

Таким образом, подобными называют явления, для которых постоянны отношения характеризующих их соответственных величин.

Следующим рассмотрим кинематическое подобие. Так, два потока будут кинематически подобными при подобии полей скоростей и ускорений натуры и модели, как это представлено в выражениях 5.26, 5.27 и 5.28.

{5 секунд}

Где T_1 [тэ один] – это временно́й масштаб натуры, T_2 [тэ два] – это временно́й масштаб модели, следовательно, K_T [ка тэ] – это масштаб времени протекания соответствующего явления.

Кинематическое подобие имеет место только при наличии геометрического подобия.

Третий вид подобия – это динамическое подобие. Так, две гидравлические системы будут динамически подобными, если многоугольники сил, построенные для любых двух сходственных точек рассматриваемых систем, являются геометрически подобными. Причем масштаб сил оказывается одинаковым для всех пар сходственных точек.

Примеры соответствующих уравнений для действующих сил в гидродинамике представлены в выражениях 5.29. Соответствующий масштаб этих сил между подобными явлениями приведен в выражении 5.30.

{3 секунды}

При подобии физических процессов должны быть подобны все основные физические величины, влияющие на процесс.

Безразмерные соотношения разнородных физических величин называют критериями подобия.

Критерии подобия всегда имеют физический смысл. Они являются мерами соотношения между какими-то двумя параметрами, оказывающими существенное влияние на данный процесс.

Перейдем к следующему сладу, где рассмотрим вопросы получения критериев подобия методом масштабных преобразований.

Слайд 72

Получение критериев подобия

На слайде приведен подход для получения критериев подобия методом масштабных преобразований.

Любое дифференциальное уравнение можно привести в безразмерную форму, заменяя исходные переменные на безразмерные путем соответствующих тождественных преобразований.

Под безразмерной переменной понимают исходную переменную, деленную на соответствующий масштаб. В качестве масштаба выбирается одноименная физическая величина, известная по условию задачи. То есть величина, входящая в условия однозначности. Этот прием называется методом масштабных преобразований.

Ознакомимся с ним на примере системы уравнений для вынужденного движения несжимаемой жидкости. Для простоты рассмотрим стационарный процесс движения жидкости вдоль оси x [икс] со скоростью W [дабл-ю]. То есть изменения вектора скорости по времени равны нулю, как это показано в выражении 5.31.

{3 секунды}

В качестве масштабов можно выбрать следующие известные величины. Первое – это масштаб длины l [эль], то есть характерный линейный размер, например длина обтекаемого тела или диаметр трубы и тому подобное. Второе – это масштаб скорости w_0 [дабл-ю нулевое], которая может быть скоростью набегающего потока или средней скоростью в канале и тому подобное. И третье – это масштаб давлений, то есть разность между давлением на входе и выходе из канала.

Масштаб давлений обычно выбирают в виде разностей, потому что давление входит в исходные уравнения только под знаком дифференциала.

Вместо переменной давления будем применять разность нулевого и текущего давлений. Причем текущее давление больше нулевого, поэтому изменение давления будет отрицательным, как это показано в выражении 5.32.

{3 секунды}

Для дальнейшего преобразования введем следующие новые переменные, а именно безразмерные координаты, как это показано в выражениях 5.33. И безразмерную скорость, и ее составляющие, как это показано в выражениях 5.34. А также безразмерное давление, как это показано в выражениях 5.35.

{4 секунды}

Проведя данную операцию, перейдем к следующему слайду, где продолжим получение критериев подобия методом масштабных преобразований.

Слайд 73

Получение критериев подобия

Итак, продолжим наши преобразования.

Докажем, что у подобных явлений в сходственных точках, а для нестационарных процессов и в сходственные моменты времени, безразмерные переменные равны. Для этого рассмотрим безразмерные координаты сходственных точек *a* [а] и *a*' [а штрих], как это показано в выражениях 5.36.

{3 секунды}

По условию подобия выражение 5.36 преобразуется в выражение 5.37. Применив к последнему выражению правило перестановки членов пропорции, получим выражение 5.38.

{3 секунды}

Следовательно, доказано равенство безразмерных координат в сходственных точках *a* [а] и *a*' [а штрих].

У подобных явлений подобны поля скоростей, то есть для любой составляющей скорости, например по оси x [икс], можно записать выражение 5.39.

{3 секунды}

Аналогичные выводы можно сделать для всех безразмерных переменных. Таким образом, у подобных явлений поля безразмерных величин тождественны.

Мы получим критерии подобия методом масштабных преобразований и доказали его достоверность. Перейдем к следующему слайду, где рассмотрим получение уравнения движения в безразмерной форме.

Слайд 74

Уравнение движения в безразмерной форме

На слайде представлено получение уравнения движения в безразмерной форме.

Для этого введем новые переменные в дифференциальные уравнения процесса. Для того чтобы преобразования были тождественными, будем каждую переменную не только делить, но и умножать на соответствующий масштаб. При этом для сокращения выкладок рассмотрим получение уравнения движения только в проекции на одну из координатных осей, например на ось *X [икс]*. Операция перевода к безразмерной форме приводит к следующему выражению, которое приведено в формуле 5.40.

{3 секунды}

Если разделить выражение 5.40 на множитель у последнего члена, то получим дифференциальное уравнение движения в безразмерной форме. Это выражение 5.41.

{3 секунды}

Поскольку безразмерные переменные, которые входят в это уравнение, равны для всех подобных явлений, то для подобных явлений должны быть одинаковыми и безразмерные комплексы размерных величин. Эти комплексы входят в него в виде множителей, которые представлены в выражениях 5.42, 5.43 и 5.44. То есть каждый из этих комплексов можно считать критерием гидродинамического подобия.

Следовательно, перейдем к следующему слайду, где рассмотрим критерии гидродинамического подобия в уравнении движения.

Слайд 75

Критерии подобия в уравнении движения

На слайде представлены критерии гидродинамического подобия в уравнении движения.

Полученные здесь три безразмерных комплекса принято выражать через три общепринятых критерия. Это критерий Рейнольдса, критерий Фруда и критерий Эйлера.

Таким образом, уравнение движения в проекции на ось X [икс] в безразмерной форме имеет вид, представленный в выражении 5.48.

{3 секунды}

Безразмерная запись уравнений имеет ряд преимуществ. Во-первых, безразмерные уравнения содержат меньшее число переменных, поскольку они объединены в комплексы, которыми являются критерии подобия. Это облегчает дальнейшее выполнение как аналитического, так и численного решения этих уравнений. При этом определяющие критерии выполняют роль исходных данных или параметров задачи, а определяемые критерии включаются в число безразмерных искомых величин.

Решение дифференциальных уравнений можно искать в виде зависимости между безразмерными переменными и критериями подобия.

Во-вторых, получаемое таким образом решение при единственном сочетании численных значений определяющих критериев является справедливым не для единичного явления, а для всей группы подобных явлений.

Если же выполнять ряд численных решений, задаваясь различными значениями отдельных критериев, то получим ряд решений для различных групп подобных явлений в пределах данного рода.

Объединяя затем ряд решений в виде функциональной зависимости определяемого критерия от численных значений определяющих критериев, получаем закономерность, справедливую для всего рода явлений.

В ней определяющие критерии выступают в качестве обобщенных переменных.

Такую зависимость можно считать решением сформулированной задачи, которая описывается дифференциальными уравнениями и граничными условиями. И по своей ценности тем ближе к аналитическому решению, чем шире интервал принятых численных значений определяющих критериев.

Зависимость искомой безразмерной переменной или определяемого критерия от определяющих критериев называется уравнением подобия или критериальным уравнением.

Рассмотрим подробнее применяемые в механике жидкости критерии подобия на следующих слайдах.

Слайд 76

Критерий Рейнольдса

На слайде представлено описание критерия Рейнольдса.

Критерий Рейнольдса или число Рейнольдса [Re] [эр е] – это безразмерная величина, характеризующая отношение нелинейного и диссипативного членов в уравнении Навье–Стокса. Число Рейнольдса также считается критерием подобия течения вязкой жидкости. Число Рейнольдса есть мера отношения сил инерции, которые действуют в потоке, к силам вязкости. Плотность в числителе выражения характеризует инерцию частиц, отклонившихся от движения по прямой, а вязкость в знаменателе показывает склонность жидкости препятствовать такому отклонению.

Число Рейнольдса можно рассматривать также как отношение кинетической энергии жидкости к потерям энергии на характерной длине из-за присутствия между молекулами жидкости внутреннего трения.

Если у потока число Рейнольдса достаточно большое, выше критической величины, то жидкость можно рассматривать как идеальную. В таком случае вязкостью можно пренебречь, то есть силы инерции несоизмеримо больше сил вязкости.

Физический смысл числа Рейнольдса заключается в смене режимов течения жидкости. В настоящее время не существует строгого научно доказанного объяснения этому явлению, однако наиболее достоверной гипотезой считается следующая. Она заключается в том, что смена режимов движения жидкости определяется отношением сил инерции к силам вязкости в потоке жидкости. Если преобладают первые, то режим движения турбулентный, если вторые, то режим движения ламинарный.

Турбулентные потоки возникают при высоких скоростях движения жидкости и малой вязкости, ламинарные потоки возникают в условиях медленного течения и в вязких жидкостях. На практике в различных газопроводах, водопроводах и подобных им системах чаще встречаются турбулентные потоки даже при скоростях менее одного метра в секунду. Это объясняется тем, что такой режим стараются обеспечить при проектировании многих гидравлических сооружений, так как при турбулентном режиме движения снижаются гидравлические потери.

В гидросистемах технологического оборудования, в которых в качестве рабочих жидкостей используются минеральные масла, турбулентный режим возникает при скоростях более пятнадцати метров в секунду. В то время как при проектировании таких систем чаще всего предусматривают скорости четыре-пять метров в секунду. Режим движения в таких трубопроводах, как правило, ламинарный.

Так как силы инерции и силы вязкости в потоке жидкости зависят от многих причин, то при скоростях, близких к критической, могут возникать переходные режимы, при которых наблюдаются неустойчивое ламинарное или турбулентное движение.

Перейдем к следующему слайду, где рассмотрим критерий Фруда.

Слайд 77

Критерий Фруда

На слайде рассмотрен критерий гидродинамического подобия – критерий Фруда.

Критерий Фруда или число Фруда – это критерий гидродинамического подобия. Он характеризует соотношение между силой инерции и внешней силой, в поле которой происходит движение, действующими на элементарный объём жидкости или газа. Если движение жидкости обусловлено действием в основном силы тяжести, то основным критерием подобия является критерий Фруда. Его еще называют гравитационным критерием. Физический смысл критерия Фруда заключается в следующем: он отражает влияние сил тяжести на движение жидкости.

Перейдем к следующему слайду, где рассмотрим критерий Вебера.

Слайд 78

Критерий Вебера

На слайде рассмотрен критерий гидродинамического подобия – критерий Вебера.

Критерий Вебера или число Вебера – это критерий подобия в гидродинамике, который определяет отношение инерции жидкости к поверхностному натяжению. Число служит мерой увлечения жидкости за движущимся в ней телом. Следовательно, если на движение жидкости решающее влияние оказывают силы поверхностного натяжения, то основным критерием подобия является критерий Вебера. Физический смысл критерия Вебера заключается в том, что он служит мерой увлечения жидкости за движущимся в ней телом.

Перейдем к следующему слайду, где рассмотрим критерий Эйлера.

Слайд 79

Критерий Эйлера

На слайде рассмотрен критерий гидродинамического подобия – это критерий Эйлера.

Критерий Эйлера или число Эйлера – это критерий подобия в гидродинамике, который является безразмерным коэффициентом, имеющим место в уравнениях Навье–Стокса. Уравнения Навье–Стокса описывают отношение между силами давления на единичный объём жидкости или газа и инерционными силами. Следовательно, если основное влияние на движение потока жидкости оказывают силы давления, то основным критерием подобия в данном случае является критерий Эйлера. Его еще называют критерием гидравлического сопротивления.

Перейдем к следующему слайду, где рассмотрим производные критерии.

Слайд 80

Производные критерии

На слайде рассмотрены производные критерии гидродинамического подобия.

Что же такое производные критерии? Итак, некоторые физические величины, входящие в критерии подобия, целесообразно заменять на другие или пропорциональные. В ряде случаев оказывается затруднительным или даже практически невозможным определить ту или иную физическую величину, входящую в критерий подобия. Тогда эту величину исключают путём сочетания двух или большего числа критериев и получения производных критериев подобия, составленных из основных. При этом исключённую величину обычно заменяют на другую, ей пропорциональную, опытное или расчётное определение которой является более простым.

Так, при естественной конвекции, которая возникает под действием разности плотностей жидкости из-за различия температур в разных её точках, очень трудно определить скорость конвективных токов. Однако эта скорость входит в критерий Фруда, отражающий подобие таких процессов. Поэтому исключают скорость путём сочетания критериев Рейнольдса и Фруда. Полученный комплекс величин представляет собой производный критерий, который называется критерием Галилея. Его выражение представлено в формуле 5.49.

{3 секунды}

Этот критерий умножают на разность плотностей жидкости в различных её точках. Разность выражена в относительных единицах, так как является причиной возникновения конвективных токов. Таким образом находят новый производный критерий, названный критерием Архимеда. Он представлен в выражении 5.50.

{3 секунды}

Физический смысл критерия Архимеда заключается в том, что он представляет меру отношения подъемной силы из-за разности плотностей к силе вязкого трения.

Если заменить симплекс давления пропорциональной ему относительной величиной разности температур, более удобной для определения в опытах, то можно получить новый производный критерий. Это критерий теплового подобия Грасгофа.

При перекачивании жидкости насосом по трубопроводу влияние силы тяжести можно не учитывать и поэтому исключить из рассмотрения критерий Фруда. Общий вид зависимости при вынужденном движении жидкости по трубопроводу имеет вид, как представлено в выражении 5.51.

{3 секунды}

Перейдем к следующему слайду, где рассмотрим общую форму уравнения подобия.

Слайд 81

Общая форма уравнения подобия

На слайде рассмотрена общая форма уравнения подобия.

Общую форму уравнения подобия можно записать на основании безразмерных дифференциальных уравнений, описывающих процесс.

На основе анализа исходной системы уравнений можно получить следующие уравнения подобия. Первое уравнение подобия – это безразмерное поле скоростей, представленное в выражении 5.52. Второе уравнение – это безразмерное поле давлений, представленное в выражении 5.53.

{3 секунды}

Конкретную количественную форму функций f_1 [эф один], f_2 [эф два] можно получить экспериментально на физической модели или путем выполнения численных решений или математических экспериментов. При этом каждую из искомых критериальных зависимостей можно устанавливать независимо от остальных.

При экспериментальном исследовании может оказаться, что часть критериев системы не влияет на рассматриваемое явление, или, как иногда говорят, критерии вырождаются.

Например, при развитом турбулентном течении можно пренебречь подъемной силой по сравнению с силой инерции.

В отношении представленных здесь уравнений подобия необходимо сделать три дополнительных замечания.

Прежде всего о форме и числе определяющих критериев.

Согласно p [пи]-теореме физическое уравнение содержит $n \geq 2$ [эн больше или равно двум] размерных величин, из которых $k \geq 1$ [ка больше или равно одному] величин имеют независимую размерность.

После приведения к безразмерному виду будет содержать n [эн] минус k [ка] безразмерных величин.

Строго говоря, уравнения подобия справедливы для потоков, у которых стенки каналов характеризуются одним-единственным геометрическим размером. Например, при одномерном движении неограниченного потока вдоль пластины или при поперечном обтекании неограниченным потоком бесконечно длинного цилиндра, шара и так далее.

В первом случае в качестве характерного размера, геометрического масштаба, выбирается длина пластины L [эль большое], то есть $l = L$ [эль малое равно эль большому]. А во втором случае в качестве характерного размера выбираем диаметр, то есть l = d [эль малое равно дэ].

Если же форма канала более сложная, то соблюдение условия геометрического подобия требует введения в уравнения подобия в качестве определяющих дополнительных безразмерных комплексов. Таких, как l_1/l [эль малое один, деленное на эль малое], l_2/l [эль малое два, деленное на эль малое], и так далее. В которых l_1 [эль малое один], l_2 [эль малое два] и так далее все влияющие на процесс геометрические размеры канала.

Теперь перейдем к следующему слайду, где рассмотрим общую форму уравнения подобия.

Слайд 82

Дополнения по теории подобия

На слайде представлена дополнительная информация по теории подобия в механике жидкости и газа.

Безразмерные определяющие комплексы, которые представляют собой отношения одноименных величин, в теории подобия называются симплексами. Выражение 5.54 – это симплексы геометрического подобия.

{3 секунды}

Переменность теплофизических свойств в зависимости от температуры может быть учтена введением в уравнение подобия симплекса в виде выражения 5.55.

{3 секунды}

Это справедливо в том случае, если зависимость всех теплофизических свойств от температуры можно представить в виде степенных функций одинаковой степени. Например, как это показано в выражении 5.56.

{3 секунды}

Указанное соотношение характерно для газов, но не всегда подтверждается для жидкостей.

Кроме температурного фактора переменность теплофизических свойств приближенно можно учесть выбором определяющей температуры. Ознакомимся с термином «определяющая температура». Определяющей называется температура, по которой выбирают значения теплофизических параметров, входящих в критерии подобия. В качестве определяющей температуры на основании опытных данных может быть выбрана либо температура жидкости, либо среднеарифметическая температура, либо температура стенки.

Мы рассмотрели основные подходы теории подобия в механике жидкости и газа. Перейдем к следующему слайду, где ознакомимся с динамикой идеальной жидкости.

Слайд 83

Динамика идеальной жидкости

На слайде рассмотрены вопросы применения понятия динамики идеальной жидкости в механике жидкости и газа.

Для чего при рассмотрении вопросов гидродинамики необходимо понятие идеальной жидкости? Во-первых, идеализация жидкости дает хорошее соответствие результатов при описании реальных течений капельных жидкостей и газов на достаточном удалении от омываемых твердых поверхностей и поверхностей раздела с неподвижной средой. Во-вторых, идеальной называют воображаемую жидкость, лишенную вязкости и теплопроводности. В-третьих, в ней отсутствует внутреннее трение, она непрерывна и не имеет структуры.

Запишем уравнение Эйлера в качестве уравнения движения идеальной жидкости. Но уравнение движения идеальной жидкости получают путем исключения из уравнения Навье–Стокса слагаемых, в которых в качестве сомножителя имеется коэффициент динамической вязкости. Следовательно, после преобразования полученный результат представлен в выражении 5.57.

{3 секунды}

Полная производная вектора скорости по времени математически эквивалентна сумме слагаемых, в которые входят удельная кинетическая энергия жидкой частицы и вектор угловой скорости. Она представлена в выражении 5.58.

{3 секунды}

Подстановка этого выражения в уравнение Эйлера преобразует последнее в уравнение движения идеальной жидкости в форме Громеки–Ламба, что приведено в выражении 5.59.

{3 секунды}

Теперь перейдем к следующему слайду, где рассмотрим общую информацию по динамике идеальной жидкости.

Слайд 84

Дополнения по динамике идеальной жидкости

На слайде дана общая информация по динамике идеальной жидкости.

Здесь мы рассмотрим некоторые общие вопросы и понятия динамики идеальной жидкости.

В гидравлике широко используют понятие потенциала, который выступает в качестве характеристики векторного поля. Поясним данное понятие. Итак, векторное поле a(r) [а от эр] называют потенциальным, если существует такая скалярная функция φ(r) [фи от эр], называемая потенциалом векторного поля, градиент которой в рассматриваемой точке равен вектору в этой же точке. Математическое описание этого определения представлено в формуле 5.60.

{3 секунды}

Рассмотрим следующее понятие, а именно понятие объемных сил, под действием которых возможно равновесие жидкости. Эти силы имеют потенциал F [эф]. Например, сила тяжести имеет потенциал F(r) [эф от эр] и выражается через него, как это показано в формуле 5.61.

{3 секунды}

В уравнение движения входит плотность жидкости, которая зависит от температуры и давления. Однако в природе происходит множество процессов, в которых плотность однозначно определяется только давлением. Следовательно, необходимо дать пояснение понятию «баротропная жидкость». Жидкость, у которой плотность является функцией только давления, называют баротропной. При этом функцией давления баротропной жидкости называют интеграл следующего вида, как это показано в выражении 5.62. Дифференцирование интеграла баротропного давления дает нам отношение к плотности жидкости, как это показано в выражении 5.63.

{3 секунды}

Теперь перейдем к следующему слайду, где рассмотрим общую информацию по динамике идеальной жидкости.

Слайд 85

Градиент давления баротропной жидкости

На слайде рассмотрен градиент давления баротропной жидкости. Для получения градиента давления баротропной жидкости необходимо путем формальных преобразований получить выражение градиента давления баротропной жидкости, которое представлено в формуле 5.64.

{3 секунды}

При этом величина в выражении 5.65 является главным вектором сил давлений в данной точке, отнесенным к единице массы, то есть вектором объемного действия сил давления.

Следовательно, функция давления Р [пэ], градиент которой равен вектору объемного действия сил давления, представляет собой потенциал объемного действия сил давления.

Заменив в уравнении движения идеальной жидкости в форме Громеки–Ламба массовые силы и силы давления на выражения через их потенциалы, получим векторную форму уравнения Эйлера–Громеки, как это представлено в выражении 5.66.

{3 секунды}

Теперь перейдем к следующему слайду, где рассмотрим интеграл Эйлера.

Слайд 86

Интеграл Эйлера

На слайде представлен вывод интеграла Эйлера.

Интеграл Эйлера является решением уравнения Эйлера–Громеки в случае потенциального установившегося движения.

Зададим условия применимости и основные понятия, входящие в интеграл Эйлера в случае потенциального установившегося движения. Первое условие заключается в том, что потенциальным называют движение жидкости, поле скоростей которой имеет потенциал, градиент которого равен скорости движения жидкости. Второе условие заключается в том, что потенциальное течение всегда безвихревое, то есть в нем отсутствует вращение жидкости. Третье условие следующее: установившимся называют движение, у которого скорость не изменяется с течением времени.

Следовательно, для потенциального установившегося течения уравнение Эйлера–Громеки примет вид выражения 5.67.

{3 секунды}

При этом равенство нулю градиента функции означает, что выражение 5.68, которое описывает установившееся движение, – константа. Это выражение и называют интегралом Эйлера.

{3 секунды}

В случае действия на жидкость только сил тяжести, потенциал массовых сил определяется выражениями 5.69.

{3 секунды}

Теперь перейдем к следующему слайду, где рассмотрим уравнение Эйлера.

Слайд 87

Уравнение Эйлера

На слайде представлено уравнение Эйлера.

Заменяя в интеграле Эйлера потенциал массовых сил и функцию давления их выражениями, получим уравнение Эйлера. Оно представлено в выражении 5.70.

{3 секунды}

В это уравнение входят следующие составляющие. Составляющая gz [жэ зэт] определяет потенциальную энергию положения частицы жидкости единичной массы в поле сил тяжести. Составляющая dp/ρ [де пэ на ро] определяет потенциальную энергию объемного действия сил давления. Составляющая $V^2/2$ [вэ квадрат, деленное на два] указывает кинетическую энергию частицы жидкости единичной массы.

С точки зрения механики уравнение Эйлера представляет собой закон сохранения энергии для потенциального установившегося течения жидкости. А именно как сумма всех видов энергии, отнесенных к единице массы жидкости, при этом оно во всех точках потока имеет одно и то же значение.

Теперь перейдем к следующему слайду, где рассмотрим интеграл Бернулли.

Слайд 88

Интеграл Бернулли

На слайде представлен интеграл Бернулли.

Интеграл Бернулли представляет собой решение уравнения Эйлера–Громеки в случае установившегося не потенциального движения.

При установившемся не потенциальном или, как иначе называют, вихревом течении справедливы выражения 5.71. То есть не происходит изменения скорости жидкости во времени, а ее частицы имеют возможность участвовать во вращательном движении. Для таких потоков уравнение Эйлера–Громеки примет вид уравнения 5.72.

{3 секунды}

В условиях установившегося движения линии тока и траектории совпадают. Элемент *d*L [дэ эль] пути, пройденного частицей жидкости вдоль траектории в направлении течения, определяют по формуле 5.73.

Перейдем к следующему слайду, где продолжим рассматривать интеграл Бернулли.

Слайд 89

Интеграл Бернулли

Найдем скалярное произведение уравнения Эйлера–Громеки из полученного выражения 5.72. Тогда получим выражение 5.74.

{3 секунды}

При этом левая часть данного уравнения равна нулю, так как является скалярным произведением двух взаимно перпендикулярных векторов, представленных в выражении 5.75. Следовательно, градиент функции правой части уравнения Эйлера–Громеки равен нулю, как это показано в выражении 5.76. Поэтому функция правой части уравнения Эйлера–Громеки является константой, и выражение 5.77 получило название «интеграл Бернулли».

Теперь перейдем к следующему слайду, где рассмотрим уравнение Бернулли.

Слайд 90

Уравнение Бернулли

На слайде представлено уравнение Бернулли.

Заменяем в интеграле Бернулли потенциал массовых сил и функцию давления их выражениями. Учитывая вышеизложенное, получим для любых двух рассматриваемых сечений потока уравнение Бернулли для реальной несжимаемой жидкости. Оно представлено в выражении 5.78.

{3 секунды}

Все слагаемые данного уравнения имеют размерность длины. Их принято называть высотами или напорами. Итак, первое слагаемое – это геометрический или нивелирный напор. Второе слагаемое – это пьезометрический напор. Третье слагаемое – это скоростной напор. И последнее слагаемое правой части – это потеря напора.

Теперь перейдем к следующему слайду, где рассмотрим вопросы динамики вязкой несжимаемой жидкости.

Слайд 91

Динамика вязкой несжимаемой жидкости

На слайде представлена динамика вязкой несжимаемой жидкости.

Рассматривается движение вязкой жидкости, плотность которой остается неизменной.

Запишем уравнение движения вязкой несжимаемой жидкости. В качестве исходных используем уравнение Навье–Стокса и уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости. При этом для вывода уравнения воспользуемся следующими допущениями.

Первое допущение заключается в том, что уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости показывает, что дивергенция вектора скорости равна нулю. Второе допущение заключается в постоянстве вязкости жидкости при изотермическом ее движении.

Изотермическим называют поток, температура которого остается постоянной.

Следовательно, уравнение Навье–Стокса при этих условиях примет вид выражения 5.79.

{3 секунды}

Выражение 5.79 после несложных преобразований упрощается, как показано в выражении 5.80.

{3 секунды}

Где ν [мю] – это коэффициент кинематической вязкости.

Теперь перейдем к следующему слайду, где рассмотрим уравнение Стокса для вязкой несжимаемой жидкости.

Слайд 92

Уравнение вязкой несжимаемой жидкости

На слайде представлено уравнение Стокса для вязкой несжимаемой жидкости.

Рассматривая дивергенцию энергии, получаем исходя из определения выражение 5.81 и подставляем это выражение в предыдущее выражение 5.80. Так мы получаем уравнение Стокса, представленное формулой 5.82, то есть уравнение движения вязкой несжимаемой жидкости.

{5 секунд}

Наблюдениями и многочисленными опытами установлено существование двух основных режимов движения жидкостей, а именно ламинарного и турбулентного.

При этом ламинарным называют строго упорядоченное, слоистое, то есть без перемешивания, течение жидкости. Единственной причиной потерь энергии при таком движении в горизонтальных трубах постоянного поперечного сечения является трение. Оно обусловлено вязкостью жидкости.

При турбулентном режиме отдельные частицы жидкости движутся по произвольным сложным траекториям. В результате струйки перемешиваются и жидкость течет в виде беспорядочной массы, где потери на вязкость бесконечно малы.

Теперь перейдем к следующему слайду, где рассмотрим ламинарное изотермическое течение несжимаемой жидкости.

Слайд 93

Ламинарное изотермическое течение

На слайде представлено ламинарное изотермическое течение несжимаемой жидкости.

Рассмотрим ламинарное изотермическое течение несжимаемой жидкости в горизонтальной трубе постоянного поперечного сечения. Для этого предположим, что установившееся ламинарное движение жидкости происходит в горизонтальной, прямолинейной, круглой цилиндрической трубе, что соответствует одномерному течению. На некотором расстоянии от входа в нее, где поток уже сформировался или стабилизировался, выделим отрезок длиной l [эль] между сечениями 1-1 [один-один] и 2-2 [два-два].

Пусть в сечении 1-1 [один-один] давление равно p_1 [пэ один], а в сечении 2-2 [два-два] давление равно p_2 [пэ два]. Иначе говоря, на участке длиной l [эль] давление в потоке изменилось на величину $\Delta p = p_1 - p_2$ [дэльта пэ, равное пэ один минус пэ два] за счет трения жидкости о стенки канала.

Применим к потоку жидкости уравнение Стокса, которое в рассматриваемом случае одномерного движения в проекции на ось *x* примет вид, как показано в выражении 5.83.

{3 секунды}

Выполним специальные преобразования этого уравнения. Преобразование первое – это исключим выражение в левой части уравнения. Поскольку в установившемся движении скорость не меняется с течением времени, следовательно, выражение в левой части равно нулю. Преобразование второе – это удаление первого слагаемого в правой части уравнения, так как проекция силы тяжести на горизонтальную ось *x* [икс] равна нулю. Преобразование третье заключается в том, что в одномерном движении отсутствуют проекции вектора скорости на оси координат, перпендикулярные направлению движения. Поэтому и их производные равны нулю. Преобразование четвертое состоит в том, что изменение давления вдоль трубы пропорционально длине трубы.

Следствием этого для несжимаемой жидкости будет то, что дивергенция скорости по оси *x* [икс] будет равна нулю.

Проекция уравнения Стокса на ось *x* [икс] примет вид выражения 5.84.

{3 секунды}

Теперь перейдем к следующему слайду, где рассмотрим уравнение одномерного движения несжимаемой жидкости в цилиндрической системе координат.

Слайд 94

Уравнение одномерного движения

На слайде представлено уравнение одномерного движения несжимаемой жидкости в цилиндрической системе координат.

Решим полученное дифференциальное уравнение 5.84 при условии, что на границе области течения, то есть на стенке трубы, скорость частиц жидкости равна нулю. И граница области течения описывается уравнением окружности. Тогда перейдем от декартовой системы координат к цилиндрической. Мы получим уравнение одномерного движения несжимаемой жидкости в цилиндрической системе координат, как это представлено в выражении 5.85.

{3 секунды}

Полученное уравнение описывается квадратичной зависимостью скорости частицы жидкости от радиуса.

Анализ уравнений показал следующее. Профилем скорости называют распределение векторов скорости по нормальному сечению потока. При этом ламинарному течению соответствует параболический профиль скорости. Соответственно, максимальная скорость имеет место в центре сечения трубопровода, где радиус-вектор равен нулю.

Средняя по сечению скорость находится делением расхода на площадь поперечного сечения канала. Ее значение в два раза меньше найденной ранее максимальной скорости на оси трубы.

Преобразовав полученное выражение, найдем закон сопротивления. То есть зависимость потери давления на трение от расхода либо средней скорости жидкости, ее вязкости и геометрических размеров канала. Полученное выражение представлено в формуле 5.86.

{3 секунды}

Из уравнения следует, что потери давления при ламинарном течении жидкости по прямолинейному каналу цилиндрической формы прямо пропорциональны его длине, расходу и вязкости среды в первой степени. И они обратно пропорциональны радиусу в четвертой степени. В литературе этот закон называется законом Пуазейля.

Если выразить радиус трубы через диаметр и выполнить ряд эквивалентных преобразований, то данный закон можно представить в виде зависимости потери давления на трение с учетом критерия Рейнольдса. Эта зависимость приведена в выражении 5.87.

{3 секунды}

Укажем исключения, где применение полученных уравнений может иметь значительную ошибку. Исключение первое – это течение на начальном участке трубы, где еще происходит формирование потока. Исключение второе – это течение с теплообменом. Исключение третье – это течение в капиллярах и зазорах, где имеет место облитерация. И исключение четвертое – это течение с большими перепадами давлений.

Теперь перейдем к следующему слайду, где рассмотрим некоторые вопросы турбулентного течения.

Слайд 95

Турбулентное течение

На слайде представлено упрощенное понимание турбулентного течения, которое принято в гидравлике.

В природе и технике наиболее часто встречается турбулентное движение жидкости. В ламинарном течении траектории частиц, линии тока, поля скоростей и давлений имеют регулярный характер. В турбулентных же течениях частицы жидкости движутся не параллельно друг другу, а по хаотическим, запутанным траекториям. При этом вся масса жидкости перемещается в целом в одном направлении.

Как уже отмечалось, на практике встречаются оба режима движения жидкости, однако наибольшие особенности имеют турбулентные потоки. Перечислим эти основные особенности. Первой особенностью является то, что характер движения частицы жидкости в турбулентном потоке примерно такой же, как молекулы в представлении кинетической теории газов. То есть они находятся в состоянии беспорядочного хаотического движения. В случае, например, трубопроводов с этим связано существенное возрастание потерь энергии при движении жидкости по сравнению с ламинарным потоком.

Вторая особенность состоит в том, что в турбулентном режиме происходит выравнивание эпюры распределения скоростей по сечению потока.

Третьей особенностью является то, что с турбулентным движением связано также усиление теплопередачи внутри жидкости.

Четвертой особенностью называют то, что перемешивание определяется наличием в турбулентном потоке уже упомянутых выше перпендикулярных основному направлению движения жидкости составляющих скоростей.

Пятая особенность заключается в том, что перемешивание в турбулентно движущейся жидкости приводит к взвешиванию находящейся в потоке в дисперсном состоянии фракции другой фазы.

И шестая особенность заключается в том, что турбулентное движение по самой своей сущности является движением неустановившимся. То есть все гидравлические характеристики потока, в частности скорости, в каждой точке пространства изменяются с течением времени.

Следовательно, турбулентное движение можно определить как движение жидкости с пульсацией скоростей, приводящей к перемешиванию жидкости.

Но если на каком-то участке трубопровода существует турбулентный поток, то это не значит, что такой же характер сохраняется во всей трубе. На различных участках трубопровода и даже на одних и тех же участках в разные периоды времени поток может иметь различный характер движения. Это может определяться либо различными диаметрами трубопроводов, либо изменением скорости течения жидкости. Во всех случаях при возникновении условий турбулентного режима он устанавливается в трубе не мгновенно. Это происходит в течение некоторого времени на участке трубы определённой длины.

В то же время в реальных гидросистемах, даже при ламинарном режиме течения жидкости в круглых трубах, на пути потока встречаются участки с другой геометрией. Это могут быть соединения труб, изгибы, гидроаппараты и так далее. На таких участках характер потока меняется, режим движения становится турбулентным. Однако после прохождения такого участка при входе жидкости в прямую трубу при соответствующей скорости устанавливается параболическое распределение скоростей. Поток снова стремится к ламинарному режиму движения. Происходит это не моментально, а в течение некоторого времени на отрезке трубы определённой длины. Такой отрезок называют начальным участком ламинарного течения.

В турбулентном потоке происходят пульсации скоростей Под их действием частицы жидкости, которые движутся в основном в одном направлении, получают поперечные перемещения, что приводит к интенсивному их перемешиванию.

Перемешивание жидкости вследствие пульсационного движения равносильно увеличению вязкости в сотни и тысячи раз. Что является причиной большого сопротивления при турбулентном течении жидкости в каналах или при турбулентном обтекании помещенных в поток тел.

Наложение пульсационного движения на основное приводит к существенному усложнению картины течения и делает невозможным теоретическое решение уравнений движения. В настоящее время закономерности турбулентных течений ищут для осредненных по времени величин.

Рассмотрим вопрос осредненного пульсационного движения подробнее. Итак, при турбулентном течении скорость, плотность и давление в фиксированной точке пространства не остаются постоянными во времени. Их мгновенные значения хаотически, нерегулярно пульсируют около некоторых осредненных по времени значений. Это показано на рисунке 5.2.

Поэтому при математическом моделировании турбулентное течение раскладывают на осредненное движение со скоростью $\overline{\mathbf{V}}$ [вэ среднее] и пульсационное движение со скоростью $\mathbf{V}'$ [вэ штрих]. Тогда составляющие мгновенной скорости и мгновенного значения давления определяются выражениями 5.88.

{3 секунды}

Для осреднения скорости и давления берут такой промежуток времени, чтобы осредненное значение не зависело от времени. Тогда осредненные значения пульсационных величин будут равны нулю.

В дальнейшем будем полагать, что пульсационные величины малы по сравнению с осредненными значениями.

Несмотря на беспорядочность изменения скоростей при турбулентном движении, величина осредненной скорости за достаточно большой промежуток времени t [тэ] остается постоянной. Поэтому математическую модель осредненного движения приближенно считают стационарной, а само турбулентное движение квазистационарным.

При этом наложение пульсационного движения на осредненное движение проявляется в увеличении сопротивления течению, что интерпретируют как увеличение вязкости. Эта дополнительная вязкость называется кажущейся вязкостью осредненного движения.

Линии тока осредненного движения проницаемы для пульсационного движения, которое переносит сквозь них количество движения, вещество, энергию и другие физические субстанции. Этот перенос, аналогично молекулярному переносу при ламинарном движении, определяет турбулентное трение между слоями в осредненном движении и другие процессы переноса. В отличие от молекулярного переноса, при турбулентном переносе носителями субстанции являются не молекулы, а конечные объемы жидкости или, как их ещё называют, моли.

Полный перенос импульса силы рассматривается как сумма молекулярного, то есть ламинарного, и турбулентного переносов. Поскольку поток импульса в единицу времени через единицу площади эквивалентен противоположно направленной силе, с которой окружающая среда действует на площадку. Тогда напряжение трения также можно представить в виде суммы ламинарного и турбулентного напряжений, как это представлено в выражении 5.89.

{3 секунды}

Величину $\nu_т$ [ню тэ] называют коэффициентом турбулентной вязкости или просто турбулентной вязкостью.

В отличие от обычной вязкости, турбулентная вязкость не является физическим свойством вещества, а зависит от скорости жидкости и других параметров.

Исходя из сказанного, получим, что поток жидкости и газа при своем движении характеризуется наличием турбулентности, то есть беспорядочного движения вихревых масс. При этом на основное направление скорости накладываются поперечные составляющие, которые вызывают сильное перемешивание жидкости. Турбулентность также характеризуется величиной интенсивности турбулентности, которая приведена в формуле 5.90.

Теперь перейдем к следующему слайду, где познакомимся с дифференциальным уравнением осредненного движения.

Слайд 96

Дифференциальные уравнения

На слайде представлено дифференциальное уравнение осредненного движения.

Для получения уравнений осредненного движения вязкой несжимаемой жидкости Рейнольдс предположил, что действительное движение жидкости, несмотря на его иррегулярность, строго описывается уравнением Навье–Стокса.

В результате осреднения всех членов этого уравнения и выполнения необходимых преобразований получим выражение 5.91.

{5 секунд}

Левые части системы трех уравнений формально совпадают с левыми частями уравнений Навье–Стокса для установившегося течения. Осредненные составляющие скорости не меняются во времени, поэтому в уравнениях отсутствуют. В правых частях появились дополнительные члены, обусловленные пульсационным движением. К этим уравнениям присоединены уравнения неразрывности для осредненных и пульсационных скоростей.

Граничными условиями для всех представленных выше уравнений является равенство нулю на стенках всех составляющих осредненной скорости и всех составляющих пульсационной скорости.

Решение этих уравнений возможно, если известна зависимость между пульсационным и осредненным движениями. Такая зависимость в настоящее время может быть получена только эмпирическим путем. Вид связи между пульсационным и осредненным движениями составляет суть гипотез о турбулентности. Как правило, подобные уравнения на практике решаются через прямое численное моделирование с помощью уравнений Навье–Стокса. Но при условии адекватного применения метода конечных элементов. То есть при условии, что размер ячейки конечно-элементной сетки не превышает размер малых вихрей, которые рассчитываются с применением специальных моделей турбулентности.

Теперь перейдем к следующему слайду, где рассмотрим энергетический баланс потока.

Слайд 97

Энергетический баланс потока

На слайде представлен энергетический баланс потока.

В механике жидкости и газа энергия жидкости распределяется на внутреннюю, потенциальную и кинетическую. Внутренняя энергия разделяется на кинетическую энергию движения молекул, потенциальную энергию межмолекулярного притяжения и энергию внутримолекулярных колебаний. Потенциальная энергия разделяется на энергию давления и энергию положения. Кинетическая энергия определяется скоростью движения потока жидкости.

Перейдем к следующему слайду, где рассмотрим кинетическую энергию потока жидкости.

Слайд 98

Кинетическая энергия потока жидкости

На слайде представлено распределение кинетической энергии в потоке жидкости.

Поток реальной вязкой жидкости движется в трубе или русле, ограниченном неподвижными стенками. Вследствие трения между слоями жидкости существенно возрастает неравномерность распределения скоростей по сечению потока, а также возникают потери энергии на трение при перемещении жидкости от одного сечения к другому. Кроме того, движение вязкой жидкости часто сопровождается вращением частиц, вихреобразованием и перемешиванием, что тоже требует затрат энергии. Поэтому удельная энергия движущейся вязкой жидкости не остается постоянной, как в случае идеальной жидкости, а постепенно расходуется на преодоления сопротивлений и, следовательно, уменьшается вдоль потока.

При этом кинетическая энергия массы m [эм] потока жидкости есть сумма энергий отдельных струек, как это показано в выражении 5.92.

{3 секунды}

Где коэффициент α [альфа] есть отношение действительной кинетической энергии реального потока в данном сечении к кинетической энергии того же потока в том же сечении, но посчитанной по средней скорости жидкости в данном сечении. В этом заключается физический смысл коэффициента Кориолиса. Таким образом, коэффициент Кориолиса α [альфа] – это отношение действительной кинетической энергии к энергии, определяемой по средней скорости.

Чем больше неравномерность скоростей u [у], тем больше α [альфа]. Для ламинарного режима $\alpha = 2$ [альфа равно двум], для турбулентного α = 1,1 – 1,2 [альфа равно от одной целой одной десятой до одной целой двух десятых]. На практике коэффициент Кориолиса часто принимается равным единице.

Теперь перейдем к следующему слайду, где рассмотрим удельную энергию потока жидкости.

Слайд 99

Удельная энергия

На слайде представлены некоторые определения и термины раздела гидродинамики.

Итак, первое определение касается термина «удельная энергия» то есть это полная энергия, отнесенная к количеству вещества. Она соответственно бывает объёмной, или массовой, или весовой.

Следующий термин – гидродинамический напор. Гидродинамический напор – это энергия единицы веса, измеряется в метрах, записывается как показано в выражении 5.93.

{3 секунды}

В свою очередь, термин «полное давление» является характеристикой энергии единицы объёма, измеряется в паскалях и записывается как показано в выражении 5.94.

{3 секунды}

При этом полное давление состоит из весового, статического и динамического давлений.

Теперь перейдем к следующему слайду, где рассмотрим напор потока жидкости.

Слайд 100

Напор

На слайде приведены определения и термины, относящиеся к напору потока жидкости.

Напор – это физическая величина, выражающая удельную, приходящуюся на единицу веса механическую энергию потока жидкости в данной точке. Или иначе, напор – это энергия, отнесенная к весу жидкости. Измеряется в метрах. Используется для построения графиков изменения различных видов энергии по длине потока. При этом напор бывает следующим.

Во-первых, геометрическим, то есть он соответствует высоте рассматриваемой точки над плоскостью отсчёта.

Во-вторых, пьезометрическим, то есть он соответствует давлению жидкости, обусловленному упругим сжатием.

В-третьих, скоростным, то есть он соответствует давлению жидкости, обусловленному скоростью потока. И, в-четвертых, это потери напора на преодоление сопротивлений.

Теперь перейдем к следующему слайду, где рассмотрим давление потока жидкости.

Слайд 101

Давление

На слайде рассмотрены некоторые определения и термины, относящиеся к давлению потока жидкости.

Давление – это энергия, отнесенная к объёму жидкости. Измеряется в паскалях. Используется при расчете гидроприводов и других систем.

Давление в механике жидкости и газа разделяют на весовое, которое вызвано действием на его слои силы тяжести, статическое, динамическое, а также давление гидродинамических потерь.

При этом статическое давление – это давление, обусловленное высотой столба жидкости в трубопроводе, то есть высотой, на которую насос должен поднять жидкость. Динамическое давление – это сумма гидравлических сопротивлений, обусловленных гидравлическим сопротивлением самой стенки трубопровода. В этой сумме учитываются шероховатость стенки, загрязнения и так далее, а также местные сопротивления, такие как изгибы трубопровода, вентили, задвижки и прочее.

Теперь перейдем к следующему слайду, где рассмотрим вопросы движения жидкости в трубах.

Слайд 102

Раздел 6. Движение жидкости в трубах

Уважаемые студенты, мы приступаем к изучению нового раздела «Движение жидкости в трубах». Перечень учебных вопросов представлен на слайде. Следует отметить, что данный раздел имеет большое практическое значение. На основе изучаемых вопросов разработаны практически все гидравлические расчеты трубопроводов различного назначения. В частности, системы водоснабжения, системы питания энергетических установок, различные гидравлические приводы и многое другое.

Слайд 103

Виды движения жидкости

Все случаи течения жидкости можно разделить на виды, которые представлены на рисунке 6.1.

Установившееся движение жидкости – это движение жидкости, при котором все параметры жидкости, такие как давление, температура, скорость и другие, не изменяются во времени. Следует отметить, что при установившемся движении жидкости объемный расход не изменяется. В чистом виде такое движение жидкости в природе не встречается. Однако при решении инженерных задач часто рассматривают именно установившееся движение жидкости. Это обусловлено тем, что множество инженерных задач предполагают незначительные изменения параметров движения жидкости. То есть изменения параметров жидкости незначительны и ими можно пренебречь. Такой подход значительно упрощает решение задач.

Неустановившееся движение жидкости – это движение жидкости, в котором параметры жидкости есть функция времени, то есть параметры жидкости изменяются. По сути, все виды движения жидкости являются неустановившимися.

Равномерное движение – это установившееся движение жидкости, при котором скорость по всей длине потока не меняется. Соответственно, неравномерное движение жидкости – это движение жидкости, скорость потока которой изменяется.

Напорное движение устанавливается в закрытых гидравлических системах, в которых жидкость течет в основном под действием силы давления. Безнапорное движение наблюдается в открытых системах, в которых движение жидкости происходит под действием силы тяжести.

Слайд 104

Турбулентное и ламинарное течение жидкости

Наблюдения показывают, что в жидкости возможны две формы движения: ламинарное и турбулентное. Проведем опыт. Он проиллюстрирован на рисунке 6.2. Через стеклянную трубку будем подавать воду. В начале трубки устанавливаем тонкую трубку, через которую подаем краску. Когда скорость движения воды в стеклянной трубке небольшая, струйка краски, вытекающая из тонкой трубки, принимает форму нити. Это говорит о том, что отдельные частицы жидкости перемещаются прямолинейно. Жидкость в круглой трубе движется как бы концентрическими кольцевыми слоями, которые не перемешиваются между собой. Такое движение называется ламинарным (слоистым).

С увеличением скорости движения в стеклянной трубке струйка краски будет размываться, терять свою устойчивость и, при больших скоростях, краска будет равномерно окрашивать всю массу жидкости. Что указывает на интенсивное перемешивание всех слоев. Отдельные частицы жидкости и ее небольшие объемы пребывают в состоянии хаотического и беспорядочного движения. Наряду с общими поступательными движениями имеется поперечное перемещение частиц. Такое движение называется турбулентным. Эти два режима движения резко отличаются один от другого, что видно из таблицы 6.1 слайда.

Слайд 105

Число Рейнольдса

Условия перехода от ламинарного течения капельной жидкости к турбулентному в круглых трубах впервые изучил Рейнольдс. Он установил, что режим зависит от трех параметров: средней скорости, диаметра (d) и кинематической вязкости (ν). Рейнольдс пришел к выводу, что существует некоторое критическое значение соотношения этих параметров, численно равное 2320 (две тысячи триста двадцать). Оно является границей между ламинарными и турбулентными режимами течения. Дальнейшие исследования показали, что в интервале чисел Рейнольдса от 2000 до 4000 [от двух тысяч до четырех тысяч] происходит периодическая смена турбулентного и ламинарного режимов. Поэтому можно точно сказать, что при числе Рейнольдса меньше 2000 [двух тысяч] режим движения – ламинарный, а при числе Рейнольдса больше 4000 [четырех тысяч] устанавливается турбулентный режим. В диапазоне чисел Рейнольдса от 2000 до 4000 [от двух тысяч до четырех тысяч] режим нестабильный, то есть может быть и ламинарным, и турбулентным. Такой режим называют переходным.

При изучении сопротивлений, теплопередачи, явлений, связанных с переносом тепла, транспортом твердых частиц число Рейнольдса является исходным для построения расчетных зависимостей. Подавляющее число движений жидкости в технике – турбулентные, а не ламинарные. Турбулентные течения значительно сложнее ламинарных, и для их изучения нужны другие методы. Беспорядочный характер движения отдельных частиц жидкости в турбулентном потоке требует применения методов статистической механики. Хаотичность турбулентного движения с кинематической точки зрения означает, что скорость движения в отдельных точках пространства непрерывно изменяется как по величине, так и по направлению. Скорость в данной точке турбулентного потока, измеренную в данный момент времени, называют мгновенной.

Экспериментальные исследования показывают, что изменения мгновенной скорости носят случайный характер. На рисунке 6.3 для иллюстрации представлен график изменения мгновенной скорости от времени.

Для описания турбулентного потока вводят понятие **осредненной скорости**. Такой скоростью называют среднюю за некоторый промежуток времени скорость в данной точке – выражение 6.2 слайда.

{3 секунды}

При равномерном течении жидкости в трубе с постоянным расходом мгновенную скорость, измеренную в данной точке, можно разложить на три составляющие. Каждая составляющая направлена в стороны осей координат соответственно X [икс], Y [игрек], Z [зет]. Каждая из составляющих скоростей изменяется со временем, но для установившегося движения за определенный промежуток времени определенные во времени значения поперечных составляющих равны нулю.

Если подобным способом определить осредненные скорости нескольких точек поперек трубы, получим эпюру осредненных скоростей по сечению трубы. Осреднение определенных скоростей дает среднюю скорость потока.

Таким образом, осредненную скорость получаем после осреднения по времени мгновенных скоростей. Среднюю скорость получаем после осреднения осредненных скоростей по сечению.

Осредненную скорость можно рассматривать как скорость струйки. При неизменном расходе жидкости эпюра осредненных продольных скоростей в данном живом сечении не изменяется с течением времени, что и является признаком установившего течения.

С помощью понятия осредненной скорости турбулентный поток с его беспорядочно движущимися массами жидкости заменяют воображаемой моделью потока. Эта модель представляет совокупность элементарных струек, скорости которых равны осредненным скоростям по величине и по направлению. Это означает, что к турбулентному потоку можно применить представление одномерной гидравлики.

Отклонение мгновенной скорости от ее осредненного значения называют пульсационной скоростью или пульсацией – выражение 6.3 слайда.

{3 секунды}

Замена действительных беспорядочных движений жидких комков на фиктивное струйное движение требует введения некоторых фиктивных сил взаимодействия между воображаемыми струйками. Благодаря этому Прандтль ввел новый вид поверхностных сил и соответствующих касательных напряжений, которые называются турбулентными касательными напряжениями. Эти напряжения обусловлены пульсациями или обменом количества движения между соседними слоями жидкости.

Движущийся с большей скоростью слой подтягивает за собой отстающий, и, наоборот, слой, который движется медленно, тормозит опережающий. Осредненные касательные напряжения называются турбулентными.

В схематизированном турбулентном потоке, кроме сил турбулентного обмена, вследствие пульсации еще проявляются силы внутреннего трения. Полное касательное напряжение турбулентного потока может быть определено по формуле 6.4 слайда.

{3 секунды}

Слайд 106

Виды гидравлических сопротивлений

Получение конкретных зависимостей для расчета потерь энергии при движении жидкости в трубках и каналах является основным содержанием внутренней задачи гидравлики.

Различают два вида сопротивлений, которые отличаются одно от другого по своей структуре: сопротивление по длине и местные сопротивления.

Рассмотрим на рисунке 6.4 движение жидкости в горизонтальном трубопроводе постоянного сечения с неизменной эпюрой скоростей, то есть равномерное движение. Запишем для двух сечений уравнение Бернулли в форме давлений – это уравнение 6.5 слайда.

{3 секунды}

Преобразуем уравнение, как показано на слайде, уравнение Бернулли примет вид 6.6.

{3 секунды}

Из уравнения видно, что разница давлений между двумя сечениями составит определенную величину. Она пропорциональна давлению, которое теряется на преодоление сил трения.

Таким образом, работа сил давления расходуется на преодоление сил трения. Это и обусловливает потери механической энергии, которые прямо пропорциональны длине пути движения. В зависимости от формы записи уравнения Бернулли эти потери называются так: потерями давления по длине, потерями удельной энергии по длине или потерями напора по длине.

Слайд 107

Сопротивление по длине

Рассмотрим рисунок 6.5 слайда. Выделим произвольный объем и запишем уравнение равномерного движения жидкости для выделенного объема длиной l [эль] и радиусом r [эр]. На выделенный объем действуют внешние силы: нормальные к живым сечениям силы давления и касательные силы сопротивления, приложенные к боковой поверхности. Уравнение равновесия этих сил относительно направления движения можно записать как уравнение 6.8.

{3 секунды}

Решая уравнение 6.8 относительно силы трения, получим уравнение 6.9.

{3 секунды}

Анализируя полученное уравнение, можно сделать следующий вывод: при ламинарном движении в круглой трубе напряжение трения максимально у стенки и равно нулю на оси трубы.

Слайд 108

Закон распределения скоростей по сечению трубы

Закон распределения скоростей по сечению трубы можно получить, решая уравнения 6.10 в представленной на слайде последовательности.

{5 секунд}

Полученное уравнение 6.11 является уравнением параболы. Таким образом, при ламинарном движении жидкости в трубе закон распределения скорости по сечению представляет собой параболическое распределение. Максимальная скорость потока будет на оси трубы. Это легко проверить, если в уравнение 6.11 вместо текущего радиуса r [эр] подставить ноль.

Слайд 109

Расход жидкости через сечение

Расход жидкости через сечение можно определить по формулам, представленным на слайде.

{3 секунды}

Из уравнений 6.13 и 6.14 следует, что для того, чтобы определить расход при ламинарном режиме, достаточно измерить скорость на оси потока и умножить ее на половину площади живого сечения. Кроме того, можно сделать вывод, что средняя скорость при ламинарном режиме в два раза меньше скорости на оси потока.

Слайд 110

Закон сопротивления при ламинарном режиме

Для получения закона сопротивления при ламинарном режиме вернемся к формуле расхода. Подставим в уравнение расхода уравнение максимальной скорости движения жидкости и получим формулу Пуазейля.

Из полученного уравнения следует, что потери напора на преодоление сил сопротивления по длине при ламинарном режиме прямо пропорциональны расходу и длине трубопровода и обратно пропорциональны радиусу трубы в четверной степени.

Далее выполним преобразования и получим уравнение 6.15 на слайде. Это формула Дарси–Вейсбаха.

{3 секунды}

В формуле 6.15 введен новый коэффициент – лямбда, равный отношению 64 к числу Рейнольдса.

Этот коэффициент называют коэффициентом гидравлического трения.

Слайд 109

Турбулентное движение в трубах

Предположим, что при турбулентном движении потока жидкости в трубе определенного радиуса выступы шероховатости внутренней поверхности имеют высоту Δ (дельта). В пограничном слое жидкости, примыкающем непосредственно к стенке, которая ограничивает поперечное перемещение частиц, может наблюдаться ламинарное движение. Этот слой называют ламинарным слоем в отличие от турбулентного ядра в центральной части потока. Толщина ламинарного слоя δпл [дельта пэ эль] изменяется в зависимости от скорости движения жидкости и измеряется обычно долями миллиметра. Если ламинарный слой, обволакивающий выступы шероховатости, полностью их перекрывает, рисунок 6.6, а [шесть шесть а], то потери напора не будут зависеть от степени шероховатости стенок трубы. В этом случае жидкость будет скользить по ламинарному слою, вызывая трение жидкости о жидкость. И хотя в целом режим движения турбулентный, но выступы шероховатости погружены в ламинарный слой, коэффициент λ (лямбда) будет зависеть, как при ламинарном режиме, только от числа Re [Рейнольдса]. Условие существования гидравлически гладких труб можно записать в виде δпл [дельта пэ эль] больше Δ [дельта].

С увеличением числа Re [Рейнольдса] ламинарный слой становится тоньше и выступы шероховатости попадают в турбулентное ядро, рисунок 6.6, б. Они становятся дополнительными очагами возмущения потока, позади выступов создаются вихри, на образование которых затрачивается механическая энергия движения жидкости.

Условие существования гидравлически шероховатых труб запишется в виде δпл [дельта пэ эль] меньше Δ [дельта].

Отсюда ясно, что понятия гидравлически гладкой и шероховатой поверхности – относительные. То есть одна и та же труба при малых числах Re [Рейнольдса] может быть гладкой, а при больших числах Re [Рейнольдса] – шероховатой.

Следует отметить, что кроме двух рассмотренных случаев турбулентного движения жидкости встречается и некоторый промежуточный вариант как переходный между ними. Такое явление наблюдается, если высота выступов шероховатости имеет тот же порядок, что и толщина пограничного ламинарного слоя.

Первые систематические опыты для выявления влияния различных параметров на величину λ [лямбда] были проведены Никурадзе под руководством Прандтля в 20-х годах XX [двадцатого] века в Германии.

Эти опыты проводились в латунных трубах – гладких, что достигалось шлифовкой, и с искусственной однородной шероховатостью. Шероховатость создавалась наклеиванием зерен песка определенного размера на внутреннюю поверхность труб. В трубах с полученной таким образом определенной шероховатостью при разных расходах измерялась потеря напора и вычислялся коэффициент λ [лямбда]. Значения коэффициента наносились на график в функции числа Рейнольдса. Результаты опытов Никурадзе представлены графически на рисунке 6.7.

Анализ представленного графика приводит к следующим выводам.

Существуют четыре различные области.

Область ламинарного режима I [один].

{3 секунды}

В области ламинарного режима при числах Рейнольдса меньше 2300 [две тысячи триста] опытные точки, независимо от шероховатости стенок, уложились на одну прямую линию I [один]. Следовательно, здесь λ [лямбда] зависит только от числа Рейнольдса и не зависит от шероховатости.

Остальные участки кривых II [два], III [три] и IV [четыре] относятся к турбулентному движению.

В области перехода от ламинарного движения к турбулентному при числе Рейнольдса от 2000 до 4000 [от двух тысяч до четырех тысяч] или в логарифмических координатах, как представлено на графике от 3,3 до 3,6 [трех и три до трех и шести], наблюдается большой разброс опытных точек и кривая между линиями I [один] и II [два] проведена условно.

Рассмотрим область гидравлически гладких труб – линия II [два].

{3 секунды}

В этой области опытные точки для труб с различной шероховатостью располагаются в некотором диапазоне чисел Re [Рейнольдса] на одной прямой линии II [два]. И отрываются от нее в сторону возрастания коэффициента λ [лямбда] тем раньше, чем больше шероховатость стенок. Таким образом, при некоторых условиях шероховатость не оказывает влияния на потери напора также и при турбулентном движении.

Область смешанного трения – линия III [три].

{3 секунды}

Здесь каждая кривая относится к определенному значению относительной шероховатости и величина также меняется с изменением числа Рейнольдса. То есть коэффициент гидравлического сопротивления зависит как от числа Re [Рейнольдса], так и от шероховатости.

Рассмотрим область IV [четыре], которую называют областью «вполне шероховатых труб».

{3 секунды}

При увеличении числа Re [Рейнольдса] кривые области III [три] переходят в линии, параллельные оси абсцисс. То есть коэффициент λ [лямбда] в этой области не зависит от числа Re [Рейнольдса] и определяется только относительной шероховатостью. Полуэмпирическая теория турбулентности предлагает выражение для коэффициента λ [лямбда], исходя из распределения скорости в живых сечениях потока.

Слайд 112

Турбулентное движение в трубах

Для ламинарного течения экспериментальные исследования подтвердили справедливость вывода о том, что потери напора на гидравлические сопротивления зависят только от величины скорости движения потока в первой степени. Опыты, прежде всего Георгия Александровича Мурина с техническими трубопроводами, показали, что для турбулентного режима λ [лямбда] изменяется не только с изменением числа Re [Рейнольдса]. На величину λ [лямбда] влияет также техническое состояние трубы. Мурин исследовал 49 [сорок девять] труб из различных материалов, с различными диаметрами, при различных скоростях движения жидкости. Результаты опытов были получены в виде кривых на рисунке 6.8.

{3 секунды}

Здесь четко различаются три области сопротивления при турбулентном режиме.

Область гидравлически гладких труб, когда величина λ [лямбда] зависит только от числа Re [Рейнольдса] и не зависит от материала трубы.

Переходная область от гидравлически гладких к шероховатым трубам. Величина λ [лямбда] зависит как от числа Re [Рейнольдса], так и от $k_э$[Ка э]. Для определения λ [лямбды] в этой области лучше всего подходит формула Альтшуля.

Область гидравлически шероховатых труб. На графике в этой области кривые зависимости λ [лямбда] от Re [числа Рейнольдса] параллельны между собой, то есть λ [лямбда] не зависит от числа Re [Рейнольдса].

Анализ возможных значений коэффициентов гидравлического трения для различных условий показывает, что трубопроводы для систем теплогазоснабжения и вентиляции работают преимущественно в переходной области сопротивления. Водопроводные линии чаще всего относятся к области шероховатых труб. Как гидравлически гладкие работают пластмассовые, алюминиевые, латунные трубы.

Слайд 113

Турбулентное движение в трубах

В качестве интегральной характеристики состояния внутренней поверхности трубы используется эквивалентная шероховатость. Она определяется экспериментально на основе гидравлических испытаний различных трубопроводов и приводится в справочниках. В таблице 6.2 приведены некоторые значения для труб из различных материалов.

{3 секунды}

Слайд 112

Движение жидкости в трубах некруглого сечения

Для транспорта капельных жидкостей и газов иногда используют трубопроводы некруглого сечения: овальной, прямоугольной формы. В таких трубах возникают так называемые вторичные течения. Их можно наблюдать при подкрашивании потока. Для иллюстрации на рисунке 6.9 слайда представлена схема движения жидкости с образованием вторичных течений. Вторичные течения возникают в плоскости поперечного сечения трубы: частицы жидкости движутся при этом от центра трубы к углам. Накладываясь на продольные движения, вторичные течения непрерывно переносят частицы жидкости в угловые области. В них наблюдаются сравнительно высокие продольные скорости. Гидравлическое сопротивление таких труб выше, чем сопротивление аналогичных круглых труб одинакового поперечного сечения.

При турбулентном движении жидкости в трубах некруглого сечения коэффициенты гидравлического трения соответствуют коэффициентам для круглых труб. Где увеличение сопротивления объясняется тем, что труба некруглого сечения приводится к круглой трубе соответствующего диаметра. Для этого применяется понятие эквивалентного диаметра.

Слайд 115

Виды гидравлических сопротивлений

Рассмотрим движение жидкости через частично открытую задвижку в трубопроводе. Схематично движение жидкости в задвижке представлено на рисунке 6.10.

В отверстии сечения С-С [эс-эс] скорости увеличиваются, а давление уменьшается. В сечении 2-2 [два-два], на некотором расстоянии после задвижки, скорости принимают значения, равные скоростям в сечении 1-1 [один-один] перед задвижкой. На участках 1-С [один-эс] и С-2 [эс-два] наряду с основным течением возникает область вихревого движения.

Скорости движения частиц в этой зоне значительно меньше, чем в основном потоке, что обусловливает возникновение больших напряжений трения из-за большого градиента скорости.

Таким образом, общие потери в трубопроводе складываются из потерь по длине и потерь на местных сопротивлениях.

Местные сопротивления вызываются фасонными частями, арматурой, другим оборудованием трубопроводных сетей. Они изменяют величину или направление скорости движения жидкости на отдельных участках, что всегда связано с появлением дополнительных потерь напора.

Потери напора на местных сопротивлениях определяются по формуле Вейсбаха.

Местные потери напора можно разделить на следующие группы:

– потери в связи с изменением живого сечения потока (резкое или постепенное расширение и сужение потока);

– потери в связи с изменением направления потока, его поворотом (поворот трубы);

– потери вследствие протекания жидкости через арматуру различного типа (вентили, краны, клапаны, сетки);

– потери вследствие отделения одной части потока от другой или слияния двух потоков (тройники, крестовины и т.д.).

Рассмотрим виды местных сопротивлений.

Слайд 116

Резкое расширение трубопровода

Как показывают наблюдения, поток, выходящий из узкой трубы, отрывается от стенок и дальше движется в виде струи, отделенной от остальной жидкости поверхностью раздела. Типовая схема движения жидкости при внезапном расширении представлена на рисунке 6.11 слайда.

На поверхности раздела возникают вихри, которые отрываются и переносятся далее транзитным потоком. Между транзитным потоком и водоворотной зоной происходит массообмен, но он незначителен. Струя постепенно расширяется и на некотором расстоянии от начала расширения заполняет все сечение трубы. Вследствие отрыва потока и связанного с этим вихреобразования на участке трубы между сечениями 1-1 [один-один] и 2-2 [два-два] наблюдаются значительные потери напора.

Если принять ряд допущений, то теоретически можно доказать, что потери напора при резком расширении можно определить по формуле Борда.

{3 секунды}

Слайд 117

Постепенное расширение трубопровода

Если расширение происходит постепенно, как показано на рисунке 6.12 слайда, то потери напора значительно уменьшаются. При течении жидкости в диффузоре скорость потока постепенно уменьшается, уменьшается кинетическая энергия частиц, но увеличивается градиент давления.

При некоторых значениях угла расширения α [альфа] частицы у стенки не могут преодолеть увеличивающееся давление и останавливаются. При дальнейшем увеличении угла частицы жидкости могут двигаться против основного потока, как при резком расширении. Происходит отрыв основного потока от стенок и вихреобразование. Интенсивность этих явлений возрастает с увеличением угла α [альфа] и степенью расширения. Потерю напора в диффузоре можно условно рассматривать как сумму потерь на трение и расширение. При небольших углах α [альфа] возрастают потери по длине, а сопротивление на расширение становится минимальным. При больших углах α [альфа], наоборот, возрастает сопротивление на расширение. Потери напора могут быть определены по формуле 6.17.

{3 секунды}

Слайд 118

Внезапное сужение трубопровода

Рассмотрим схему на рисунке 6.13 слайда.

При внезапном сужении потока также образуются водоворотные зоны в результате отрыва от стенок основного потока. Однако они значительно меньше, чем при резком расширении трубы, поэтому и потери напора значительно меньше. Коэффициент местного сопротивления и напора на внезапное сужение потока можно определить по формуле 6.18.

{3 секунды}

В случае присоединения трубы к резервуару можно принять, что коэффициент местного сопротивления равен 0,5 [ноль целых пять десятых].

Следует отметить, что коэффициент сопротивления и потери напора для постепенно сужающегося трубопровода определяется таким же образом. Величина сопротивления в этом случае будет зависеть от угла конусности трубопровода θ [тета]. Конкретные значения для разных случаев обычно приводятся в справочниках.

Слайд 117

Местные потери

В результате искривления потока на вогнутой стороне внутренней поверхности трубы давление больше, чем на выпуклой. В связи с этим жидкость движется с различной скоростью, что способствует отрыву от стенок пограничного слоя и потерям напора.

Схема движения жидкости при повороте трубопровода представлена на рисунке 6.14.

Величина коэффициента местного сопротивления зависит от угла поворота θ [тета], радиуса поворота R [Эр], формы поперечного сечения и приводится в справочниках. Для круглого сечения трубы при θ [тета], равной 90^o [девяносто градусов], коэффициент сопротивления можно определить по формуле 6.19.

{3 секунды}

Коэффициенты местных сопротивлений для большинства сопротивлений приводятся в справочниках. Их величина зависит от конструкции. Для ориентировочных расчетов можно пользоваться коэффициентами местного сопротивления, которые указаны на слайде.

Слайд 120

Коэффициенты местных сопротивлений

Приведенные данные о коэффициентах местных сопротивлений относятся к турбулентному режиму движения с большими числами Рейнольдса, где влияние молекулярной вязкости незначительно. При ламинарном или близком к нему течении коэффициенты местных сопротивлений зависят от числа Рейнольдса. При малых значениях числа Рейнольдса эффект сопротивления вызван силами вязкости и пропорционален первой степени скорости. Коэффициент сопротивления в этом случае изменяется обратно пропорционально числу Рейнольдса.

При больших значениях числа Рейнольдса формируются отрывные течения, которые и являются основной причиной местных сопротивлений. В этом случае можно сказать, что при резких переходах в местных сопротивлениях коэффициент ξ [кси] не зависит от числа Рейнольдса при значениях числа Рейнольдса больше 3000 [трех тысяч], а при плавных очертаниях – при числах Рейнольдса больше 10000 [десяти тысяч].

В общем виде для коэффициента ξ [кси] можно записать выражение 6.20.

{3 секунды}

В случае линейного закона сопротивления (это наклонная прямая на графике), потери напора можно определить по эквивалентной длине.

Эквивалентная длина – это такая длина прямого участка трубопровода данного диаметра, на которой потери на трение по длине эквивалентны потери напора, вызываемой данным местным сопротивлением.

Таким образом, для определения потери напора на местном сопротивлении мы мысленно заменяем местное сопротивление прямой трубой эквивалентной длины. Это позволяет применить формулу Дарси–Вейсбаха для определения потерь напора на местном сопротивлении и учесть изменение числа Re [Рейнольдса].

Слайд 121

Кавитация

Кавитация – это образование газовых пузырьков в жидкости. Термин был введен примерно в 1894 [тысяча восемьсот девяносто четвертом] году британским инженером Фрудом. Если давление в какой-либо точке жидкости становится равным давлению насыщенного пара этой жидкости, то жидкость в этом месте испаряется и образуется паровой пузырек.

Примером может служить кипение воды. При нагревании воды давление ее насыщенного пара повышается. Когда достигается температура кипения, давление пара становится равным давлению окружающей среды, и в воде появляются паровые пузырьки. Пузырьки в жидкости легче образуются при пониженном давлении. Когда давление окружающей среды становится больше давления насыщенного пара жидкости, кавитационный пузырек с силой схлопывается. Такое схлопывание пузырьков создает шум, вызывает вибрацию и повреждения конструкций, неблагоприятно отражается на работе соответствующих машин и механизмов. Местное понижение давления в жидкости происходит при быстром относительном движении тела и жидкости.

Кавитационные свойства местных сопротивлений оцениваются по критическому значению числа кавитации. Это формула 6.22 слайда.

{3 секунды}

Значение числа кавитации для различных видов местных сопротивлений определяется экспериментально и приводится в справочниках. Предельно допустимую скорость в трубопроводе перед местным сопротивлением определяют по формуле 6.23.

{3 секунды}

Кавитация может происходить в зоне вихрей, которые образуются в местах повышенного сдвига и пониженного давления. Для иллюстрации на рисунке 6.16 представлен гребной винт с вихревой кавитацией на передних кромках лопастей, стационарными кавитационными кавернами на поверхности лопастей и присоединенной вихревой кавитацией позади ступицы. Кавитация в жидкости, вызываемая звуковой волной, называется акустической.

Кавитация является причиной так называемой гидравлической эрозии.

Большая энергия при схлопывании кавитационных пузырей приводит к повреждению поверхностей конструкций. При этом масштабы повреждения могут быть разными – от точечной поверхностной эрозии после многих лет эксплуатации до катастрофического выхода из строя конструкции в целом.

Значительная энергия кавитационных пузырей может также вызывать шум и вибрацию.

Кавитация может существенно увеличивать гидродинамическое сопротивление. Это приводит к снижению коэффициента полезного действия гидравлического оборудования.

Слайд 122

Истечение жидкости из отверстия

При истечении жидкости из резервуара происходит процесс превращения запаса потенциальной энергии в кинетическую энергию свободной струи. Основной вопрос исследования – это определение скорости истечения и расхода жидкости для различных форм отверстий и насадков.

Рассмотрим истечение жидкости через круглое отверстие в тонкой стенке. Отверстием в тонкой стенке называется отверстие, толщина стенок которого составляет не более 1/4 [одной четвертой] диаметра. Жидкость вытекает из резервуара в атмосферу. Напишем уравнение энергии в форме напоров для сечения 1-1 [один-один] и С-С [эс-эс].

{3 секунды}

Струя, которая вытекает под давлением столба жидкости, при выходе из отверстия сжимается до сечения С-С [эс-эс]. В сечении С-С [эс-эс] струйки приблизительно параллельны и движение можно считать плавно изменяющимся. Для этого сечения можно применить уравнение Бернулли.

Такое сжатие обусловлено инерцией частиц жидкости, которые движутся при подходе к отверстию по криволинейным траекториям. Степень сжатия струи оценивается коэффициентом ε [эпсилон].

Для плоскости сравнения, проведенной относительно оси отверстия, запишем уравнение Бернулли для движения жидкости от свободной поверхности, где скорость можно принять равной нулю, до сечения С-С [эс-эс].

Далее на слайде представлен порядок преобразований для определения скорости истечения и расхода через сжатое сечение.

{3 секунды}

Коэффициент μ (мю) называют коэффициентом расхода. Коэффициент расхода зависит от ряда факторов.

Слайд 123

Зависимость коэффициентов истечения от Re

При истечении вязких жидкостей, например (числа Рейнольдса) дизельного топлива, через форсунки или при истечении с небольшими скоростями маловязких жидкостей, то есть при малых числах Рейнольдса, будет проявляться зависимость величин коэффициентов истечения μ [мю], φ [фи], ε [эпсилон] от числа Рейнольдса. Характер изменения коэффициентов истечения от числа Рейнольдса представлен на рисунке 6.18 слайда.

При истечении через малое отверстие в тонкой стенке коэффициент скорости φ [фи] с увеличением Re [числа Рейнольдса] возрастает, что связано с уменьшением сил вязкости. Это, в свою очередь, сказывается на уменьшении коэффициента сопротивления ξ [кси]. Коэффициент сжатия уменьшается вследствие увеличения радиусов кривизны поверхности струи на её участке от кромки до сжатого сечения *С*-*С* [эс-эс] рисунка.

При числе Рейнольдса, стремящемся к бесконечности, значения коэффициентов φ [фи] и ε [эпсилон] приближаются к значениям, которые соответствуют истечению идеальной жидкости при φ = 1 [фи, равное единице] и ε = 0,6 [эпсилон, равное ноль шесть].

Зная характер изменения коэффициентов μ [мю], φ [фи], ε [эпсилон] от числа Re [Рейнольдса] при истечении через отверстия и насадки, можно с большей точностью определить скорость, расход и другие параметры потока.

При больших числах Re [Рейнольдса], когда имеет место развитой турбулентный режим, коэффициенты истечения постоянны. Они зависят только от вида отверстия, определяются опытным путем и приводятся в справочниках.

Слайд 124

Насадки

Насадком называется короткая труба длиной от 3 [трех] до 5 [пяти] его диаметров, присоединенная к отверстию. При расчете насадков потерями напора по длине обычно пренебрегают.

Рассмотрим процесс истечения жидкости на примере внешнего цилиндрического насадка. Поясняет механизм процесса истечения жидкости рисунок 6.19 предыдущего слайда.

На входе в насадок образуется водоворотная зона, которая является источником потерь напора. В связи с этим коэффициент скорости насадка меньше, чем круглого отверстия. После сжатия в сечении *С*-*С* [эс эс] струя расширяется до сечения насадка и из насадка выходит полным сечением. В сжатом сечении *С*-*С* [эс эс] скорость потока выше, чем на выходе, а значит, давление в этом сечении меньше, чем при истечении из отверстия, когда давление равно атмосферному. Таким образом, в насадке создается вакуум и эффект «подсасывания», что увеличивает расход через насадок.

Другие виды насадков применяются для того, чтобы увеличить скорость вытекающей струи или расход. Виды насадков представлены на рисунке 6.20 слайда.

{3 секунды}

Конический сходящийся насадок применяется для увеличения скорости истечения струи, то есть для увеличения ее кинетической энергии.

Коэффициенты истечения насадка зависят от угла сужения. При угле сужения $\beta = 14^o$ [бетта, равное четырнадцать градусов] $\mu = \varphi = 0{,}95$ [мю и фи равны ноль целых девяносто пять сотых].

Конический расходящийся насадок применяется для увеличения расхода жидкости, так как отверстие на выходе из насадка больше, чем на входе.

Коэффициенты истечения насадка также зависят от угла расширения. При угле расширения $\alpha = 6^o$ [альфа, равное шесть градусов] $\mu = \varphi = 0{,}47$ [мю и фи равны ноль целых сорок семь сотых].

Эти насадки работают при небольших напорах, так как при увеличении напора больше 3 м [трех метров] может быть отрыв струи от стенок насадка.

В коноидальном насадке вход изготавливается по форме естественно сжимаемой струи, что обеспечивает уменьшение зоны отрыва и уменьшение сопротивления насадка. Коэффициент расхода в этом случае $\mu = \varphi = 0{,}98$ [мю и фи равны ноль целых девяносто восемь сотых].

Комбинированный насадок представляет собой комбинацию коноидального и конического расходящегося насадка. Давление в насадке искусственно снижается, что увеличивает расход через такой насадок. Использовать насадок такого типа можно лишь при небольших напорах от 1 до 4 [от одного до четырех] метров. При больших напорах в насадке возникает кавитация, в результате чего увеличивается сопротивление насадка.

Длительная кавитация может приводить к разрушению насадка.

Слайд 125

Истечение при переменном напоре

При истечении жидкости из резервуаров, бассейнов очень важно знать время их полного опорожнения. Движение жидкости в этом случае неустановившееся.

За бесконечно малый промежуток времени *dt* [дэ тэ], за который уровень в сосуде опустится на величину *dh [дэ аш]*, течение можно считать установившимся. За это время из отверстия вытекает объем жидкости, определяемый выражениями 6.24.

{3 секунды}

Приравняв выражения 6.24, получим дифференциальное уравнение. Интегрируя это уравнение, можно установить время опорожнения резервуара. В общем виде для произвольной формы резервуара можно записать выражение 6.25.

{3 секунды}

Для цилиндрического резервуара выражение 6.25 примет вид 6.26.

{3 секунды}

Здесь числитель равен удвоенному объему резервуара, а знаменатель представляет расход в начальный момент опорожнения, то есть при напоре *H* [аш].

Таким образом, время полного опорожнения резервуара в два раза больше времени истечения того же объема жидкости при постоянном напоре.

Слайд 126

Истечение под уровень

Истечение под уровень – это истечение жидкости в пространство, заполненное такой же жидкостью.

Схема истечения представлена на рисунке 6.22.

Структура потока при таком истечении не изменяется. Расчетный напор при истечении под уровень представляет собой разность гидростатических напоров по обе стороны стенки. То есть скорость и расход не зависят от высоты расположения отверстия.

Расход через отверстие в этом случае определяется по формуле 6.27.

Слайд 127

Движение жидкостей в трубопроводах

Трубопроводы, как известно, служат для транспортирования различных жидкостей на различные расстояния.

Гидравлический расчет трубопроводов базируется на основных уравнениях гидравлики. При расчете длинных трубопроводов пренебрегают потерями напора на местных сопротивлениях, которые малы и обычно не превышают 5% [пяти процентов] от общих потерь. Преобразуем формулу Дарси, заменив скорость расходом, поделенным на площадь поперечного сечения трубы. Получим выражение 6.28.

{3 секунды}

Для квадратичной области сопротивления удельное сопротивление трубопровода зависит только от диаметра трубопровода и от его шероховатости. Следовательно, значения удельного сопротивления можно определить опытным путем для трубопроводов с различной степенью шероховатости и с разными диаметрами. Введение понятия удельного сопротивления трубопровода упрощает расчет, так как их значения приводятся в справочниках в зависимости от диаметра трубы и ее шероховатости.

Приняв во внимание введенные коэффициенты, уравнение Бернулли можно представить в виде формулы 6.30.

{3 секунды}

Формула 6.30 применяется для гидравлического расчета простых, длинных трубопроводов.

Простым называется трубопровод, который не имеет ответвлений. Всякие другие трубопроводы относят к категории сложных.

Слайд 128

Расчет трубопроводов

При последовательном соединении простых трубопроводов разной длины и с различными диаметрами стык в стык трубопровод представляет собой простой трубопровод, который можно разделить на несколько участков. Как показано на рисунке 6.23.

Расчет такого трубопровода можно представить в виде формулы 6.31.

{3 секунды}

Более сложной задачей является расчет параллельно соединенных трубопроводов. Они показаны на рисунке 6.24. При параллельном соединении пьезометрический напор в узловых точках А [А] и В [Бэ] одинаков для всех участков. Расход Q [кю] основного трубопровода до деления и после объединения труб один и тот же.

Задача расчета состоит в том, чтобы определить расходы в отдельных ветвях системы, а также потери напора между точками А [А] и В [Бэ]. Общий расход, диаметры и длины труб предполагаются известными. Потери напора в любой трубе ответвления одинаковы, так как в обеих общих точках разветвления имеется один и тот же напор. Кроме того, расход равен сумме расходов в каждой ветке трубопровода. Формально указанные условия можно записать в виде системы уравнений 6.32.

{3 секунды}

Совместное решение этих уравнений дает возможность найти расходы на участках при заданных их размерах и общем расходе.

Слайд 129

Гидравлический удар

Под гидравлическим ударом понимают резкое повышение давления жидкости в трубопроводе, вызванное внезапным изменением скорости течения.

Явление гидравлического удара свойственно только капельным жидкостям, которые почти не деформируются. Гидравлический удар в водопроводных линиях возникает при быстром закрытии или открытии запорной арматуры. Повышение давления при гидравлическом ударе иногда приводит к разрыву стенок трубы.

Физически гидравлический удар объясняется инерционными усилиями, которые возникают в жидкости при резком изменении скорости движения. Рассмотрим гидравлический удар на примере простейшей схемы рисунка 6.25.

Пусть в резервуаре напор воды будет постоянным независимо от изменения скорости течения в трубе. При полностью открытом кране *B* [Бэ] в трубопроводе устанавливается скорость движения жидкости. При быстром закрытии крана жидкость в непосредственной близости от него остановится.

Под действием напора движущейся по инерции жидкости давление в этой части трубопровода повысится, что приведет к расширению стенок трубопровода.

Переход от движения к покою и повышение давления происходит по всей длине жидкости не мгновенно, а через некоторый промежуток времени. Это объясняется тем, что жидкость не является абсолютно несжимаемой, а стенки трубы немного, но деформируются.

Движение в трубопроводе при гидравлическом ударе относится к категории неустановившегося, поэтому уравнение Бернулли в данном случае неприменимо.

Теоретическое обоснование явления гидравлического удара и метод его расчета впервые дал Жуковский в 1898 [тысяча восемьсот девяносто восьмом] году. Жуковский предложил формулу для определения повышения давления, применив закон сохранения количества движения. Это выражение 6.33.

{3 секунды}

Скорость распространения гидравлического удара можно найти с помощью закона сохранения массы с учетом уравнений механики упругих тел. Уравнение 6.34 слайда.

{3 секунды}

Повышение давления в трубопроводе будет гораздо меньше, если задвижку закрывать не мгновенно, а постепенно. В этом случае ударная волна успевает достигнуть резервуара, отразиться от него и вернуться к не полностью закрытому крану. Такой гидравлический удар называют непрямым. Повышение давления при непрямом гидравлическом ударе может быть оценено приблизительно, если считать, что его сила уменьшается пропорционально увеличению времени закрытия крана

B [Бэ] по сравнению с фазой удара, которая рассчитывается по формуле 6.33.

{3 секунды}

Самым простым методом, позволяющим избежать прямого гидравлического удара, является медленное закрытие задвижки. Этому требованию вполне удовлетворяют вентили различных конструкций и задвижки. Менее всего этому условию удовлетворяют краны и клапаны.

На насосных станциях, где имеется опасность возникновения такого гидравлического удара, например, при отключении насосного агрегата в связи с аварией электросети, необходимы дополнительные, мероприятия по борьбе с гидравлическим ударом.

В водопроводах внутри зданий, где длины участков невелики и фаза удара незначительна, но есть быстродействующие запорные приспособления, например краны, возможно образование непрямого гидравлического удара. Поскольку сила его прямо пропорциональна скорости течения до удара, то скорость течения воды в сети ограничивают до 2,5 м/с [двух с половиной метров в секунду].

Слайд 61

Раздел 5. Динамика жидкости

С данного слайда мы начинаем изучать динамику жидкости. В этом разделе мы рассмотрим основы динамики жидкости или гидродинамики. На слайде представлен перечень тем, которые мы будем изучать в разделе.

Слайд 62

Динамика жидкости

Основная задача гидродинамики состоит в определении гидродинамических характеристик потока. К таким характеристикам относятся гидродинамическое давление, скорость движения жидкости, сопротивление движению жидкости, а также их взаимосвязи.

Различают понятия «гидравлика» и «гидромеханика». Гидромеханика – это прикладная наука, которая является разделом механики сплошных сред и изучает равновесие и движение жидкости. Гидравлика – это прикладная наука о законах движения, равновесии жидкостей и способах приложения этих законов к решению задач инженерной практики. В отличие от гидромеханики, гидравлика характеризуется особым подходом к изучению явлений течения жидкостей.

Гидравлика устанавливает приближённые зависимости, во многих случаях ограничивается рассмотрением одноразмерного движения. При этом гидравлика широко использует эксперимент, как в лабораторных, так и в натурных условиях.

Теоретическим фундаментом современной гидравлики является классическая механика жидкости и газа. В ней законы механики жидкого тела изучаются строго математическими методами на базе общих законов физики о сохранении материи и энергии, на применении основных принципов теоретической механики.

В основу теоретической гидромеханики положен принцип непрерывности Эйлера. Согласно этому принципу жидкость рассматривается не как совокупность дискретных ее материальных частичек, а как континуум. То есть как сплошная или непрерывная материальная среда, допускающая неограниченную делимость ее частиц.

Такое представление о жидкости освобождает от рассмотрения сложных молекулярных движений, позволяет изучить суммарный эффект механического взаимодействия ее с твердыми телами.

Рассмотрение жидкости как сплошной среды позволяет использовать мощный аппарат математического анализа, применимого к непрерывным функциям.

Подобный взгляд на строение вещества допустим, если размеры объемов, в которых рассматривается изучаемое явление, достаточно велики по сравнению с размерами молекул и длиной их свободного пробега. Исключение составляют сильно разреженные газы.

В отличие от теоретической механики, гидравлика широко пользуется экспериментальными способами исследования гидравлических явлений. Это позволяет исправлять теоретические выводы, отклоняющиеся от реальных явлений.

Сочетание аналитического и экспериментального методов исследования гидравлических явлений стирает различия между теоретической механикой жидкости и газа и гидравликой при изучении одних и тех же законов.

Жидкость в гидравлике рассматривается как непрерывная среда, сплошь заполняющая некоторое пространство без образования пустот. Причины ее движения – это внешние силы, такие, как сила тяжести, внешнее давление и так далее. Обычно при решении задач гидродинамики этими силами задаются. Неизвестные факторы, которые характеризуют движение жидкости, – это внутреннее гидродинамическое давление и скорость течения жидкости в каждой точке некоторого пространства. Причем гидродинамическое давление в каждой точке – это функция не только координат данной точки, как это было с гидростатическим давлением, но и функция времени t [тэ], то есть может изменяться и со временем.

Трудность изучения законов движения жидкости обусловливается самой природой жидкости. В частности, сложностью учета касательных напряжений, которые возникают вследствие наличия сил трения между частицами. Поэтому изучение гидродинамики, по предложению Эйлера, удобнее начинать с невязкой или идеальной жидкости, то есть без учета сил трения. А затем вносить уточнения в полученные уравнения для учета сил трения реальных жидкостей.

Существует два метода изучения движения жидкости: метод Лагранжа и метод Эйлера.

Еще раз вкратце рассмотрим эти методы. Метод Лагранжа заключается в рассмотрении движения каждой частицы жидкости, то есть траектории их движения. Из-за значительной трудоемкости этот метод не получил широкого распространения.

Метод Эйлера заключается в рассмотрении всей картины движения жидкости в различных точках пространства в данный момент времени. Метод Эйлера позволяет определить скорость движения жидкости в любой точке пространства в любой момент времени. То есть он характеризуется построением поля скоростей и поэтому широко применяется при изучении движения жидкости. Недостаток данного метода в том, что при рассмотрении поля скоростей не изучается траектория отдельных частиц жидкости.

Перейдем к следующему слайду, на котором представлен обзор основных характеристик движения жидкости.

Слайд 63

Основные характеристики движения

На слайде представлен обзор основных характеристик движения жидкости.

Рассмотрим эти характеристики по порядку и начнем с обзора видов движения или течения жидкости. Итак, течение жидкости может быть неустановившимся или нестационарным, или установившимся или стационарным.

Неустановившееся движение – это такое движение, при котором в любой точке потока скорость и давление с течением времени изменяются. То есть скорость и давление зависят не только от координат точки в потоке, но и от момента времени, в который определяются характеристики движения.

Примером неустановившегося движения может являться вытекание жидкости из сосуда. При этом уровень жидкости в сосуде постепенно меняется, как правило, уменьшается, по мере вытекания жидкости.

Установившееся движение – это такое движение жидкости, при котором в любой точке потока скорость и давление с течением времени не изменяются. То есть скорость и давление зависят только от координат точки в потоке, но не зависят от момента времени, в который определяются характеристики движения.

Примером установившегося движения может являться вытекание жидкости из сосуда с постоянным уровнем, который не меняется по мере вытекания жидкости.

В случае установившегося течения в процессе движения любая частица, попадая в заданное, относительно твёрдых стенок, место потока, всегда имеет одинаковые параметры движения. Следовательно, каждая частица движется по определённой траектории. При этом движущей силой при течении жидкостей является разность давлений, которая создается с помощью насосов или компрессоров, либо вследствие разностей уровней или плотностей жидкости.

Из приведённых определений вытекает, что в любом месте поверхности каждой элементарной струйки или трубки тока, в любой момент времени векторы скоростей направлены по касательной и, следовательно, нормальные составляющие отсутствуют. Это означает, что ни одна частица жидкости не может проникнуть внутрь струйки или выйти наружу.

При установившемся движении элементарные струйки жидкости обладают рядом свойств. Первое свойство заключается в том, что площадь поперечного сечения струйки и ее форма с течением времени не изменяются, так как не изменяются линии тока. Второе свойство состоит в том, что проникновение частиц жидкости через боковую поверхность элементарной струйки не происходит. Третье свойство заключается в том, что во всех точках поперечного сечения элементарной струйки скорости движения одинаковы вследствие малой площади поперечного сечения. Четвертое свойство заключается в том, что форма, площадь поперечного сечения элементарной струйки и скорости в различных поперечных сечениях струйки могут изменяться.

Трубка тока является непроницаемой для частиц жидкости, а элементарная струйка представляет собой элементарный поток жидкости. Если рассматривать неустановившееся движение, то форма и местоположение элементарных струек непрерывно изменяются. Кроме того, установившееся движение подразделяется на равномерное и неравномерное.

Равномерное движение характеризуется тем, что скорости, форма и площадь сечения потока не изменяются по длине потока. Неравномерное движение отличается изменением скоростей, глубин, площадей сечений потока по длине потока.

Среди неравномерно движущихся потоков следует отметить плавно изменяющиеся движения. Для них характерны следующие закономерности.

Первая заключается в том, что линии тока искривляются мало.

Вторая состоит в том, что линии тока почти параллельны, и живое сечение можно считать плоским.

Третья заключается в том, что давления в живом сечении потока зависят от глубины.

Теперь рассмотрим следующую группу характеристик движения жидкости, а именно типы потоков жидкости.

Совокупность элементарных струек жидкости представляет собой поток жидкости. Различают следующие типы потоков или типы движений жидкости.

Первым типом движения является напорный поток или напорное движение. Данный тип движения существует тогда, когда поток ограничен твердыми стенками со всех сторон. При этом в любой точке потока давление отличается от атмосферного обычно в большую сторону, но может быть и меньше атмосферного. Движение в этом случае происходит за счёт напора, создаваемого, например, насосом или водонапорной башней. Давление вдоль напорного потока обычно переменное. Такое движение имеет место во всех гидроприводах технологического оборудования, водопроводах, отопительных системах и других.

Вторым типом движения является безнапорный поток или безнапорное движение. Этот тип движения отличается тем, что поток имеет свободную поверхность, находящуюся под атмосферным давлением. Безнапорное движение происходит под действием сил тяжести самого потока жидкости. Давление в таких потоках примерно одинаково и отличается от атмосферного только за счет глубины потока.

Примером такого движения может быть течение воды в реке, канале, ручье или трубе, не полностью заполненной жидкостью.

Третьим типом движения жидкости является свободная струя, которая не имеет твёрдых стенок. Движение в ней происходит под действием сил инерции и веса жидкости. Давление в таком потоке практически равно атмосферному. Пример свободной струи – вытекание жидкости из шланга, крана, водопад и тому подобное.

Мы ознакомились с видом движения и типом потока жидкости. Перейдем к следующему слайду, где представлен обзор гидравлических характеристик движения жидкости.

Слайд 64

Скорость и расход жидкости

На слайде представлен обзор гидравлических характеристик движения жидкости.

В гидравлике различают такие характеристики потока, как живое сечение, смоченный периметр, гидравлический радиус, расход и средняя скорость.

Ознакомимся с этими характеристиками по порядку. Первая характеристика – это живое сечение потока. Так называется поверхность, нормальная ко всем линиям тока, его пересекающим, и лежащая внутри потока жидкости. Площадь живого сечения обозначается буквой ω [омега]. Для элементарной струйки жидкости используют понятие живого сечения элементарной струйки, то есть сечения струйки, перпендикулярного линиям тока, а площадь обозначают через dω [дэ омега].

Второй характеристикой потока является смоченный периметр потока, то есть линия, по которой жидкость соприкасается с поверхностями русла в данном живом сечении. Длина этой линии обозначается буквой χ [хи]. В напорных потоках смоченный периметр совпадает с геометрическим периметром, так как поток жидкости соприкасается со всеми твёрдыми стенками.

Третьей характеристикой потока является гидравлический радиус потока. Так называется часто используемая в гидравлике величина, представляющая собой отношение площади живого сечения S [эс] к смоченному периметру П [пэ], как это приведено в формуле 5.1.

{3 секунды}

Четвертой характеристикой потока выступает гидравлический или эквивалентный диаметр. Так называется величина, представляющая собой отношение площади живого сечения S [эс] к смоченному периметру П [пэ], как это приведено в формуле 5.2.

{3 секунды}

Понятия гидравлических радиуса и диаметра позволяют использовать уравнения гидравлики для трубопроводов или каналов, имеющих некруглую форму поперечного сечения. Свободная поверхность жидкости при определении смоченного периметра не учитывается.

При напорном движении в трубе круглого сечения при сплошном заполнении ее жидкостью гидравлический радиус будет определяться по формуле 5.3. Согласно формуле 5.3 он будет равняться четверти диаметра или половине радиуса трубы.

{3 секунды}

Пятой характеристикой потока является расход элементарной струйки. То есть это объем жидкости, проходящей через живое сечение струйки в единицу времени. Формула для расчета рассматривалась в предыдущем разделе под номером 4.6. Если эту формулу проинтегрировать по площади живого сечения потока, можно получить формулу 4.7 объёмного расхода жидкости как сумму расходов элементарных струек.

Применение этой формулы в расчетах весьма затруднительно, так как расходы элементарных струек жидкости в различных точках живого сечения потока различны. Поэтому в практике для определения расхода чаще пользуются понятием средней скорости потока.

Следовательно, шестой характеристикой потока является средняя скорость потока жидкости в данном сечении. Это не существующая в действительности скорость потока. Эта скорость одинаковая для всех точек данного живого сечения. С этой скоростью должна была бы двигаться жидкость, чтобы её расход был равен фактическому. Формула для расчета скорости рассматривалась в предыдущем разделе под номером 4.8.

Рассмотрим принятую в гидравлике струйную модель движения жидкости. То есть поток представляется как совокупность элементарных струек жидкости, имеющих различные скорости течения u_i [у итое]. Индекс i [и] означает, что в каждой точке живого сечения скорости различны. Элементарные струйки как бы скользят друг по другу. Они трутся между собой и вследствие этого их скорости различаются. Причём в середине потока скорости наибольшие, а к периферии они уменьшаются. Распределение скоростей по живому сечению потока можно представить в виде параболоида с основанием, равным S [эс]. Высота его в любой точке равна скорости соответствующей элементарной струйки u_i [у итое]. Площадь элементарной струйки равна dS [дэ эс]. В пределах этой площади скорость можно считать постоянной. Понятно, что за единицу времени через живое сечение потока будет проходить объём жидкости $Q_П$ [кью пэ], равный объёму параболоида. Этот объём жидкости и будет равен расходу потока, который определяется по формуле 5.4.

{3 секунды}

С учётом введенного понятия средней скорости, которая во всех точках живого сечения одинакова, за единицу времени через живое сечение потока будет проходить объём жидкости. Обозначим его $U_{ср}$ [у среднее]. Если приравнять эти объёмы**,** можно определить значение средней скорости потока жидкости, которая определяется по формуле 5.5.

{3 секунды}

В дальнейшем среднюю скорость потока жидкости будем обозначать буквой U [у] без индекса $_{ср}$ [эс эр], как это принято в гидравлике.

Массовая скорость потока определяется по формуле 5.6 как масса жидкости, деленная на площадь живого сечения потока. И, соответственно, равна средней скорости потока жидкости, умноженной на плотность жидкости.

Рассматривая среднюю скорость потока в зависимости от типа установившегося режима, можно получить выражение 5.7.

{3 секунды}

То есть при неравномерном движении средняя скорость в различных живых сечениях по длине потока различна. При равномерном движении средняя скорость по длине потока постоянна во всех живых сечениях.

Мы ознакомились с основными характеристиками движения жидкости. Перейдем к следующему слайду, на котором представлено уравнение неразрывности потока.

Слайд 65

Уравнение неразрывности потока

На слайде представлено уравнение неразрывности потока.

Оно представляет собой локальную форму законов сохранения. Законы сохранения являются краеугольным камнем современной физики. Впервые их сформулировал еще Михаил Васильевич Ломоносов, который говорил, что если что-либо исчезает, то в другом месте это прибывает.

Так как изучением движения жидкости занимались многие ученые, то существуют разные названия уравнения неразрывности потока при одинаковом физическом описании. Чтобы вы не путались в терминах и понимали, что все нижеперечисленные термины обозначают одно и то же, мы их перечислим. Итак, в гидродинамической литературе, например в работах Жуковского, Чаплыгина, Кочина, Лойцянского, уравнение, выражающее закон сохранения массы, называют уравнением неразрывности или условием неразрывности. В то время как в физической литературе, например в курсе Ландау и Лифшица, Зельдовича, русском переводе курса Фейнмана, используется термин «уравнение непрерывности». В старой литературе встречалось также название «уравнение сплошности».

Все три названия являются различными вариантами перевода введённого Эйлером названия уравнения в западноевропейских языках.

Дифференциальная форма общего уравнения неразрывности представлена в формуле 5.8.

{3 секунды}

Уравнение 5.8 выражает собой закон сохранения массы в элементарном объёме. То есть связь пространственного изменения потока массы жидкости или газа и скорости изменения плотности со временем. Его дифференциальная форма представлена в уравнении 5.9.

{3 секунды}

Вектор плотности потока жидкости согласно уравнению 5.9 по направлению совпадает с направлением течения жидкости. При этом абсолютная величина определяет количество вещества, которое протекает в единицу времени через единицу площади, расположенную перпендикулярно вектору скорости.

В гидравлике рассматриваются жидкости, обладающие свойством сплошности, которое предполагает непрерывность изменения параметров потока и их производных в пространстве и времени.

Уравнение неразрывности выведено из закона сохранения массы. То есть масса изолированной системы не меняется с течением времени. Следовательно, полная производная массы по времени равна нулю.

Исходя из условия неразрывности движущейся материальной среды, следует считать, что, если среда несжимаема, дивергенция вектора скорости должна быть равна нулю в любой точке пространства, занятого потоком. Это положение можно рассматривать и в ином смысле. Равенство нулю дивергенции вектора скорости считать признаком несжимаемой движущейся сплошной материальной среды. Этим определяется и принципиальная возможность оценивать дивергенцией вектора скорости объемные деформации в движущейся сплошной материальной среде. Это используется при определении нормальных напряжений.

Теперь перейдем к следующему слайду, где рассмотрим применение закона неразрывности на практике.

Слайд 66

Уравнение неразрывности потока

Рассмотрим, как записываются в конкретных случаях уравнения неразрывности.

В гидравлике обычно рассматривают потоки, в которых не образуются разрывы. То есть принимается, что сжимаемостью жидкости можно пренебречь из-за малой величины. Если выделить в потоке два любых сечения, отстоящих друг от друга на некотором расстоянии, то уравнение среднего расхода для каждого сечения можно записать в виде формулы 5.10.

{3 секунды}

В этой формуле *Q* [кю] – это расход жидкости. Измеряется в $м^3/с$ [метрах кубических в секунду]; U [у] – это средняя скорость в сечении при установившемся движении, измеряется в м/с [метрах в секунду]. В то же время *S* [эс] – это площадь живого сечения, измеряемая в $м^2$[квадратных метрах], и t [тэ] – это промежуток времени, за который считался расход.

Как следует из уравнения неразрывности, расход, проходящий через все живые сечения потока, неизменен, несмотря на то, что в каждом сечении средняя скорость и площадь живого сечения различны. Таким образом, выражение закона сохранения через уравнение неразрывности потока для конкретного случая представлено в формуле 5.11. Если режим движения установившийся, то уравнение 5.12 называют уравнением неразрывности потока при установившемся движении.

{5 секунд}

Из уравнения получим важное соотношение, представленное в формуле 5.13. Оно показывает, что средние скорости обратно пропорциональны площадям живых сечений, которым соответствуют эти средние скорости.

{3 секунды}

Аналогичную структуру имеет уравнение неразрывности для течений в каналах со свободной поверхностью. Это уравнение широко используется в гидравлике для описания русловых потоков. Таких, как течения в реках, каналах или движение селей, лавин и так далее, а также для описания течений в плёнках и тому подобное. В простейшем случае течения жидкости с постоянной плотностью в канале с прямоугольным поперечным сечением называется точным уравнением неразрывности или уравнением Сен-Венана. Оно имеет вид, представленный в выражении 5.14.

{3 секунды}

Где h [аш] – это глубина жидкости, u [у] – это средняя скорость жидкости по поперечному сечению.

Уравнение неразрывности имеет универсальный характер и справедливо для любой сплошной среды, вне зависимости от её реологии. Имеются обобщения уравнения неразрывности для движений многофазных и многокомпонентных сплошных сред.

Рассмотрев уравнение неразрывности, перейдем к следующему слайду, где представлен обобщенный закон трения.

Слайд 67

Обобщенный закон трения

На слайде представлен обобщенный закон трения применительно к механике жидкости и газа.

Все реальные жидкости и газы обладают вязкостью, то есть оказывают сопротивление смещению одних частиц относительно других. Результатом этого является возникновение в них наряду с нормальными напряжениями также и касательных напряжений. Интенсивность смещения частиц характеризуется скоростью деформации. Поэтому логично установить связь между напряжениями в движущейся жидкости и характеристикой ее деформационного движения.

Предположим, что вектор напряжений *Pn* [пэ эн], которые действуют на площадке *dS* [дэ эс], ориентированной в соответствии с вектором *n* [эн], можно представить в виде суммы двух векторов. Первый из этих векторов – это вектор *Nn* [эн эн], действующий по нормали к площадке. Его значение определяется скалярной величиной *N* [эн]. Второй вектор – это вектор k_n [ка энное], обусловленный только вязкостью, как это показано на рисунке 5.1 и в формуле 5.15.

{3 секунды}

Представим вектор напряжений, зависящий от вязкости, в виде вектора формулы 5.16.

{3 секунды}

Где К [ка] – это тензор напряжений, обусловленных вязкостью.

Тогда уравнение вектора напряжений примет вид формулы 5.17.

{3 секунды}

В то же время экспериментально установлено для широкого класса ньютоновских жидкостей наличие линейной связи между тензором напряжений, зависящим от вязкости, и тензором скоростей деформаций. Это уравнение называют обобщенным законом трения. Оно приведено в формуле 5.18.

{3 секунды}

При этом среднее арифметическое нормальных напряжений, действующих на трех взаимно перпендикулярных площадках, проходящих через одну точку и расположенных в координатных плоскостях, взятое с обратным знаком, считают гидродинамическим давлением р [пэ] в этой точке. Соответственно, вектор напряжений, действующий на произвольной площадке, ориентация которой в пространстве задана, определяется уравнением 5.19.

{3 секунды}

Уравнение 5.19 устанавливает зависимость его от гидродинамического давления, вязкости жидкости и скорости ее деформации.

Теперь рассмотрим подробнее понятия ньютоновских и неньютоновских жидкостей. Итак, ньютоновская жидкость – это вязкая жидкость, которая подчиняется в своём течении закону вязкого трения Ньютона. То есть касательное напряжение и градиент скорости в такой жидкости линейно зависимы. Коэффициент пропорциональности между этими величинами известен как вязкость. Из определения, в частности, следует, что ньютоновская жидкость продолжает течь, даже если внешние силы очень малы, лишь бы они не были строго нулевыми. Для ньютоновской жидкости вязкость по определению зависит только от температуры и давления, а также от химического состава, если жидкость не является беспримесной и не зависит от сил, действующих на неё. Типичная ньютоновская жидкость – это вода. Если жидкость не подчиняется этим отношениям, то есть вязкость изменяется в зависимости от скорости тока жидкости, то её в противоположность называют неньютоновской жидкостью. Это растворы полимеров, ряд твердых суспензий и большинство очень вязких жидкостей. Следовательно, неньютоновской жидкостью называют жидкость, при течении которой её вязкость зависит от градиента скорости. Обычно такие жидкости сильно неоднородны и состоят из крупных молекул, которые образуют сложные пространственные структуры.

Рассмотрев обобщенный закон трения, перейдем к следующему слайду, где представлено уравнение движения жидкости.

Слайд 68

Уравнение движения жидкости

На слайде представлено уравнение движения жидкости. Для получения данного уравнения мы мысленно выделим в потоке произвольный объем жидкости W [дабл-ю], ограниченный поверхностью S [эс], и запишем для него закон изменения количества движения. Этот закон представлен в формуле 5.20.

{3 секунды}

Теперь сформулируем закон изменения количества движения. Производная по времени от главного вектора количества движения системы, которая состоит из частиц жидкости, находящихся в выделенном объеме, равна главному вектору приложенных к ней внешних сил.

Преобразуем данное уравнение. Первое – мы поменяем местами знаки дифференцирования и интегрирования в левой части уравнения, принимая во внимание уравнения неразрывности, и распишем дифференциал произведения. Затем с помощью формулы Остроградского – Гауса интеграл по поверхности от потока вектора можно преобразовать в интеграл по объему от дивергенции этого же вектора. Подставляя в исходное уравнение 5.20 преобразованные выражения, после выполнения элементарных операций получим уравнение 5.21. Данное выражение справедливо при равенстве нулю подынтегрального выражения.

{5 секунд}

Уравнения в векторной форме, полученные из уравнения 5.21 в виде проекций на оси координат, называют уравнениями Навье–Стокса. Они являются основой гидромеханики и газовой динамики. Их используют для исследования движения вязких сжимаемых жидкостей и газов.

Появление дополнительной переменной, такой как температура, требует введения еще одного уравнения, а именно уравнения баланса энергий. Полученное обобщенное уравнение представлено в выражении 5.22. Оно имеет следующую формулировку.

{3 секунды}

Производная по времени от полной энергии движущегося объема среды равна сумме мощностей приложенных к объему внешних сил, а также подводимой к нему за единицу времени внешней энергии.

Дифференциальные уравнения имеют бесчисленное множество решений. Для выбора единственного решения, которое соответствует рассматриваемой задаче, данную систему необходимо дополнить условиями однозначности.

Условия однозначности включают следующее. Первое – это геометрические условия, которые служат для описания формы и размеров системы. Второе – это физические условия для задания физических свойств среды. Третье – это граничные условия, в которых описывают особенности протекания процессов на границах системы. Наконец четвертое – это временны́е условия, определяющие особенности протекания процессов во времени.

Вопрос о существовании и единственности решения полной системы уравнений движения до настоящего времени не решен. Однако полученные частные решения хорошо подтверждаются экспериментальными исследованиями. Из этого делают вывод об адекватности приведенных выше уравнений реальным гидродинамическим процессам.

Из уравнений Навье–Стокса получены критерии подобия гидродинамических процессов, которые позволяют с помощью теории подобия обобщать многочисленные экспериментальные исследования.

Поэтому на следующем слайде мы рассмотрим основы теории подобия в механике жидкости.

Слайд 69

Основы теории подобия в механике жидкости и газа

На слайде представлена схема исследования гидродинамических процессов.

Математической моделью движения жидкости является система дифференциальных уравнений движения и условия однозначности. Решение математической модели возможно лишь для некоторых простейших случаев ламинарного движения. Поэтому для получения результата приходится прибегать к экспериментальным исследованиям. Основой таких исследований является теория гидродинамического подобия, основанная на получении эмпирических уравнений для решения каждой конкретной задачи.

Физические явления считаются подобными, если они протекают в геометрически подобных системах. А также если поля всех однородных физических величин в сходственные моменты времени подобны. То есть все физические величины в сходственных пространственно-временных точках областей протекания этих явлений отличаются между собой только масштабами величин. Эти масштабы величин называются множителями подобного преобразования.

У подобных процессов между множителями подобного преобразования физических и геометрических величин существует взаимная связь. Наличие ее позволяет устанавливать критерии подобия, которые являются безразмерными комплексами, составленными из величин, характеризующих рассматриваемое явление. Равенство основных критериев подобия двух и более процессов указывает на их физическое подобие.

Получают критерии подобия из аналитических зависимостей, описывающих данный процесс. Таким образом, математическое описание процесса, хотя бы в виде дифференциальных уравнений общего вида, является необходимой предпосылкой использования теории подобия.

Если получено частное решение задачи для одного из подобных явлений (например, путем численного интегрирования дифференциальных уравнений), то, зная величины критериев подобия, можно путем пересчета получить решения для целой группы явлений, подобных первому.

Однако первое частное решение не обязательно получать расчетным путем. Когда интегрирование исходных дифференциальных уравнений затруднительно, необходимые закономерности можно установить экспериментально. В этом и состоит основная идея теории подобия.

Теория подобия на определенном этапе обращается к эксперименту. Однако дает возможность результаты единичного физического или математического эксперимента распространить на целую группу явлений, подобных данному.

На слайде изображена схема изучения гидродинамических процессов. Показано, что существуют две схемы изучения гидродинамических процессов.

По первой схеме сначала составляется математическая модель, затем решается система сложных дифференциальных уравнений известными математическими методами. На практике наибольшее распространение получил метод конечных элементов. Это численный метод решения дифференциальных уравнений с частными производными. А также метод интегральных уравнений, возникающих при решении задач прикладной физики. Метод широко используется для решения задач механики деформируемого твёрдого тела, теплообмена и гидрогазодинамики.

Суть метода следует из его названия. Область, в которой ищется решение дифференциальных уравнений, разбивается на конечное количество подобластей, именуемых элементами. В каждом из элементов произвольно выбирается вид аппроксимирующей функции. В простейшем случае это полином первой степени. Вне своего элемента аппроксимирующая функция равна нулю. Значения функций на границах элементов, как правило в узлах, являются решением задачи и заранее неизвестны. Коэффициенты аппроксимирующих функций обычно ищутся из условия равенства значения соседних функций на границах между элементами, то есть в узлах. Затем эти коэффициенты выражаются через значения функций в узлах элементов. Составляется система линейных алгебраических уравнений. Количество уравнений равно количеству неизвестных значений в узлах, на которых ищется решение исходной системы, прямо пропорционально количеству элементов и ограничивается только возможностями вычислительной машины. Так как каждый из элементов связан с ограниченным количеством соседних, система линейных алгебраических уравнений имеет разрежённый вид, что существенно упрощает её решение.

Если говорить в матричных терминах, то собираются так называемые матрицы жёсткости или матрица Дирихле и матрицы масс. Далее на эти матрицы накладываются граничные условия. Затем собирается система линейных уравнений и решается одним из известных методов.

С точки зрения вычислительной математики идея метода конечных элементов заключается в том, что минимизация функционала вариационной задачи осуществляется на совокупности функций. Каждая из этих функций определена на своей подобласти, для численного анализа системы, что позволяет рассматривать этот подход как одну из конкретных ветвей диакоптики, то есть общего метода исследования систем путём их расчленения.

По второй схеме сначала составляется экспериментальная модель, потом на основании имеющегося опыта получают эмпирические уравнения. При этом обязательно указываются зоны применения полученных уравнений. Частный случай применим не для всех аналогичных явлений. Полученные уравнения зачастую являются элементами теории подобия.

Перейдем к следующему слайду, где рассмотрим теоремы подобия.

Слайд 70

Теоремы подобия

На слайде представлены три теоремы подобия. Основные предпосылки для создания этих теорем следующие. Для того чтобы правильно поставить эксперимент, необходимо решить, по крайней мере, три основных вопроса. Первый вопрос – это какие величины надо измерять в опыте. Второй вопрос – это как обрабатывать результаты опыта. И третий вопрос – на какие явления могут быть распространены полученные расчетные зависимости.

Ответы на эти вопросы дают три теоремы подобия.

Первая теорема подобия, впервые сформулированная Ньютоном, утверждает, что для подобных явлений любые одноименные критерии равны.

Эта теорема дает ответ на первый из поставленных вопросов, а именно, что в опытах нужно измерять все те величины, которые входят в критерий подобия.

Перейдем ко второй теореме подобия, которую предложили Федерман и Букингем. Эта теорема может быть сформулирована так. Решение дифференциального уравнения может быть представлено в виде функциональной зависимости между критериями подобия, которые характеризуют процесс и получены из исходного уравнения или системы уравнений.

Такая зависимость называется уравнением подобия, или критериальным уравнением.

Теорема отвечает на второй вопрос о том, как обрабатывать результаты опыта. Она показывает, что опытные данные надо обрабатывать в виде зависимости между критериями подобия, то есть в виде уравнения подобия.

Третья теорема подобия – это теорема Кирпичева и Гухмана. Она уточняет условия, необходимые и достаточные, чтобы установить, на какие явления могут быть распространены результаты модельного эксперимента. То есть какие явления подобны исследованному.

Теорема формулируется так: подобны между собой те явления, у которых условия однозначности подобны и определяющие критерии равны.

Ознакомимся с некоторыми терминами теорем подобия. Итак, определяющими называются критерии подобия, составленные только из величин, входящих в условия однозначности. Следующее определение сформулировано так: критерии подобия, содержащие зависимые переменные, называются определяемыми.

Необходимо помнить, что получаемые методом подобия обобщенные расчетные зависимости применимы лишь в тех пределах изменения определяющих критериев, которые имели место в эксперименте.

Универсального решения метод подобия дать не может. Он позволяет лишь обобщать опытные данные в области, ограниченной условиями подобия.

Перейдем к следующему слайду, где рассмотрим виды подобия.

Слайд 71

Виды подобия

На слайде представлены виды подобия. Для лучшего понимания теории подобия разберемся сначала, по каким параметрам могут быть подобны процессы или явления.

То есть физически подобные явления – это явления одной и той же физической природы, для которой все характерные величины подобны в сходственных точках пространства и в соответственные моменты времени. Для подобных явлений все векторные величины должны быть геометрически подобными, а скалярные величины должны быть, соответственно, пропорциональными.

Сходственными точками механически подобных систем называются точки, одинаково расположенные по отношению к границам этих систем.

При физическом моделировании на сходственные точки натуры и модели должны действовать силы одной и той же механической природы. То есть одноименные силы, например сила тяжести, трения или давления.

При моделировании гидравлических явлений различают следующие виды подобия: динамическое, кинематическое и геометрическое.

Рассмотрим эти подобия по порядку. Первым представлено геометрическое подобие. Так, две гидравлические системы будут геометрически подобными в том случае, если между сходственными размерами этих систем всюду существует постоянное соотношение, представленное в выражении 5.23.

{3 секунды}

В этом выражении L_1 [эль один] – это линейный размер натуры, L_2 [эль два] – это линейный размер модели и, соответственно, $К_L$ [ка эль] – это линейный масштаб. Геометрическое подобие для площадей приведено в выражении 5.24, а геометрическое подобие для объемов приведено в выражении 5.25.

{3 секунды}

Таким образом, подобными называют явления, для которых постоянны отношения характеризующих их соответственных величин.

Следующим рассмотрим кинематическое подобие. Так, два потока будут кинематически подобными при подобии полей скоростей и ускорений натуры и модели, как это представлено в выражениях 5.26, 5.27 и 5.28.

{5 секунд}

Где $Т_1$ [тэ один] – это временно́й масштаб натуры, $Т_2$ [тэ два] – это временно́й масштаб модели, следовательно, $К_Т$ [ка тэ] – это масштаб времени протекания соответствующего явления.

Кинематическое подобие имеет место только при наличии геометрического подобия.

Третий вид подобия – это динамическое подобие. Так, две гидравлические системы будут динамически подобными, если многоугольники сил, построенные для любых двух сходственных точек рассматриваемых систем, являются геометрически подобными. Причем масштаб сил оказывается одинаковым для всех пар сходственных точек.

Примеры соответствующих уравнений для действующих сил в гидродинамике представлены в выражениях 5.29. Соответствующий масштаб этих сил между подобными явлениями приведен в выражении 5.30.

{3 секунды}

При подобии физических процессов должны быть подобны все основные физические величины, влияющие на процесс.

Безразмерные соотношения разнородных физических величин называют критериями подобия.

Критерии подобия всегда имеют физический смысл. Они являются мерами соотношения между какими-то двумя параметрами, оказывающими существенное влияние на данный процесс.

Перейдем к следующему сладу, где рассмотрим вопросы получения критериев подобия методом масштабных преобразований.

Слайд 72

Получение критериев подобия

На слайде приведен подход для получения критериев подобия методом масштабных преобразований.

Любое дифференциальное уравнение можно привести в безразмерную форму, заменяя исходные переменные на безразмерные путем соответствующих тождественных преобразований.

Под безразмерной переменной понимают исходную переменную, деленную на соответствующий масштаб. В качестве масштаба выбирается одноименная физическая величина, известная по условию задачи. То есть величина, входящая в условия однозначности. Этот прием называется методом масштабных преобразований.

Ознакомимся с ним на примере системы уравнений для вынужденного движения несжимаемой жидкости. Для простоты рассмотрим стационарный процесс движения жидкости вдоль оси x [икс] со скоростью W [дабл-ю]. То есть изменения вектора скорости по времени равны нулю, как это показано в выражении 5.31.

{3 секунды}

В качестве масштабов можно выбрать следующие известные величины. Первое – это масштаб длины l [эль], то есть характерный линейный размер, например длина обтекаемого тела или диаметр трубы и тому подобное. Второе – это масштаб скорости w_0 [дабл-ю нулевое], которая может быть скоростью набегающего потока или средней скоростью в канале и тому подобное. И третье – это масштаб давлений, то есть разность между давлением на входе и выходе из канала.

Масштаб давлений обычно выбирают в виде разностей, потому что давление входит в исходные уравнения только под знаком дифференциала.

Вместо переменной давления будем применять разность нулевого и текущего давлений. Причем текущее давление больше нулевого, поэтому изменение давления будет отрицательным, как это показано в выражении 5.32.

{3 секунды}

Для дальнейшего преобразования введем следующие новые переменные, а именно безразмерные координаты, как это показано в выражениях 5.33. И безразмерную скорость, и ее составляющие, как это показано в выражениях 5.34. А также безразмерное давление, как это показано в выражениях 5.35.

{4 секунды}

Проведя данную операцию, перейдем к следующему слайду, где продолжим получение критериев подобия методом масштабных преобразований.

Слайд 73

Получение критериев подобия

Итак, продолжим наши преобразования.

Докажем, что у подобных явлений в сходственных точках, а для нестационарных процессов и в сходственные моменты времени, безразмерные переменные равны. Для этого рассмотрим безразмерные координаты сходственных точек *a* [а] и *a*' [а штрих], как это показано в выражениях 5.36.

{3 секунды}

По условию подобия выражение 5.36 преобразуется в выражение 5.37. Применив к последнему выражению правило перестановки членов пропорции, получим выражение 5.38.

{3 секунды}

Следовательно, доказано равенство безразмерных координат в сходственных точках *a* [а] и *a*' [а штрих].

У подобных явлений подобны поля скоростей, то есть для любой составляющей скорости, например по оси *x* [икс], можно записать выражение 5.39.

{3 секунды}

Аналогичные выводы можно сделать для всех безразмерных переменных. Таким образом, у подобных явлений поля безразмерных величин тождественны.

Мы получим критерии подобия методом масштабных преобразований и доказали его достоверность. Перейдем к следующему слайду, где рассмотрим получение уравнения движения в безразмерной форме.

Слайд 74

Уравнение движения в безразмерной форме

На слайде представлено получение уравнения движения в безразмерной форме.

Для этого введем новые переменные в дифференциальные уравнения процесса. Для того чтобы преобразования были тождественными, будем каждую переменную не только делить, но и умножать на соответствующий масштаб. При этом для сокращения выкладок рассмотрим получение уравнения движения только в проекции на одну из координатных осей, например на ось *X [икс]*. Операция перевода к безразмерной форме приводит к следующему выражению, которое приведено в формуле 5.40.

{3 секунды}

Если разделить выражение 5.40 на множитель у последнего члена, то получим дифференциальное уравнение движения в безразмерной форме. Это выражение 5.41.

{3 секунды}

Поскольку безразмерные переменные, которые входят в это уравнение, равны для всех подобных явлений, то для подобных явлений должны быть одинаковыми и безразмерные комплексы размерных величин. Эти комплексы входят в него в виде множителей, которые представлены в выражениях 5.42, 5.43 и 5.44. То есть каждый из этих комплексов можно считать критерием гидродинамического подобия.

Следовательно, перейдем к следующему слайду, где рассмотрим критерии гидродинамического подобия в уравнении движения.

Слайд 75

Критерии подобия в уравнении движения

На слайде представлены критерии гидродинамического подобия в уравнении движения.

Полученные здесь три безразмерных комплекса принято выражать через три общепринятых критерия. Это критерий Рейнольдса, критерий Фруда и критерий Эйлера.

Таким образом, уравнение движения в проекции на ось X [икс] в безразмерной форме имеет вид, представленный в выражении 5.48.

{3 секунды}

Безразмерная запись уравнений имеет ряд преимуществ. Во-первых, безразмерные уравнения содержат меньшее число переменных, поскольку они объединены в комплексы, которыми являются критерии подобия. Это облегчает дальнейшее выполнение как аналитического, так и численного решения этих уравнений. При этом определяющие критерии выполняют роль исходных данных или параметров задачи, а определяемые критерии включаются в число безразмерных искомых величин.

Решение дифференциальных уравнений можно искать в виде зависимости между безразмерными переменными и критериями подобия.

Во-вторых, получаемое таким образом решение при единственном сочетании численных значений определяющих критериев является справедливым не для единичного явления, а для всей группы подобных явлений.

Если же выполнять ряд численных решений, задаваясь различными значениями отдельных критериев, то получим ряд решений для различных групп подобных явлений в пределах данного рода.

Объединяя затем ряд решений в виде функциональной зависимости определяемого критерия от численных значений определяющих критериев, получаем закономерность, справедливую для всего рода явлений.

В ней определяющие критерии выступают в качестве обобщенных переменных.

Такую зависимость можно считать решением сформулированной задачи, которая описывается дифференциальными уравнениями и граничными условиями. И по своей ценности тем ближе к аналитическому решению, чем шире интервал принятых численных значений определяющих критериев.

Зависимость искомой безразмерной переменной или определяемого критерия от определяющих критериев называется уравнением подобия или критериальным уравнением.

Рассмотрим подробнее применяемые в механике жидкости критерии подобия на следующих слайдах.

Слайд 76

Критерий Рейнольдса

На слайде представлено описание критерия Рейнольдса.

Критерий Рейнольдса или число Рейнольдса [Re] [эр е] – это безразмерная величина, характеризующая отношение нелинейного и диссипативного членов в уравнении Навье–Стокса. Число Рейнольдса также считается критерием подобия течения вязкой жидкости. Число Рейнольдса есть мера отношения сил инерции, которые действуют в потоке, к силам вязкости. Плотность в числителе выражения характеризует инерцию частиц, отклонившихся от движения по прямой, а вязкость в знаменателе показывает склонность жидкости препятствовать такому отклонению.

Число Рейнольдса можно рассматривать также как отношение кинетической энергии жидкости к потерям энергии на характерной длине из-за присутствия между молекулами жидкости внутреннего трения.

Если у потока число Рейнольдса достаточно большое, выше критической величины, то жидкость можно рассматривать как идеальную. В таком случае вязкостью можно пренебречь, то есть силы инерции несоизмеримо больше сил вязкости.

Физический смысл числа Рейнольдса заключается в смене режимов течения жидкости. В настоящее время не существует строгого научно доказанного объяснения этому явлению, однако наиболее достоверной гипотезой считается следующая. Она заключается в том, что смена режимов движения жидкости определяется отношением сил инерции к силам вязкости в потоке жидкости. Если преобладают первые, то режим движения турбулентный, если вторые, то режим движения ламинарный.

Турбулентные потоки возникают при высоких скоростях движения жидкости и малой вязкости, ламинарные потоки возникают в условиях медленного течения и в вязких жидкостях. На практике в различных газопроводах, водопроводах и подобных им системах чаще встречаются турбулентные потоки даже при скоростях менее одного метра в секунду. Это объясняется тем, что такой режим стараются обеспечить при проектировании многих гидравлических сооружений, так как при турбулентном режиме движения снижаются гидравлические потери.

В гидросистемах технологического оборудования, в которых в качестве рабочих жидкостей используются минеральные масла, турбулентный режим возникает при скоростях более пятнадцати метров в секунду. В то время как при проектировании таких систем чаще всего предусматривают скорости четыре-пять метров в секунду. Режим движения в таких трубопроводах, как правило, ламинарный.

Так как силы инерции и силы вязкости в потоке жидкости зависят от многих причин, то при скоростях, близких к критической, могут возникать переходные режимы, при которых наблюдаются неустойчивое ламинарное или турбулентное движение.

Перейдем к следующему слайду, где рассмотрим критерий Фруда.

Слайд 77

Критерий Фруда

На слайде рассмотрен критерий гидродинамического подобия – критерий Фруда.

Критерий Фруда или число Фруда – это критерий гидродинамического подобия. Он характеризует соотношение между силой инерции и внешней силой, в поле которой происходит движение, действующими на элементарный объём жидкости или газа. Если движение жидкости обусловлено действием в основном силы тяжести, то основным критерием подобия является критерий Фруда. Его еще называют гравитационным критерием. Физический смысл критерия

Фруда заключается в следующем: он отражает влияние сил тяжести на движение жидкости.

Перейдем к следующему слайду, где рассмотрим критерий Вебера.

Слайд 78

Критерий Вебера

На слайде рассмотрен критерий гидродинамического подобия – критерий Вебера.

Критерий Вебера или число Вебера – это критерий подобия в гидродинамике, который определяет отношение инерции жидкости к поверхностному натяжению. Число служит мерой увлечения жидкости за движущимся в ней телом. Следовательно, если на движение жидкости решающее влияние оказывают силы поверхностного натяжения, то основным критерием подобия является критерий Вебера. Физический смысл критерия Вебера заключается в том, что он служит мерой увлечения жидкости за движущимся в ней телом.

Перейдем к следующему слайду, где рассмотрим критерий Эйлера.

Слайд 79

Критерий Эйлера

На слайде рассмотрен критерий гидродинамического подобия – это критерий Эйлера.

Критерий Эйлера или число Эйлера – это критерий подобия в гидродинамике, который является безразмерным коэффициентом, имеющим место в уравнениях Навье–Стокса. Уравнения Навье–Стокса описывают отношение между силами давления на единичный объём жидкости или газа и инерционными силами. Следовательно, если основное влияние на движение потока жидкости оказывают силы давления, то основным критерием подобия в данном случае является критерий Эйлера. Его еще называют критерием гидравлического сопротивления.

Перейдем к следующему слайду, где рассмотрим производные критерии.

Слайд 80

Производные критерии

На слайде рассмотрены производные критерии гидродинамического подобия.

Что же такое производные критерии? Итак, некоторые физические величины, входящие в критерии подобия, целесообразно заменять на другие или пропорциональные. В ряде случаев оказывается затруднительным или даже практически невозможным определить ту или иную физическую величину, входящую в критерий подобия. Тогда эту величину исключают путём сочетания двух или большего числа критериев и получения производных критериев подобия, составленных из основных. При этом исключённую величину обычно заменяют на другую, ей пропорциональную, опытное или расчётное определение которой является более простым.

Так, при естественной конвекции, которая возникает под действием разности плотностей жидкости из-за различия температур в разных её точках, очень трудно определить скорость конвективных токов. Однако эта скорость входит в критерий Фруда, отражающий подобие таких процессов. Поэтому исключают скорость путём сочетания критериев Рейнольдса и Фруда. Полученный комплекс величин представляет собой производный критерий, который называется критерием Галилея. Его выражение представлено в формуле 5.49.

{3 секунды}

Этот критерий умножают на разность плотностей жидкости в различных её точках. Разность выражена в относительных единицах, так как является причиной возникновения конвективных токов. Таким образом находят новый производный критерий, названный критерием Архимеда. Он представлен в выражении 5.50.

{3 секунды}

Физический смысл критерия Архимеда заключается в том, что он представляет меру отношения подъемной силы из-за разности плотностей к силе вязкого трения.

Если заменить симплекс давления пропорциональной ему относительной величиной разности температур, более удобной для определения в опытах, то можно получить новый производный критерий. Это критерий теплового подобия Грасгофа.

При перекачивании жидкости насосом по трубопроводу влияние силы тяжести можно не учитывать и поэтому исключить из рассмотрения критерий Фруда. Общий вид зависимости при вынужденном движении жидкости по трубопроводу имеет вид, как представлено в выражении 5.51.

{3 секунды}

Перейдем к следующему слайду, где рассмотрим общую форму уравнения подобия.

Слайд 81

Общая форма уравнения подобия

На слайде рассмотрена общая форма уравнения подобия.

Общую форму уравнения подобия можно записать на основании безразмерных дифференциальных уравнений, описывающих процесс.

На основе анализа исходной системы уравнений можно получить следующие уравнения подобия. Первое уравнение подобия – это безразмерное поле скоростей, представленное в выражении 5.52. Второе уравнение – это безразмерное поле давлений, представленное в выражении 5.53.

{3 секунды}

Конкретную количественную форму функций f_1 [эф один], f_2 [эф два] можно получить экспериментально на физической модели или путем выполнения численных решений или математических экспериментов. При этом каждую из искомых критериальных зависимостей можно устанавливать независимо от остальных.

При экспериментальном исследовании может оказаться, что часть критериев системы не влияет на рассматриваемое явление, или, как иногда говорят, критерии вырождаются.

Например, при развитом турбулентном течении можно пренебречь подъемной силой по сравнению с силой инерции.

В отношении представленных здесь уравнений подобия необходимо сделать три дополнительных замечания.

Прежде всего о форме и числе определяющих критериев.

Согласно *p* [пи]-теореме физическое уравнение содержит $n \geq 2$ [эн больше или равно двум] размерных величин, из которых $k \geq 1$ [ка больше или равно одному] величин имеют независимую размерность. После приведения к безразмерному виду будет содержать n [эн] минус k [ка] безразмерных величин.

Строго говоря, уравнения подобия справедливы для потоков, у которых стенки каналов характеризуются одним-единственным геометрическим размером. Например, при одномерном движении неограниченного потока вдоль пластины или при поперечном обтекании неограниченным потоком бесконечно длинного цилиндра, шара и так далее.

В первом случае в качестве характерного размера, геометрического масштаба, выбирается длина пластины L [эль большое], то есть $l = L$ [эль малое равно эль большому]. А во втором случае в качестве характерного размера выбираем диаметр, то есть $l = \mathrm{d}$ [эль малое равно дэ].

Если же форма канала более сложная, то соблюдение условия геометрического подобия требует введения в уравнения подобия в качестве определяющих дополнительных безразмерных комплексов. Таких, как l_1/l [эль малое один, деленное на эль малое], l_2/l [эль малое два, деленное на эль малое], и так далее. В которых l_1 [эль малое один], l_2 [эль малое два] и так далее все влияющие на процесс геометрические размеры канала.

Теперь перейдем к следующему слайду, где рассмотрим общую форму уравнения подобия.

Слайд 82

Дополнения по теории подобия

На слайде представлена дополнительная информация по теории подобия в механике жидкости и газа.

Безразмерные определяющие комплексы, которые представляют собой отношения одноименных величин, в теории подобия называются симплексами. Выражение 5.54 – это симплексы геометрического подобия.

{3 секунды}

Переменность теплофизических свойств в зависимости от температуры может быть учтена введением в уравнение подобия симплекса в виде выражения 5.55.

{3 секунды}

Это справедливо в том случае, если зависимость всех теплофизических свойств от температуры можно представить в виде степенных функций одинаковой степени. Например, как это показано в выражении 5.56.

{3 секунды}

Указанное соотношение характерно для газов, но не всегда подтверждается для жидкостей.

Кроме температурного фактора переменность теплофизических свойств приближенно можно учесть выбором определяющей температуры. Ознакомимся с термином «определяющая температура». Определяющей называется температура, по которой выбирают значения теплофизических параметров, входящих в критерии подобия. В качестве определяющей температуры на основании опытных данных может быть выбрана либо температура жидкости, либо среднеарифметическая температура, либо температура стенки.

Мы рассмотрели основные подходы теории подобия в механике жидкости и газа. Перейдем к следующему слайду, где ознакомимся с динамикой идеальной жидкости.

Слайд 83

Динамика идеальной жидкости

На слайде рассмотрены вопросы применения понятия динамики идеальной жидкости в механике жидкости и газа.

Для чего при рассмотрении вопросов гидродинамики необходимо понятие идеальной жидкости? Во-первых, идеализация жидкости дает хорошее соответствие результатов при описании реальных течений капельных жидкостей и газов на достаточном удалении от омываемых твердых поверхностей и поверхностей раздела с неподвижной средой. Во-вторых, идеальной называют воображаемую жидкость, лишенную вязкости и теплопроводности. В-третьих, в ней отсутствует внутреннее трение, она непрерывна и не имеет структуры.

Запишем уравнение Эйлера в качестве уравнения движения идеальной жидкости. Но уравнение движения идеальной жидкости получают путем исключения из уравнения Навье–Стокса слагаемых, в которых в качестве сомножителя имеется коэффициент динамической вязкости. Следовательно, после преобразования полученный результат представлен в выражении 5.57.

{3 секунды}

Полная производная вектора скорости по времени математически эквивалентна сумме слагаемых, в которые входят удельная кинетическая энергия жидкой частицы и вектор угловой скорости. Она представлена в выражении 5.58.

{3 секунды}

Подстановка этого выражения в уравнение Эйлера преобразует последнее в уравнение движения идеальной жидкости в форме Громеки–Ламба, что приведено в выражении 5.59.

{3 секунды}

Теперь перейдем к следующему слайду, где рассмотрим общую информацию по динамике идеальной жидкости.

Слайд 84

Дополнения по динамике идеальной жидкости

На слайде дана общая информация по динамике идеальной жидкости.

Здесь мы рассмотрим некоторые общие вопросы и понятия динамики идеальной жидкости.

В гидравлике широко используют понятие потенциала, который выступает в качестве характеристики векторного поля. Поясним данное понятие. Итак, векторное поле a(r) [а от эр] называют потенциальным, если существует такая скалярная функция φ(r) [фи от эр], называемая потенциалом векторного поля, градиент которой в рассматриваемой точке равен вектору в этой же точке. Математическое описание этого определения представлено в формуле 5.60.

{3 секунды}

Рассмотрим следующее понятие, а именно понятие объемных сил, под действием которых возможно равновесие жидкости. Эти силы имеют потенциал F [эф]. Например, сила тяжести имеет потенциал F(r) [эф от эр] и выражается через него, как это показано в формуле 5.61.

{3 секунды}

В уравнение движения входит плотность жидкости, которая зависит от температуры и давления. Однако в природе происходит множество процессов, в которых плотность однозначно определяется только давлением. Следовательно, необходимо дать пояснение понятию «баротропная жидкость». Жидкость, у которой плотность является функцией только давления, называют баротропной. При этом функцией давления баротропной жидкости называют интеграл следующего вида, как это показано в выражении 5.62. Дифференцирование интеграла баротропного давления дает нам отношение к плотности жидкости, как это показано в выражении 5.63.

{3 секунды}

Теперь перейдем к следующему слайду, где рассмотрим общую информацию по динамике идеальной жидкости.

Слайд 85

Градиент давления баротропной жидкости

На слайде рассмотрен градиент давления баротропной жидкости. Для получения градиента давления баротропной жидкости необходимо путем формальных преобразований получить выражение градиента давления баротропной жидкости, которое представлено в формуле 5.64.

{3 секунды}

При этом величина в выражении 5.65 является главным вектором сил давлений в данной точке, отнесенным к единице массы, то есть вектором объемного действия сил давления.

Следовательно, функция давления Р [пэ], градиент которой равен вектору объемного действия сил давления, представляет собой потенциал объемного действия сил давления.

Заменив в уравнении движения идеальной жидкости в форме Громеки–Ламба массовые силы и силы давления на выражения через их потенциалы, получим векторную форму уравнения Эйлера–Громеки, как это представлено в выражении 5.66.

{3 секунды}

Теперь перейдем к следующему слайду, где рассмотрим интеграл Эйлера.

Слайд 86

Интеграл Эйлера

На слайде представлен вывод интеграла Эйлера.

Интеграл Эйлера является решением уравнения Эйлера–Громеки в случае потенциального установившегося движения.

Зададим условия применимости и основные понятия, входящие в интеграл Эйлера в случае потенциального установившегося движения. Первое условие заключается в том, что потенциальным называют движение жидкости, поле скоростей которой имеет потенциал, градиент которого равен скорости движения жидкости. Второе условие заключается в том, что потенциальное течение всегда безвихревое, то есть в нем отсутствует вращение жидкости. Третье условие следующее: установившимся называют движение, у которого скорость не изменяется с течением времени.

Следовательно, для потенциального установившегося течения уравнение Эйлера–Громеки примет вид выражения 5.67.

{3 секунды}

При этом равенство нулю градиента функции означает, что выражение 5.68, которое описывает установившееся движение, – константа. Это выражение и называют интегралом Эйлера.

{3 секунды}

В случае действия на жидкость только сил тяжести, потенциал массовых сил определяется выражениями 5.69.

{3 секунды}

Теперь перейдем к следующему слайду, где рассмотрим уравнение Эйлера.

Слайд 87

Уравнение Эйлера

На слайде представлено уравнение Эйлера.

Заменяя в интеграле Эйлера потенциал массовых сил и функцию давления их выражениями, получим уравнение Эйлера. Оно представлено в выражении 5.70.

{3 секунды}

В это уравнение входят следующие составляющие. Составляющая gz [жэ зэт] определяет потенциальную энергию положения частицы жидкости единичной массы в поле сил тяжести. Составляющая dp/ρ [де пэ на ро] определяет потенциальную энергию объемного действия сил давления. Составляющая $V^2/2$ [вэ квадрат, деленное на два] указывает кинетическую энергию частицы жидкости единичной массы.

С точки зрения механики уравнение Эйлера представляет собой закон сохранения энергии для потенциального установившегося течения жидкости. А именно как сумма всех видов энергии, отнесенных к единице массы жидкости, при этом оно во всех точках потока имеет одно и то же значение.

Теперь перейдем к следующему слайду, где рассмотрим интеграл Бернулли.

Слайд 88

Интеграл Бернулли

На слайде представлен интеграл Бернулли.

Интеграл Бернулли представляет собой решение уравнения Эйлера–Громеки в случае установившегося не потенциального движения.

При установившемся не потенциальном или, как иначе называют, вихревом течении справедливы выражения 5.71. То есть не происходит изменения скорости жидкости во времени, а ее частицы имеют возможность участвовать во вращательном движении. Для таких потоков уравнение Эйлера–Громеки примет вид уравнения 5.72.

{3 секунды}

В условиях установившегося движения линии тока и траектории совпадают. Элемент *d*L [дэ эль] пути, пройденного частицей жидкости вдоль траектории в направлении течения, определяют по формуле 5.73.

Перейдем к следующему слайду, где продолжим рассматривать интеграл Бернулли.

Слайд 89

Интеграл Бернулли

Найдем скалярное произведение уравнения Эйлера–Громеки из полученного выражения 5.72. Тогда получим выражение 5.74.

{3 секунды}

При этом левая часть данного уравнения равна нулю, так как является скалярным произведением двух взаимно перпендикулярных векторов, представленных в выражении 5.75. Следовательно, градиент функции правой части уравнения Эйлера–Громеки равен нулю, как это показано в выражении 5.76. Поэтому функция правой части уравнения Эйлера–Громеки является константой, и выражение 5.77 получило название «интеграл Бернулли».

Теперь перейдем к следующему слайду, где рассмотрим уравнение Бернулли.

Слайд 90

Уравнение Бернулли

На слайде представлено уравнение Бернулли.

Заменяем в интеграле Бернулли потенциал массовых сил и функцию давления их выражениями. Учитывая вышеизложенное, получим для любых двух рассматриваемых сечений потока уравнение Бернулли для реальной несжимаемой жидкости. Оно представлено в выражении 5.78.

{3 секунды}

Все слагаемые данного уравнения имеют размерность длины. Их принято называть высотами или напорами. Итак, первое слагаемое – это геометрический или нивелирный напор. Второе слагаемое – это пьезометрический напор. Третье слагаемое – это скоростной напор. И последнее слагаемое правой части – это потеря напора.

Теперь перейдем к следующему слайду, где рассмотрим вопросы динамики вязкой несжимаемой жидкости.

Слайд 91

Динамика вязкой несжимаемой жидкости

На слайде представлена динамика вязкой несжимаемой жидкости.

Рассматривается движение вязкой жидкости, плотность которой остается неизменной.

Запишем уравнение движения вязкой несжимаемой жидкости. В качестве исходных используем уравнение Навье–Стокса и уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости. При этом для вывода уравнения воспользуемся следующими допущениями.

Первое допущение заключается в том, что уравнение неразрывности для несжимаемой жидкости показывает, что дивергенция вектора скорости равна нулю. Второе допущение заключается в постоянстве вязкости жидкости при изотермическом ее движении.

Изотермическим называют поток, температура которого остается постоянной.

Следовательно, уравнение Навье–Стокса при этих условиях примет вид выражения 5.79.

{3 секунды}

Выражение 5.79 после несложных преобразований упрощается, как показано в выражении 5.80.

{3 секунды}

Где ν [мю] – это коэффициент кинематической вязкости.

Теперь перейдем к следующему слайду, где рассмотрим уравнение Стокса для вязкой несжимаемой жидкости.

Слайд 92

Уравнение вязкой несжимаемой жидкости

На слайде представлено уравнение Стокса для вязкой несжимаемой жидкости.

Рассматривая дивергенцию энергии, получаем исходя из определения выражение 5.81 и подставляем это выражение в предыдущее выражение 5.80. Так мы получаем уравнение Стокса, представленное формулой 5.82, то есть уравнение движения вязкой несжимаемой жидкости.

{5 секунд}

Наблюдениями и многочисленными опытами установлено существование двух основных режимов движения жидкостей, а именно ламинарного и турбулентного.

При этом ламинарным называют строго упорядоченное, слоистое, то есть без перемешивания, течение жидкости. Единственной причиной потерь энергии при таком движении в горизонтальных трубах постоянного поперечного сечения является трение. Оно обусловлено вязкостью жидкости.

При турбулентном режиме отдельные частицы жидкости движутся по произвольным сложным траекториям. В результате струйки перемешиваются и жидкость течет в виде беспорядочной массы, где потери на вязкость бесконечно малы.

Теперь перейдем к следующему слайду, где рассмотрим ламинарное изотермическое течение несжимаемой жидкости.

Слайд 93

Ламинарное изотермическое течение

На слайде представлено ламинарное изотермическое течение несжимаемой жидкости.

Рассмотрим ламинарное изотермическое течение несжимаемой жидкости в горизонтальной трубе постоянного поперечного сечения. Для этого предположим, что установившееся ламинарное движение жидкости происходит в горизонтальной, прямолинейной, круглой цилиндрической трубе, что соответствует одномерному течению. На некотором расстоянии от входа в нее, где поток уже сформировался или стабилизировался, выделим отрезок длиной l [эль] между сечениями 1-1 [один-один] и 2-2 [два-два].

Пусть в сечении 1-1 [один-один] давление равно p_1 [пэ один], а в сечении 2-2 [два-два] давление равно p_2 [пэ два]. Иначе говоря, на участке длиной l [эль] давление в потоке изменилось на величину $\Delta p = p_1 - p_2$ [дэльта пэ, равное пэ один минус пэ два] за счет трения жидкости о стенки канала.

Применим к потоку жидкости уравнение Стокса, которое в рассматриваемом случае одномерного движения в проекции на ось *x* примет вид, как показано в выражении 5.83.

{3 секунды}

Выполним специальные преобразования этого уравнения. Преобразование первое – это исключим выражение в левой части уравнения. Поскольку в установившемся движении скорость не меняется с течением времени, следовательно, выражение в левой части равно нулю. Преобразование второе – это удаление первого слагаемого в правой части уравнения, так как проекция силы тяжести на горизонтальную ось *x* [икс] равна нулю. Преобразование третье заключается в том, что в одномерном движении отсутствуют проекции вектора скорости на оси координат, перпендикулярные направлению движения. Поэтому и их производные равны нулю. Преобразование четвертое состоит в том, что изменение давления вдоль трубы пропорционально длине трубы.

Следствием этого для несжимаемой жидкости будет то, что дивергенция скорости по оси *x* [икс] будет равна нулю.

Проекция уравнения Стокса на ось *x* [икс] примет вид выражения 5.84.

{3 секунды}

Теперь перейдем к следующему слайду, где рассмотрим уравнение одномерного движения несжимаемой жидкости в цилиндрической системе координат.

Слайд 94

Уравнение одномерного движения

На слайде представлено уравнение одномерного движения несжимаемой жидкости в цилиндрической системе координат.

Решим полученное дифференциальное уравнение 5.84 при условии, что на границе области течения, то есть на стенке трубы, скорость частиц жидкости равна нулю. И граница области течения описывается уравнением окружности. Тогда перейдем от декартовой системы координат к цилиндрической. Мы получим уравнение одномерного движения несжимаемой жидкости в цилиндрической системе координат, как это представлено в выражении 5.85.

{3 секунды}

Полученное уравнение описывается квадратичной зависимостью скорости частицы жидкости от радиуса.

Анализ уравнений показал следующее. Профилем скорости называют распределение векторов скорости по нормальному сечению потока. При этом ламинарному течению соответствует параболический профиль скорости. Соответственно, максимальная скорость имеет место в центре сечения трубопровода, где радиус-вектор равен нулю.

Средняя по сечению скорость находится делением расхода на площадь поперечного сечения канала. Ее значение в два раза меньше найденной ранее максимальной скорости на оси трубы.

Преобразовав полученное выражение, найдем закон сопротивления. То есть зависимость потери давления на трение от расхода либо средней скорости жидкости, ее вязкости и геометрических размеров канала. Полученное выражение представлено в формуле 5.86.

{3 секунды}

Из уравнения следует, что потери давления при ламинарном течении жидкости по прямолинейному каналу цилиндрической формы прямо пропорциональны его длине, расходу и вязкости среды в первой степени. И они обратно пропорциональны радиусу в четвертой степени. В литературе этот закон называется законом Пуазейля.

Если выразить радиус трубы через диаметр и выполнить ряд эквивалентных преобразований, то данный закон можно представить в виде зависимости потери давления на трение с учетом критерия Рейнольдса. Эта зависимость приведена в выражении 5.87.

{3 секунды}

Укажем исключения, где применение полученных уравнений может иметь значительную ошибку. Исключение первое – это течение на начальном участке трубы, где еще происходит формирование потока. Исключение второе – это течение с теплообменом. Исключение третье – это течение в капиллярах и зазорах, где имеет место облитерация. И исключение четвертое – это течение с большими перепадами давлений.

Теперь перейдем к следующему слайду, где рассмотрим некоторые вопросы турбулентного течения.

Слайд 95

Турбулентное течение

На слайде представлено упрощенное понимание турбулентного течения, которое принято в гидравлике.

В природе и технике наиболее часто встречается турбулентное движение жидкости. В ламинарном течении траектории частиц, линии тока, поля скоростей и давлений имеют регулярный характер. В турбулентных же течениях частицы жидкости движутся не параллельно друг другу, а по хаотическим, запутанным траекториям. При этом вся масса жидкости перемещается в целом в одном направлении.

Как уже отмечалось, на практике встречаются оба режима движения жидкости, однако наибольшие особенности имеют турбулентные потоки. Перечислим эти основные особенности. Первой особенностью является то, что характер движения частицы жидкости в турбулентном потоке примерно такой же, как молекулы в представлении кинетической теории газов. То есть они находятся в состоянии беспорядочного хаотического движения. В случае, например, трубопроводов с этим связано существенное возрастание потерь энергии при движении жидкости по сравнению с ламинарным потоком.

Вторая особенность состоит в том, что в турбулентном режиме происходит выравнивание эпюры распределения скоростей по сечению потока.

Третьей особенностью является то, что с турбулентным движением связано также усиление теплопередачи внутри жидкости.

Четвертой особенностью называют то, что перемешивание определяется наличием в турбулентном потоке уже упомянутых выше перпендикулярных основному направлению движения жидкости составляющих скоростей.

Пятая особенность заключается в том, что перемешивание в турбулентно движущейся жидкости приводит к взвешиванию находящейся в потоке в дисперсном состоянии фракции другой фазы.

И шестая особенность заключается в том, что турбулентное движение по самой своей сущности является движением неустановившимся. То есть все гидравлические характеристики потока, в частности скорости, в каждой точке пространства изменяются с течением времени.

Следовательно, турбулентное движение можно определить как движение жидкости с пульсацией скоростей, приводящей к перемешиванию жидкости.

Но если на каком-то участке трубопровода существует турбулентный поток, то это не значит, что такой же характер сохраняется во всей трубе. На различных участках трубопровода и даже на одних и тех же участках в разные периоды времени поток может иметь различный характер движения. Это может определяться либо различными диаметрами трубопроводов, либо изменением скорости течения жидкости. Во всех случаях при возникновении условий турбулентного режима он устанавливается в трубе не мгновенно. Это происходит в течение некоторого времени на участке трубы определённой длины.

В то же время в реальных гидросистемах, даже при ламинарном режиме течения жидкости в круглых трубах, на пути потока встречаются участки с другой геометрией. Это могут быть соединения труб, изгибы, гидроаппараты и так далее. На таких участках характер потока меняется, режим движения становится турбулентным. Однако после прохождения такого участка при входе жидкости в прямую трубу при соответствующей скорости устанавливается параболическое распределение скоростей. Поток снова стремится к ламинарному режиму движения. Происходит это не моментально, а в течение некоторого времени на отрезке трубы определённой длины. Такой отрезок называют начальным участком ламинарного течения.

В турбулентном потоке происходят пульсации скоростей Под их действием частицы жидкости, которые движутся в основном в одном направлении, получают поперечные перемещения, что приводит к интенсивному их перемешиванию.

Перемешивание жидкости вследствие пульсационного движения равносильно увеличению вязкости в сотни и тысячи раз. Что является причиной большого сопротивления при турбулентном течении жидкости в каналах или при турбулентном обтекании помещенных в поток тел.

Наложение пульсационного движения на основное приводит к существенному усложнению картины течения и делает невозможным теоретическое решение уравнений движения. В настоящее время закономерности турбулентных течений ищут для осредненных по времени величин.

Рассмотрим вопрос осредненного пульсационного движения подробнее. Итак, при турбулентном течении скорость, плотность и давление в фиксированной точке пространства не остаются постоянными во времени. Их мгновенные значения хаотически, нерегулярно пульсируют около некоторых осредненных по времени значений. Это показано на рисунке 5.2.

Поэтому при математическом моделировании турбулентное течение раскладывают на осредненное движение со скоростью $\overline{\mathbf{V}}$ [вэ среднее] и пульсационное движение со скоростью $\mathbf{V}'$ [вэ штрих]. Тогда составляющие мгновенной скорости и мгновенного значения давления определяются выражениями 5.88.

{3 секунды}

Для осреднения скорости и давления берут такой промежуток времени, чтобы осредненное значение не зависело от времени. Тогда осредненные значения пульсационных величин будут равны нулю.

В дальнейшем будем полагать, что пульсационные величины малы по сравнению с осредненными значениями.

Несмотря на беспорядочность изменения скоростей при турбулентном движении, величина осредненной скорости за достаточно большой промежуток времени t [тэ] остается постоянной. Поэтому математическую модель осредненного движения приближенно считают стационарной, а само турбулентное движение квазистационарным.

При этом наложение пульсационного движения на осредненное движение проявляется в увеличении сопротивления течению, что интерпретируют как увеличение вязкости. Эта дополнительная вязкость называется кажущейся вязкостью осредненного движения.

Линии тока осредненного движения проницаемы для пульсационного движения, которое переносит сквозь них количество движения, вещество, энергию и другие физические субстанции. Этот перенос, аналогично молекулярному переносу при ламинарном движении, определяет турбулентное трение между слоями в осредненном движении и другие процессы переноса. В отличие от молекулярного переноса, при турбулентном переносе носителями субстанции являются не молекулы, а конечные объемы жидкости или, как их ещё называют, моли.

Полный перенос импульса силы рассматривается как сумма молекулярного, то есть ламинарного, и турбулентного переносов. Поскольку поток импульса в единицу времени через единицу площади эквивалентен противоположно направленной силе, с которой окружающая среда действует на площадку. Тогда напряжение трения также можно представить в виде суммы ламинарного и турбулентного напряжений, как это представлено в выражении 5.89.

{3 секунды}

Величину $\nu_т$ [ню тэ] называют коэффициентом турбулентной вязкости или просто турбулентной вязкостью.

В отличие от обычной вязкости, турбулентная вязкость не является физическим свойством вещества, а зависит от скорости жидкости и других параметров.

Исходя из сказанного, получим, что поток жидкости и газа при своем движении характеризуется наличием турбулентности, то есть беспорядочного движения вихревых масс. При этом на основное направление скорости накладываются поперечные составляющие, которые вызывают сильное перемешивание жидкости. Турбулентность также характеризуется величиной интенсивности турбулентности, которая приведена в формуле 5.90.

Теперь перейдем к следующему слайду, где познакомимся с дифференциальным уравнением осредненного движения.

Слайд 96

Дифференциальные уравнения

На слайде представлено дифференциальное уравнение осредненного движения.

Для получения уравнений осредненного движения вязкой несжимаемой жидкости Рейнольдс предположил, что действительное движение жидкости, несмотря на его иррегулярность, строго описывается уравнением Навье–Стокса.

В результате осреднения всех членов этого уравнения и выполнения необходимых преобразований получим выражение 5.91.

{5 секунд}

Левые части системы трех уравнений формально совпадают с левыми частями уравнений Навье–Стокса для установившегося течения. Осредненные составляющие скорости не меняются во времени, поэтому в уравнениях отсутствуют. В правых частях появились дополнительные члены, обусловленные пульсационным движением. К этим уравнениям присоединены уравнения неразрывности для осредненных и пульсационных скоростей.

Граничными условиями для всех представленных выше уравнений является равенство нулю на стенках всех составляющих осредненной скорости и всех составляющих пульсационной скорости.

Решение этих уравнений возможно, если известна зависимость между пульсационным и осредненным движениями. Такая зависимость в настоящее время может быть получена только эмпирическим путем. Вид связи между пульсационным и осредненным движениями составляет суть гипотез о турбулентности. Как правило, подобные уравнения на практике решаются через прямое численное моделирование с помощью уравнений Навье–Стокса. Но при условии адекватного применения метода конечных элементов. То есть при условии, что размер ячейки конечно-элементной сетки не превышает размер малых вихрей, которые рассчитываются с применением специальных моделей турбулентности.

Теперь перейдем к следующему слайду, где рассмотрим энергетический баланс потока.

Слайд 97

Энергетический баланс потока

На слайде представлен энергетический баланс потока.

В механике жидкости и газа энергия жидкости распределяется на внутреннюю, потенциальную и кинетическую. Внутренняя энергия разделяется на кинетическую энергию движения молекул, потенциальную энергию межмолекулярного притяжения и энергию внутримолекулярных колебаний. Потенциальная энергия разделяется на энергию давления и энергию положения. Кинетическая энергия определяется скоростью движения потока жидкости.

Перейдем к следующему слайду, где рассмотрим кинетическую энергию потока жидкости.

Слайд 98

Кинетическая энергия потока жидкости

На слайде представлено распределение кинетической энергии в потоке жидкости.

Поток реальной вязкой жидкости движется в трубе или русле, ограниченном неподвижными стенками. Вследствие трения между слоями жидкости существенно возрастает неравномерность распределения скоростей по сечению потока, а также возникают потери энергии на трение при перемещении жидкости от одного сечения к другому. Кроме того, движение вязкой жидкости часто сопровождается вращением частиц, вихреобразованием и перемешиванием, что тоже требует затрат энергии. Поэтому удельная энергия движущейся вязкой жидкости не остается постоянной, как в случае идеальной жидкости, а постепенно расходуется на преодоления сопротивлений и, следовательно, уменьшается вдоль потока.

При этом кинетическая энергия массы m [эм] потока жидкости есть сумма энергий отдельных струек, как это показано в выражении 5.92.

{3 секунды}

Где коэффициент α [альфа] есть отношение действительной кинетической энергии реального потока в данном сечении к кинетической энергии того же потока в том же сечении, но посчитанной по средней скорости жидкости в данном сечении. В этом заключается физический смысл коэффициента Кориолиса. Таким образом, коэффициент Кориолиса α [альфа] – это отношение действительной кинетической энергии к энергии, определяемой по средней скорости.

Чем больше неравномерность скоростей u [у], тем больше α [альфа]. Для ламинарного режима $\alpha = 2$ [альфа равно двум], для турбулентного α = 1,1 – 1,2 [альфа равно от одной целой одной десятой до одной целой двух десятых]. На практике коэффициент Кориолиса часто принимается равным единице.

Теперь перейдем к следующему слайду, где рассмотрим удельную энергию потока жидкости.

Слайд 99

Удельная энергия

На слайде представлены некоторые определения и термины раздела гидродинамики.

Итак, первое определение касается термина «удельная энергия» то есть это полная энергия, отнесенная к количеству вещества. Она соответственно бывает объёмной, или массовой, или весовой.

Следующий термин – гидродинамический напор. Гидродинамический напор – это энергия единицы веса, измеряется в метрах, записывается как показано в выражении 5.93.

{3 секунды}

В свою очередь, термин «полное давление» является характеристикой энергии единицы объёма, измеряется в паскалях и записывается как показано в выражении 5.94.

{3 секунды}

При этом полное давление состоит из весового, статического и динамического давлений.

Теперь перейдем к следующему слайду, где рассмотрим напор потока жидкости.

Слайд 100

Напор

На слайде приведены определения и термины, относящиеся к напору потока жидкости.

Напор – это физическая величина, выражающая удельную, приходящуюся на единицу веса механическую энергию потока жидкости в данной точке. Или иначе, напор – это энергия, отнесенная к весу жидкости. Измеряется в метрах. Используется для построения графиков изменения различных видов энергии по длине потока. При этом напор бывает следующим.

Во-первых, геометрическим, то есть он соответствует высоте рассматриваемой точки над плоскостью отсчёта.

Во-вторых, пьезометрическим, то есть он соответствует давлению жидкости, обусловленному упругим сжатием.

В-третьих, скоростным, то есть он соответствует давлению жидкости, обусловленному скоростью потока. И, в-четвертых, это потери напора на преодоление сопротивлений.

Теперь перейдем к следующему слайду, где рассмотрим давление потока жидкости.

Слайд 101

Давление

На слайде рассмотрены некоторые определения и термины, относящиеся к давлению потока жидкости.

Давление – это энергия, отнесенная к объёму жидкости. Измеряется в паскалях. Используется при расчете гидроприводов и других систем.

Давление в механике жидкости и газа разделяют на весовое, которое вызвано действием на его слои силы тяжести, статическое, динамическое, а также давление гидродинамических потерь.

При этом статическое давление – это давление, обусловленное высотой столба жидкости в трубопроводе, то есть высотой, на которую насос должен поднять жидкость. Динамическое давление – это сумма гидравлических сопротивлений, обусловленных гидравлическим сопротивлением самой стенки трубопровода. В этой сумме учитываются шероховатость стенки, загрязнения и так далее, а также местные сопротивления, такие как изгибы трубопровода, вентили, задвижки и прочее.

Теперь перейдем к следующему слайду, где рассмотрим вопросы движения жидкости в трубах.

Слайд 102

Раздел 6. Движение жидкости в трубах

Уважаемые студенты, мы приступаем к изучению нового раздела «Движение жидкости в трубах». Перечень учебных вопросов представлен на слайде. Следует отметить, что данный раздел имеет большое практическое значение. На основе изучаемых вопросов разработаны практически все гидравлические расчеты трубопроводов различного назначения. В частности, системы водоснабжения, системы питания энергетических установок, различные гидравлические приводы и многое другое.

Слайд 103

Виды движения жидкости

Все случаи течения жидкости можно разделить на виды, которые представлены на рисунке 6.1.

Установившееся движение жидкости – это движение жидкости, при котором все параметры жидкости, такие как давление, температура, скорость и другие, не изменяются во времени. Следует отметить, что при установившемся движении жидкости объемный расход не изменяется. В чистом виде такое движение жидкости в природе не встречается. Однако при решении инженерных задач часто рассматривают именно установившееся движение жидкости. Это обусловлено тем, что множество инженерных задач предполагают незначительные изменения параметров движения жидкости. То есть изменения параметров жидкости незначительны и ими можно пренебречь. Такой подход значительно упрощает решение задач.

Неустановившееся движение жидкости – это движение жидкости, в котором параметры жидкости есть функция времени, то есть параметры жидкости изменяются. По сути, все виды движения жидкости являются неустановившимися.

Равномерное движение – это установившееся движение жидкости, при котором скорость по всей длине потока не меняется. Соответственно, неравномерное движение жидкости – это движение жидкости, скорость потока которой изменяется.

Напорное движение устанавливается в закрытых гидравлических системах, в которых жидкость течет в основном под действием силы давления. Безнапорное движение наблюдается в открытых системах, в которых движение жидкости происходит под действием силы тяжести.

Слайд 104

Турбулентное и ламинарное течение жидкости

Наблюдения показывают, что в жидкости возможны две формы движения: ламинарное и турбулентное. Проведем опыт. Он проиллюстрирован на рисунке 6.2. Через стеклянную трубку будем подавать воду. В начале трубки устанавливаем тонкую трубку, через которую подаем краску. Когда скорость движения воды в стеклянной трубке небольшая, струйка краски, вытекающая из тонкой трубки, принимает форму нити. Это говорит о том, что отдельные частицы жидкости перемещаются прямолинейно. Жидкость в круглой трубе движется как бы концентрическими кольцевыми слоями, которые не перемешиваются между собой. Такое движение называется ламинарным (слоистым).

С увеличением скорости движения в стеклянной трубке струйка краски будет размываться, терять свою устойчивость и, при больших скоростях, краска будет равномерно окрашивать всю массу жидкости. Что указывает на интенсивное перемешивание всех слоев. Отдельные частицы жидкости и ее небольшие объемы пребывают в состоянии хаотического и беспорядочного движения. Наряду с общими поступательными движениями имеется поперечное перемещение частиц. Такое движение называется турбулентным. Эти два режима движения резко отличаются один от другого, что видно из таблицы 6.1 слайда.

Слайд 105

Число Рейнольдса

Условия перехода от ламинарного течения капельной жидкости к турбулентному в круглых трубах впервые изучил Рейнольдс. Он установил, что режим зависит от трех параметров: средней скорости, диаметра (d) и кинематической вязкости (ν). Рейнольдс пришел к выводу, что существует некоторое критическое значение соотношения этих параметров, численно равное 2320 (две тысячи триста двадцать). Оно является границей между ламинарными и турбулентными режимами течения. Дальнейшие исследования показали, что в интервале чисел Рейнольдса от 2000 до 4000 [от двух тысяч до четырех тысяч] происходит периодическая смена турбулентного и ламинарного режимов. Поэтому можно точно сказать, что при числе Рейнольдса меньше 2000 [двух тысяч] режим движения – ламинарный, а при числе Рейнольдса больше 4000 [четырех тысяч] устанавливается турбулентный режим. В диапазоне чисел Рейнольдса от 2000 до 4000 [от двух тысяч до четырех тысяч] режим нестабильный, то есть может быть и ламинарным, и турбулентным. Такой режим называют переходным.

При изучении сопротивлений, теплопередачи, явлений, связанных с переносом тепла, транспортом твердых частиц число Рейнольдса является исходным для построения расчетных зависимостей. Подавляющее число движений жидкости в технике – турбулентные, а не ламинарные. Турбулентные течения значительно сложнее ламинарных, и для их изучения нужны другие методы. Беспорядочный характер движения отдельных частиц жидкости в турбулентном потоке требует применения методов статистической механики. Хаотичность турбулентного движения с кинематической точки зрения означает, что скорость движения в отдельных точках пространства непрерывно изменяется как по величине, так и по направлению. Скорость в данной точке турбулентного потока, измеренную в данный момент времени, называют мгновенной.

Экспериментальные исследования показывают, что изменения мгновенной скорости носят случайный характер. На рисунке 6.3 для иллюстрации представлен график изменения мгновенной скорости от времени.

Для описания турбулентного потока вводят понятие **осредненной скорости**. Такой скоростью называют среднюю за некоторый промежуток времени скорость в данной точке – выражение 6.2 слайда.

{3 секунды}

При равномерном течении жидкости в трубе с постоянным расходом мгновенную скорость, измеренную в данной точке, можно разложить на три составляющие. Каждая составляющая направлена в стороны осей координат соответственно X [икс], Y [игрек], Z [зет]. Каждая из составляющих скоростей изменяется со временем, но для установившегося движения за определенный промежуток времени определенные во времени значения поперечных составляющих равны нулю.

Если подобным способом определить осредненные скорости нескольких точек поперек трубы, получим эпюру осредненных скоростей по сечению трубы. Осреднение определенных скоростей дает среднюю скорость потока.

Таким образом, осредненную скорость получаем после осреднения по времени мгновенных скоростей. Среднюю скорость получаем после осреднения осредненных скоростей по сечению.

Осредненную скорость можно рассматривать как скорость струйки. При неизменном расходе жидкости эпюра осредненных продольных скоростей в данном живом сечении не изменяется с течением времени, что и является признаком установившего течения.

С помощью понятия осредненной скорости турбулентный поток с его беспорядочно движущимися массами жидкости заменяют воображаемой моделью потока. Эта модель представляет совокупность элементарных струек, скорости которых равны осредненным скоростям по величине и по направлению. Это означает, что к турбулентному потоку можно применить представление одномерной гидравлики.

Отклонение мгновенной скорости от ее осредненного значения называют пульсационной скоростью или пульсацией – выражение 6.3 слайда.

{3 секунды}

Замена действительных беспорядочных движений жидких комков на фиктивное струйное движение требует введения некоторых фиктивных сил взаимодействия между воображаемыми струйками. Благодаря этому Прандтль ввел новый вид поверхностных сил и соответствующих касательных напряжений, которые называются турбулентными касательными напряжениями. Эти напряжения обусловлены пульсациями или обменом количества движения между соседними слоями жидкости.

Движущийся с большей скоростью слой подтягивает за собой отстающий, и, наоборот, слой, который движется медленно, тормозит опережающий. Осредненные касательные напряжения называются турбулентными.

В схематизированном турбулентном потоке, кроме сил турбулентного обмена, вследствие пульсации еще проявляются силы внутреннего трения. Полное касательное напряжение турбулентного потока может быть определено по формуле 6.4 слайда.

{3 секунды}

Слайд 106

Виды гидравлических сопротивлений

Получение конкретных зависимостей для расчета потерь энергии при движении жидкости в трубках и каналах является основным содержанием внутренней задачи гидравлики.

Различают два вида сопротивлений, которые отличаются одно от другого по своей структуре: сопротивление по длине и местные сопротивления.

Рассмотрим на рисунке 6.4 движение жидкости в горизонтальном трубопроводе постоянного сечения с неизменной эпюрой скоростей, то есть равномерное движение. Запишем для двух сечений уравнение Бернулли в форме давлений – это уравнение 6.5 слайда.

{3 секунды}

Преобразуем уравнение, как показано на слайде, уравнение Бернулли примет вид 6.6.

{3 секунды}

Из уравнения видно, что разница давлений между двумя сечениями составит определенную величину. Она пропорциональна давлению, которое теряется на преодоление сил трения.

Таким образом, работа сил давления расходуется на преодоление сил трения. Это и обусловливает потери механической энергии, которые прямо пропорциональны длине пути движения. В зависимости от формы записи уравнения Бернулли эти потери называются так: потерями давления по длине, потерями удельной энергии по длине или потерями напора по длине.

Слайд 107

Сопротивление по длине

Рассмотрим рисунок 6.5 слайда. Выделим произвольный объем и запишем уравнение равномерного движения жидкости для выделенного объема длиной l [эль] и радиусом r [эр]. На выделенный объем действуют внешние силы: нормальные к живым сечениям силы давления и касательные силы сопротивления, приложенные к боковой поверхности. Уравнение равновесия этих сил относительно направления движения можно записать как уравнение 6.8.

{3 секунды}

Решая уравнение 6.8 относительно силы трения, получим уравнение 6.9.

{3 секунды}

Анализируя полученное уравнение, можно сделать следующий вывод: при ламинарном движении в круглой трубе напряжение трения максимально у стенки и равно нулю на оси трубы.

Слайд 108

Закон распределения скоростей по сечению трубы

Закон распределения скоростей по сечению трубы можно получить, решая уравнения 6.10 в представленной на слайде последовательности.

{5 секунд}

Полученное уравнение 6.11 является уравнением параболы. Таким образом, при ламинарном движении жидкости в трубе закон распределения скорости по сечению представляет собой параболическое распределение. Максимальная скорость потока будет на оси трубы. Это легко проверить, если в уравнение 6.11 вместо текущего радиуса r [эр] подставить ноль.

Слайд 109

Расход жидкости через сечение

Расход жидкости через сечение можно определить по формулам, представленным на слайде.

{3 секунды}

Из уравнений 6.13 и 6.14 следует, что для того, чтобы определить расход при ламинарном режиме, достаточно измерить скорость на оси потока и умножить ее на половину площади живого сечения. Кроме того, можно сделать вывод, что средняя скорость при ламинарном режиме в два раза меньше скорости на оси потока.

Слайд 110

Закон сопротивления при ламинарном режиме

Для получения закона сопротивления при ламинарном режиме вернемся к формуле расхода. Подставим в уравнение расхода уравнение максимальной скорости движения жидкости и получим формулу Пуазейля.

Из полученного уравнения следует, что потери напора на преодоление сил сопротивления по длине при ламинарном режиме прямо пропорциональны расходу и длине трубопровода и обратно пропорциональны радиусу трубы в четверной степени.

Далее выполним преобразования и получим уравнение 6.15 на слайде. Это формула Дарси–Вейсбаха.

{3 секунды}

В формуле 6.15 введен новый коэффициент – лямбда, равный отношению 64 к числу Рейнольдса.

Этот коэффициент называют коэффициентом гидравлического трения.

Слайд 109

Турбулентное движение в трубах

Предположим, что при турбулентном движении потока жидкости в трубе определенного радиуса выступы шероховатости внутренней поверхности имеют высоту Δ (дельта). В пограничном слое жидкости, примыкающем непосредственно к стенке, которая ограничивает поперечное перемещение частиц, может наблюдаться ламинарное движение. Этот слой называют ламинарным слоем в отличие от турбулентного ядра в центральной части потока. Толщина ламинарного слоя δпл [дельта пэ эль] изменяется в зависимости от скорости движения жидкости и измеряется обычно долями миллиметра. Если ламинарный слой, обволакивающий выступы шероховатости, полностью их перекрывает, рисунок 6.6, а [шесть шесть а], то потери напора не будут зависеть от степени шероховатости стенок трубы. В этом случае жидкость будет скользить по ламинарному слою, вызывая трение жидкости о жидкость. И хотя в целом режим движения турбулентный, но выступы шероховатости погружены в ламинарный слой, коэффициент λ (лямбда) будет зависеть, как при ламинарном режиме, только от числа Re [Рейнольдса]. Условие существования гидравлически гладких труб можно записать в виде δпл [дельта пэ эль] больше Δ [дельта].

С увеличением числа Re [Рейнольдса] ламинарный слой становится тоньше и выступы шероховатости попадают в турбулентное ядро, рисунок 6.6, б. Они становятся дополнительными очагами возмущения потока, позади выступов создаются вихри, на образование которых затрачивается механическая энергия движения жидкости.

Условие существования гидравлически шероховатых труб запишется в виде δпл [дельта пэ эль] меньше Δ [дельта].

Отсюда ясно, что понятия гидравлически гладкой и шероховатой поверхности – относительные. То есть одна и та же труба при малых числах Re [Рейнольдса] может быть гладкой, а при больших числах Re [Рейнольдса] – шероховатой.

Следует отметить, что кроме двух рассмотренных случаев турбулентного движения жидкости встречается и некоторый промежуточный вариант как переходный между ними. Такое явление наблюдается, если высота выступов шероховатости имеет тот же порядок, что и толщина пограничного ламинарного слоя.

Первые систематические опыты для выявления влияния различных параметров на величину λ [лямбда] были проведены Никурадзе под руководством Прандтля в 20-х годах XX [двадцатого] века в Германии.

Эти опыты проводились в латунных трубах – гладких, что достигалось шлифовкой, и с искусственной однородной шероховатостью. Шероховатость создавалась наклеиванием зерен песка определенного размера на внутреннюю поверхность труб. В трубах с полученной таким образом определенной шероховатостью при разных расходах измерялась потеря напора и вычислялся коэффициент λ [лямбда]. Значения коэффициента наносились на график в функции числа Рейнольдса. Результаты опытов Никурадзе представлены графически на рисунке 6.7.

Анализ представленного графика приводит к следующим выводам.

Существуют четыре различные области.

Область ламинарного режима I [один].

{3 секунды}

В области ламинарного режима при числах Рейнольдса меньше 2300 [две тысячи триста] опытные точки, независимо от шероховатости стенок, уложились на одну прямую линию I [один]. Следовательно, здесь λ [лямбда] зависит только от числа Рейнольдса и не зависит от шероховатости.

Остальные участки кривых II [два], III [три] и IV [четыре] относятся к турбулентному движению.

В области перехода от ламинарного движения к турбулентному при числе Рейнольдса от 2000 до 4000 [от двух тысяч до четырех тысяч] или в логарифмических координатах, как представлено на графике от 3,3 до 3,6 [трех и три до трех и шести], наблюдается большой разброс опытных точек и кривая между линиями I [один] и II [два] проведена условно.

Рассмотрим область гидравлически гладких труб – линия II [два].

{3 секунды}

В этой области опытные точки для труб с различной шероховатостью располагаются в некотором диапазоне чисел Re [Рейнольдса] на одной прямой линии II [два]. И отрываются от нее в сторону возрастания коэффициента λ [лямбда] тем раньше, чем больше шероховатость стенок. Таким образом, при некоторых условиях шероховатость не оказывает влияния на потери напора также и при турбулентном движении.

Область смешанного трения – линия III [три].

{3 секунды}

Здесь каждая кривая относится к определенному значению относительной шероховатости и величина также меняется с изменением числа Рейнольдса. То есть коэффициент гидравлического сопротивления зависит как от числа Re [Рейнольдса], так и от шероховатости.

Рассмотрим область IV [четыре], которую называют областью «вполне шероховатых труб».

{3 секунды}

При увеличении числа Re [Рейнольдса] кривые области III [три] переходят в линии, параллельные оси абсцисс. То есть коэффициент λ [лямбда] в этой области не зависит от числа Re [Рейнольдса] и определяется только относительной шероховатостью. Полуэмпирическая теория турбулентности предлагает выражение для коэффициента λ [лямбда], исходя из распределения скорости в живых сечениях потока.

Слайд 112

Турбулентное движение в трубах

Для ламинарного течения экспериментальные исследования подтвердили справедливость вывода о том, что потери напора на гидравлические сопротивления зависят только от величины скорости движения потока в первой степени. Опыты, прежде всего Георгия Александровича Мурина с техническими трубопроводами, показали, что для турбулентного режима λ [лямбда] изменяется не только с изменением числа Re [Рейнольдса]. На величину λ [лямбда] влияет также техническое состояние трубы. Мурин исследовал 49 [сорок девять] труб из различных материалов, с различными диаметрами, при различных скоростях движения жидкости. Результаты опытов были получены в виде кривых на рисунке 6.8.

{3 секунды}

Здесь четко различаются три области сопротивления при турбулентном режиме.

Область гидравлически гладких труб, когда величина λ [лямбда] зависит только от числа Re [Рейнольдса] и не зависит от материала трубы.

Переходная область от гидравлически гладких к шероховатым трубам. Величина λ [лямбда] зависит как от числа Re [Рейнольдса], так и от $k_э$[Ка э]. Для определения λ [лямбды] в этой области лучше всего подходит формула Альтшуля.

Область гидравлически шероховатых труб. На графике в этой области кривые зависимости λ [лямбда] от Re [числа Рейнольдса] параллельны между собой, то есть λ [лямбда] не зависит от числа Re [Рейнольдса].

Анализ возможных значений коэффициентов гидравлического трения для различных условий показывает, что трубопроводы для систем теплогазоснабжения и вентиляции работают преимущественно в переходной области сопротивления. Водопроводные линии чаще всего относятся к области шероховатых труб. Как гидравлически гладкие работают пластмассовые, алюминиевые, латунные трубы.

Слайд 113

Турбулентное движение в трубах

В качестве интегральной характеристики состояния внутренней поверхности трубы используется эквивалентная шероховатость. Она определяется экспериментально на основе гидравлических испытаний различных трубопроводов и приводится в справочниках. В таблице 6.2 приведены некоторые значения для труб из различных материалов.

{3 секунды}

Слайд 112

Движение жидкости в трубах некруглого сечения

Для транспорта капельных жидкостей и газов иногда используют трубопроводы некруглого сечения: овальной, прямоугольной формы. В таких трубах возникают так называемые вторичные течения. Их можно наблюдать при подкрашивании потока. Для иллюстрации на рисунке 6.9 слайда представлена схема движения жидкости с образованием вторичных течений. Вторичные течения возникают в плоскости поперечного сечения трубы: частицы жидкости движутся при этом от центра трубы к углам. Накладываясь на продольные движения, вторичные течения непрерывно переносят частицы жидкости в угловые области. В них наблюдаются сравнительно высокие продольные скорости. Гидравлическое сопротивление таких труб выше, чем сопротивление аналогичных круглых труб одинакового поперечного сечения.

При турбулентном движении жидкости в трубах некруглого сечения коэффициенты гидравлического трения соответствуют коэффициентам для круглых труб. Где увеличение сопротивления объясняется тем, что труба некруглого сечения приводится к круглой трубе соответствующего диаметра. Для этого применяется понятие эквивалентного диаметра.

Слайд 115

Виды гидравлических сопротивлений

Рассмотрим движение жидкости через частично открытую задвижку в трубопроводе. Схематично движение жидкости в задвижке представлено на рисунке 6.10.

В отверстии сечения С-С [эс-эс] скорости увеличиваются, а давление уменьшается. В сечении 2-2 [два-два], на некотором расстоянии после задвижки, скорости принимают значения, равные скоростям в сечении 1-1 [один-один] перед задвижкой. На участках 1-С [один-эс] и С-2 [эс-два] наряду с основным течением возникает область вихревого движения.

Скорости движения частиц в этой зоне значительно меньше, чем в основном потоке, что обусловливает возникновение больших напряжений трения из-за большого градиента скорости.

Таким образом, общие потери в трубопроводе складываются из потерь по длине и потерь на местных сопротивлениях.

Местные сопротивления вызываются фасонными частями, арматурой, другим оборудованием трубопроводных сетей. Они изменяют величину или направление скорости движения жидкости на отдельных участках, что всегда связано с появлением дополнительных потерь напора.

Потери напора на местных сопротивлениях определяются по формуле Вейсбаха.

Местные потери напора можно разделить на следующие группы:

– потери в связи с изменением живого сечения потока (резкое или постепенное расширение и сужение потока);

– потери в связи с изменением направления потока, его поворотом (поворот трубы);

– потери вследствие протекания жидкости через арматуру различного типа (вентили, краны, клапаны, сетки);

– потери вследствие отделения одной части потока от другой или слияния двух потоков (тройники, крестовины и т.д.).

Рассмотрим виды местных сопротивлений.

Слайд 116

Резкое расширение трубопровода

Как показывают наблюдения, поток, выходящий из узкой трубы, отрывается от стенок и дальше движется в виде струи, отделенной от остальной жидкости поверхностью раздела. Типовая схема движения жидкости при внезапном расширении представлена на рисунке 6.11 слайда.

На поверхности раздела возникают вихри, которые отрываются и переносятся далее транзитным потоком. Между транзитным потоком и водоворотной зоной происходит массообмен, но он незначителен. Струя постепенно расширяется и на некотором расстоянии от начала расширения заполняет все сечение трубы. Вследствие отрыва потока и связанного с этим вихреобразования на участке трубы между сечениями 1-1 [один-один] и 2-2 [два-два] наблюдаются значительные потери напора.

Если принять ряд допущений, то теоретически можно доказать, что потери напора при резком расширении можно определить по формуле Борда.

{3 секунды}

Слайд 117

Постепенное расширение трубопровода

Если расширение происходит постепенно, как показано на рисунке 6.12 слайда, то потери напора значительно уменьшаются. При течении жидкости в диффузоре скорость потока постепенно уменьшается, уменьшается кинетическая энергия частиц, но увеличивается градиент давления.

При некоторых значениях угла расширения α [альфа] частицы у стенки не могут преодолеть увеличивающееся давление и останавливаются. При дальнейшем увеличении угла частицы жидкости могут двигаться против основного потока, как при резком расширении. Происходит отрыв основного потока от стенок и вихреобразование. Интенсивность этих явлений возрастает с увеличением угла α [альфа] и степенью расширения. Потерю напора в диффузоре можно условно рассматривать как сумму потерь на трение и расширение. При небольших углах α [альфа] возрастают потери по длине, а сопротивление на расширение становится минимальным. При больших углах α [альфа], наоборот, возрастает сопротивление на расширение. Потери напора могут быть определены по формуле 6.17.

{3 секунды}

Слайд 118

Внезапное сужение трубопровода

Рассмотрим схему на рисунке 6.13 слайда.

При внезапном сужении потока также образуются водоворотные зоны в результате отрыва от стенок основного потока. Однако они значительно меньше, чем при резком расширении трубы, поэтому и потери напора значительно меньше. Коэффициент местного сопротивления и напора на внезапное сужение потока можно определить по формуле 6.18.

{3 секунды}

В случае присоединения трубы к резервуару можно принять, что коэффициент местного сопротивления равен 0,5 [ноль целых пять десятых].

Следует отметить, что коэффициент сопротивления и потери напора для постепенно сужающегося трубопровода определяется таким же образом. Величина сопротивления в этом случае будет зависеть от угла конусности трубопровода θ [тета]. Конкретные значения для разных случаев обычно приводятся в справочниках.

Слайд 117

Местные потери

В результате искривления потока на вогнутой стороне внутренней поверхности трубы давление больше, чем на выпуклой. В связи с этим жидкость движется с различной скоростью, что способствует отрыву от стенок пограничного слоя и потерям напора.

Схема движения жидкости при повороте трубопровода представлена на рисунке 6.14.

Величина коэффициента местного сопротивления зависит от угла поворота θ [тета], радиуса поворота R [Эр], формы поперечного сечения и приводится в справочниках. Для круглого сечения трубы при θ [тета], равной 90º [девяносто градусов], коэффициент сопротивления можно определить по формуле 6.19.

{3 секунды}

Коэффициенты местных сопротивлений для большинства сопротивлений приводятся в справочниках. Их величина зависит от конструкции. Для ориентировочных расчетов можно пользоваться коэффициентами местного сопротивления, которые указаны на слайде.

Слайд 120

Коэффициенты местных сопротивлений

Приведенные данные о коэффициентах местных сопротивлений относятся к турбулентному режиму движения с большими числами Рейнольдса, где влияние молекулярной вязкости незначительно. При ламинарном или близком к нему течении коэффициенты местных сопротивлений зависят от числа Рейнольдса. При малых значениях числа Рейнольдса эффект сопротивления вызван силами вязкости и пропорционален первой степени скорости. Коэффициент сопротивления в этом случае изменяется обратно пропорционально числу Рейнольдса.

При больших значениях числа Рейнольдса формируются отрывные течения, которые и являются основной причиной местных сопротивлений. В этом случае можно сказать, что при резких переходах в местных сопротивлениях коэффициент ξ [кси] не зависит от числа Рейнольдса при значениях числа Рейнольдса больше 3000 [трех тысяч], а при плавных очертаниях – при числах Рейнольдса больше 10000 [десяти тысяч].

В общем виде для коэффициента ξ [кси] можно записать выражение 6.20.

{3 секунды}

В случае линейного закона сопротивления (это наклонная прямая на графике), потери напора можно определить по эквивалентной длине.

Эквивалентная длина – это такая длина прямого участка трубопровода данного диаметра, на которой потери на трение по длине эквивалентны потери напора, вызываемой данным местным сопротивлением.

Таким образом, для определения потери напора на местном сопротивлении мы мысленно заменяем местное сопротивление прямой трубой эквивалентной длины. Это позволяет применить формулу Дарси–Вейсбаха для определения потерь напора на местном сопротивлении и учесть изменение числа Re [Рейнольдса].

Слайд 121

Кавитация

Кавитация – это образование газовых пузырьков в жидкости. Термин был введен примерно в 1894 [тысяча восемьсот девяносто четвертом] году британским инженером Фрудом. Если давление в какой-либо точке жидкости становится равным давлению насыщенного пара этой жидкости, то жидкость в этом месте испаряется и образуется паровой пузырек.

Примером может служить кипение воды. При нагревании воды давление ее насыщенного пара повышается. Когда достигается температура кипения, давление пара становится равным давлению окружающей среды, и в воде появляются паровые пузырьки. Пузырьки в жидкости легче образуются при пониженном давлении. Когда давление окружающей среды становится больше давления насыщенного пара жидкости, кавитационный пузырек с силой схлопывается. Такое схлопывание пузырьков создает шум, вызывает вибрацию и повреждения конструкций, неблагоприятно отражается на работе соответствующих машин и механизмов. Местное понижение давления в жидкости происходит при быстром относительном движении тела и жидкости.

Кавитационные свойства местных сопротивлений оцениваются по критическому значению числа кавитации. Это формула 6.22 слайда.

{3 секунды}

Значение числа кавитации для различных видов местных сопротивлений определяется экспериментально и приводится в справочниках. Предельно допустимую скорость в трубопроводе перед местным сопротивлением определяют по формуле 6.23.

{3 секунды}

Кавитация может происходить в зоне вихрей, которые образуются в местах повышенного сдвига и пониженного давления. Для иллюстрации на рисунке 6.16 представлен гребной винт с вихревой кавитацией на передних кромках лопастей, стационарными кавитационными кавернами на поверхности лопастей и присоединенной вихревой кавитацией позади ступицы. Кавитация в жидкости, вызываемая звуковой волной, называется акустической.

Кавитация является причиной так называемой гидравлической эрозии.

Большая энергия при схлопывании кавитационных пузырей приводит к повреждению поверхностей конструкций. При этом масштабы повреждения могут быть разными – от точечной поверхностной эрозии после многих лет эксплуатации до катастрофического выхода из строя конструкции в целом.

Значительная энергия кавитационных пузырей может также вызывать шум и вибрацию.

Кавитация может существенно увеличивать гидродинамическое сопротивление. Это приводит к снижению коэффициента полезного действия гидравлического оборудования.

Слайд 122

Истечение жидкости из отверстия

При истечении жидкости из резервуара происходит процесс превращения запаса потенциальной энергии в кинетическую энергию свободной струи. Основной вопрос исследования – это определение скорости истечения и расхода жидкости для различных форм отверстий и насадков.

Рассмотрим истечение жидкости через круглое отверстие в тонкой стенке. Отверстием в тонкой стенке называется отверстие, толщина стенок которого составляет не более 1/4 [одной четвертой] диаметра. Жидкость вытекает из резервуара в атмосферу. Напишем уравнение энергии в форме напоров для сечения 1-1 [один-один] и С-С [эс-эс].

{3 секунды}

Струя, которая вытекает под давлением столба жидкости, при выходе из отверстия сжимается до сечения С-С [эс-эс]. В сечении С-С [эс-эс] струйки приблизительно параллельны и движение можно считать плавно изменяющимся. Для этого сечения можно применить уравнение Бернулли.

Такое сжатие обусловлено инерцией частиц жидкости, которые движутся при подходе к отверстию по криволинейным траекториям. Степень сжатия струи оценивается коэффициентом ε [эпсилон].

Для плоскости сравнения, проведенной относительно оси отверстия, запишем уравнение Бернулли для движения жидкости от свободной поверхности, где скорость можно принять равной нулю, до сечения С-С [эс-эс].

Далее на слайде представлен порядок преобразований для определения скорости истечения и расхода через сжатое сечение.

{3 секунды}

Коэффициент μ (мю) называют коэффициентом расхода. Коэффициент расхода зависит от ряда факторов.

Слайд 123

Зависимость коэффициентов истечения от Re

При истечении вязких жидкостей, например (числа Рейнольдса) дизельного топлива, через форсунки или при истечении с небольшими скоростями маловязких жидкостей, то есть при малых числах Рейнольдса, будет проявляться зависимость величин коэффициентов истечения μ [мю], φ [фи], ε [эпсилон] от числа Рейнольдса. Характер изменения коэффициентов истечения от числа Рейнольдса представлен на рисунке 6.18 слайда.

При истечении через малое отверстие в тонкой стенке коэффициент скорости φ [фи] с увеличением Re [числа Рейнольдса] возрастает, что связано с уменьшением сил вязкости. Это, в свою очередь, сказывается на уменьшении коэффициента сопротивления ξ [кси]. Коэффициент сжатия уменьшается вследствие увеличения радиусов кривизны поверхности струи на её участке от кромки до сжатого сечения *С*-*С* [эс-эс] рисунка.

При числе Рейнольдса, стремящемся к бесконечности, значения коэффициентов φ [фи] и ε [эпсилон] приближаются к значениям, которые соответствуют истечению идеальной жидкости при $\varphi = 1$ [фи, равное единице] и $\varepsilon = 0{,}6$ [эпсилон, равное ноль шесть].

Зная характер изменения коэффициентов μ [мю], φ [фи], ε [эпсилон] от числа Re [Рейнольдса] при истечении через отверстия и насадки, можно с большей точностью определить скорость, расход и другие параметры потока.

При больших числах Re [Рейнольдса], когда имеет место развитой турбулентный режим, коэффициенты истечения постоянны. Они зависят только от вида отверстия, определяются опытным путем и приводятся в справочниках.

Слайд 124

Насадки

Насадком называется короткая труба длиной от 3 [трех] до 5 [пяти] его диаметров, присоединенная к отверстию. При расчете насадков потерями напора по длине обычно пренебрегают.

Рассмотрим процесс истечения жидкости на примере внешнего цилиндрического насадка. Поясняет механизм процесса истечения жидкости рисунок 6.19 предыдущего слайда.

На входе в насадок образуется водоворотная зона, которая является источником потерь напора. В связи с этим коэффициент скорости насадка меньше, чем круглого отверстия. После сжатия в сечении *С*-*С* [эс эс] струя расширяется до сечения насадка и из насадка выходит полным сечением. В сжатом сечении *С*-*С* [эс эс] скорость потока выше, чем на выходе, а значит, давление в этом сечении меньше, чем при истечении из отверстия, когда давление равно атмосферному. Таким образом, в насадке создается вакуум и эффект «подсасывания», что увеличивает расход через насадок.

Другие виды насадков применяются для того, чтобы увеличить скорость вытекающей струи или расход. Виды насадков представлены на рисунке 6.20 слайда.

{3 секунды}

Конический сходящийся насадок применяется для увеличения скорости истечения струи, то есть для увеличения ее кинетической энергии.

Коэффициенты истечения насадка зависят от угла сужения. При угле сужения $\beta = 14^o$ [бетта, равное четырнадцать градусов] $\mu = \varphi = 0,95$ [мю и фи равны ноль целых девяносто пять сотых].

Конический расходящийся насадок применяется для увеличения расхода жидкости, так как отверстие на выходе из насадка больше, чем на входе.

Коэффициенты истечения насадка также зависят от угла расширения. При угле расширения $\alpha = 6^o$ [альфа, равное шесть градусов] $\mu = \varphi = 0,47$ [мю и фи равны ноль целых сорок семь сотых].

Эти насадки работают при небольших напорах, так как при увеличении напора больше 3 м [трех метров] может быть отрыв струи от стенок насадка.

В коноидальном насадке вход изготавливается по форме естественно сжимаемой струи, что обеспечивает уменьшение зоны отрыва и уменьшение сопротивления насадка. Коэффициент расхода в этом случае $\mu = \varphi = 0,98$ [мю и фи равны ноль целых девяносто восемь сотых].

Комбинированный насадок представляет собой комбинацию коноидального и конического расходящегося насадка. Давление в насадке искусственно снижается, что увеличивает расход через такой насадок. Использовать насадок такого типа можно лишь при небольших напорах от 1 до 4 [от одного до четырех] метров. При больших напорах в насадке возникает кавитация, в результате чего увеличивается сопротивление насадка.

Длительная кавитация может приводить к разрушению насадка.

Слайд 125

Истечение при переменном напоре

При истечении жидкости из резервуаров, бассейнов очень важно знать время их полного опорожнения. Движение жидкости в этом случае неустановившееся.

За бесконечно малый промежуток времени *dt* [дэ тэ], за который уровень в сосуде опустится на величину *dh [дэ аш]*, течение можно считать установившимся. За это время из отверстия вытекает объем жидкости, определяемый выражениями 6.24.

{3 секунды}

Приравняв выражения 6.24, получим дифференциальное уравнение. Интегрируя это уравнение, можно установить время опорожнения резервуара. В общем виде для произвольной формы резервуара можно записать выражение 6.25.

{3 секунды}

Для цилиндрического резервуара выражение 6.25 примет вид 6.26.

{3 секунды}

Здесь числитель равен удвоенному объему резервуара, а знаменатель представляет расход в начальный момент опорожнения, то есть при напоре *H* [аш].

Таким образом, время полного опорожнения резервуара в два раза больше времени истечения того же объема жидкости при постоянном напоре.

Слайд 126

Истечение под уровень

Истечение под уровень – это истечение жидкости в пространство, заполненное такой же жидкостью.

Схема истечения представлена на рисунке 6.22.

Структура потока при таком истечении не изменяется. Расчетный напор при истечении под уровень представляет собой разность гидростатических напоров по обе стороны стенки. То есть скорость и расход не зависят от высоты расположения отверстия.

Расход через отверстие в этом случае определяется по формуле 6.27.

Слайд 127

Движение жидкостей в трубопроводах

Трубопроводы, как известно, служат для транспортирования различных жидкостей на различные расстояния.

Гидравлический расчет трубопроводов базируется на основных уравнениях гидравлики. При расчете длинных трубопроводов пренебрегают потерями напора на местных сопротивлениях, которые малы и обычно не превышают 5% [пяти процентов] от общих потерь. Преобразуем формулу Дарси, заменив скорость расходом, поделенным на площадь поперечного сечения трубы. Получим выражение 6.28.

{3 секунды}

Для квадратичной области сопротивления удельное сопротивление трубопровода зависит только от диаметра трубопровода и от его шероховатости. Следовательно, значения удельного сопротивления можно определить опытным путем для трубопроводов с различной степенью шероховатости и с разными диаметрами. Введение понятия удельного сопротивления трубопровода упрощает расчет, так как их значения приводятся в справочниках в зависимости от диаметра трубы и ее шероховатости.

Приняв во внимание введенные коэффициенты, уравнение Бернулли можно представить в виде формулы 6.30.

{3 секунды}

Формула 6.30 применяется для гидравлического расчета простых, длинных трубопроводов.

Простым называется трубопровод, который не имеет ответвлений. Всякие другие трубопроводы относят к категории сложных.

Слайд 128

Расчет трубопроводов

При последовательном соединении простых трубопроводов разной длины и с различными диаметрами стык в стык трубопровод представляет собой простой трубопровод, который можно разделить на несколько участков. Как показано на рисунке 6.23.

Расчет такого трубопровода можно представить в виде формулы 6.31.

{3 секунды}

Более сложной задачей является расчет параллельно соединенных трубопроводов. Они показаны на рисунке 6.24. При параллельном соединении пьезометрический напор в узловых точках A [А] и B [Бэ] одинаков для всех участков. Расход Q [кю] основного трубопровода до деления и после объединения труб один и тот же.

Задача расчета состоит в том, чтобы определить расходы в отдельных ветвях системы, а также потери напора между точками A [А] и В [Бэ]. Общий расход, диаметры и длины труб предполагаются известными. Потери напора в любой трубе ответвления одинаковы, так как в обеих общих точках разветвления имеется один и тот же напор. Кроме того, расход равен сумме расходов в каждой ветке трубопровода. Формально указанные условия можно записать в виде системы уравнений 6.32.

{3 секунды}

Совместное решение этих уравнений дает возможность найти расходы на участках при заданных их размерах и общем расходе.

Слайд 129

Гидравлический удар

Под гидравлическим ударом понимают резкое повышение давления жидкости в трубопроводе, вызванное внезапным изменением скорости течения.

Явление гидравлического удара свойственно только капельным жидкостям, которые почти не деформируются. Гидравлический удар в водопроводных линиях возникает при быстром закрытии или открытии запорной арматуры. Повышение давления при гидравлическом ударе иногда приводит к разрыву стенок трубы.

Физически гидравлический удар объясняется инерционными усилиями, которые возникают в жидкости при резком изменении скорости движения. Рассмотрим гидравлический удар на примере простейшей схемы рисунка 6.25.

Пусть в резервуаре напор воды будет постоянным независимо от изменения скорости течения в трубе. При полностью открытом кране *B* [Бэ] в трубопроводе устанавливается скорость движения жидкости. При быстром закрытии крана жидкость в непосредственной близости от него остановится.

Под действием напора движущейся по инерции жидкости давление в этой части трубопровода повысится, что приведет к расширению стенок трубопровода.

Переход от движения к покою и повышение давления происходит по всей длине жидкости не мгновенно, а через некоторый промежуток времени. Это объясняется тем, что жидкость не является абсолютно несжимаемой, а стенки трубы немного, но деформируются.

Движение в трубопроводе при гидравлическом ударе относится к категории неустановившегося, поэтому уравнение Бернулли в данном случае неприменимо.

Теоретическое обоснование явления гидравлического удара и метод его расчета впервые дал Жуковский в 1898 [тысяча восемьсот девяносто восьмом] году. Жуковский предложил формулу для определения повышения давления, применив закон сохранения количества движения. Это выражение 6.33.

{3 секунды}

Скорость распространения гидравлического удара можно найти с помощью закона сохранения массы с учетом уравнений механики упругих тел. Уравнение 6.34 слайда.

{3 секунды}

Повышение давления в трубопроводе будет гораздо меньше, если задвижку закрывать не мгновенно, а постепенно. В этом случае ударная волна успевает достигнуть резервуара, отразиться от него и вернуться к не полностью закрытому крану. Такой гидравлический удар называют непрямым. Повышение давления при непрямом гидравлическом ударе может быть оценено приблизительно, если считать, что его сила уменьшается пропорционально увеличению времени закрытия крана

B [Бэ] по сравнению с фазой удара, которая рассчитывается по формуле 6.33.

{3 секунды}

Самым простым методом, позволяющим избежать прямого гидравлического удара, является медленное закрытие задвижки. Этому требованию вполне удовлетворяют вентили различных конструкций и задвижки. Менее всего этому условию удовлетворяют краны и клапаны.

На насосных станциях, где имеется опасность возникновения такого гидравлического удара, например, при отключении насосного агрегата в связи с аварией электросети, необходимы дополнительные, мероприятия по борьбе с гидравлическим ударом.

В водопроводах внутри зданий, где длины участков невелики и фаза удара незначительна, но есть быстродействующие запорные приспособления, например краны, возможно образование непрямого гидравлического удара. Поскольку сила его прямо пропорциональна скорости течения до удара, то скорость течения воды в сети ограничивают до 2,5 м/с [двух с половиной метров в секунду].