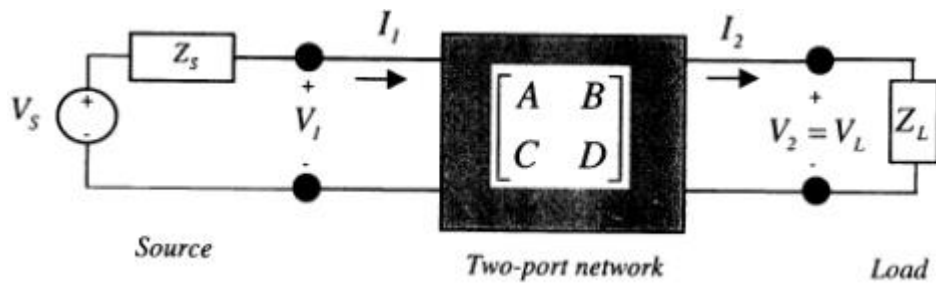


Model ABCD prijenosne linije:



$$\begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \Phi \cdot \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} V_1 = AV_2 + BI_2 \\ I_1 = CV_2 + DI_2 \end{matrix} \quad \begin{bmatrix} V_2 \\ I_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{AD - BC} \begin{bmatrix} D & -B \\ -C & A \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix} = \Phi^{-1} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ I_1 \end{bmatrix}$$

Prijenosna funkcija linije:

$$T(f) = \frac{V_2}{V_1} = \frac{V_2}{A \cdot V_2 + B \cdot I_2} = \frac{1}{A + B \frac{I_2}{V_2}} = \frac{1}{A + B/Z_L} = \frac{Z_L}{A \cdot Z_L + B}$$

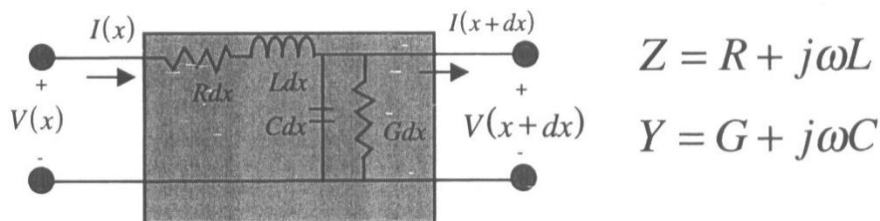
Prijenosna funkcija sustava (između napona V_s i V_L):

$$\frac{V_L(f)}{V_s(f)} = H(f) = \frac{V_L(f)}{V_1(f)} \cdot \frac{V_1(f)}{V_s(f)} = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_s} \cdot T(f)$$

Ulazna impedancija linije Z_1 izražena koeficijentima i Z_L :

$$Z_1 = \frac{V_1}{I_1} = \frac{A + B/Z_L}{C + D/Z_L} = \frac{AZ_L + B}{CZ_L + D}$$

RLCG Model:



Propagacijska konstanta (konst. Prostiranja):

$$\gamma = \alpha + j\beta = \sqrt{(R + j\omega L) \cdot (G + j\omega C)} = \sqrt{Z \cdot Y}$$

α – Konstanta prigušenja [dB/km][Np/km] -> Ukoliko je linija **bez gubitaka** => $\alpha=0$, $R=G=0$

β – Fazna konstanta [rad/km]

Valna duljina (λ) – Duljina na kojoj su dvije točke promatrane funkcije **u fazi** (razmaknute za 2π):

$$\lambda = \frac{2\pi}{\beta}$$

Fazna brzina (v_p) – Brzina rasprostiranja signala ovisna o frekvenciji:

$$v_p = \frac{\omega}{\beta}$$

ω – Kutna brzina određena izrazom $\omega = 2\pi f$

Kod linija bez gubitaka β poprima vrijednost:

$$\beta = \omega \sqrt{LC}$$

A brzina više ne ovisi o frekvenciji nego se svi valovi kreću istom brzinom:

$$v_p = 1/\sqrt{LC}$$

Napon i struja na udaljenosti x od izvora kroz liniju:

$$\begin{aligned} V(x) &= V_0^+ \cdot e^{-\gamma x} + V_0^- \cdot e^{\gamma x} \\ I(x) &= I_0^+ \cdot e^{-\gamma x} + I_0^- \cdot e^{\gamma x} \end{aligned}$$

Karakteristična impedancija linije :

$$Z_0 = \frac{V_0^+}{I_0^+} = -\frac{V_0^-}{I_0^-} = \sqrt{\frac{R + j\omega L}{G + j\omega C}} = \sqrt{\frac{Z}{Y}}$$

Izračun parametara kada su poznati Z_0 i γ :

$$R = \Re\{\gamma \cdot Z_0\} \quad L = \frac{j}{\omega} \Im\{\gamma \cdot Z_0\} \quad C = \frac{j}{\omega} \Im\left\{\frac{\gamma}{Z_0}\right\} \quad G = \Re\left\{\frac{\gamma}{Z_0}\right\}$$

Izrazi za V_0 :

$$\begin{aligned} V_0^+ &= \frac{1}{2}(V_L + I_L \cdot Z_0) \cdot e^{\gamma l} \\ V_0^- &= \frac{1}{2}(V_L - I_L \cdot Z_0) \cdot e^{-\gamma l} \end{aligned}$$

Ovisnost ulaznih vrijednosti o vrijednostima na udaljenosti „ d “:

$$\begin{bmatrix} V(0) \\ I(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma d) & Z_0 \cdot \sinh(\gamma d) \\ \frac{1}{Z_0} \cdot \sinh(\gamma d) & \cosh(\gamma d) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V(d) \\ I(d) \end{bmatrix} \quad \text{sh } x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad \text{ch } x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}.$$

Uz poznavanje $Z_L = V(d)/I(d)$, izraz za $T(f)$:

$$T = \frac{1}{\cosh(\gamma d) + \left(\frac{Z_0}{Z_L}\right) \cdot \sinh(\gamma d)}$$

Ulazna impedancija linije Z_1 :

$$Z_1 = Z_0 \cdot \frac{Z_L + Z_0 \cdot \tanh(\gamma d)}{Z_0 + Z_L \cdot \tanh(\gamma d)} = \frac{Z_L + Z_0 \cdot \tanh(\gamma d)}{1 + \frac{Z_L}{Z_0} \tanh(\gamma d)}$$

Za slučajeve dugačkih linija $Z_1 = Z_0$ jer je $\tanh(\infty) = 1$

Prijenosna funkcija cijelog sustava:

$$H = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_s} T = \frac{Z_0 \cdot \operatorname{sech}(\gamma d)}{Z_s \cdot \left[\frac{Z_0}{Z_L} + \tanh(\gamma d)\right] + Z_0 \cdot \left[1 + \frac{Z_0}{Z_L} \cdot \tanh(\gamma d)\right]}$$

****Sech(x) = 1/Cosh(x).**

Snaga na opterećenju Z_L :

$$P(f) = \frac{1}{2} |I|^2 R_L = \frac{1}{2} \left| \frac{V}{Z_L} \right|^2 R_L = \frac{1}{2} \Re\{VI^*\}$$

Max. Snaga:

Iz izvora na opterećenje je prenesena kada vrijedi: $Z_s = Z_L^*$, isto vrijedi za prijenos sa linije na opterećenje kod dugačkih linija: $Z_L = Z_0^*$ i na kraju vrijedi (**za dugačke linije**):

$$Z_{s,opt} = Z_{L,opt} \cong Z_0^*$$

Return loss i refleksija:

Kada vrijedi **$Z_L = Z_0$** , nema negativnog odlaznog vala V_0^- , pa prema tome nema ni **reflektirajućeg** vala, inače za **koeficijent refleksije** vrijedi:

$$\rho = \frac{V_0^- \cdot e^{+\gamma d}}{V_0^+ \cdot e^{\gamma d}} = \frac{Z_L - Z_0}{Z_L + Z_0}$$

Koeficijent refleksije izvora:

$$\rho_s = \frac{Z_s - Z_0}{Z_s + Z_0}$$

Return loss:

$$\text{return loss} = 10 \log_{10} \left(\frac{1}{|\rho|} \right)^2 \text{ dB}$$

Insertion Loss:

$$T_{IL}(f) = \frac{V_L(f)}{V_{no}(f)} = \frac{Z_S + Z_L}{A \cdot Z_L + B + C \cdot Z_S \cdot Z_L + D \cdot Z_S}$$

$V_L(f)$ je napon na opterećenju izmjeren kada je u sustavu i prijenosna linija

$V_{no}(f)$ je napon izracunat kad je linija izbacena a opterećenje krakospojeno sa izvorom (zajedno s Z_S).

Prijenosna funkcija sustava:

$$H(f) = \frac{V_{no}}{V_S} \cdot \frac{V_L}{V_{no}} = \frac{Z_L}{Z_S + Z_L} \cdot T_{IL}(f)$$

Dodatne formule :

Razlika u fazi signala na udaljenosti „x“ (ako se radi o valnoj duljini onda: $x = \lambda$, a razlika = 2π):

$$\beta \cdot x = \text{razlika u fazi}$$

Insertion loss:

$$IL = 10 \log_{10} \frac{P_1}{P_2}$$

Efektivna vrijednost napona:

$$\text{Amplituda} = \text{Efektivno} \cdot \sqrt{2}$$

Idealno zaključena linija na oba kraja (nema refleksije):

$$Z_0 = Z_s = Z_L$$

Umetnuto prigušenje:

$$A = \alpha \cdot d$$

Omjer dB i Np:

$$1dB = \frac{\ln 10}{20} Np$$