Tarea 2.

Luis Andrés Eguiarte Morett.

15 de abril de 2021

1. Ejercicio 1.

Un programa de salud gubernamental desea clasificar los registros de las personas en géneros femenino (F) o masculino (M) a partir de los atributos nombre, estatura y peso. Se cuentan con los siguientes registros:

Nombre	Estatura	Peso	Genero
Denis	1.72	75.3	M
Guadalupe	1.82	81.6	M
Alex	1.80	86.1	M
Alex	1.70	77.1	M
Cris	1.73	78.2	M
Juan	1.80	74.8	M
Juan	1.80	74.3	M
Denis	1.50	50.5	F
Alex	1.52	45.3	F
Cris	1.62	61.2	F
Rene	1.67	68.0	F
Guadalupe	1.65	58.9	F
Guadalupe	1.75	68.0	F

Entrena un clasificador bayesiano ingenuo usando estimación por máxima verosimilitud y otro usando estimación por máximo a posteriori. Reporta los parámetros que obtuviste en ambos casos y usa los clasificadores entrenados para predecir la clase de los siguientes vectores: $x_1 = (Rene, 1:68, 65), x_2 = (Guadalupe, 1:75, 80), x_3 = (Denis, 1:80, 79), x_4 = (Alex, 1:90, 85) y x_5 = (Cris, 1:65, 70)$. Considera un intervalo de 0.005 para el atributo de la estatura y un intervalo de 0.05 para el peso. Describe de forma detallada el procedimiento que seguiste tanto en el entrenamiento como en la predicción y discute los resultados obtenidos.

Para el entrenamiento del clasificador por máximo a posteriori considera los siguientes valores para las distribuciones correspondientes:

Género	Nombre	Estatura			Peso		
	α_k	μ_0	σ_0^2	σ^2	μ_0	σ_0^2	σ^2
M	$2, \forall k$	1.7	0.3	0.0020	85.5	17.0	15.76
F	$2, \forall k$	1.5	0.1	0.0074	70.3	85.0	71.00

1.1. Clasificador Bayesiano ingenuo

Para obtener la probabilidad de cada clase dado un vector de evidencias (ejemplo), tenemos que por regla del producto esta probabilidad está definida por:

$$P(y = c|\mathbf{x}) = \frac{P(x_1, ..., x_d, y = c)}{P(x_1, ..., x_d)}$$

Por teorema de Bayes sabemos que:

$$P(x_1, ..., x_d, y = c) = P(x_1, ..., x_d|y = c)P(y = c)$$

Si aplicamos la suposición ingenua (independencia condicional dada la clase) y la regla de la cadena de la probabilidad:

$$P(x_1, ..., x_d|y = c)P(y = c) = \left(\prod_{j=1}^{d} P(x_j|y = c)\right)P(y = c)$$

Dado que:

$$P(y = c|\mathbf{x})\alpha P(x_1, ..., x_d, y = c)$$

Podemos obtener la clase más probable como:

$$\hat{y} = \arg\max_{y}\left(\prod_{j=1}^{d} P(x_j|y = c)\right)P(y = c)$$

1.2. Solución por EMV

1.2.1. Comenzamos dividiendo nuestro conjunto de datos en las dos clases

Para mujer:

Nombre	Estatura	Peso	Genero
Denis	1.50	50.5	F
Alex	1.52	45.3	F
Cris	1.62	61.2	F
Rene	1.67	68.0	F
Guadalupe	1.65	58.9	F
Guadalupe	1.75	68.0	F

Para hombre:

Nombre	Estatura	Peso	Genero
Denis	1.72	75.3	M
Guadalupe	1.82	81.6	M
Alex	1.80	86.1	M
Alex	1.70	77.1	M
Cris	1.73	78.2	M
Juan	1.80	74.8	M
Juan	1.80	74.3	M

1.2.2. Distribución a utilizar y estimación de parámetros para las clases.

Para las clases se asume una distribución de Bernoulli, al ser un problema de clasificación binaria. Es decir, del modelo bayesiano ingenuo, la probabilidad a priori $P(y=c)$ estará dada por:

$$P(y=c) = q_c^C(1-q_c)^{1-C}$$

Considerando para cada probabilidad a priori dada la clase c, se tendrá que $C=1$, puesto que bajo nuestro esquema de clasificación binaria (y aún si no fuera binaria), se puede considerar que para cada clase para la cual se calcula esta probabilidad, se considera la clase en cuestión como 1 y todas las demás como 0, es decir un esquema uno vs. todos. Por lo tanto para las probabilidades a priori dada cada clase, se tiene que:

$$P(y=c) = q_c$$

La estimación de los parámetros por máxima verosimilitud es:

$$\hat{q}_c = \frac{N_c}{N}$$

Donde N_c es la cardinalidad del conjunto de ejemplos pertenecientes a la clase c y N es el número total de ejemplos del conjunto de entrenamiento.
Para nuestro conjunto de entrenamiento partícular tenemos que:

$$N = 13$$

Para la clase mujer:

$$N_F = 6$$

Para la clase hombre:

$$N_M = 7$$

Los parámetros para ambas clases son entonces:

$$\hat{q}_F = \frac{N_F}{N} = \frac{6}{13} = 0.46153846153846156$$

$$\hat{q}_M = \frac{N_M}{N} = \frac{7}{13} = 0.5384615384615384$$

1.2.3. Distribución a utilizar y estimación de parámetros para la estatura y peso dadas ambas clases.

Al ser tanto la estatura como el peso variables continuas, se asumirá que se distribuyen como normales para ambos atributos. La función de densidad de probabilidad normal está dada por:

$$n(x;\mu,\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-\mu)^2}$$

Para calcular la probabilidad de que una variable aleatoria continua X tome un valor entre a y b:

$$P(a < X < b) = \int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$$

Donde la función $F(.)$ es la función de distribución acumulativa.
Para el caso de la distribución normal, su función de distribución acumulativa se define como:

$$F(x) = \Phi(\frac{x-\mu}{\sigma}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\frac{x-\mu}{\sigma}} e^{-t^2/2} dt$$

Es decir:

$$P(a < X < b; \mu, \sigma^2) = \Phi(b;\mu,\sigma) - \Phi(a;\mu,\sigma)$$

Dado que la integral correspondiende a la función de distribución acumulada no es resoluble de manera analítica, se utilizará una aproximación numérica ya implementada del módulo *scipy* de python, esta función es: $scipy.stats.norm.cdf(x, loc = media, scale = desviacin\ estandar)$.
La probabilidad de que un atributo j, de un ejemplo $\mathbf{x}$ (x_j), tome un valor en $(x_j - b, x_j + a)$, dada una clase c, es:

$$P(x_j - a < x_2 < x_j + b | c; \mu_{(j|c)}, \sigma^2_{(j|c)}) = \Phi(x_j + b; \mu_{(j|c)}, \sigma_{(j|c)}) - \Phi(x_j - b; \mu_{(j|c)}, \sigma_{(j|c)})$$

Incorporando los intervalos para peso y estatura, tendremos que las probabilidades para peso y estatura dada la clase estarán dadas por:
Para estatura:

$$P(x_2 - 0.005 < x_2 < x_2 + 0.005 | c) = \Phi(x_2 + 0.005; \mu_{(j=2|c)}, \sigma_{(j=2|c)}) - \Phi(x_2 - 0.005; \mu_{(j=2|c)}, \sigma_{(j=2|c)})$$

Para peso:

$$P(x_3 - 0.05 < x_3 < x_3 + 0.05 | c) = \Phi(x_3 + 0.05; \mu_{(j=3|c)}, \sigma_{(j=3|c)}) - \Phi(x_3 - 0.05; \mu_{(j=3|c)}, \sigma_{(j=3|c)})$$

La función para calcular lo anterior en python es:

```python
def prob_normal(mu, sigma, X, a, b):
    return scipy.stats.norm.cdf(X + b, loc=mu, scale=math.sqrt(sigma))
    - scipy.stats.norm.cdf(X + a, loc=mu, scale=math.sqrt(sigma))
```

La estimación de los parámetros μ y σ por máxima verosimilitud para un atributo j, dada una clase c, es:
Para la media:

$$\hat{\mu}_{(j|C)} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_j^{(i)}$$

Para la varianza:

$$\hat{\sigma}^2_{(j|C)} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_j^{(i)} - \hat{\mu}_{(j|C)})^2$$

Vamos a considerar estatura como $j = 2$ y peso como $j = 3$.
Procedemos a calcular los parámetros para la clase mujer.

$$\hat{\mu}_{(j=2|F)} = \frac{1.50 + 1.52 + 1.62 + 1.67 + 1.65 + 1.75}{6} = 1.6183333333333334$$

$$\hat{\sigma}^2_{(j=2|F)} = \frac{(1.50 - 1.6183)^2 + (1.52 - 1.6183)^2 + (1.62 - 1.6183)^2 + (1.67 - 1.6183)^2 + (1.65 - 1.6183)^2}{6}$$
$$+ \frac{(1.75 - 1.6183)^2}{6} = 0.007447222222222222$$

$$\hat{\mu}_{(j=3|F)} = \frac{50.5 + 45.3 + 61.2 + 68.0 + 58.9 + 68.0}{6} = 58.65$$

$$\hat{\sigma}^2_{(j=3|F)} = \frac{(50.5 - 58.65)^2 + (45.3 - 58.65)^2 + (61.2 - 58.65)^2 + (68.0 - 58.65)^2 + (58.9 - 58.65)^2}{6}$$
$$+ \frac{(68.0 - 58.65)^2}{6} = 71.00916666666667$$

Para la clase hombre.

$$\hat{\mu}_{(j=2|M)} = \frac{1.72 + 1.82 + 1.80 + 1.70 + 1.73 + 1.80 + 1.80}{7} = 1.7671428571428573$$

$$\hat{\sigma}^2_{(j=2|M)} = \frac{(1.72 - 1.7671)^2 + (1.82 - 1.7671)^2 + (1.80 - 1.7671)^2 + (1.70 - 1.7671)^2 + (1.73 - 1.7671)^2}{7}$$
$$+ \frac{(1.80 - 1.7671)^2 + (1.75 - 1.7671)^2}{7} = 0.0020204081632653097$$

$$\hat{\mu}_{(j=3|M)} = \frac{75.3 + 81.6 + 86.1 + 77.1 + 78.2 + 74.8 + 74.3}{7} = 78.2$$

$$\hat{\sigma}^2_{(j=3|M)} = \frac{(75.3 - 78.2)^2 + (81.6 - 78.2)^2 + (86.1 - 78.2)^2 + (77.1 - 78.2)^2 + (78.2 - 78.2)^2}{7}$$
$$+ \frac{(74.8 - 78.2)^2 + (74.3 - 78.2)^2}{7} = 15.765714285714276$$

1.2.4. Distribución a utilizar y estimación de parámetros para el nombre dadas ambas clases.

Para el caso del nombre, se asume una distribución categórica, donde cada nombre es una categoría. La distribución categórica está dada por:

$$P(x; \mathbf{q}) = q_k^{[x=k]}$$

Para la estimación de los parámetros $\hat{q}_k$ para cada categoría, donde cada nombre corresponde a una categoría, dada la clase:

$$\hat{q}_{(k|c)} = \frac{1}{n_c} c_{(k|c)}$$

Calculando los parámetros para la clase mujer:

$$\hat{q}_{(Alex|F)} = \frac{1}{6} = 0.16666666666666666$$

$$\hat{q}_{(Guadalupe|F)} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = 0.3333333333333333$$

$$\hat{q}_{(Denis|F)} = \frac{1}{6} = 0.16666666666666666$$

$$\hat{q}_{(Cris|F)} = \frac{1}{6} = 0.16666666666666666$$

$$\hat{q}_{(Rene|F)} = \frac{1}{6} = 0.16666666666666666$$

$$\hat{q}_{(Juan|F)} = \frac{0}{6} = 0$$

Calculando los parámetros para la clase hombre:

$$\hat{q}_{(Alex|M)} = \frac{2}{7} = 0.2857142857142857$$

$$\hat{q}_{(Guadalupe|M)} = \frac{1}{7} = 0.14285714285714285$$

$$\hat{q}_{(Denis|M)} = \frac{1}{7} = 0.14285714285714285$$

$$\hat{q}_{(Cris|M)} = \frac{1}{7} = 0.14285714285714285$$

$$\hat{q}_{(Rene|M)} = \frac{0}{7} = 0$$

$$\hat{q}_{(Juan|M)} = \frac{2}{7} = 0.2857142857142857$$

1.2.5. Cálculo de probabilidades y predicciones.

$$P(c|\mathbf{x}) = P(c; q_c)P(x_1|c;\mathbf{q})P(x_2 - 0.005 < x_2 < x_2 + 0.005|c; \mu_{(j=2|c)}, \sigma^2_{(j=2|c)})$$
$$P(x_3 - 0.05 < x_3 < x_3 + 0.05|c; \mu_{(j=3|c)}, \sigma^2_{(j=3|c)})$$

1. $x^{(1)} = (Rene, 1.68, 65)$.

$$P(1.68 - 0.005 < 1.68 < 1.68 + 0.005|F; 1.6183, 0.00744) = 0.0358$$
$$P(65 - 0.05 < 65 < 65 + 0.05|F; 58.65, 71.0091) = 0.0035$$
$$P(1.68 - 0.005 < 1.68 < 1.68 + 0.005|M; 1.7671, 0.0020) = 0.0136$$
$$P(65 - 0.05 < 65 < 65 + 0.05|M; 78.2, 15.7657) = 4.002e - 05$$
$$P(F|x^{(1)}) = (0.4615)(0.1666)(0.0358)(0.00355) = 9.815e - 06$$
$$P(M|x^{(1)}) = (0.5384)(0)(0.0136)(4.002e - 05) = 0$$

$x^{(1)}$ se clasifica como mujer.

2. $x^{(2)} = (Guadalupe, 1.75, 80)$.

$$P(1.75 - 0.005 < 1.75 < 1.75 + 0.005|F; 1.6183, 0.00744) = 0.0144$$
$$P(80 - 0.05 < 80 < 80 + 0.05|F; 58.65, 71.0091) = 0.0001$$
$$P(1.75 - 0.005 < 1.75 < 1.75 + 0.005|M; 1.7671, 0.0020) = 0.1428$$
$$P(80 - 0.05 < 80 < 80 + 0.05|M; 78.2, 15.7657) = 0.0823$$
$$P(F|x^{(2)}) = (0.4615)(0.3333)(0.0144)(0.0001) = 4.248020326171655e - 07$$
$$P(M|x^{(2)}) = (0.5384)(0.1428)(0.1428)(0.0823) = 5.7453383380367316e - 05$$

$x^{(2)}$ se clasifica como hombre.

3. $x^{(3)} = (Denis, 1.80, 79)$.

$$P(1.80 - 0.005 < 1.80 < 1.80 + 0.005|F; 1.6183, 0.00744) = 0.0050$$
$$P(79 - 0.05 < 79 < 79 + 0.05|F; 58.65, 71.0091) = 0.0002$$
$$P(1.80 - 0.005 < 1.80 < 1.80 + 0.005|M; 1.7671, 0.0020) = 0.1428$$
$$P(79 - 0.05 < 79 < 79 + 0.05|M; 78.2, 15.7657) = 0.0678$$
$$P(F|x^{(3)}) = (0.4615)(0.1666)(0.0050)(0.0002) = 9.962627658820107e - 08$$
$$P(M|x^{(3)}) = (0.5384)(0.1428)(0.1428)(0.0678) = 5.140744261036224e - 05$$

$x^{(3)}$ se clasifica como hombre.

4. $x^{(4)} = (Alex, 1.90, 85)$.

$$P(1.90 - 0.005 < 1.90 < 1.90 + 0.005|F; 1.6183, 0.00744) = 0.0002$$

$$P(85 - 0.05 < 85 < 85 + 0.05|F; 58.65, 71.0091) = 3.564e - 05$$
$$P(1.90 - 0.005 < 1.90 < 1.90 + 0.005|M; 1.7671, 0.0020) = 0.2857$$
$$P(85 - 0.05 < 85 < 85 + 0.05|M; 78.2, 15.7657) = 0.0011$$
$$P(F|x^{(4)}) = (0.4615)(0.1666)(0.0002)(3.564e - 05) = 6.195005700093777e - 10$$
$$P(M|x^{(4)}) = (0.5384)(0.2857)(0.2857)(0.0011) = 4.076458244557401e - 07$$

$x^{(4)}$ se clasifica como hombre.

5. $x^{(5)} = (Cris, 1.65, 70)$.

$$P(1.65 - 0.005 < 1.65 < 1.65 + 0.005|F; 1.6183, 0.00744) = 0.0431$$

$$P(70 - 0.05 < 70 < 70 + 0.05|F; 58.65, 71.0091) = 0.0019$$
$$P(1.65 - 0.005 < 1.65 < 1.65 + 0.005|M; 1.7671, 0.0020) = 0.1428$$
$$P(70 - 0.05 < 70 < 70 + 0.05|M; 78.2, 15.7657) = 0.0030$$
$$P(F|x^{(5)}) = (0.4615)(0.1666)(0.0431)(0.0019) = 6.350877211609801e - 06$$
$$P(M|x^{(5)}) = (0.5384)(0.1428)(0.1428)(0.0030) = 2.7575939343501293e - 07$$

$x^{(5)}$ se clasifica como mujer.

1.3. Solución por MAP

1.3.1. Estimación de parámetros para las clases.

La estimación de los parámetros por máxima a posteriori es:

$$\hat{q}_C = \frac{N_C + \alpha - 1}{N + \beta + \alpha - 2}$$

Donde:

$$\alpha = 2$$
$$\beta = |C| = 2$$

Los parámetros para ambas clases son entonces:

$$\hat{q}_F = \frac{N_F + \alpha - 1}{N + \beta + \alpha - 2} = \frac{7}{15} = 0.4666666666666667$$

$$\hat{q}_M = \frac{N_M + \alpha - 1}{N + \beta + \alpha - 2} = \frac{8}{15} = 0.5333333333333333$$

1.3.2. Estimación de parámetros para la estatura y peso dadas ambas clases.

La estimación de los parámetros μ y σ por máxima a posteriori para un atributo j, dada una clase c, es:
Para la media:

$$\hat{\mu}_{(j|C)} = \frac{\sigma_0^2(\sum_{i=1}^n x^{(i)}) + \sigma^2\mu_0}{\sigma_0^2 n + \sigma^2}$$

La varianza se encuentra dada, por la tabla, además, se puede ver que dichos datos en la tabla, son los mismos que las varianzas calculadas para el EMV. Procedemos a calcular los parámetros para la clase mujer.

$$\hat{\mu}_{(j=2|F)} = \frac{0.1(1.50 + 1.52 + 1.62 + 1.67 + 1.65 + 1.75) + 0.0074(1.5)}{0.1(6) + 0.0074} = 1.6168825823917028$$

$$\hat{\mu}_{(j=3|F)} = \frac{85(50.5 + 45.3 + 61.2 + 68.0 + 58.9 + 68.0) + 71(70.3)}{85(6) + 71} = 60.07382743531011$$

Para la clase hombre.

$$\hat{\mu}_{(j=2|M)} = \frac{0.3(1.72 + 1.82 + 1.80 + 1.70 + 1.73 + 1.80 + 1.80) + 0.0020(1.7)}{0.3(7) + 0.0020} = 1.767078321148749$$

$$\hat{\mu}_{(j=3|M)} = \frac{17(75.3 + 81.6 + 86.1 + 77.1 + 78.2 + 74.8 + 74.3) + 15.76(85.5)}{17(7) + 15.76} = 79.05399847354137$$

1.3.3. Estimación de parámetros para el nombre dadas ambas clases.

Para la estimación de los parámetros $\hat{q}_k$ para cada categoría, donde cada nombre corresponde a una categoría, dada la clase:

$$\hat{q}_k = \frac{c_k + \alpha_k - 1}{n + \sum_{k=1}^K \alpha_k - K}$$

Dado que:

$$\alpha_k = 2, \forall k$$

La anterior expresión se puede tomar como:

$$\hat{q}_k = \frac{c_k + \alpha_k - 1}{n + K\alpha_k - K}$$

Calculando los parámetros para la clase mujer:

$$\hat{q}_{(Alex|F)} = \frac{1 + 2 - 1}{6 + 6(2) - 6} = \frac{2}{12} = 0.16666666666666666$$

$$\hat{q}_{(Guadalupe|F)} = \frac{2 + 2 - 1}{6 + 6(2) - 6} = \frac{3}{12} = 0.25$$

$$\hat{q}_{(Denis|F)} = \frac{1+2-1}{6+6(2)-6} = \frac{2}{12} = 0.16666666666666666$$

$$\hat{q}_{(Cris|F)} = \frac{1+2-1}{6+6(2)-6} = \frac{2}{12} = 0.16666666666666666$$

$$\hat{q}_{(Rene|F)} = \frac{1+2-1}{6+6(2)-6} = \frac{2}{12} = 0.16666666666666666$$

$$\hat{q}_{(Juan|F)} = \frac{0+2-1}{6+6(2)-6} = \frac{1}{12} = 0.08333333333333333$$

Calculando los parámetros para la clase hombre:

$$\hat{q}_{(Alex|M)} = \frac{2+2-1}{7+6(2)-6} = \frac{3}{13} = 0.23076923076923078$$

$$\hat{q}_{(Guadalupe|M)} = \frac{1+2-1}{7+6(2)-6} = \frac{2}{13} = 0.15384615384615385$$

$$\hat{q}_{(Denis|M)} = \frac{1+2-1}{7+6(2)-6} = \frac{2}{13} = 0.15384615384615385$$

$$\hat{q}_{(Cris|M)} = \frac{1+2-1}{7+6(2)-6} = \frac{2}{13} = 0.15384615384615385$$

$$\hat{q}_{(Rene|M)} = \frac{0+2-1}{7+6(2)-6} = \frac{1}{13} = 0.07692307692307693$$

$$\hat{q}_{(Juan|M)} = \frac{2+2-1}{7+6(2)-6} = \frac{3}{13} = 0.23076923076923078$$

1.3.4. Cálculo de probabilidades y predicciones.

$$P(c|\mathbf{x}) = P(c;q_c)P(x_1|c;\mathbf{q})P(x_2 - 0.005 < x_2 < x_2 + 0.005|c;\mu_{(j=2|c)},\sigma^2_{(j=2|c)})$$
$$P(x_3 - 0.05 < x_3 < x_3 + 0.05|c;\mu_{(j=3|c)},\sigma^2_{(j=3|c)})$$

1. $x^{(1)} = (Rene, 1.68, 65)$.

$$P(1.68 - 0.005 < 1.68 < 1.68 + 0.005|F; 1.6168, 0.00744) = 0.0353$$
$$P(65 - 0.05 < 65 < 65 + 0.05|F; 60.0738, 71.0091) = 0.0039$$
$$P(1.68 - 0.005 < 1.68 < 1.68 + 0.005|M; 1.7670, 0.0020) = 0.0136$$
$$P(65 - 0.05 < 65 < 65 + 0.05|M; 79.0539, 15.7657) = 1.9130e - 05$$
$$P(F|x^{(1)}) = (0.4666)(0.1666)(0.0353)(0.0039) = 1.0978e - 05$$
$$P(M|x^{(1)}) = (0.5333)(0.0769)(0.0136)(1.9130e - 05) = 1.0727e - 08$$

$x^{(1)}$ se clasifica como mujer.

2. $x^{(2)} = (Guadalupe, 1.75, 80)$.

$$P(1.75 - 0.005 < 1.75 < 1.75 + 0.005|F; 1.6168, 0.00744) = 0.0140$$
$$P(80 - 0.05 < 80 < 80 + 0.05|F; 60.0738, 71.0091) = 0.0002$$
$$P(1.75 - 0.005 < 1.75 < 1.75 + 0.005|M; 1.7670, 0.0020) = 0.0824$$
$$P(80 - 0.05 < 80 < 80 + 0.05|M; 79.0539, 15.7657) = 0.0097$$
$$P(F|x^{(2)}) = (0.4666)(0.25)(0.0140)(0.0002) = 4.7487200295287975e - 07$$
$$P(M|x^{(2)}) = (0.5333)(0.1538)(0.0824)(0.0097) = 6.605089608460588e - 05$$

$x^{(2)}$ se clasifica como hombre.

3. $x^{(3)} = (Denis, 1.80, 79)$.

$$P(1.80 - 0.005 < 1.80 < 1.80 + 0.005|F; 1.6168, 0.00744) = 0.0048$$
$$P(79 - 0.05 < 79 < 79 + 0.05|F; 60.0738, 71.0091) = 0.0003$$
$$P(1.80 - 0.005 < 1.80 < 1.80 + 0.005|M; 1.7670, 0.0020) = 0.0678$$
$$P(79 - 0.05 < 79 < 79 + 0.05|M; 79.0539, 15.7657) = 0.0100$$
$$P(F|x^{(3)}) = (0.4666)(0.1666)(0.0048)(0.0003) = 1.4413489617040017e - 07$$
$$P(M|x^{(3)}) = (0.5333)(0.1538)(0.0678)(0.01004) = 5.5895222804109885e - 05$$

$x^{(3)}$ se clasifica como hombre.

4. $x^{(4)} = (Alex, 1.90, 85)$.

$$P(1.90 - 0.005 < 1.90 < 1.90 + 0.005|F; 1.6168, 0.00744) = 0.0002$$

$$P(85 - 0.05 < 85 < 85 + 0.05|F; 60.0738, 71.0091) = 5.9605e - 05$$

$$P(1.90 - 0.005 < 1.90 < 1.90 + 0.005|M; 1.7670, 0.0020) = 0.0011$$

$$P(85 - 0.05 < 85 < 85 + 0.05|M; 79.0539, 15.7657) = 0.0032$$

$$P(F|x^{(4)}) = (0.4666)(0.1666)(0.0002)(5.9605e - 05) = 9.913672609089235e - 10$$

$$P(M|x^{(4)}) = (0.5333)(0.2307)(0.0011)(0.0032) = 4.076458244557401e - 07$$

$x^{(4)}$ se clasifica como hombre.

5. $x^{(5)} = (Cris, 1.65, 70)$.

$$P(1.65 - 0.005 < 1.65 < 1.65 + 0.005|F; 1.6168, 0.00744) = 0.0429$$

$$P(70 - 0.05 < 70 < 70 + 0.05|F; 60.0738, 71.0091) = 0.0023$$

$$P(1.65 - 0.005 < 1.65 < 1.65 + 0.005|M; 1.7670, 0.0020) = 0.0030$$

$$P(70 - 0.05 < 70 < 70 + 0.05|M; 79.0539, 15.7657) = 0.0007$$

$$P(F|x^{(5)}) = (0.4666)(0.1666)(0.0429)(0.0023) = 7.89827899607021e - 06$$

$$P(M|x^{(5)}) = (0.5333)(0.1538)(0.0030)(0.0007) = 1.8502841210776434e - 07$$

$x^{(5)}$ se clasifica como mujer.

1.4. Discusión.

Respecto a las predicciones, pese a que las probabilidades cambiaron de un estimador a otro, se mantuvieron los resultados de las predicciones. Respecto a la estimación de los parámetros, en la estimación por MAP, para la distribución normal, la media varía por poco. Para la distribución categórica, la estimación por MAP evita que los parámetros se hagan cero, esto es útil cuando se tienen demasiados atributos y se deben sacar los logaritmos de las probabilidades y así evitar errores por cálculos de logaritmos de cero.