

LECTURE 06

DEPTH-FIRST SEARCH ALGORITHM







Big-O Coding

Website: www.bigocoding.com



Depth-first Search

Depth-first Search (Thuật toán tìm kiếm theo chiều sâu): là thuật toán tìm kiếm đường đi trên đồ thị **vô hướng** hoặc **có hướng**, **không** trọng số.

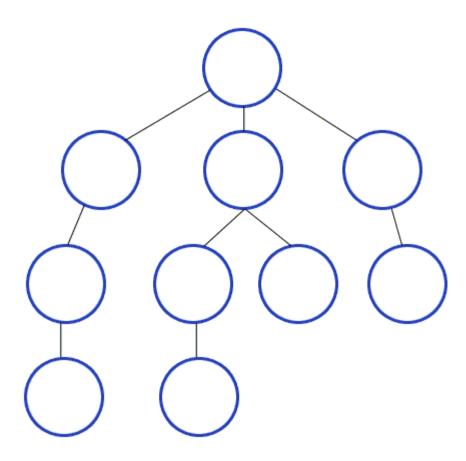
Thuật toán DFS luôn tìm kiếm được đường đi từ một đỉnh bất kỳ cho trước tới các đỉnh khác (nếu các đỉnh thuộc cùng thành phần liên thông với nhau). Nhưng không chắc chắn đường đi tìm được sẽ là đường đi ngắn nhất.

Độ phức tạp: O(V + E)

- V (Vertices): số lượng đỉnh của đồ thị.
- E (Edges): số lượng cạnh của đồ thị.



Mô phỏng cách chạy thuật toán

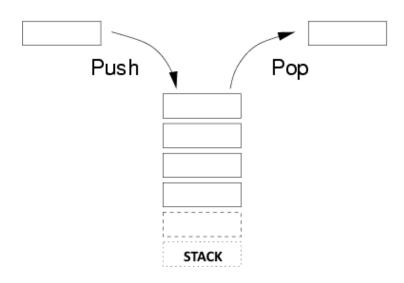




Hướng cài đặt

Thuật toán DFS có thể cài đặt theo 2 cách: dùng đệ quy hoặc không đệ quy.

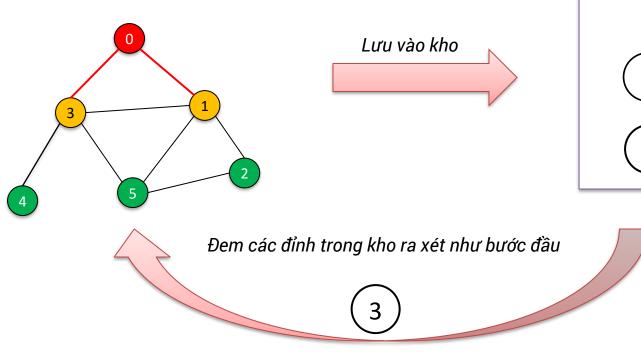
Nếu cài đặt theo hướng không đệ quy thì cần sử dụng cấu trúc dữ liệu ngăn xếp (**stack**) để lưu các đỉnh đang xét.



Ý tưởng thuật toán



Xuất phát từ 1 đỉnh bất kỳ, đi tới tất cả các đỉnh kề của đỉnh này và lưu đỉnh kề này lại.



Lưu vết đường đi lại

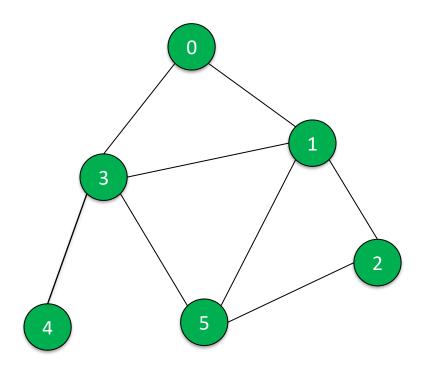
Đỉnh	0	1	2	3
Lưu vết	-1	0	-1	0



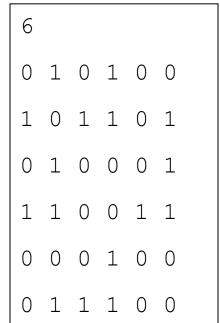


Bài toán minh họa

Cho đồ thị vô hướng như hình vẽ. Tìm đường đi từ đỉnh 0 đến đỉnh 5.



Adjacency Matrix



Edge List

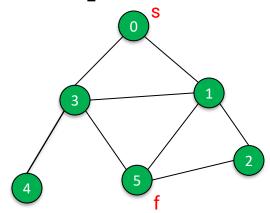
6	8
0	1
0	3
1	2
1	3
1	5
2	5
3	4
3	5



CÀI ĐẶT THUẬT TOÁN DFS DÙNG STACK (KHÔNG ĐỆ QUY)



Bước 0: Chuẩn bị dữ liệu



Chuyển danh sách cạnh kề vào graph.

Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Đỉnh kề	1, 3	0, 2, 3, 5	1, 5	0, 1, 4, 5	3	1, 2, 3

Mảng đánh dấu các đỉnh đã xét visited.

Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Trạng thái	false	false	false	false	false	false

Mảng lưu vết đường đi path.

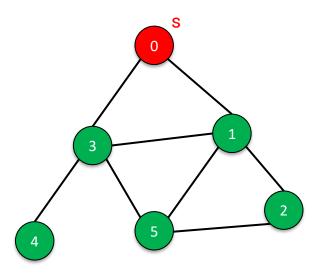
Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Lưu vết	-1	-1	-1	-1	-1	-1

Tạo ngăn xếp lưu các đỉnh đang xét stack.



Bước 0: Chuẩn bị dữ liệu (tiếp theo)

Đỉnh 0 là đỉnh bắt đầu đi. Bỏ đỉnh 0 vào ngăn xếp và đánh dấu đã xét đỉnh 0.



Mảng đánh dấu các đỉnh đã xét visited.

Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Trạng thái	true	false	false	false	false	false

Ngăn xếp lưu các đỉnh đang xét stack.

0

0

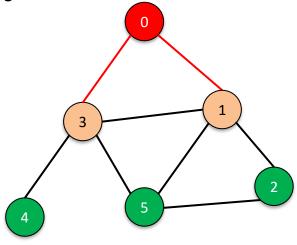
Bước 1: Chạy thuật toán lần 1



stack

0

Lấy đỉnh 0 ra xét và tìm những đỉnh có kết nối với đỉnh 0 mà chưa được xét, bỏ vào stack.



graph

Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Đỉnh kề	1, 3	0, 2, 3, 5	1, 5	0, 1, 4, 5	3	1, 2, 3

visited

Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Trạng thái	true	true	false	true	false	false

stack

0	1
1	3

Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Lưu vết	-1	0	-1	0	-1	-1

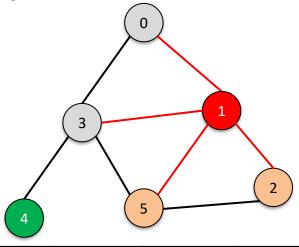
Bước 2: Chạy thuật toán lần 2



stack

0	1
1	3

Lấy đỉnh 3 ra xét và tìm những đỉnh có kết nối với đỉnh 3 mà chưa được xét, bỏ vào stack.



graph

Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Đỉnh kề	1, 3	0, 2, 3, 5	1, 5	0, 1, 4, 5	3	1, 2, 3

visited

Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Trạng thái	true	true	false	true	true	true

stack

0	1	2
1	4	5

Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Lưu vết	-1	0	-1	0	3	3



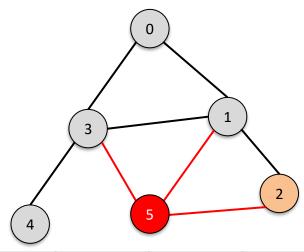
Bước 3: Chạy thuật toán lần 3



stack

0	1	2
1	4	5

Lấy đỉnh 5 ra xét và tìm những đỉnh có kết nối với đỉnh 5 mà chưa được xét, bỏ vào stack.



graph

Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Đỉnh kề	1, 3	0, 2, 3, 5	1, 5	0, 1, 4, 5	3	1, 2, 3

visited

Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Trạng thái	true	true	true	true	true	true

stack

0	1	2
1	4	2

Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Lưu vết	-1	0	5	0	3	3

Bước 4: Chạy thuật toán lần 4

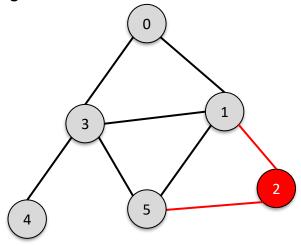




stack

0	1	2
1	4	2

Lấy đỉnh 2 ra xét và tìm những đỉnh có kết nối với đỉnh 2 mà chưa được xét, bỏ vào stack.



graph

Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Đỉnh kề	1, 3	0, 2, 3, 5	1, 5	0, 1, 4, 5	3	1, 2, 3

visited

Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Trạng thái	true	true	true	true	true	true

stack

0	1
1	4

Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Lưu vết	-1	0	5	0	3	3

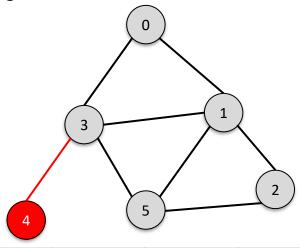
Bước 5: Chạy thuật toán lần 5



stack

0	1
1	4

Lấy đỉnh 4 ra xét và tìm những đỉnh có kết nối với đỉnh 4 mà chưa được xét, bỏ vào stack.



graph

Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Đỉnh kề	1, 3	0, 2, 3, 5	1, 5	0, 1, 4, 5	3	1, 2, 3

visited

Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Trạng thái	true	true	true	true	true	true

stack



0

Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Lưu vết	-1	0	5	0	3	3

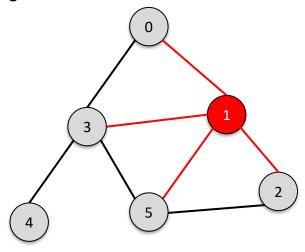
Bước 6: Chạy thuật toán lần 6



stack

1

Lấy đỉnh 1 ra xét và tìm những đỉnh có kết nối với đỉnh 1 mà chưa được xét, bỏ vào stack.



graph

Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Đỉnh kề	1, 3	0, 2, 3, 5	1, 5	0, 1, 4, 5	3	1, 2, 3

visited

Đ	ình	0	1	2	3	4	5
T.	Thái	true	true	true	true	true	true

stack

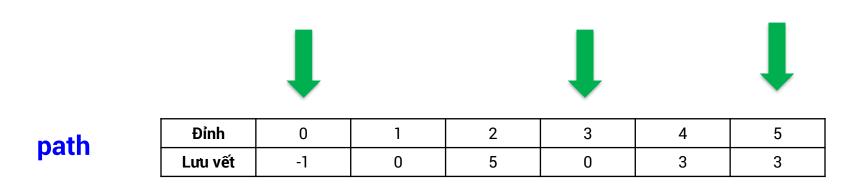


Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Lưu vết	-1	0	5	0	3	3





Ngăn xếp rỗng, tất cả các đỉnh đều được xét → dừng thuật toán.



 $0 \rightarrow 3 \rightarrow 5$

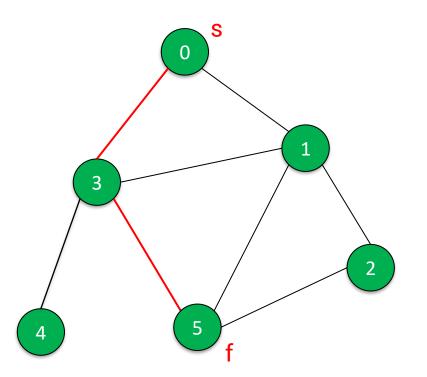
Thứ tự duyệt DFS là 0, 3, 5, 2, 4, 1.



Đáp án bài toán (dùng stack)

$$0 \rightarrow 3 \rightarrow 5$$

Đường đi từ đỉnh 0 đến đỉnh 5 như hình vẽ.





Khai báo thư viện và các biến toàn cục:

```
#include <iostream>
  #include <vector>
  #include <stack>
  using namespace std;
  #define MAX 100
  int V;
  int E;
  vector<int> graph[MAX];
  bool visited[MAX];
int path[MAX];
```



Thuật toán chính DFS (part 1)

```
11. void DFS(int src)
12. {
        for (int i = 0; i < V; i++)</pre>
13.
14.
            visited[i] = false;
15.
            path[i] = -1;
16.
17.
        stack<int> s;
18.
        visited[src] = true;
19.
        s.push(src);
20.
        // to be continued
21.
```



Thuật toán chính DFS (part 2)

```
while (!s.empty())
22.
        {
23.
             int u = s.top();
24.
             s.pop();
25.
             for (int i = 0; i < graph[u].size(); i++)</pre>
26.
27.
                  int v = graph[u][i];
28.
                  if (!visited[v])
29.
30.
                       visited[v] = true;
31.
                       s.push(v);
32.
                       path[v] = u;
33.
34.
35.
36.
37.
```



Hàm main để gọi thực hiện chương trình:

```
int main()
39.
        int u, v;
        cin >> V >> E;
41.
        for (int i = 0; i < E; i++)
42.
43.
            cin >> u >> v;
44.
            graph[u].push_back(v);
45.
            graph[v].push_back(u);
46.
47.
        int s = 0;
48.
        int f = 5;
49.
        DFS(s);
50.
        printPath(s, f);
51.
        return 0;
52.
53.
```



Khai báo thư viện và các biến toàn cục:

```
    MAX = 100
    V = None
    E = None
    visited = [False for i in range(MAX)]
    path = [0 for i in range(MAX)]
    graph = [[] for i in range(MAX)]
```



```
def DFS(src):
       for i in range(V):
           visited[i] = False
           path[i] = -1
10.
    s = []
11.
       visited[src] = True
12.
       s.append(src)
13.
       while len(s) > 0:
14.
           u = s.pop()
15.
           for v in graph[u]:
16.
                if not visited[v]:
17.
                    visited[v] = True
18.
                    s.append(v)
19.
                    path[v] = u
20.
```



Hàm main để gọi thực hiện chương trình:

```
if __name__ == '__main__':
                                                python™
      V, E = map(int, input().split())
22.
      for i in range(E):
23.
           u, v = map(int, input().split())
24.
          graph[u].append(v)
25.
          graph[v].append(u)
26.
    s = 0
27.
   f = 5
28.
      DFS(s)
29.
      printPath(s, f)
30.
```



Khai báo thư viện và các biến toàn cục:

```
import java.util.*;
public class Main {
    private static ArrayList<ArrayList<Integer>> graph;
    private static int V;
    private static int E;
    private static ArrayList<Integer> path;
    private static ArrayList<Boolean> visited;
```



Thuật toán chính DFS (part 1)

```
private static void DFS(int src) {
           Stack<Integer> s = new Stack<>();
9.
            path = new ArrayList<>();
10.
           visited = new ArrayList<>();
11.
            for (int i = 0; i < V; i++) {
12.
                visited.add(false);
13.
                path.add(-1);
14.
15.
           visited.set(src, true);
16.
            s.add(src);
17.
            // to be continued
18.
```



Thuật toán chính DFS (part 2)

```
while (!s.isEmpty()) {
19.
                 int u = s.pop();
20.
                 for (int i = 0; i < graph.get(u).size(); i++) {</pre>
21.
                      int v = graph.get(u).get(i);
22.
                      if (!visited.get(v)) {
23.
                          visited.set(v, true);
24.
                          path.set(v, u);
25.
                          s.add(v);
26.
27.
28.
29.
30.
```



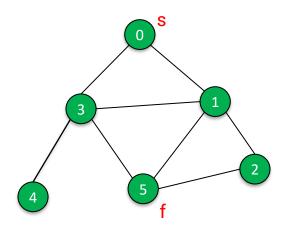
```
public static void main(String[] args) {
31.
            Scanner sc = new Scanner(System.in);
32.
            V = sc.nextInt();
33.
            E = sc.nextInt();
34.
            graph = new ArrayList<>(V);
35.
            for (int i = 0; i < V; i++)
36.
                 graph.add(new ArrayList<>());
37.
            for (int i = 0; i < E; i++) {
38.
                 int u = sc.nextInt();
39.
                 int v = sc.nextInt();
40.
                 graph.get(u).add(v);
41.
                 graph.get(v).add(u);
42.
43.
            int s = 0, f = 5;
44.
            DFS(s);
45.
            printPath(s, f);
46.
        }
47.
48.
```



CÀI ĐẶT THUẬT TOÁN DFS BẰNG ĐỆ QUY



Bước 0: Chuẩn bị dữ liệu



Chuyển danh sách cạnh kề vào CTDL graph.

Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Đỉnh kề	1, 3	0, 2, 3, 5	1, 5	0, 1, 4, 5	3	1, 2, 3

Mảng đánh dấu các đỉnh đã xét visited.

Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Trạng thái	false	false	false	false	false	false

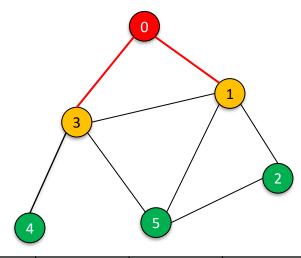
Mảng lưu vết đường đi path.

Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Lưu vết	-1	-1	-1	-1	-1	-1

Bước 1: Chạy thuật toán lần 1



Lấy đỉnh 0 (đỉnh bắt đầu đi) ra xét và tìm những đỉnh có kết nối với đỉnh 0 (những đỉnh chưa xét).



graph

Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Đỉnh kề	1, 3	0, 2, 3, 5	1, 5	0, 1, 4, 5	3	1, 2, 3

visited

Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Trạng thái	true	false	false	false	false	false

path

Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Lưu vết	-1	0	-1	-1	-1	-1

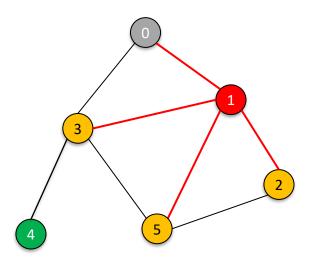


Gọi đệ quy đỉnh 1.

Big-O Blu

Bước 2: Chạy thuật toán lần 2

Gọi đệ quy đỉnh 1 tìm những đỉnh có kết nối với đỉnh 1 (những đỉnh chưa xét).



graph

Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Đỉnh kề	1, 3	0, 2, 3, 5	1, 5	0, 1, 4, 5	3	1, 2, 3

visited

Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Trạng thái	true	true	false	false	false	false

path

Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Lưu vết	-1	0	1	-1	-1	-1

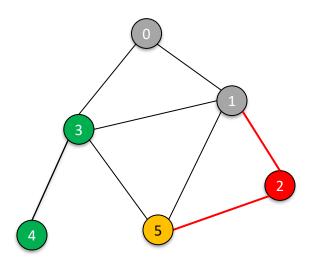


Gọi đệ quy đỉnh 2.

Big-O Blue

Bước 3: Chạy thuật toán lần 3

Gọi đệ quy đỉnh 2 tìm những đỉnh có kết nối với đỉnh 2 (những đỉnh chưa xét).



graph

Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Đỉnh kề	1, 3	0, 2, 3, 5	1, 5	0, 1, 4, 5	3	1, 2, 3

visited

Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Trạng thái	true	true	true	false	false	false

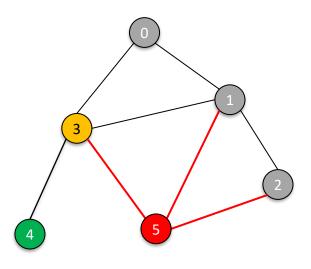
Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Lưu vết	-1	0	1	-1	-1	2



Big-O Blu

Bước 4: Chạy thuật toán lần 4

Gọi đệ quy đỉnh 5 tìm những đỉnh có kết nối với đỉnh 5 (những đỉnh chưa xét).



graph

Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Đỉnh kề	1, 3	0, 2, 3, 5	1, 5	0, 1, 4, 5	3	1, 2, 3

visited

Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Trạng thái	true	true	true	false	false	true

path

Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Lưu vết	-1	0	1	5	-1	2

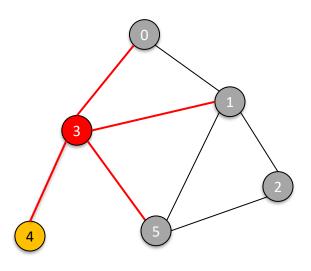


Gọi đệ quy đỉnh 3.



Bước 5: Chạy thuật toán lần 5

Gọi đệ quy đỉnh 3 tìm những đỉnh có kết nối với đỉnh 3 (những đỉnh chưa xét).



graph

Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Đỉnh kề	1, 3	0, 2, 3, 5	1, 5	0, 1, 4, 5	3	1, 2, 3

visited

Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Trạng thái	true	true	true	true	false	true

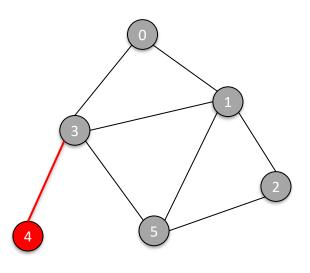
Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Lưu vết	-1	0	1	5	3	2





Bước 6: Chạy thuật toán lần 6

Gọi đệ quy đỉnh 4 tìm những đỉnh có kết nối với đỉnh 4 (những đỉnh chưa xét).



graph

Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Đỉnh kề	1, 3	0, 2, 3, 5	1, 5	0, 1, 4, 5	3	1, 2, 3

visited

Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Trạng thái	true	true	true	true	true	true

path

Đỉnh	0	1	2	3	4	5
Lưu vết	-1	0	1	5	3	2

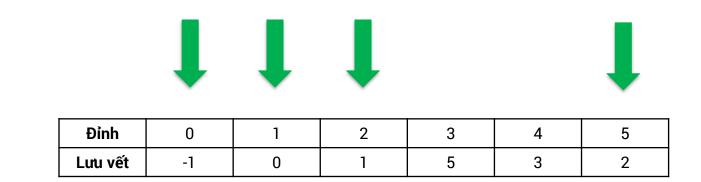


Đệ quy ngược lại các đỉnh 3, 5, 2, 1, 0 để kiểm tra.



Kết quả chạy thuật toán bằng đệ quy

Tất cả các đỉnh đều đã được xét → dừng thuật toán.



path

$$0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 5$$

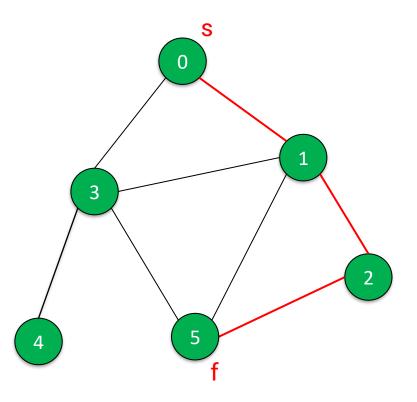
Thứ tự duyệt DFS đệ quy là 0, 1, 2, 5, 3, 4.



Đáp án bài toán (đệ quy)

 $0 \rightarrow 1 \rightarrow 2 \rightarrow 5$

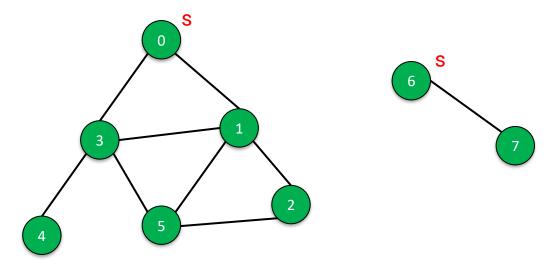
Đường đi từ đỉnh 0 đến đỉnh 5 như hình vẽ.





Lưu ý khi sử dụng DFS

Khi 2 đỉnh cần tìm đường đi nhưng lại không có đường đi tới nhau được thì kết quả trả về sẽ như thế nào?



Trường hợp chạy bắt đầu từ đỉnh 0.

Đỉnh	0	1	2	3	4	5	6	7
Lưu vết	-1	0	5	0	3	3	-1	-1

Trường hợp chạy bắt đầu từ đỉnh 6.

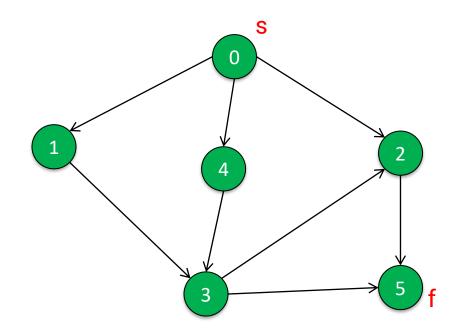
p	a	t	h
_	_	-	

Đỉnh	0	1	2	3	4	5	6	7
Lưu vết	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	6





Tìm đường đi từ đỉnh **0** đến đỉnh **5**:



stack

 $0 \rightarrow 4 \rightarrow 3 \rightarrow 5$

Đệ quy

 $0 \rightarrow 1 \rightarrow 3 \rightarrow 2 \rightarrow 5$



Thuật toán chính DFS đệ quy:

```
void DFSRecursion(int s)
2.
       visited[s] = true;
3.
       for (int i = 0; i < graph[s].size(); i++)</pre>
4.
        {
5.
            int v = graph[s][i];
            if (!visited[v])
7.
8.
                 path[v] = s;
9.
                 DFSRecursion(v);
10.
11.
12.
13. }
```



```
int main()
15.
        int u, v;
16.
        cin >> V >> E;
17.
        for (int i = 0; i < E; i++)</pre>
18.
             cin >> u >> v;
20.
             graph[u].push_back(v);
21.
             graph[v].push_back(u);
22.
23.
        int s = 0;
24.
        int f = 5;
25.
        for (int i = 0; i < V; i++)
26.
        {
27.
             visited[i] = false;
28.
             path[i] = -1;
29.
        DFSRecursion(s);
31.
        printPath(s, f);
32.
        return 0;
33.
34.
```



Thuật toán chính DFS đệ quy:

```
1. def DFSRecursion(s):
2.    visited[s] = True
3.    for v in graph[s]:
4.        if not visited[v]:
5.            path[v] = s
6.            DFSRecursion(v)
```



Hàm main để gọi thực hiện chương trình:

```
7. if __name__ == '__main__':
                                                       python™
      V, E = map(int, input().split())
8.
     for i in range(E):
           u, v = map(int, input().split())
10.
           graph[u].append(v)
11.
          graph[v].append(u)
12.
    s = 0
13.
    f = 5
14.
    for i in range(V):
15.
           visited[i] = False
16.
           path[i] = -1
17.
      DFSRecursion(s)
18.
       printPath(s, f)
19.
```



Thuật toán chính DFS đệ quy:

```
private static void DFSRecursion(int s) {
1.
            visited.set(s, true);
2.
            for (int i = 0; i < graph.get(s).size(); i++) {</pre>
3.
                int v = graph.get(s).get(i);
4.
                if (!visited.get(v)) {
5.
                     path.set(v, s);
6.
                     DFSRecursion(v);
7.
8.
9.
10.
```



Hàm main DFS đệ quy - part 1

```
public static void main(String[] args) {
11.
           Scanner sc = new Scanner(System.in);
12.
           V = sc.nextInt();
13.
           E = sc.nextInt();
14.
           graph = new ArrayList<>(V);
15.
           for (int i = 0; i < V; i++)
16.
                graph.add(new ArrayList<>());
17.
           for (int i = 0; i < E; i++) {
18.
                int u = sc.nextInt();
19.
                int v = sc.nextInt();
20.
               graph.get(u).add(v);
21.
               graph.get(v).add(u);
22.
23.
```



Hàm main DFS đệ quy - part 2

```
int s = 0, f = 5;
24.
            path = new ArrayList<>();
25.
           visited = new ArrayList<>();
26.
           for (int i = 0; i < V; i++) {
27.
                visited.add(false);
28.
                path.add(-1);
29.
30.
           DFSRecursion(s);
31.
            printPath(s, f);
32.
33.
```

Hỏi đáp





