

ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Лифшиц М.А.

18 декабря 2007 г.

Программа курса и правила проведения экзамена
ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

1 ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

Вероятностное пространство. Элементарные события. Вероятности элементарных событий. События. Вероятности событий. Формула сложения вероятностей непересекающихся событий. Схема равновероятных исходов. Схема Бернулли. Вероятности, связанные с числом успехов в схеме Бернулли. Условная вероятность событий. Независимость двух событий. Независимость произвольного числа событий. Формула перемножения вероятностей для независимых событий. Формула полной вероятности.

Случайная величина. Распределение случайной величины. Способы задания распределений - табличный, формульный, через функцию распределения, через плотность распределения. Примеры распределений - распределение Бернулли, биномиальное распределение, равномерное распределение, распределение Пуассона, показательное распределение, нормальное распределение. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Две формулы для дисперсии. Формулы для математического ожидания и дисперсии типовых распределений. Свойства математического ожидания и дисперсии. Формула для дисперсии суммы независимых случайных величин. Ковариация. Коэффициент корреляции как мера линейной зависимости случайных величин.

Случайные векторы, их математические ожидания и ковариационные матрицы (см. конспект темы "Линейная регрессия").

Закон больших чисел Бернулли для последовательности независимых испытаний. Общий закон больших чисел для последовательности независимых случайных величин. Закон Бернулли как частный случай общего закона. Центральная предельная теорема для сумм независимых случайных величин. Центральная предельная теорема Муавра-Лапласа для числа успехов в схеме независимых испытаний.

2 МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Базисные понятия математической статистики. Статистическая модель как выборка наблюдений и класс возможных (допустимых) распределений. Типы решаемых задач: оценка параметров распределения данных и проверка гипотез о распределении данных.

Оценка параметров распределения. Точечные и интервальные оценки. Статистическая оценка как функция наблюдений. Состоятельность. Несмещенность. Оценивание математического ожидания эмпирическим средним. Оценивание параметров распределения Бернулли, показательного распределения, распределения Пуассона и нормального распределения с помощью эмпирического среднего. Эмпирическая дисперсия и исправленная эмпирическая дисперсия как оценки дисперсии распределения наблюдений. Применение к нормальному распределению.

Интервальное оценивание параметров распределения. Доверительный интервал. Доверительная вероятность. Построение доверительного интервала для математического ожидания нормальной выборки при известной дисперсии (по таблицам нормального распределения), при неизвестной дисперсии (по таблицам распределения Стьюдента). Построение доверительного интервала для дисперсии нормальной выборки. Построение доверительного интервала для параметра распределения Бернулли.

Проверка гипотез. Общие понятия, связанные с проверкой гипотез - гипотеза, альтернатива, принятие и отклонение гипотезы, решающее правило, ошибки первого и второго рода. Критерий, значимость, критический уровень. Односторонние и двусторонние критерии. Проверка гипотезы о соответствии элементов выборки заданному распределению: критерий хи-квадрат и критерий Колмогорова. Эмпирическая функция распределения и ее сходимость к теоретической функции распределения. Вариационный ряд. Применение критерия хи-квадрат к проверке однородности двух выборок. Применение критерия хи-квадрат к проверке

независимости двух величин. Проверка гипотезы о наличии или отсутствии линейной связи между двумя нормальными величинами (через выборочный коэффициент корреляции). Проверка гипотезы о наличии связи между двумя нечисловыми признаками, допускающими упорядочивание значений (через ранговый коэффициент корреляции).

Задача линейной регрессии. Смысл задачи регрессии. Суть метода наименьших квадратов. Решение задач регрессии с двумя неизвестными параметрами. Решение общей задачи регрессии в матричной форме. Вероятностная трактовка задачи о регрессии. Несмещенность оценки наименьших квадратов. Эффективные оценки. Эффективность оценки метода наименьших квадратов в классе линейных оценок.

3 Правила проведения экзамена

Экзамен проводится в письменной форме и состоит из двух частей - теоретического теста и практической части. Теоретический тест включает 6 вопросов, главным образом, по определениям и формулировкам теорем. Продолжительность теста 20 мин. Пользование источниками запрещено. Практическая часть включает решение 3-4 задач. Ее продолжительность - 2 часа. Пользование рукописными источниками (конспекты, шпаргалки) в этой части разрешено. На протяжении всего экзамена *запрещено пользоваться техническими устройствами, за исключением калькуляторов, и общаться с другими студентами.*

На работах студенты указывают свою фамилию, группу, номер варианта. Вопросы теста и условия задач переписывать не следует.

Результаты экзаменов проставляются в зачетные книжки, ориентировочно, 17-18 января.

4 Правила постановки оценок

Итоговая оценка складывается из четырех составляющих: посещаемость (0-4 балла), успеваемость в семестре (0-18 баллов), знание теории на экзамене (0-18 баллов), решение задач на экзамене (0-20 баллов). Общая максимальная сумма баллов - 60.

Для получения оценок достаточно набрать $A - 45$, $B - 40$, $C - 35$, $D - 27$, $E - 22$ баллов соответственно. Эти цифры являются предва-

нительными и могут быть пересмотрены по итогам экзамена (в пользу студентов).