

计算: 课后作业, 书上的题, PPT上的题, 3题, 10'

OPENMP MPI CUDA 补充题

程序设计: 前面 OPENMP 图例题

基本 6道 SMP 大型并行计算机系统

并行系统存储访问类型 共享存储

不同处理机 拓扑结构 节点连接 网络延迟

常用加速比类型 标度 阿姆达尔 受并行量的限制

并行算法的指标

并行算法设计过程

划分通信组合映射

常见并行算法计算模型有哪几个

三轴可扩展性度量标准

第5章 划分法, 分治, 流水线 基本技术

OPENMP MPI CUDA 特点 使用场合

计算 4.6 4.7 AI CPI, MIPS

阿姆达尔加速比计算 串行加速

十台机器加速到多个极限时加速到多少 4.11

5.2 证明复杂度

Blent 过程证明

PRRS 均匀划分排列算法在

步骤与结果

程序设计 MPI 填空, MPI 基本函数 4.11 4.12

CUDA 基本程序设计, 两个数加法

CUDA 访问内存 (CUDA 内存、指令、函数地址有编号, 用3个字节)

与 OPENMP 的图例给串行与并行

下页同

填空

并行计算

(11) 大型计算机系统一般分为六类

① 单指令多数据流计算机 SIMP

② 并行向量处理机 PVP

③ 对称多处理机 SMP

④ 大规模并行处理机 MPP

⑤ 工作站机群 COW

⑥ 分布共享存储多处理机 DSM

(12) 并行计算机访存类型

① 均匀存储访问 (UMA)

② 非均匀存储访问 (NUMA)

③ 全高速缓存存储访问 (COMA)

④ 高速缓存一致性非均匀存储访问 (CC-NUMA)

⑤ 非远程存储访问 (NORMA)

(13) 网络性能指标

① 节点度 — 射入或射出一个节点的边数

② 网络直径 — 网络中任何两个节点之间的最长距离

③ 对剖宽度 — 对分网络各半所必须移去的最少边数

④ 对剖带宽 — 每秒钟内, 在最小的对剖平面上通过所有连线的最大

⑤ 对称 — 从任一节点观看网络都一样。

字节数。



SHOT ON MI 10S

#### ④不同处理器拓扑结构

网络名称	网络规模	节点度	网络直径	对数宽度	对称性
一维 线性阵列	$N$ (个节点)	2	$N-1$	1	—
环形	$N$	2	$\lfloor N/2 \rfloor$ (双向)	2	✓
一维 2-D网孔	$(\sqrt{N} \times \sqrt{N})$	4	$2(\sqrt{N}-1)$	$\sqrt{N}$	—
Illiac网孔	$(\sqrt{N} \times \sqrt{N})$	4	$\sqrt{N}-1$	$2\sqrt{N}$	—
2-D环绕	$(\sqrt{N} \times \sqrt{N})$	4	$2\lfloor \sqrt{N}/2 \rfloor$	$2\sqrt{N}$	✓
二叉树	$N$	3	$2(\log \sqrt{N}-1)$	1	—
星形	$N$	$N-1$	2	$\lfloor N/2 \rfloor$	—
三维 超立方	$N=2^n$	$n$	$n$	$N/2$	✓
立方环	$N=k2^k$	3	$2k-1+\lfloor k/2 \rfloor$	$N/(2k)$	✓

#### (5) Amdahl定律 [加速比定律] 问题规模一定

计算负载一定, 增加处理器数来加快执行速度。

$$S = \frac{W_s + W_p}{W_s + W_p/p} = \frac{f + (1-f)}{f + \frac{(1-f)}{p}} = \frac{p}{1-f(p-1)} \quad \text{当 } p \rightarrow \infty \text{ 时, } S = \frac{1}{f}$$

这意味着随处理器数无限增大, 并行计算所能达到的加速比上限为  $\frac{1}{f}$

$$S = \frac{W_s + W_p}{W_s + W_p/p + W_o} = \frac{p}{1-f(p-1) + \frac{W_o}{W_p}} \quad \text{当 } p \rightarrow \infty \text{ 时, } S = \frac{1}{f + \frac{W_o}{W_p}}$$

可见串行分量和并行分量额外开销越大, 则加速比越小。

#### Crustafson定律 [加速比定律] 时间一定

$$S = p - f(p-1)$$

这意味着随处理器数目增加, 加速比与处理器数成比例线性增加。



(6) 并行计算 4 个指标

- 1) 运行时间  $T(n)$
- 2) 处理器数目  $P(n)$
- 3) 并行计算法的成本  $C(n)$
- 4) 总运算量  $W(n)$

(7) 并行算法的设计过程 (PCAAA)

任务划分  $\rightarrow$  通信分析  $\rightarrow$  任务组合  $\rightarrow$  处理器映射

划分: 划分成小的任务, 开拓并发性

通信: 确认诸任务间的数据交换, 监测划分的合理性

组合: 依据任务的局部性, 组合成更大的任务

映射: 将每个任务分配到处理器上, 提高算法的性能

简答(1) 并行计算基本设计技术

划分: 分治, 流水线, 平衡树, 倍增

平衡树思想: 以树的叶结点为输入, 中间结点为处理结点, 由叶向根或由根向叶进行并行处理。

倍增思想: 当递归调用时, 所要处理数据之间的距离逐步加倍, 经过  $k$  步后即可完成距离为  $2^k$  的所有数据的计算。

流水线思想: 将算法划分为  $P$  个首尾衔接的任务片断, 一个任务片断的输出作为下一个任务片断的输入。

## (2) 四种常见计算模型及它们的特点

▷ PRAM (并行随机存取机器) 优点: ① 适合并行算法的表达、分析和比较, 使用简单。

② 易于设计算法, 稍加修改便可运行在不同的并行机上。

### 异步PRAM模型

① 每个处理器都有其局部时钟和局部程序。

② 处理器间通信经共享全局存储器。

③ 无全局时钟。

④ 处理器任何时间依赖关系需要明确地在各处理器的程序中加入同步(各)障。

⑤ 一条指令可在非确定但有限的时间完成。

缺点: ① PRAM是一个同步模型, 这意味着所有指令按锁步的方式操作, 用户感觉不至同步存在浪费。

② 要求处理器间通信无延迟, 无限带宽和无开销, 不现实。

▷ BSP 模型 ① 处理器与路由器分开, 强调了计算任务和通信任务分开。

② 采用路障方式, 以硬件实现的全局同步是在可控的粗粒度及程序无过份负担。

③ 在分析BSP模型的性能时, 假定局部操作可在一个时间步内完成, 而在每一个超级步中, 一个处理器至多发送或接收一条消息。

④ 为PRAM模型所设计的算法, 均可采用在每个BSP处理器上模拟一些PRAM处理器的方法实现。

⑤ 将计算划分为一个超级步, 有效避免了死锁。

### LogP模型

① 抓住了网络与处理器之间的性能瓶颈, 反映了通信带宽, 单位时间内最多有LogP个消息能进行处理器间传递。

② 处理器间异步工作, 并通过处理器间消息传递完成同步。

③ 消息延迟不确定, 但延迟不无穷。

④ 可预估算法实际运行时间。

⑤ 对编程技术有一定的反映。

### 13) 三种可扩展性度量标准

1) 等效率度量标准: 保持效率  $E$  不变的前提下, 研究问题规模  $W$  如何随处理器数  $P$  而变化

2) 等速度度量标准: 保持平均速度不变的前提下, 研究处理器数  $P$  增多时应相应增加多少工作量  $W$

3) 平均延迟度量标准: 效率  $E$  不变的前提下, 用平均延迟的  $1/W$  作为标志, 随着处理器数  $P$  的增加, 要增加多少工作量  $W$

因三个标准相互等效, 基本出发点都是抓住影响算法可扩展性基本参数  $T_s$ .

等效率  $\rightarrow$  解析计算方法得到  $T_s \rightarrow$  通过解析计算开销参数来评判

等速度  $\rightarrow$  将  $T_s$  隐含在所测量的执行时间中

平均延迟  $\rightarrow$  保持效率为恒定时, 通过调节  $W$  与  $P$  来测量并行与串行测量时间, 最后通过平均延迟反映出  $T_s$ .

### (4) 三种并行方法特点, OpenMp, MPI, Cuda 对比

1) OpenMp 基于线程的编程模型, 一个共享存储的进程由多个线程组成, OpenMp 是基于已有线程的共享编程模型.

基于编译驱动的, 具有简单, 移植性好和可扩展等优点,

OpenMp 不是一门新的语言, 不能自动进行并行化, 基本语法扩展

使用场景: SMP, DSM 机器, 不适合于集群, UNIX, Windows

2) MPI 是一个消息传递接口标准, 用于开发基于消息传递的并行程序

使用场景: PC/Windows, 主要的 UNIX 工作站, 并行机

3) Cuda 一种并行计算平台和编程模型, Cuda 在其自己的 GPU 上进行计算, 加快计算密集型应用程序的速度, 作为前处理器使用

使用场景: NVIDIA 的 GPU (并行计算加速)



# 并行计算:

① PVP: 并行向量处理机

1. 大型并行机系统: 单指令多数据流 (SIMD)

并行向量处理机 (PVP)

对称多处理机 (SMP)

大规模并行处理机 (MPP)

工作站机群 (COW)

分布共享存储 (DASM)

均为多指令  
多数据流

2. 并行计算存储

访问类型:

均匀存储访问 (UMA)

非均匀存储访问 (NUMA)

全高速缓存存储访问 (COMA)

高速缓存一致性非均匀存储访问 (CC-NUMA)

非远程存储访问 (NORMA)

3. 并行网络拓扑结构

(网络直径, 对剖宽度)

一维: 线性阵列:  $N$  个结点对称连接, 直径  $N-1$ , 对剖宽度 1.  
(二近邻连接)

有环: 单环: 直径 2, 对剖宽度  $N-1$   
双环: 直径 2, 对剖宽度  $N/2$

二维: 二维网孔: 直径  $2\sqrt{N}-1$ , 对剖宽度  $\sqrt{N}$   
Illiac 网孔: 度为 4  
2-D 环绕

	内节数	直径	对剖宽度
一维: 线性	2	$N-1$	1
单向环	2	$N-1$	2
双向环	2	$N/2$	2
二维: 2-D 网孔	4	$2(\sqrt{n}-1)$	$\sqrt{n}$
Illiac 网孔	4	$\sqrt{n}-1$	$2\sqrt{n}$
2-D 环绕	4	$2\lfloor \sqrt{n}/2 \rfloor$	$2\sqrt{n}$
树: 二叉树	3	$2(\lceil \log n \rceil - 1)$	1
超立方: $n$ 立方 一个顶点有 $n$ 条边	$n$	$n$	$n/2$

#### 4. 加速比定理, Amdahl,

(4.1) Amdahl: 问题规模固定, 坏固定.

$P$ : 并行中处理器数.

$W$ : 问题规模.

$W_s$ : 串行分量 (不可并行化)  $W_s = W_f$

$W_p$ : 并行分量

$$S = \frac{W_s + W_p}{W_s + \frac{W_p}{P}}$$

$$= \frac{1}{f + (1-f)/P}$$

$$W = W_s + W_p$$

$$f = \text{串行分量比例} : f = \frac{W_s}{W}$$

$$= \frac{P}{Pf + 1 - f} = \frac{P}{(P-1)f + 1}$$

$T_s = T_1$ : 串行执行时间.

$T_p$ : 并行执行时间.

$S$ : 加速比.

$E$ : 效率.

当  $P \rightarrow \infty$  时,  $S \rightarrow \frac{1}{f}$

结论:

随着处理器数目的无限增大, 并行系统所能达到的加速比上限为  $\frac{1}{f}$ .

$$S = \frac{\cancel{W_p} + W_s + W_p}{\cancel{W_p} + \frac{W_p}{P}} = \frac{f + (1-f)}{Pf + (1-f)}$$

$$= \frac{P}{(P-1)f + 1}$$

$$P \rightarrow \infty, S \rightarrow \frac{1}{f}$$



SHOT ON MI 10S



4.2) Gustafson定律: 时间固定, 规模不定.

4.3) Sun和Ni定律.

设  $W = W_s + W_p$ .

为保持时间不变, 则  $W_p = W_s + p \cdot W_p$

$$\begin{aligned} \text{则加速比 } S' &= \frac{W_s + p \cdot W_p}{W_s + W_p} \\ &= \frac{W_s + p \cdot W_p}{W_s + W_p} = f + p(1-f) = p - f(p-1) \end{aligned}$$

结论: 随着处理器数目的增加, 加速几乎与处理器数成比例的线性增加, 串行比例  $f$  不再是瓶颈.

5. 并行算法的几个指标:

① CPU和存储器的某些基本性能指标.

② 通信开销.

③ 机器的成本、价格与性能价格比.

6. 并行算法设计过程:

划分、通信、组合、映射. (简称PCAM)

任务划分    通信分析    组合    处理器映射.

7. 并行计算模型 and 特点. (PST).

① PRAM: 并行随机存取机器

② 异步PRAM模型:

③ BSP模型

④ LogP模型



强林纸业 922-16

SHOT ON MI 10S

第 页

## 8. 可扩展性评测标准

可扩展性: 计算机系统性能随处理器数 $n$ 而按比例提高的能力.

可扩展性

三个标准: 等效率度量标准, 等速度度量标准, 平均延迟度量标准.

## 9. 并行算法设计技术.

划分设计技术, 分治设计技术, 平衡树设计技术, 倍增设计技术.

流水线设计技术.

均匀划分, 左根划分.

对数划分, 功能划分.

5.2 证明:  $\frac{1}{2}n^2 - 3n = \Theta(n^2)$

设  $C_1 = \frac{1}{4}$

$$\frac{1}{2}n^2 - 3n - \frac{1}{4}n^2 = 0$$

$$n_0 = 0 \text{ 或 } 12.$$

5.2

brent证明.

当  $n \geq n_0 = 12$  时.

$$f(n) - C_1 g(n) \geq 0.$$

11. PSRS. 排序结果(每步) P91.

取  $C_2 = 10$  时, 当  $n \geq n_0$  时.

$$10n^2 - \frac{1}{2}n^2 + 3n^2 \geq 0.$$

$$\text{即 } f(n) - C_2 g(n) \leq 0.$$

$\therefore$  当  $n_0 \geq 12$ ,  $C_1 = \frac{1}{4}$ ,  $C_2 = 10$  时,

满足  $n \geq n_0$ ,  $C_1 g(n) \leq f(n) \leq C_2 g(n)$

$$\text{即 } \frac{1}{2}n^2 - 3n = \Theta(n^2)$$



SHOT ON MI 10S

程序:

### 1. MPI 6个基本函数

- ① 启动: `int MPI_Init(int *argc, char ***argv)`
- ② 结束: `int MPI_Finalize(void)`
- ③ 获取进程编号: `int MPI_Comm_rank(MPI_Comm comm, int *rank)`
- ④ 获取进程数: `int MPI_Comm_size(MPI_Comm comm, int *size)`
- ⑤ 消息发送: `int MPI_Send(void *buf, int count, MPI_Datatype datatype, int dest, int tag, MPI_Comm comm)`

⑥ 消息接收:

### 2. MPI: $\pi$

```
MPI_Init(&argc, &argv);
MPI_Comm_rank(MPI_COMM_WORLD, &rank);
MPI_Send(&senddata, 1, MPI_INT, 1, tag, MPI_COMM_WORLD);
MPI_Recv(&recvdata, 1, MPI_INT, 0, tag, MPI_COMM_WORLD, &status);
MPI_Finalize();
```

3. OpenMP

OpenMP: 计算  $\pi$

```
#include <omp.h>
static long num_steps = 100000;
#define NUM_THREADS 2
void main()
{
    int i;
    double x, pi, sum = 0;
    double step = 1.0 / (double)num_steps;
    omp_set_num_threads(NUM_THREADS);
    #pragma omp parallel for reduction(+: sum) private(i, x)
    for (i = 0; i < num_steps; i++)
    {
        x = (i + 0.5) * step;
        sum = sum + 4.0 / (1.0 + x * x);
    }
    pi = sum * step;
}
```



### 3. CUDA.

```
_global_ void add(int *a, int *b, int *c)
{
    *c = *a + *b;
}
```

```
int main(void)
```

```
{
    int a=1, b=2, c;
    int *d_a, *d_b, *d_c;
```

```
    cudaMalloc((void **)&d_a, sizeof(int));
    cudaMalloc((void **)&d_b, sizeof(int));
    ~~~~~ &d_c, ~~~~~
```

```
    cudaMemcpy(d_a, &a, sizeof(int), cudaMemcpyHostToDevice);
    ~~~~~ d_b, &b, ~~~~~);
```

```
    add<<<1,1>>>(d_a, d_b, d_c);
```

```
    cudaMemcpy(&c, d_c, sizeof(int), cudaMemcpyDeviceToHost);
```

```
    cudaFree(d_a);
```

```
    cudaFree(d_b);
    ~~~~~ d_c;
```

```
    return 0;
```

```
}
```