

Optimizacija kolonijom pčela

Seminarski rad u okviru kursa
Metodologija stručnog i naučnog rada
Matematički fakultet

Maja Vukolić, Marija Marković, Lea Petković, Marina Pilipović
vukolic.maja97@gmail.com, markovic.n.maja@gmail.com,
lea.bela.97@gmail.com, beka.pilipovic@gmail.com

19. april 2020

Sažetak

Kretanje insekata i njihovo zujuanje čoveku je zanimljivo za posmatranje od malih nogu. Insekti su vremenom našli način da dođu do hrane brže i efikasnije, a čovek je došao na ideju da njihovo kretanje pretvori u algoritam za rešavanje mnogih problema. Posmatranjem roja pčela nastao je algoritam optimizacije kolonijom pčela, jedan od poznatijih pčelinjih algoritama. Optimizacija kolonijom pčela utemeljena je na sličnosti između ponašanja pčela u potrazi za nektarom i optimizacionih algoritama u potrazi za optimumom. Predstavlja metaheuristiku je zasnovanu na pretraživanju populacije. Algoritam je iskorišćen u potpunosti ili modifikovan za rešavanje mnogih problema. Neki od tih problema, kao što su problem trgovackog putnika i problem deljenja vozila, obrađeni su u ovom radu.

Ključne reči: pčele, roj, BCO, optimizacija, algoritam, primene, TSP

Sadržaj

1 Uvod	2
1.1 Inteligencija roja	2
2 Pčele i strategija	2
2.1 Pčelinji ples	3
3 Istorija algoritma	4
4 Pčelinji algoritam	4
4.1 BCO algoritam	5
4.1.1 Lojalnost pčele	6
4.1.2 Regrutacija	7
5 Primene algoritma	7
5.1 Problem trgovackog putnika	8
5.2 Problem deljenja vozila	9
6 Zaključak	9
Literatura	11
A Dodatak	11

1 Uvod

Priroda je poslužila kao nadahnuće za mnoštvo naučnih istraživanja. Pored onoga što je već otkriveno, dosta je ostalo neistraženo. Danas, dosta novih algoritama je inspirisano prirodnim procesima, tj. karakteristike koje su se dobro pokazale u biologiji, programeri teže da primene u rešavanju mnogih problema.

1.1 Inteligencija roja

Specijalnu klasu ovakvih algoritama predstavljaju oni koji počivaju na **inteligenciji roja** (*engl. Swarm intelligence, SI*). Jedan od vodećih eksperata, Eric Bonabeau, definisao je inteligenciju roja kao *svaki pokušaj dizajniranja algoritama ili distribuiranih uređaja za rešavanje problema, inspirisanih kolektivnim ponašanjem društvenih kolonija insekata i drugih društava životinja*[1]. Pojam *roj* odnosi se na bilo kakvu skupinu interaktivnih agenata/pojedinaca. Pčele su jedan od primera roja. Metafora se lako može proširiti na druge (slične) sisteme: kolonija mrava može se smatrati rojem čiji su agensi mravi; a slično važi za jato ptica. Neki algoritmi koji se zasnivaju na inteligenciji roja, odnosno - ponašanju pojedinačnih jedinki unutar određene grupe, su:

- Optimizacija rojevima čestica (*engl. Particle Swarm Optimization, PSO*) [5],
- Optimizacija mravlјim kolonijama (*engl. Ant Colony Optimization, ACO*) [11],
- Optimizacija kolonijom pčela (*engl. Bee Colony Optimization, BCO*).

Nabrojani algoritmi rade nad skupom jedinki, rojem. Elementi ovog skupa nazivaju se čestice. Čestice se na unapred definisan način kreću po prostoru pretrage. Njihovo kretanje se usmerava imajući u vidu njihovu trenutnu poziciju, njihovu trenutno najbolju poziciju, kao i najbolju poziciju čitavog roja. Na ovaj način stvara se model koji je prilagođen računaru, kao i potrebama određenih zadataka. Ovaj rad će dati kratak teorijski uvod o kretanju pčela u prirodi, algoritmu koji je iz toga proistekao, kao i primere njegove realne primene.

2 Pčele i strategija

Pčele se prema ulozi koje imaju dele na: matice, trutove i radilice. Kako autorima rada u algoritmu stvaranje pčela nije od značaja, akcenat se stavlja na treću vrstu – radilice. Postoje dva tipa radilica: izviđači (*engl. scout bees*) i sakupljači (*engl. forager bees*)[4].

Izviđači konstantno pretražuju okruženje tražeći nove izvore nektara. Kreću se nasumično u okolini košnice, procenjujući vrednost resursa na koje najdu. Kada pronađu izvor hrane, vraćaju se u košnicu, odlaze u deo koji se naziva „podijum za igru” i izvode pčelinji ples [9], prikazan na slici 2. Pomoću ovog plesa objašnjavaju drugim pčelama put do novog izvora hrane. Nakon toga, one se vraćaju na izvor, ali sada u pratnji drugih pčela. Broj pčela koji će im se pridružiti zavisi od kvaliteta poruke koju prenose. Zahvaljujući ovom procesu, kolonija je u stanju da se fokusira samo na najvrednije izvore hrane.

Prirodno se nameće da je broj sakupljača (na slici 1) mnogo veći od broja izviđača. Sakupljači na osnovu izvedenog plesa odlučuju da li će



Slika 1: Pčela „sakupljač” prilikom sakupljanja nektara.

poći do izvora hrane ili ne. Zainteresovane pčele kreću na put. Takođe, pčela izviđač je, osim putanje, prenela i miris cveta na kom je bila, čime sakupljači znaju da se nalaze na pravom putu.

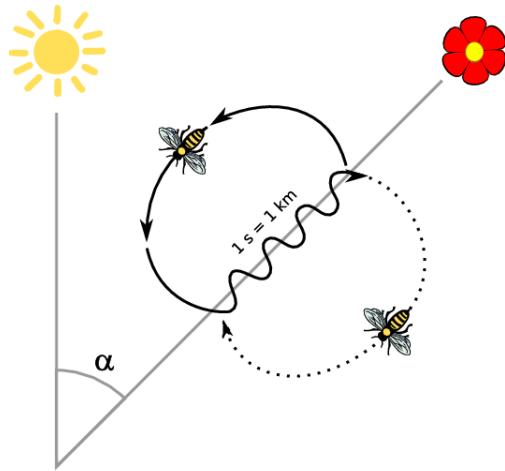
2.1 Pčelinji ples

Nemački zoolog Karl Von Frisch je 1973. otkrio da pčele među sobom komuniciraju plesom (*engl. waggle dance*). Na tzv. „plesnom podijumu” u košnici izviđači prenose poruku u dve faze:

- migoljenje
- kružni povratak, prvo u jednu, a zatim u drugu stranu.

Na ovaj način se kodiraju: smer, udaljenost i kvalitet izvora hrane, a pčele koje nikad nisu napuštale košnicu tačno znaju gde treba da idu.

Najsloženiji podatak je *smer*. Pčele koriste položaj Sunca, odnosno, ugao pod kojim izvodi ples označava ugao u odnosu na pravac Sunca pod kojim pčele treba da krenu ka izvoru - cvetu. Ovo je prikazano na slici 2:



Slika 2: Ples pčele koji vrši u košnici, kako bi ukazala drugim pčelama na smer i udaljenost izvora hrane.

Udaljenost izvora se određuje na osnovu krive koju pčela izviđač opisuje prilikom plesa. Ako kruži, izvor se nalazi u radijusu od 50m. Ako je kriva u obliku znaka beskonačno, onda je izvor dalji od 150m; dok je u preostalim slučajevima izvor na udaljenosti između 50m i 150m[6].

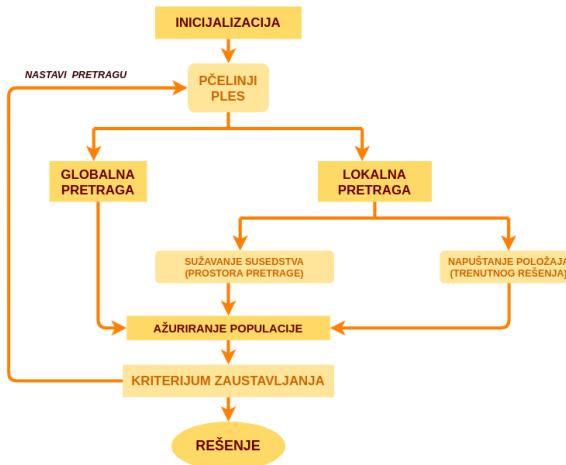
Brzina i vreme trajanja plesa je proporcionalno oceni resursa pčele izviđača. Drugi izviđači takođe mogu opisivati isti izvor nektara. *Kvalitet* je veći što je veći broj pčela koje oglašavaju za jedan isti izvor, a samim tim sa njima će poći veći broj sakupljača[5]. Dokle god se smatraju vrednim, izvori hrane će "reklamirati" pčele sakupljači kroz ples u košnici. Novi regruti mogu takođe učestvovati u plesu i na taj način pozivati što više novih pčela da se priključe sakupljanju.

3 Istorija algoritma

U periodu 1999-2003, srpski akademici - Panta Lučić i Dušan Todorović, predstavili su osnovne koncepte optimizacije kolonijom pčela kroz sistem pčela (*engl. bee system*) dok su vršili istraživanja u *Virginia Tech*[3]. Optimizacija kolonijom pčela uvedena je 2005. godine kao metaheuristika za rešavanje problema uparivanja putovanja. Iste godine su Drias i Yahi modifikovali algoritam optimizacije rojem pčela (*engl. bee swarm optimization*) za problem MAX-W-SAT (*engl. maximum weighted satisfiability problem*). Takođe, D. T. Pham uvodi pčelinji algoritam (*engl. bees algorithm*) koji kombinuje pretraživanje susedstva i nasumično pretraživanje[4]. Dok računarski inženjer D. Karaboga uvodi algoritam veštačke kolonije pčela (*engl. artificial bee colony, ABC*) prvenstveno namenjen numeričkoj optimizaciji.

4 Pčelinji algoritam

Pčelinji algoritam je metod pretrage koji oponaša kolonije pčela prilikom potrage za hranom[2]. Profesor D. T. Pham, zajedno sa svojim saradnicima, je napravio i opisao algoritam 2005. godine.



Slika 3: Dijagram sa koracima opšteg pčelinjeg algoritma.

U svojoj osnovnoj verziji izvršava pretraživanje susedstva u kombinaciji sa globalnim pretraživanjem, i može se upotrebiti i za kombinatornu i za kontinuiranu optimizaciju. Koristi populaciju ageansa, odnosno veštačkih pčela, kako bi uzorkovao prostor rešenja[5]. Pčele izviđači nsumično traže regije visoke funkcije prilagođenosti (globalna pretraga). Najuspešniji izviđači regrutuju promenljiv broj pčela koje tragaju za hranom kako bi pretraživali u okolini najboljih rešenja (lokalna pretraga). Ciklusi globalne i lokalne pretrage ponavljaju se dok se ne otkrije prihvativljivo rešenje ili ne prođe određeni broj iteracija. Efikasnost ovog algoritma se pokazala u mnogim istraživanjima. Među najpoznatijim pčelinjim algoritmima, za optimizacione probleme, nalazi se **BCO**. Osnovni koraci dati su dijagramom na slici 3.

4.1 BCO algoritam

Optimizacija rojem pčela je zasnovana na analogiji između prirodnog ponašanja pčela u potrazi za nektarom i ponašanja optimizacionih algoritama u potrazi za optimumom[5]. Ova metaheuristika je zasnovana na pretraživanju populacije. Postoje 2 osnovna pristupa BCO algoritma:

- **Konstruktivni BCO** - zasnovan na koracima izgradnje, gde pčele grade rešenje korak po korak
- **BCOi** - zasnovan na poboljšanju celovitih rešenja kako bi se dobila što bolja konačna rešenja [5]

Potrebno je napraviti koloniju veštačkih pčela koje bi tražile dobra rešenja problema u prostoru pretrage. Kako bi kvalitet dobijenih rešenja bio bolji, pčele sarađuju i razmenjuju informacije. Na ovaj način pčele su skoncentrisane na rešenja koja više obećavaju, te postepeno generišu i poboljšavaju pronadena rešenja (sve dok nije postignut zadati kriterijum zaustavljanja). Opšti algoritam dat je u nastavku:

```

1 // B - broj pčela ukljucenih u pretragu
2 // N - broj letova od kosnice do cveta i nazad
3 // u jednoj BCO iteraciji
4 // Inicijalizacija: Dodeljuju se vrednosti promenljivama B i N,
5 // određuje se kriterijum zaustavljanja
6 Radi:
7   (1) Dodeli prazno rešenje svakoj pceli
8   (2) Za svaku k od 0 do N:
9     // let unapred
10    (a) Za svaku i od 0 do B:
11      Za svaku j od 0 do f(N):
12        (i) Proceni sve mogućnosti
13        (ii) Izaberi naredni korak koristeci pravila
14          ruleta
15
16    // let unazad
17    (b) Za svaku i od 0 do B:
18      Proceni kvalitet (parcijalnog/celokupnog)
19      rešenja za trenutnu pcelu
20    (c) Za svaku i od 0 do B:
21      Odrediti lojalnost na osnovu pravila ruleta
22      trenutne pčele i
23    (d) Za svaku i od 0 do B:
24      Ako pceli nije dodeljeno rešenje,
25      pravilom ruleta izaberi rešenje
26    (3) Uporedi sva rešenja i izaberi najbolje
27      Azuriraj x_best i f(x_best) dok kriterijum zaustavljanja
28      ne bude zadovoljen
29
30 dok god (nije zadovoljen kriterijum)
```

Listing 1: Pseudokod BCO algoritma [3]

Populacija se sastoji od B veštačkih pčela. Svaka od njih zadužena je za proizvodnju jednog rešenja. Različite putanje koje pčele prelaze predstavljaju različita rešenja. Algoritam ima dve faze - **let unapred** i **let unazad**. Navedene faze dešavaju se naizmenično[3].

Kod leta unapred, pčele pretražuju prostor pretrage. Postoji unapred definisani broj koraka koji izgrađuju i/ili poboljšavaju rešenje, koje onda postaje bolje rešenje. Zatim se započinje se s letom unazad.

Kod leta unazad, svaka pčela deli informaciju o kvalitetu svog parcijalnog/celokupnog rešenja. Do optimalnog rešenja dolazi se izračunavanjem funkcije cilja za svako parcijalno/celokupno rešenje, što je analogno plesu pčela u prirodi. Nakon što su rešenja evaluirana, svaka pčela odlučuje (s određenom verovatnoćom) da li će ostati pri svom rešenju ili ne. Pčele koje su pronašle bolja rešenja imaju veće šanse da ih zadrže i reklamiraju. Za razliku od pčela u prirodi, u algoritmu - druge pčele će razmatrati rešenja kao potencijalno dobra, onih pčela koje su ostale verne svojim rešenjima. Kad god neka pčela odbaci svoje rešenje, mora da izabere jedno od reklamiranih rešenja. Pčela donosi odluku sa određenom verovatnoćom - tako da bolja rešenja imaju veće šanse da budu izabrana za naredne korake. Na ovaj način, pri svakom letu unazad, sve pčele se dele u dve grupe. Prvu grupu čine pčele regruteri R , a drugu neopredeljene pčele $B - R$. Vrednosti broja regrutera i neopredeljenih pčela se menjaju od iteracije do iteracije (jednog leta unazad do drugog leta unazad)[5].

U narednom letu unapred, prema konstruktivnom BCO-u, svaka pčela dodaje novu komponentu na pre generisano delimično rešenje. Kod BCO-i a pčele menjaju delove celokupnog rešenja kako bi se postigla rešenja što većeg kvaliteta[5].

Faze leta unapred i leta unazad se smenjuju N puta, dok svaka pčela ne izgradi sopstveno rešenje ili ne uradi izmenu rešenja. N predstavlja parametar koji služi za definisanje učestalosti komunikacije između pčela. Kada se izvrši N iteracija/koraka, određuje se najbolje rešenje od svih mogućih B rešenja. To rešenje se posle koristi pri ažuriranju globalno najboljeg rešenja. Ovime je iteracija algoritma gotova i brišu se svih B rešenja, te započinje nova iteracija[5].

Sve dok kriterijum zaustavljanja nije ispunjen, vrše se iteracije. Mogući kriterijumi zaustavljanja mogu biti maksimalan/zadati broj iteracija ili maksimalan broj iteracija bez poboljšanja funkcije cilja. Najbolje pronađeno rešenje se daje kao konačno. To rešenje i globalno rešenje.

4.1.1 Lojalnost pčele

Nakon završetka leta unapred, svaka pčela odlučuje da li će ostati verna prethodno pronađenom rešenju ili ne. Ova odluka zavisi od trenutnog kvaliteta rešenja pčele u odnosu na rešenja ostalih pčela. Verovatnoća da je pčela i lojalna svom prethodnom parcijalnom/celokupnom rešenju, na početku novog leta unapred, opisana je formulom:

$$p_i^{u+1} = e^{-\frac{O_{max} - O_i}{u}} \quad (*)$$

- O_i - normalizovana vrednost funkcije parcijalnog/celokupnog rešenja
- O_{max} - maksimalna vrednost svih normalizovanih
- u - brojač letova unapred (1, 2, ..., N)

U zavisnosti da li nam treba minimalna ili maksimalna funkcija, normalizacija se izvodi na sledeći način:

- $O_i = \frac{C_{max} - C_i}{C_{max} - C_{min}}$ za minimizaciju
- $O_i = \frac{C_i - C_{min}}{C_{max} - C_{min}}$ za maksimizaciju

gde C_i označava ciljnu vrednost funkcije i-tog pčelinjeg rešenja.

Lojalnost pčele zavisi od formule (*), kao i generatora slučajnih brojeva. Ako je slučajni broj manji od izračunate vrednosti, pčela ostaje pri svom rešenju. U suprotnom, neopredeljena je[3].

4.1.2 Regrutacija

Za svaku neopredeljenu pčelu, treba odrediti kog regruta će slediti. Pritom, uzima u obzir kvalitet reklamiranih rešenja. Verovatnoća da će i-to parcijalno/celokupno rešenje izabrati neopredeljena pčela je:

$$p_i = \frac{Q_i}{\sum_{k=1}^R (Q_k)}, i = 1, 2, \dots, R$$

Gde je Q_k normalizovana vrednost funkcije cilja k-tog reklamiranog rešenja. R je broj regrutera. Svaka neopredeljena pčela se pridružuje jednom od regrutera preko ruleta[5].

5 Primene algoritma

Ovaj algoritam našao je mnoge primene u inžinerstvu: optimizacija klaster sistema, manufaktura, upravljanje, bioinžinjering, mnogi problemi optimizacije itd. U narednoj tabeli su nabrojani problemi koje su naučnici rešavali pomoću optimizacije kolonijom pčela.

Tabela 1: Primene BCO algoritma od 2001. do 2009. godine

Godina	Autori	Primena
2001, 2002, 2003	Lučić i Teodorović	Problem trgovackog putnika
2003	Lučić i Teodorović	Problem sa usmeravanjem vozila u slučaju nesigurne potražnje
2005	Teodorović i Dell' Orco	Problem deljenja vozila
2006	Teodorović, Lučić, Marković, Dell' Orco	Problem trgovackog putnika i problemi sa usmeravanjem mreža
2007	Marković, Teodorović i Aćimović-Raspopović	Usmeravanje i dodela talasne dužine svim optičkim mrežama
2007	Teodorović i Šelmić	Problem p-medijane
2008	Teodorović	Poređenje performansi BCO algoritma sa performansama drugih algoritama zasnovanih na inteligenciji roja
2009	Davidović, Teodorović i Šelmić	Statičko zakazivanje nezavisnih zadataka kod homogenih višeprocesorskih sistema

5.1 Problem trgovačkog putnika

Problem trgovačkog putnika (*engl. travelling salesman problem*) se koristi kao reper za mnoge metode optimizacije. U postavci ovog problema dano je n gradova i potrebno ih je sve obići, tako da ni u koji grad ne dođemo dva puta, a da dužina ukupnog puta bude što manja. Lučić i Teodorović su ovo pokušali da reše koristeći metod optimizacije kolonijom pčela.

Kada su rešavali problem, autori su takođe razvijali BCO algoritam koji je imao više sličnosti sa ponašanjem pčela u prirodi nego poslednja verzija alogirtma. Glavna razlika između ove dve verzije je u tome što je košnica imala važnu ulogu u prethodnoj verziji. Košnici je bilo određeno mesto koje se moglo menjati tokom postupka pretrage. Druga razlika je u tome što nisu sve pčele angažovane na početku procesa pretraživanja. Pčele izviđači započinju pretragu i u svakoj fazi im se pridružuju nove pčele procesom regрутације. Košnica se postavlja u nasumičnom čvoru i problem se dalje deli u etape. U svakoj fazi, pčela bira nove čvorove - *cvetove*, koji će se dodati u do sada parcijalno rešenje tj. izgrađen put trgovačkog putnika. Ovo odgovara letu unapred u BCO algoritmu.

Za vreme leta unazad, svaka pčela odlučuje je da li će da napusti dobijeno parcijalno rešenje (*onda ona postaje neopredeljena*) ili da ga zadrži (*onda ona ima ulogu da plesom regrutuje nove pčele koje će je pratiti*). Za oba izbora postoji određena verovatnoća, gde su pčele sa većom vrednošću trenutnog rešenja imaju veće šanse da nastave sopstveno istraživanje. Svakoj neopredeljenoj pčeli rešenje se dodeljuje nasumično, ruletskom selekcijom, pri čemu bolja rešenja imaju veću verovatnoću da budu izabrana za pretragu.

Nakon izvršene selekcije, pčele su proširile prethodno generisana parcijalna rešenja na osnovu predefinisanog broja čvorova tokom leta unapred, praćenog letom unazad. Po povratku u košnicu pčela opet učestvuje u donošenju odluke. Ovi koraci se ponavljaju sve dok se ne izgeneriše celokupno rešenje tj. da se za svaku pčelu nađe put kroz n čvorova i po potrebi ažurira globalno najbolje rešenje[10].

Lučić i Teodorović su testirali optimizaciju na velikom broju dobro poznatih testova za testiranje performansi (*engl. test benches*) kao što su *Eil51*, *Berlin52*, *St70* itd[8]. Algoritam je izvršavan na IBM-ovom računaru sa PIII procesorom (533MHz). Rezultati njihovog testiranja su prikazani u sledećoj tabeli:

Tabela 2: Vrednosti dobijene primenom algoritma [8]

Test	Optimalna vrednost(O)	Najbolja postignuta vrednost pomoću BCO algoritma(B)	(B-O)/O (%)	CPU (s)
Eil51	428.87	428.87	0	29
Berlin52	7544.366	7544.366	0	0
St70	677.11	677.11	0	7
Pr76	108159	108159	0	2
Kroa100	21285.4	21285.4	0	10
Eil101	640.21	640.21	0	61
Tsp225	3859	3899.9	1.06%	11651
A280	2586.77	2608.33	0.83%	6270
Pcb442	50783.55	51366.04	1.15%	4384
Prl1002	259066.6	267340.7	3.19%	28101

Iz tabele može se videti da su najbolje vrednosti, dobijene BCO algoritmom, približne optimalnim vrednostima, kao i da je vreme rada procesora malo. Stoga, može se zaključiti da je BCO dao kvalitetne rezultate.

5.2 Problem deljenja vozila

Današnji saobraćaj je veoma zagušen zbog neprestane gradnje novih puteva i novih puteva koji se uključuju u stare. To doprinosi većem broju zagušenja saobraćaja, kašnjenja, dužem putovanju, velikom broju zastavljanja i povećanju zagađenosti vazduha u gradovima. Zato je bitno pametno iskoristiti postojeće puteve.

Deljenje vožnje (*engl. ride-sharing*) je jedna od korišćenijih TDM (*engl. Travel Demand Management*) tehnika. U okviru ovog koncepta dve ili više osoba dele isto vozilo kako bi stigli do svojih destinacija. Prevoznik mora da poseduje sledeće informacije kako bi dobro isplanirao put:

- kapacitet vozila (broj ljudi u vozilu)
- mesto odakle se kreće za svaki dan u nedelji
- krajnja destinacija za svaki dan u nedelji
- vreme željenog polaska i/ili dolaska za svaki dan u nedelji
- dani u nedelji, kada je osoba spremna da učestvuje u deljenju vozila

Teodorović i Dell' Orco žeeli su da osmisle rutu i raspored vozila i putnika za celu nedelju, tako da ukupna dužina putovanja za sve učesnike bude minimalna. Razvili su model koji se oslanja na BCO. Ovaj model testiran je na uzorku vozila koja su kretali iz malog grada u Italiji - Trane, do mesta Bari. Učestvovalo je 97 putnika. Kapacitet svakog vozila bio je 4 putnika.

U ovom slučaju, algoritam je odredio da 96 (= 24*4) od 97 putnika daju najbolju putanju. Ne postoji standardni metod u literaturi za određivanje najbolje metode za optimalno deljenje vožnje. Ovo je bio samo pokušaj da se razvije metodologija koja bi mogla da reši ovaj problem[7].

6 Zaključak

U ovom radu predstavljena je optimizacija kolonijom pčela, metaheuristička metoda inspirisana ponašanjem pčela i najmlađa tehnika koja koristi inteligenciju roja. Bavili smo se komunikacijom između pčela i međusobnoj podeli posla u košnici. Posebna pažnja posvećena je samom algoritmu, koji se uz određene modifikacije može prilagoditi za različite probleme optimizacije u upravljanju, inženjeringu ili kontroli. Takođe, ukratko je opisana primena na problem trgovačkog putnika i problem deljenja vozila, sa kojim se svakodnevno susrećemo. BCO ima mogućnost da putem razmene informacija i regrutovanja intenzivnije vrši pretragu u onim regionima prostora rešenja koji više obećavaju. Ipak, nije široko korišćen za rešavanje stvarnih problema.

Zanimljivi aspekti budućeg istraživanja mogu biti homogenost pčela, različiti mehanizmi razmene informacija i različiti mehanizmi saradnje. Takođe, jedna od interesantnih praktičnih primena mogla bi da bude i primena pčelinjeg algoritma na naše elektronske uređaje. Naime, svima nam je dobro poznata situacija u kojoj se mobilni telefon, laptop ili neki

drugi uređaj zaređao ili prestao sa radom usled velikog korišćenja. O rešavanju ovog problema, inspirisan prirodom (tačnije pčelama), govori Ali Abuassal u svom doktorskom radu (za znatiželjne, link ka ovom radu dat je u dodatku).

Literatura

- [1] E. Bonabeau, M. Dorigo, G. Theraulaz. Swarm Intelligence: From Natural to Artificial Systems. *Oxford University Press, 1999.*
- [2] Marco Castellani. The Bees Algorithm WebPage. on-line at: <http://beesalgorithmsite.altervista.org>.
- [3] Tatjana Davidović, Dušan Teodorović, and Milica Šelmić. Bee colony optimization part i: The algorithm overview. *Yugoslav Journal of Operations Research, 25 (2015), Number 1, 33–56*, 2014.
- [4] Dino Klemen. *Diplomski rad: Raspoznavanje uzoraka primjenom umjetne kolonije pčela.* Sveučilište u Zagrebu, Fakultet Elektrotehnike i računarstva, 2011.
- [5] Stejpan Lojen. *Diplomski rad: Primjena heurističkih metoda u mještajstvu.* Sveučilište u Zagrebu, Fakultet Strojarstva i brodogradnje, 2016.
- [6] David R. Tarpy. The honey bee dance language. *North Carolina Cooperative extension service*, 2016.
- [7] Dušan Teodorović, Mauro Dell' Orco. Migrating Traffic Congestion: Solving the Ride-Matching Problem by Bee Colony Optimisation *Univerzitet u Beogradu, Taylor and Francis, 18 January 2008*
- [8] Dušan Teodorović. Bee Colony Optimisation (BCO) *Univerzitet u Beogradu, Saobracajni fakultet*
- [9] Von Frisch, Karl. The Dance Language and Orientation of Bees *Harvard University Press, Cambridge, MA*
- [10] Tatjana Davidović, Dušan Teodorović, Milica Šelmić. Bee Colony Optimization Overview. *Saobracajni fakultet, Univerzitet u Beogradu, 12–13*
- [11] Marco Dorigoa, Christian Blumb. *Ant colony optimization theory: A survey* Science direct

A Dodatak

Za one koji žele da znaju više, doktorski rad Ali Abuassala možete pronaći na: [https://pure.york.ac.uk/portal/en/publications/artificial-bee-colonyinspired-runtime-task-management-for-manycore-systems\(83f1aad7-3e26-4609-b0df-03af36d0d330\).html](https://pure.york.ac.uk/portal/en/publications/artificial-bee-colonyinspired-runtime-task-management-for-manycore-systems(83f1aad7-3e26-4609-b0df-03af36d0d330).html).