

Rapport de TP

dépot git : <https://github.com/leila-i/M1-CHPS-TP-CN>

Exercice 1.

1. Approximer la dérivée seconde de T au moyen d'un schéma centré d'ordre 2.

$$T(x+h) = T(x) + \frac{h}{1!} T'(x) + \frac{h^2}{2!} T''(x) + O(h^3) \quad (1)$$

$$T(x-h) = T(x) - \frac{h}{1!} T'(x) + \frac{h^2}{2!} T''(x) + O(h^3) \quad (2)$$

$$(1) + (2) = T(x+h) + T(x-h) \simeq 2T(x) + h^2 T''(x)$$

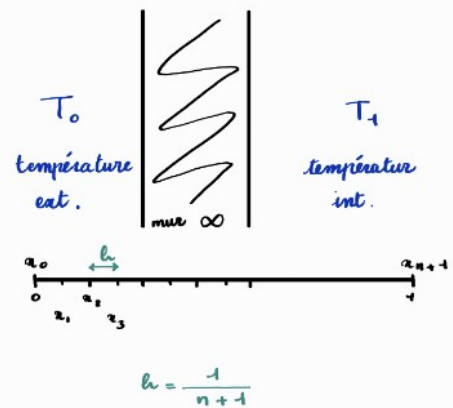
$$\Rightarrow \frac{T(x+h) + T(x-h) - 2T(x)}{h^2} \simeq T''(x)$$

Alors l'approximation est :

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} = \frac{T_{i-1} - 2T_i + T_{i+1}}{h^2} \quad \text{avec} \quad \begin{aligned} T_{i+1} &\simeq T(x+h) \\ T_{i-1} &\simeq T(x-h) \\ T_i &\simeq T(x) \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{aligned} T(x_i) &= T(ih) = T_i \\ T(x_i+h) &= T(x_{i+1}) = T(ih+h) = T((i+1)h) = T_{i+1} \\ T(x_i-h) &= T(x_{i-1}) = T(ih-h) = T((i-1)h) = T_{i-1} \end{aligned} \right.$$

Théma du pb :



2. Écrire le système linéaire de dimension n correspondant au problème 1.

$$Au = f \quad ; \quad \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{u_{i-1} - 2u_i + u_{i+1}}{h^2} \quad (u = T)$$

$$\forall i \in 1 \dots n$$

$$h(-u_{i-1} + 2u_i - u_{i+1}) = h^2 g_i$$

$$u_0 = T_0$$

$$u_{n+1} = T(1) = T_1$$

$$\begin{cases} \frac{h}{h^2} (-\cancel{u_0}^{T_0} + 2u_1 - u_2) = g_1 & \rightarrow \frac{h}{h^2} (+2u_1 - u_2) = g_1 + \frac{h}{h^2} T_0 \\ \frac{h}{h^2} (-u_1 + 2u_2 - u_3) = g_2 \\ \vdots \\ \frac{h}{h^2} (-u_{n-1} + 2u_n - \cancel{u_{n+1}}^{T_1}) = g_n & \rightarrow \frac{h}{h^2} (-u_{n-1} + 2u_n) = g_n + \frac{h}{h^2} T_1 \end{cases}$$

$$\frac{h}{h^2} \times \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & & 0 \\ -1 & 2 & -1 & & 0 \\ 0 & -1 & 2 & \ddots & \\ & & \ddots & \ddots & -1 \\ 0 & & & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} g_1 + \frac{h}{h^2} T_0 \\ g_2 \\ g_3 \\ \vdots \\ g_n + \frac{h}{h^2} T_1 \end{pmatrix}$$

Exercice 3. Référence et utilisation de BLAS/LAPACK

2. Quelle est la signification de la constante LAPACK COL MAJOR ?

LAPACK_ROW_MAJOR ou LAPACK_COL_MAJOR sont définis dans lapacke.h, spécifiant si les tableaux sont stockés dans l'ordre rangée-majeur ou colonne-majeur.

3. À quoi correspond la dimension principale (leading dimension) généralement notée ld ?

Chaque argument de tableau 2D dans une routine FORTRAN LAPACK possède un argument supplémentaire qui spécifie sa "leading dimension". Pour les tableaux 2D de rangée majeure, les éléments d'une rangée sont supposés être contigus et les éléments d'une rangée à l'autre sont supposés être séparés par une dimension principale. Pour les tableaux 2D à majorité de colonnes,

les éléments d'une colonne sont supposés être contigus et les éléments d'une colonne à l'autre sont supposés être séparés par une "leading dimension".

34. Que fait la fonction *dgbmv* ? Quelle méthode implémente-t-elle ?

Dgbmv : banded matrix vector multiply.

```
subroutine dgbmv ( character          TRANS,
                  integer            M,
                  integer            N,
                  integer            KL,
                  integer            KU,
                  double precision    ALPHA,
                  double precision, dimension(lda,*) A,
                  integer            LDA,
                  double precision, dimension(*) X,
                  integer            INCX,
                  double precision    BETA,
                  double precision, dimension(*) Y,
                  integer            INCY
```

DGBMV effectue l'une des opérations matrice-vecteur suivantes

$$y := \alpha * A * x + \beta * y, \text{ ou } y := \alpha * A^{**T} * x + \beta * y,$$

où alpha et bêta sont des scalaires, x et y sont des vecteurs et A est une matrice à m par n bandes, avec k.

m par n matrice de bande, avec kl sous-diagonales et ku super-diagonales.

5. Que fait la fonction *dgbtrf* ? Quelle méthode implémente-t-elle ?

```
subroutine dgbtrf ( integer            M,
                  integer            N,
                  integer            KL,
                  integer            KU,
                  double precision, dimension( ldab, * ) AB,
                  integer            LDAB,
                  integer, dimension( * ) IPIV,
                  integer            INFO
                  )
```

DGBTRF calcule une factorisation LU d'une matrice de bande réelle m par n A en utilisant un pivotement partiel avec échange de lignes.

Il s'agit de la version bloquée de l'algorithme, appelant BLAS niveau 3

6. Que fait la fonction *dgbtrs* ? Quelle méthode implémente-t-elle ?

```
subroutine dgbtrs ( character                                TRANS,
                   integer                                N,
                   integer                                KL,
                   integer                                KU,
                   integer                                NRHS,
                   double precision, dimension( ldab, * ) AB,
                   integer                                LDAB,
                   integer, dimension( * )                IPIV,
                   double precision, dimension( ldb, * )  B,
                   integer                                LDB,
                   integer                                INFO
                   )
```

DGBTRS résout un système d'équations linéaires

$$A * X = B \text{ ou } A^{**T} * X = B$$

avec une matrice de bande générale A en utilisant la factorisation LU calculée par DGBTRF.

7. Que fait la fonction *dgbstv* ? Quelle méthode implémente-t-elle ?

DGBSV calcule la solution du système d'équations linéaires $A * X = B$ pour les matrices GB (pilote simple)

```
subroutine dgbstv ( integer                                N,
                   integer                                KL,
                   integer                                KU,
                   integer                                NRHS,
                   double precision, dimension( ldab, * ) AB,
                   integer                                LDAB,
                   integer, dimension( * )                IPIV,
                   double precision, dimension( ldb, * )  B,
                   integer                                LDB,
                   integer                                INFO
                   )
```

DGBSV calcule la solution d'un système réel d'équations linéaires

$A * X = B$, où A est une matrice de bande d'ordre N avec des sous-diagonales KL

Leila IMANI

et des superdiagonales KU , et X et B sont des matrices N -by- $NRHS$.

La décomposition LU avec pivotement partiel et échange de rangées est utilisée pour factoriser A comme $A = L$.

est utilisée pour factoriser A sous la forme $A = L * U$, où L est un produit de matrices de permutation et de matrices triangulaires inférieures unitaires.

et de matrices triangulaires inférieures unitaires avec des sous-diagonales KL , et U est une matrice triangulaire supérieure avec $KL+KL$.

triangulaire supérieure avec des superdiagonales $KL+KU$. La forme factorisée de A est ensuite utilisée pour résoudre le système d'équations $A * X = B$.

8. Comment calculer la norme du résidu relatif avec des appels BLAS ?

Avec un `Ddot` et `sqrt` ou