

Отчет о выполнении лабораторной работы 1.1.1

Определение систематических и случайных
погрешностей при измерении удельного
сопротивления нихромовой проволоки

Студент: Копытова Виктория
Сергеевна
Группа: Б03-304

1 Аннотация

Цель работы: измерить удельное сопротивление проволоки и вычислить систематические и случайные погрешности при использовании таких измерительных приборов, как линейка, штангенциркуль, микрометр, амперметр, вольтметр и мост постоянного тока.

В работе используются: линейка, штангенциркуль, микрометр, отрезок проволоки из нихрома, амперметр, вольтметр, источник ЭДС, мост постоянного тока, реостат, ключ.

2 Теоретические сведения

Удельное сопротивление материала проволоки круглого сечения, изготовленной из однородного материала и имеющей всюду одинаковую толщину, может быть определено по формуле:

$$\rho = \frac{R_{\text{пр}} \pi d^2}{l \cdot 4} \quad (1)$$

где $R_{\text{пр}}$ — сопротивление измеряемого отрезка проволоки, l — его длина, d — диаметр проволоки.

Необходимо учесть, что при изготовлении проволоки не удастся выдержать постоянным ее диаметр. Он немного меняется по длине случайным образом. Поэтому в формулу (1) надо подставлять среднее значение ее диаметра и учитывать в дальнейшем соответствующую случайную погрешность этого значения.

В данной работе величину сопротивления $R_{\text{пр}}$ предлагается измерить с помощью одной из схем, представленных на рис. 1. Здесь R — переменное сопротивление (реостат), R_a — сопротивление амперметра, R_V — сопротивление вольтметра, $R_{\text{пр}}$ — сопротивление исследуемой проволоки.

Пусть V и I — показания вольтметра и амперметра. Рассчитанные по этим показаниям величины сопротивления проволоки $R_{\text{пр}} = V_a/I_a$ для схемы (а) и $R_{\text{пр}2} = V_6/I_6$ для схемы (б) будут отличаться друг от друга и от искомого $R_{\text{пр}}$ из-за влияния внутренних сопротивлений приборов. Однако с помощью рис. 1 нетрудно найти связь между сопротивлением проволоки $R_{\text{пр}}$ и полученными значениями $R_{\text{пр}1}$ и $R_{\text{пр}2}$.

В случае схемы (а) вольтметр правильно измеряет падение напряжения на концах проволоки, а амперметр измеряет сумму токов, прошедших через проволоку и вольтметр. Отсюда:

$$R_{\text{пр}1} = R_{\text{пр}} \frac{R_V}{R_V + R_{\text{пр}}}; \quad R_{\text{пр}} = R_{\text{пр}1} \frac{R_V}{R_V - R_{\text{пр}1}} \approx R_{\text{пр}1} \left(1 + \frac{R_{\text{пр}1}}{R_V} \right) \quad (2)$$

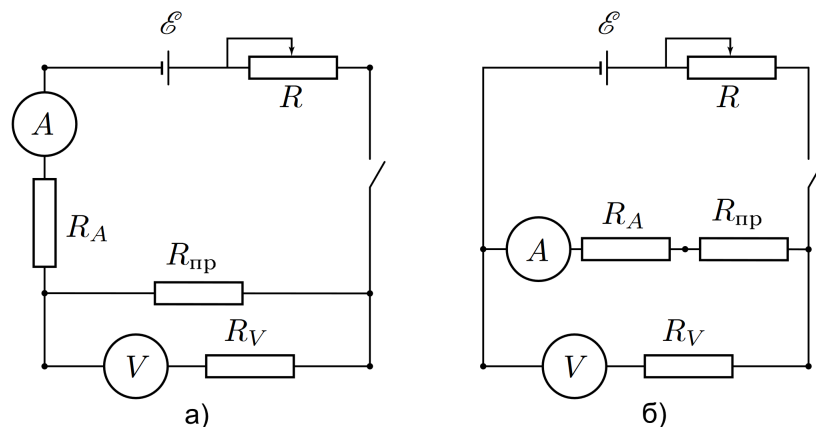


Рис. 1: Схемы для измерения сопротивления при помощи амперметра и вольтметра

В случае схемы (б) амперметр измеряет силу тока, прошедшего через проволоку, но вольтметр измеряет суммарное падение напряжения на проволоке и на амперметре. Отсюда:

$$R_{\text{пр}2} = R_A + R_{\text{пр}}; R_{\text{пр}} = R_{\text{пр}2} \left(1 - \frac{R_A}{R_{\text{пр}2}} \right) \quad (3)$$

Для контрольных измерений сопротивления проволоки будет использоваться метод моста постоянного тока Уитстона.

3 Ход работы

1. Измеряем диаметр проволоки штангенциркулем (d_1) и микрометром (d_2) на десяти различных участках (таблица 1).

Таблица 1: Результаты измерения диаметра проволоки

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
d_1 , мм	0,5	0,4	0,4	0,4	0,4	0,3	0,4	0,4	0,4	0,4
d_2 , мм	0,35	0,36	0,36	0,35	0,35	0,36	0,35	0,35	0,35	0,35

Средние значения:

$$\overline{d_1} = 0,40 \text{ мм}$$

$$\overline{d_2} = 0,354 \text{ мм}$$

При измерении диаметра проволоки штангенциркулем случайная погрешность измерения отсутствует. Следовательно, точность результата определяется только точностью штангенциркуля (систематической погрешностью):

$$d_1 = (0,4 \pm 0,1) \text{ мм.}$$

Измерения с помощью микрометра содержат как систематическую, так и случайную погрешности:

$$\sigma_{\text{сист}} = 0,01 \text{ мм}, \quad \sigma_{\text{сл}} = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{i=1}^n (d - \bar{d}_2)^2} = \frac{1}{10} \sqrt{2,4 \cdot 10^{-4}} \approx 1,5 \cdot 10^{-3} \text{ мм},$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma_{\text{сист}}^2 + \sigma_{\text{сл}}^2} = \sqrt{(0,01)^2 + (0,0015)^2} \approx 0,01 \text{ мм}$$

Поскольку $\sigma_{\text{сл}}^2 \ll \sigma_{\text{сист}}^2$, то можно считать проволоку однородной по диаметру, а погрешность диаметра σ_d определяется только $\sigma_{\text{сист}}$ микрометра:

$$d_2 = \bar{d}_2 \pm \sigma_d = (0,354 \pm 0,01) \text{ мм} = (3,54 \pm 0,1) \cdot 10^{-2} \text{ см}$$

2. Определим площадь поперечного сечения проволоки:

$$S = \frac{\pi d_2^2}{4} = \frac{3,14 \cdot (3,54 \cdot 10^{-2})^2}{4} \approx 9,8 \cdot 10^{-4} \text{ см}^2.$$

Величину погрешности σ_S найдем по формуле

$$\sigma_S = 2 \frac{\sigma_d}{d} = 2 \frac{0,01}{0,354} \cdot 9,8 \cdot 10^{-4} \approx 5,5 \cdot 10^{-5} \text{ см}^2.$$

Итак, $S = (0,98 \pm 0,055) \cdot 10^{-3} \text{ см}^2$, т. е. площадь поперечного сечения проволоки определена с точностью 6%.

Таблица 2: Основные характеристики приборов

	Вольтметр	Амперметр
Предел измерений $x_{\text{п}}$	750 мВ	2 А
Число делений шкалы n	150	-
Цена делений $x_{\text{п}}/n$	5 мВ	-
Чувствительность $n/x_{\text{п}}$	200 $\frac{\text{дел}}{\text{В}}$	-
Абсолютная погрешность Δx_M	$\pm 2,5 \text{ мВ}$	$\pm (0,002 \cdot X + 2k)$, где X – измеряемая величина, k – единица младшего разряда ($k = 0,01 \text{ мА}$)
Внутреннее сопротивление прибора(на данном пределе измерений)	5 кОм	10 мОм

3. Известно, что $R_{\text{пр}} \approx 5 \text{ Ом}$, $R_V = 5 \text{ кОм}$, $R_A = 10 \text{ мОм}$. Оценим по формулам (2) и (3) величину поправок при измерении $R_{\text{пр}}$:

Для схемы (а): $R_{\text{пр}}/R_V = 5/5000 = 0,001$, т. е. 0,1%

Для схемы (б): $R_A/R_{\text{пр}} = 1/500$, т. е. 0,2%

Вывод: при измерении относительно небольших сопротивлений меньшую ошибку дает схема (а).

4. Соберем схему рис. 1(а) и проведем измерения для следующих длин проволоки (цена деления линейки = 1 мм):

$$l_1 = 20.0 \pm 0.1 \text{ см}; l_2 = 30.0 \pm 0.1 \text{ см}; l_3 = 50.0 \pm 0.1 \text{ см} .$$

Измерения проведем при возрастающих и убывающих значениях тока и запишем в таблицу 3. Также измерим сопротивления данных участков с помощью моста Уинстона и занесем их в таблицу 4.

Таблица 3: Показания вольтметра и амперметра

$l_1=20 \text{ см}$			$l_2 = 30 \text{ см}$			$l_3 = 50 \text{ см}$		
V, дел $\frac{\text{мВ}}{\text{дел}}$	V, мВ	I мА	V, дел $\frac{\text{мВ}}{\text{дел}}$	V, мВ	I мА	V, дел $\frac{\text{мВ}}{\text{дел}}$	V, мВ	I мА
39	195	94,4	41	205	65,1	48	240	43,4
41	205	99,3	52	260	82,6	74	370	73,9
43	215	107,4	63	315	104,0	89	445	85,0
70	350	169,7	68	340	113,8	91	455	89,3
111	555	280,7	75	375	124,7	112	560	105,5
129	645	315,0	82	410	137,3	118	590	113,6
61	305	150,0	148	740	247,6	136	680	131,7
51	255	123,5	136	680	226,0	131	655	124,8
38	190	92,0	120	600	202,7	130	650	122,8
35	175	81,6	91	455	153,3	119	595	112,5
30	150	72,2	71	355	118,7	82	410	77,8
28	140	67,8	64	320	107,8	71	355	67,5

Таблица 4: Результаты измерения сопротивления проволоки

$l_1=20 \text{ см}$	$l_2 = 30 \text{ см}$	$l_3 = 50 \text{ см}$
$R_0 = 2,042 \text{ Ом}$ (по Р4833)	$R_0 = 3,009 \text{ Ом}$ (по Р4833)	$R_0 = 5,194 \text{ Ом}$ (по Р4833)
$R_{\text{ср}} = 2,033 \text{ Ом}$	$R_{\text{ср}} = 2,995 \text{ Ом}$	$R_{\text{ср}} = 5,229 \text{ Ом}$
$R_{\text{пр}} = 2,034 \text{ Ом}$	$R_{\text{пр}} = 2,996 \text{ Ом}$	$R_{\text{пр}} = 5,235 \text{ Ом}$
$\sigma_{\text{случ}} = 0,011 \text{ Ом}$	$\sigma_{\text{случ}} = 0,011 \text{ Ом}$	$\sigma_{\text{случ}} = 0,025 \text{ Ом}$
$\sigma_{\text{сист}} = 0,006 \text{ Ом}$	$\sigma_{\text{сист}} = 0,009 \text{ Ом}$	$\sigma_{\text{сист}} = 0,017$
$\sigma_R = 0,013 \text{ Ом}$	$\sigma_R = 0,014 \text{ Ом}$	$\sigma_R = 0,03 \text{ Ом}$

5. Построим графики зависимостей $V = f(I)$ для всех трех отрезков проволоки, проводя прямые через экспериментальные точки (рис. 2). Из графиков видно, что нет различия между значениями, полученными при возрастании и при уменьшении тока.

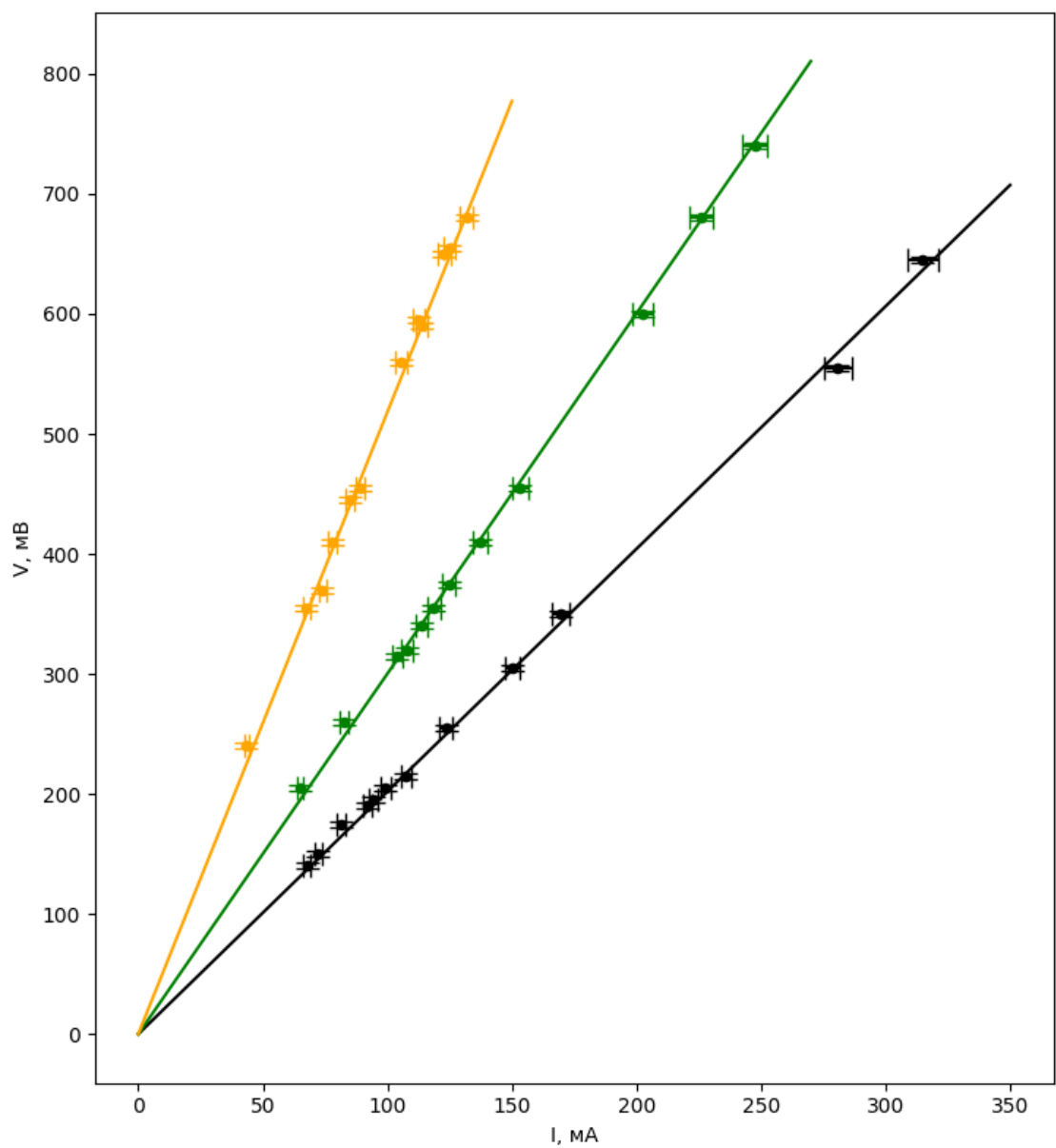


Рис. 2: Вольт-амперная характеристика

6. Для каждой длины l проведем расчет методом наименьших квадратов для прямой, проходящей через начало координат. Сопротивление находится, как

$$R_{\text{ср}} = \frac{\langle VI \rangle}{\langle I^2 \rangle}$$

а его среднеквадратичная ошибка, как

$$\sigma_{R_{cp}}^{случ} = \frac{1}{\sqrt{12}} \sqrt{\frac{\langle V^2 \rangle}{\langle I^2 \rangle} - R_{cp}^2}$$

где 12 - число экспериментальных точек. Результаты запишем в таблицу 4.

7. Возможную систематическую погрешность оцениваем по формуле:

$$\frac{\sigma_{R_{cp}}^{сист}}{R_{cp}} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_V}{V}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_I}{I}\right)^2}$$

где I и V максимальные значения силы тока и напряжения, полученные в результате эксперимента, а σ_V и σ_I - ошибки измерения вольтметром и ампертметром. Ошибка σ_V равна половине абсолютной погрешности вольтметра.

$$\sigma_V = 1,25 \text{ мВ}.$$

Ошибка σ_I зависит от измеренной величины, ее максимальное значение:

$$\sigma_I = \sigma_I^{max} = 0,65 \text{ мА}.$$

Расчитаем $\sigma_{R_{cp}}$ для проволоки длиной $l_1 = 20$ см; из табл. 3 и 4

$$R_{cp} = 2,02 \text{ Ом}, V = 645 \text{ мВ}, I = 315 \text{ мА}.$$

$$\sigma_{R_{cp}} = R_{cp} \sqrt{\left(\frac{\sigma_V}{V}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_I}{I}\right)^2} = 2,02 \cdot \sqrt{\left(\frac{1,25 \cdot 10^{-3}}{0,645}\right)^2 + \left(\frac{0,65 \cdot 10^{-3}}{0,315}\right)^2} = 6 \cdot 10^{-3} \text{ Ом}.$$

Складываем случайную и систематические ошибки по формуле:

$$\sigma_R = \sqrt{(\sigma_{случ})^2 + (\sigma_{сист})^2}$$

и заносим результаты в таблицу 5.

Таблица 5: Результаты расчетов

l , см	20	30	50
R_{cp} , Ом	2,033	2,995	5,229
σ_R , Ом	0,013	0,014	0,03

8. Для всех трех длин l вносим поправку в измеренное значение сопротивления по формуле:

$$R_{np} = R_{cp} + \frac{R_{cp}^2}{R_V}$$

Ввиду малости поправки, считаем $\sigma_{R_{np}} = \sigma_{R_{cp}}$. Данные заносим в таблицу 4.

9. Сравниваем результаты измерения сопротивления с помощью вольтметра и амперметра с результатами измерения мостом. В пределах погрешностей опыта результаты совпадают.

Определяем удельное сопротивление проволоки по формуле (1) и погрешность σ_ρ по формуле:

$$\frac{\sigma_\rho}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_R}{R}\right)^2 + \left(2\frac{\sigma_d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_l}{l}\right)^2}$$

и заносим результаты в таблицу 6.

Таблица 6: Удельное сопротивление и его погрешность

l , см	ρ , 10^{-6} Ом · м	σ_ρ , 10^{-8} Ом · м
20	1,00	6
30	0,98	6
50	1,03	6

Окончательно: $\rho = (1,00 \pm 0,06) \cdot 10^{-4}$ Ом · см.

4 Вывод

Основной вклад в ошибку σ_ρ вносит погрешность измерения диаметра проволоки, составляющая $\sim 3\%$, но так как из-за возведения в квадрат она удваивается, вклад в погрешность окончательного результата составляет $\sim 6\%$. Поэтому при измерении сопротивления проволоки достаточна точность 3-4%.

Полученное значение удельного сопротивления сравниваем с табличными значениями. В справочнике (Физические величины. М.:Энергоиздат, 1991. С. 444) для удельного сопротивления нихрома при 20°C значения в зависимости от массового содержания компонент сплава меняются от $1,12 \cdot 10^{-4}$ Ом · см до $0,97 \cdot 10^{-4}$ Ом · см. Наиболее близкое значение к получившемуся в работе для сплава: 20% Ni, 55% Fe, 25% Cr (проценты по массе).