

# Отчет о выполнении лабораторной работы 1.4.8

Измерение модуля Юнга  
методом акустического резонанса

Студент: Копытова Виктория  
Сергеевна  
Группа: Б03-304

# 1 Аннотация

**Цель работы:** исследовать явление акустического резонанса в тонком стержне; измерить скорость распространения продольных звуковых колебаний в тонких стержнях из различных материалов и различных размеров; измерить модули Юнга различных материалов.

**В работе используются:** генератор звуковых частот, частотомер, осциллограф, электромагнитные излучатель и приёмник колебаний, набор стержней из различных материалов.

## 2 Теоретические сведения

Основной характеристикой упругих свойств твёрдого тела является его модуль Юнга  $E$ . Согласно закону Гука, если к элементу среды приложено некоторое механическое напряжение  $\sigma$ , действующее вдоль некоторой оси  $x$  (напряжения по другим осям при этом отсутствуют), то в этом элементе возникнет относительная деформация вдоль этой же оси  $\varepsilon = \Delta x/x_0$ , определяемая соотношением

$$\sigma = \varepsilon E \quad (1)$$

Если с помощью кратковременного воздействия в некотором элементе твёрдого тела создать малую деформацию, она будет далее распространяться в среде в форме волны, которую называют акустической или звуковой. Скорость  $u$  распространения продольной акустической волны в простейшем случае длинного тонкого стержня определяется соотношением

$$u = \sqrt{\frac{E}{\rho}}, \quad (2)$$

где  $\rho$  - плотность среды, при условии, что длина волны гораздо больше радиуса стержня  $\lambda \gg R$  и  $\varepsilon \ll 1$ .

### Стоячие волны

В случае гармонического возбуждения колебаний с частотой  $f$  продольная волна в тонком стержне может быть представлена в виде суперпозиции двух бегущих навстречу гармонических волн:

$$\xi(x, t) = A_1 \sin(\omega t - kx + \varphi_1) + A_2 \sin(\omega t + kx + \varphi_2), \quad (3)$$

где  $\omega = 2\pi f$  - циклическая частота,  $k = 2\pi/\lambda$  - волновое число,  $\lambda$  - длина волны.

Если концы стержня с координатами  $x = 0, x = L$  не закреплены, то напряжение в них

$$\sigma(0) = 0 \rightarrow \frac{\partial \xi}{\partial x} = 0, \quad \sigma(L) = 0 \rightarrow \frac{\partial \xi}{\partial x} = 0 \quad (4)$$

Тогда соотношение (3) верно при любом  $t$ , если амплитуды и фазы падающей и отражённой волны одинаковы.

$$\xi(x, t) = 2A \cos(kx) \sin(\omega t + \varphi). \quad (5)$$

Колебания вида (5) называются гармоническими стоячими волнами.

Воспользуемся условием (4) и получим уравнение  $\sin(kL) = 0$ . Решения которого

$$k_n L = \pi n, \quad n \in \mathbb{N}, \quad (6)$$

$$\lambda_n = \frac{2L}{n}, \quad n \in \mathbb{N}. \quad (7)$$

Таким образом, для возбуждения стоячей волны на длине стержня должно укладываться целое число полуволн.

Допустимые значения частот

$$f_n = \frac{u}{\lambda_n} = n \frac{u}{2L}, \quad n \in \mathbb{N}. \quad (8)$$

называют собственными частотами колебаний стержня длиной  $L$ . Именно при совпадении внешней частоты с одной из частот  $f_n$  в стержне возникает акустический резонанс.

### Экспериментальная установка

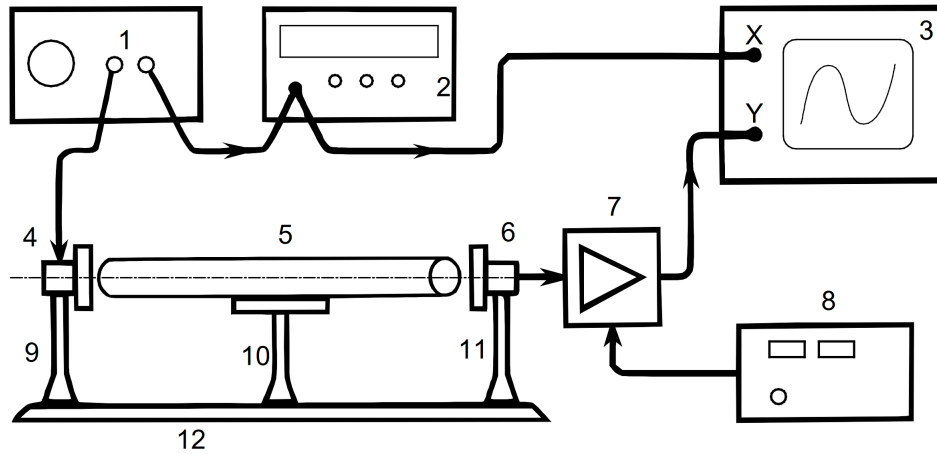


Рис. 1: Схема установки: 1 – генератор звуковой частоты, 2 – частотомер, 3 – осциллограф, 4 – электромагнит-возбудитель, 5 – образец, 6 – электромагнит-приёмник, 7 – усилитель звуковой частоты, 8 – блок питания усилителя, 9, 11 – стойки крепления электромагнитов, 10 – стойка крепления образца, 12 – направляющая

Схема экспериментальной установки приведена на рис. 3. Исследуемый стержень 5 размещается на стойке 10. Возбуждение и приём колебаний в стержне осуществляются электромагнитными преобразователями 4 и 6, расположенными рядом с торцами стержня. Крепления 9, 11 электромагнитов дают возможность егулировать их расположение по высоте, а также перемещать вправо-влево по столу 12.

Электромагнит 4 служит для возбуждения упругих механических продольных колебаний в стержне. На него с генератора звуковой частоты 1 подаётся сигнал синусоидальной формы: протекающий в катушке электромагнита

ток создаёт пропорциональное ему магнитное поле, вызывающее непериодическое воздействие заданной частоты на торец стержня (к торцам стержней из немагнитных материалов прикреплены тонкие стальные шайбы). Рядом с другим торцом стержня находится аналогичный электромагнитный датчик 6, который служит для преобразования механических колебаний в электрические.

Сигнал с выхода генератора поступает на частотомер 2 и на вход канала X осциллографа 3. ЭДС, возбуждаемая в регистрирующем электромагните 6, пропорциональная амплитуде колебаний торца стержня, усиливается усилителем 7 и подаётся на вход канала Y осциллографа.

### Методика измерений

Для определения скорости  $u$  в данной работе используется метод акустического резонанса. Зная номер гармоники  $n$  и соответствующую резонансную частоту  $\nu_n$ , на которой наблюдается усиление амплитуды колебаний, можно вычислить скорость распространения продольных волн в стержне:

$$u = 2L \frac{f_n}{n}. \quad (9)$$

## 3 Ход работы

1. Поместим стержень длиной  $L = 600 \pm 0.5$  мм на подставку 10 и разместим электромагниты напротив торцов стержня, не допуская их соприкосновения.
2. Оценим частоту первого резонанса по формуле  $f_1 = u/2L$ , воспользовавшись табличным значением скорости и медленно меняя частоту звукового генератора вблизи расчётной найдём первый резонанс.
3. Найдём резонансы на следующих гармониках. Результаты занесём в таблицу 1.

n	$f_n$ , кГц, медь	$f_n$ , кГц, алюминий	$f_n$ , кГц, сталь
1	3.160	4.261	4.125
2	6.300	8.540	8.275
3	9.486	12.78	12.38
4	12.66	17.04	16.51
5	15.81	21.30	20.63
6	18.98	25.55	24.75
7	22.12	29.79	28.86
8	25.27	34.03	32.99
9	28.51	38.26	37.08

Таблица 1: Резонансные частоты

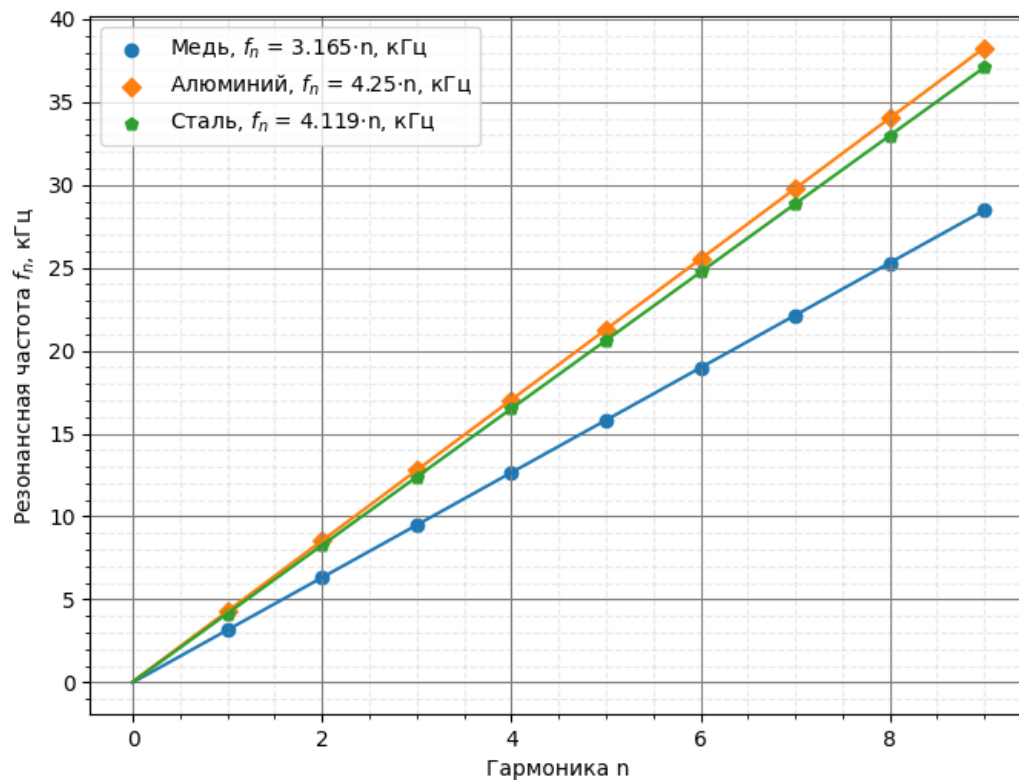


Рис. 2: Зависимость резонансной частоты от гармоники

Мы видим, что зависимость линейна и проходит через начало координат.

4. Определим плотности исследуемых материалов.

Измерим массу и размеры нескольких разных образцов каждого материала и усредним рассчитанные плотности. Получим

Материал	Плотность $\rho$ , кг/м <sup>3</sup>	$\sigma_\rho$ , кг/м <sup>3</sup>
Медь	8.765	0.02
Алюминий	2.784	0.01
Сталь	7.842	0.02

Таблица 2: Плотности материалов

5. По коэффициенту наклона прямой определим скорость звука  $u$  и модуль Юнга  $E$ .

$$u = 2L \frac{f_n}{n}, \quad E = u^2 \rho$$

Материал	Скорость звука $u$ , км/с	$\sigma_u$ , км/с	Модуль Юнга $E$ , ГПа	$\sigma_E$ , ГПа	$E_{\text{табл}}$ , ГПа
Медь	3.798	0.02	124.4	0.97	110-129
Алюминий	5.100	0.02	72.41	0.48	68-74
Сталь	4.943	0.02	191.6	1.2	190-210

Таблица 3: Скорость звука и модуль Юнга

## 6. Окончательные результаты

$$E_{\text{меди}} = (124.4 \pm 0.97) \text{ ГПа}$$

$$E_{\text{алюминия}} = (72.41 \pm 0.48) \text{ ГПа}$$

$$E_{\text{стали}} = (191.6 \pm 1.2) \text{ ГПа}$$

## 4 Вывод

В ходе работы были получены значения модулей Юнга для меди, алюминия и стали, лежащие в пределах табличных значения для сплавов. Погрешность вычисления составила около 1%. Основной вклад в погрешность вносит погрешность измерения плотности материала. Также зависимость резонансной частоты не проходит точно через начало координат, поэтому погрешность полученного коэффициента  $f_n/n$  достаточно велика.