江苏师范大学试卷（2016—2017 学年度第 一 学期）

（考试日期： 年 月 日）

课程名称 ： 线性代数 试卷类型：（开卷或闭卷）

学院 ____________ 专 业 ____________

班级________ 学号____________ 姓 名____________ 成绩____________

题 号	一	二	三	四	合分人	核分人
分 值	12	30	46	12		
得 分						

得 分	
评分人	

一、选择题（每小题 3 分，共 12 分）

1. 设 $A=\begin{pmatrix}\lambda & 1 & 1\\ 1 & \lambda & 1\\ 1 & 1 & \lambda\end{pmatrix}$，则线性方程组 $A\boldsymbol{x}=\boldsymbol{\beta}$ 有唯一解的充要条件是〖 〗.

   (A) $\lambda\neq-2$； (B) $\lambda\neq1$；

   (C) $\lambda\neq-2$ 且 $\lambda\neq1$； (D) $\lambda=-2$ 或 $\lambda=1$.

2. 设 A,B,C 均为 n 阶方阵，则〖 〗.

   (A) $AB=BA$； (B) 当 $AB=AC$ 且 $A\neq O$ 时，$B=C$；

   (C) $|AB|=|BA|$； (D) 当 $AB=O$ 时，$A=O$ 或 $B=O$.

3. 设 $s>1$，则 n 维向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$ 线性相关的充要条件是〖 〗.

   (A) $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$ 中有一向量可由其余向量线性表示；

   (B) $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$ 中每一向量均可由其余向量线性表示；

   (C) $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$ 中存在零向量；

   (D) $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\cdots,\boldsymbol{\alpha}_s$ 中有两个向量相同.

4. 设 A,B 是两个 n 阶方阵且 A 与 B 相似，则下列结论不正确的是〖 〗.

   (A) $R(A)=R(B)$； (B) A，B 有相同的特征值；

   (C) $|A|=|B|$； (D) A，B 有相同的特征向量.

注意：装订线外，勿写答案；

装 订 线

得 分	
评分人	

二、填空题（每小题 3 分，共 30 分）

1. 设 $A=\begin{pmatrix}-1 & 2 & 1 & 3\\ 2 & -4 & -1 & -1\\ 2 & -4 & 0 & 4\end{pmatrix}$，则 $R(A)=$______________.

2. 排列 52143 的逆序数 $\tau(52143)=$______________.

3. 设 A 是 3 阶方阵，若 $|A|=1$，则 $|2A|=$__________.

4. 设 $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 0 & 2\end{pmatrix}$，$B=\begin{pmatrix}1 & 3 & -1\\ 0 & -3 & 1\end{pmatrix}$，则 A 与 B 的乘积 $AB=$ __________.

5. 已知向量 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,2,1)'$，$\boldsymbol{\alpha}_2=(a,4,2)'$ 线性相关，则参数 $a=$__________.

6. 设 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 是矩阵 A 的列向量组，若 $\boldsymbol{\beta}=2\boldsymbol{\alpha}_1-\boldsymbol{\alpha}_2+3\boldsymbol{\alpha}_3$，则__________是线性方程组 $A\boldsymbol{x}=\boldsymbol{\beta}$ 的一个解.

7. 设 A 是 n 阶方阵且 $2E+A$ 不可逆，则____________是 A 的一个特征值.

8. 设 A 是 4 阶方阵，λ_0 是矩阵 A 的一个 3 重特征值，若 A 可相似对角化，则矩阵 λ_0E-A 的秩 $R(\lambda_0E-A)=$______________.

9. 设 A 是 n 阶正交阵且 $|A|<0$，则 $|A|=$____________.

10. 已知 3 元实二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=\boldsymbol{x}'A\boldsymbol{x}\ (A'=A)$ 可经正交线性替换化成标准形 $-2y_1^2+y_2^2+2y_3^2$，则矩阵 A 的行列式 $|A|=$______________.

注意：装订线外，勿写答案；

装　　订　　线

得　分	
评分人	

三、计算题（5 小题，共 46 分）

1．（本题 8 分）已知二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+2x_1x_2+2x_2^2+2ax_2x_3+9x_3^2$ 是正定二次型，求参数 a 的取值范围.

2．（本题 10 分）求解矩阵方程 $AX=2X+B$，其中

$$A=\begin{pmatrix}3&2&3\\2&5&4\\1&3&6\end{pmatrix},\ B=\begin{pmatrix}1&-1\\-2&0\\3&1\end{pmatrix}.$$

3．（本题 8 分）已知向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1=(3,0,1)',\boldsymbol{\alpha}_2=(1,5,-1)',\boldsymbol{\alpha}_3=(a,0,7)'$ 线性相关，试求参数 a.

4．（本题 8 分）求向量 $\boldsymbol{\beta}$ 关于向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$ 的线性表示式，其中

$$\boldsymbol{\alpha}_1=(1,4,0)',\boldsymbol{\alpha}_2=(2,7,1)',\boldsymbol{\alpha}_3=(1,3,1)',\ \boldsymbol{\beta}=(1,1,3)'.$$

注意：装订线外，勿写答案；

装　　订　　线

5. (本题 12 分)用正交线性替换化二次型

$$f(x_1,x_2,x_3)=2x_1^2+4x_1x_2-8x_1x_3-x_2^2-4x_2x_3+2x_3^2$$

为标准形, 并写出所作的正交线性替换和得到的标准形.

得　分	
评分人	

四、证明题（每小题 6 分，共 12 分）

1. 设 A 是 n 阶方阵, 满足 $A^2+2A-3E=O$, 证明 A 的特征值只能是1或-3.

2. 设 A 是 $m\times n$ 矩阵, $\boldsymbol{\beta}$ 是 m 维列向量, 已知 $R(A)=m$, 证明线性方程组 $A\boldsymbol{x}=\boldsymbol{\beta}$ 有解.