入门

1. 强化学习**两个随机性来源**
    1. 动作根据给定的环境，计算**下一步每种动作**的概率，而随机生成
    2. 下一时间的**环境状态**根据当前的环境状态和动作而随机生成
2. 三元组（s1,a1,r1.........st,at,rt）(state，action，reward)
3. **折扣汇报**，未来的奖励没现在的奖励值钱

$$ G_t = R_t + \gamma R_{t+1} + \dots $$

为什么回报与未来的奖励有关，与过去的奖励无关？

过去的因为是已经改变不了的了，不是个变量了，而强化学习做的是在当前状态下该采取什么动作，做了当前的动作是为了未来更好才去做的。

1. **动作价值函数（Action-value function）**$Q_\pi(s_t,a_t)=E[G_t|S_t=s_t,A_t=a_t]$，因为没办法直接求$G_t$，所以只能通过概率去求其期望，转化为状态价值函数（与policy π有关 ）,这个函数是**用来评价当前的动作好不好**，这里的期望是根据未来的所有可能的状态$A_{t+1},A_{t+2}...$和动作($S_{t+1},S_{t+2},...$)求的

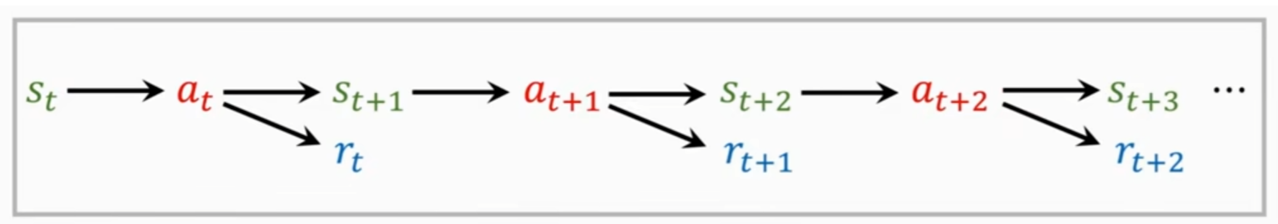
2. **optimal Action-value function**:$Q^*(s_t,a_t)=\underset{\pi}{max}Q_\pi(s_t,a_t)$，作用为评价当前的动作,找一个最好的policy π，使得当前的动作最好

3. **State-value function**:$V_\pi(s_t)=E_A[Q_\pi(s_t,A)]$，可以判断**当前局势好不好**，因为是对所有动作求期望，所以是对当前局势的评价 $$ V_\pi(s_t)=E_A[Q_\pi(s_t,A)]=\begin{cases} \Sigma_a[Q_\pi(s_t,a)\pi(a|s_t)] & \text{if } discrete\ \int_a[Q_\pi(s_t,a)\pi(a|s_t)]da & \text{if } continuous \end{cases} $$ $E_s[V_\pi(S)]$也可以**评价当前 $policy \pi$ 的好坏**，因为是对所有状态求期望，所以是对整个policy的评价

4. **agent学习方式**：根据当前的观察状态 $ s_t $

    1. 策略学习(policy $\pi(a|s)$)
    2. 价值学习(optimal value function $Q^*(s,a)$)

5. **学习过程**



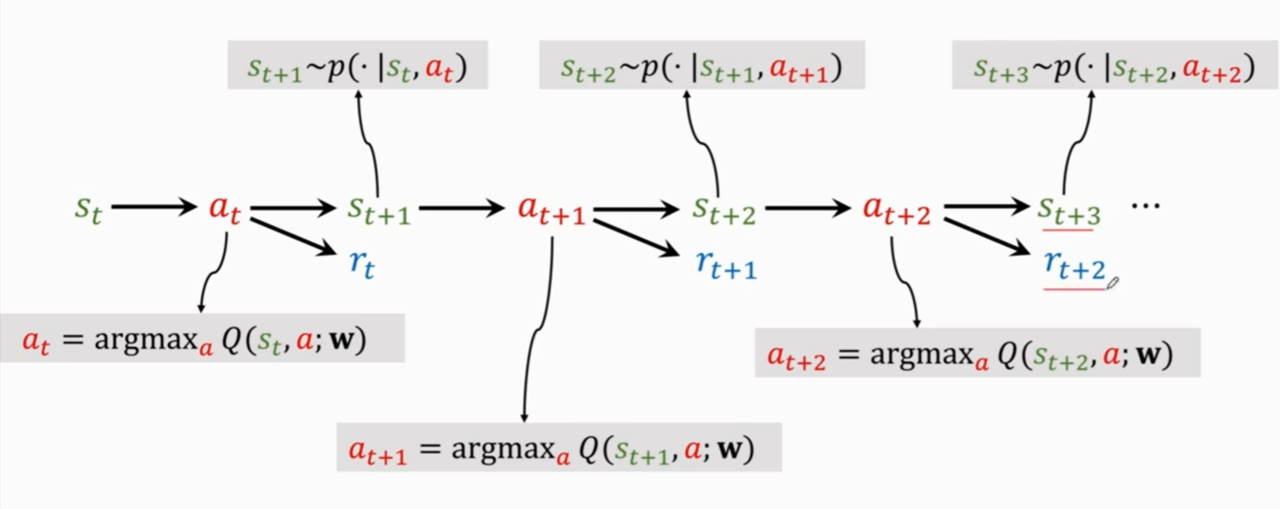
6. **贝尔曼方程**及其推导

    1. 状态值函数的贝尔曼方程 $$ V^{\pi}(s) = \mathbb{E}{a \sim \pi(s)} \left[R(s, a) + \gamma , \mathbb{E}{s' \sim P(s'|s, a)} \left[V^{\pi}(s') \right] \right] $$
        1. 状态值函数的贝尔曼方程是一个递归方程，它表示了一个状态的值与其后继状态的值之间的关系。

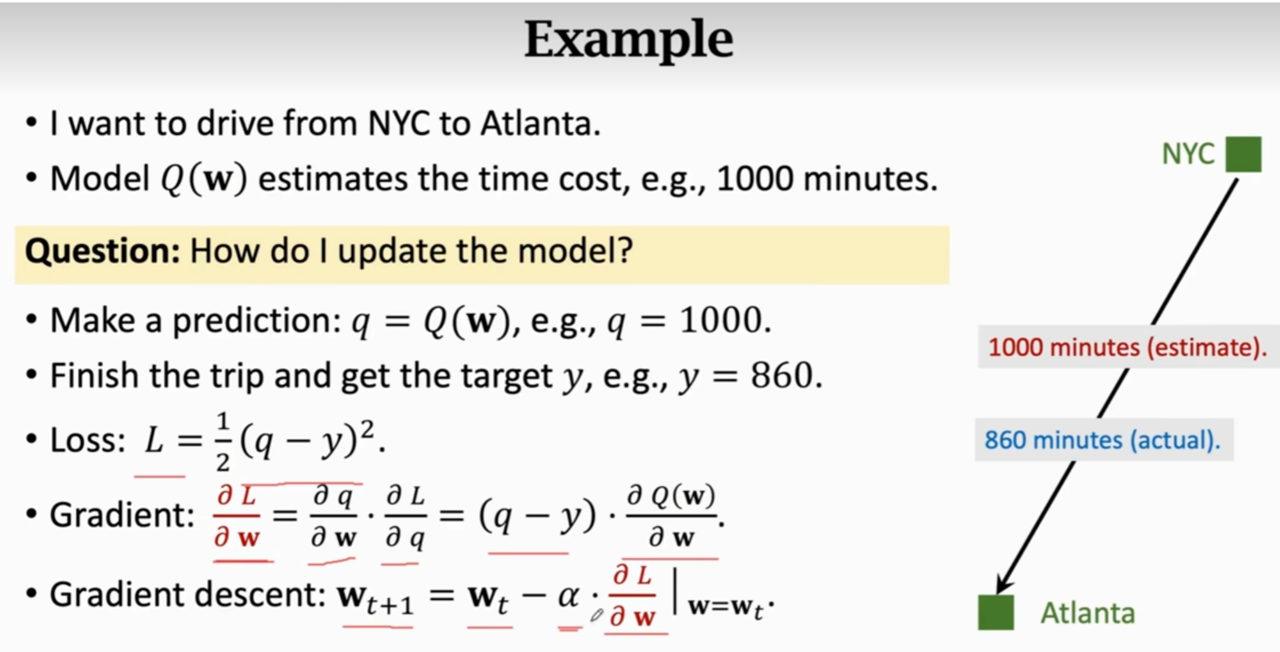
        2. 推导过程： $$ \begin{array}{l} V^{\pi}(s) = \mathbb{E}{\pi} \left[G_t | S_t = s \right] \ = \mathbb{E}{\pi} \left[R_{t+1} + \gamma G_{t+1} | S_t = s \right] \ = \mathbb{E}{\pi} \left[R{t+1} + \gamma V^{\pi}(S_{t+1}) | S_t = s \right] \ = \mathbb{E}{\pi} \left[R(s, A) + \gamma V^{\pi}(S') | S = s \right] \ = \mathbb{E}{a \sim \pi(s)} \left[R(s, a) + \gamma , \mathbb{E}_{s' \sim P(s'|s, a)} \left[V^{\pi}(s') \right] \right] \end{array} $$
    2. 动作值函数的贝尔曼期望方程 $$ Q^{\pi}(s, a) = R(s, a) + \gamma , \mathbb{E}{s' \sim P(s'|s,a)} \left[\mathbb{E}{a' \sim \pi(s')} \left[Q^{\pi}(s', a') \right] \right] $$
        1. 动作值函数的贝尔曼方程是一个递归方程，它表示了一个状态动作对的值与其后继状态动作对的值之间的关系。
        2. 推导过程： $$ \begin{array}{l} Q^{\pi}(s, a) = \mathbb{E}{\pi} \left[G_t | S_t = s, A_t = a \right] \ = \mathbb{E}{\pi} \left[R_{t+1} + \gamma G_{t+1} | S_t = s, A_t = a \right] \ = \mathbb{E}{\pi} \left[R{t+1} + \gamma Q^{\pi}(S_{t+1}, A_{t+1}) | S_t = s, A_t = a \right] \ = \mathbb{E}{\pi} \left[R(s, a) + \gamma Q^{\pi}(S', A') | S = s, A = a \right] \ = R(s, a) + \gamma , \mathbb{E}{s' \sim P(s'|s,a)} \left[\mathbb{E}_{a' \sim \pi(s')} \left[Q^{\pi}(s', a') \right] \right] \end{array} $$
    3. 状态值函数的贝尔曼最优方程 $$ V^(s) = \max_{a} \left[R(s, a) + \gamma , \mathbb{E}_{s' \sim P(s'|s,a)} \left[V^(s') \right] \right] $$
        1. 状态值函数的贝尔曼最优方程是一个递归方程，它表示了一个状态的值与其后继状态的值之间的关系。
        2. 推导过程： $$ \begin{array}{l} V^(s) = \max_{a} \left[Q^(s, a) \right] \ = \max_{a} \left[R(s, a) + \gamma , \mathbb{E}_{s' \sim P(s'|s,a)} \left[V^*(s') \right] \right] \end{array} $$
    4. 动作值函数的贝尔曼最优方程 $$ Q^(s, a) = R(s, a) + \gamma , \mathbb{E}{s' \sim P(s'|s,a)} \left[\max{a'} Q^(s', a') \right] $$
        1. 动作值函数的贝尔曼最优方程是一个递归方程，它表示了一个状态动作对的值与其后继状态动作对的值之间的关系。
        2. 推导过程： $$ \begin{array}{l} Q^(s, a) = \mathbb{E}_{\pi^} \left[G_t | S_t = s, A_t = a \right] \ = \mathbb{E}{\pi^*} \left[R{t+1} + \gamma G_{t+1} | S_t = s, A_t = a \right] \ = \mathbb{E}{\pi^*} \left[R{t+1} + \gamma \max_{a'} Q^(S_{t+1}, a') | S_t = s, A_t = a \right] \ = \mathbb{E}_{\pi^} \left[R(s, a) + \gamma \max_{a'} Q^(S', a') | S = s, A = a \right] \ = R(s, a) + \gamma , \mathbb{E}{s' \sim P(s'|s,a)} \left[\max{a'} Q^(s', a') \right] \end{array} $$

7. DQN（Deep Q-Network）(离散型) 用深度学习来近似Q函数 目标：最大化奖励函数
   问题1：如何通过已知的$Q^(s,a)$来寻找最好动作 答：$a^=\underset{a}{argmax}Q^(s,a)$
   挑战：$Q^(s,a)$是未知的，只能通过已知的数据来近似 答：用神经网络$Q(s,a;w)$来近似$Q^*(s,a)$（DNQ）

训练过程：



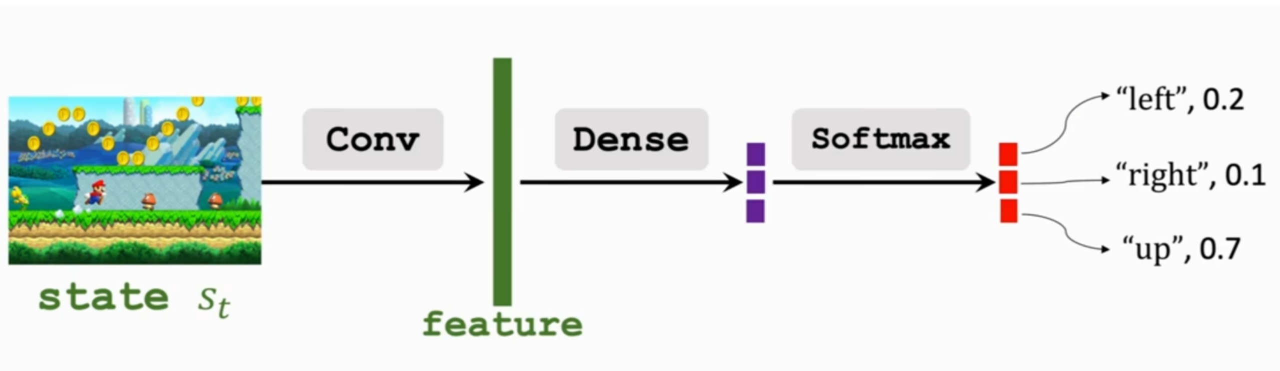
8. Temporal Difference(TD) Learning 最简单的例子



Q: Can I update the model before the end of the episode? A: 前半段实际值，后半段预测值，加起来作为一个值去与模型的整体估计值作比较

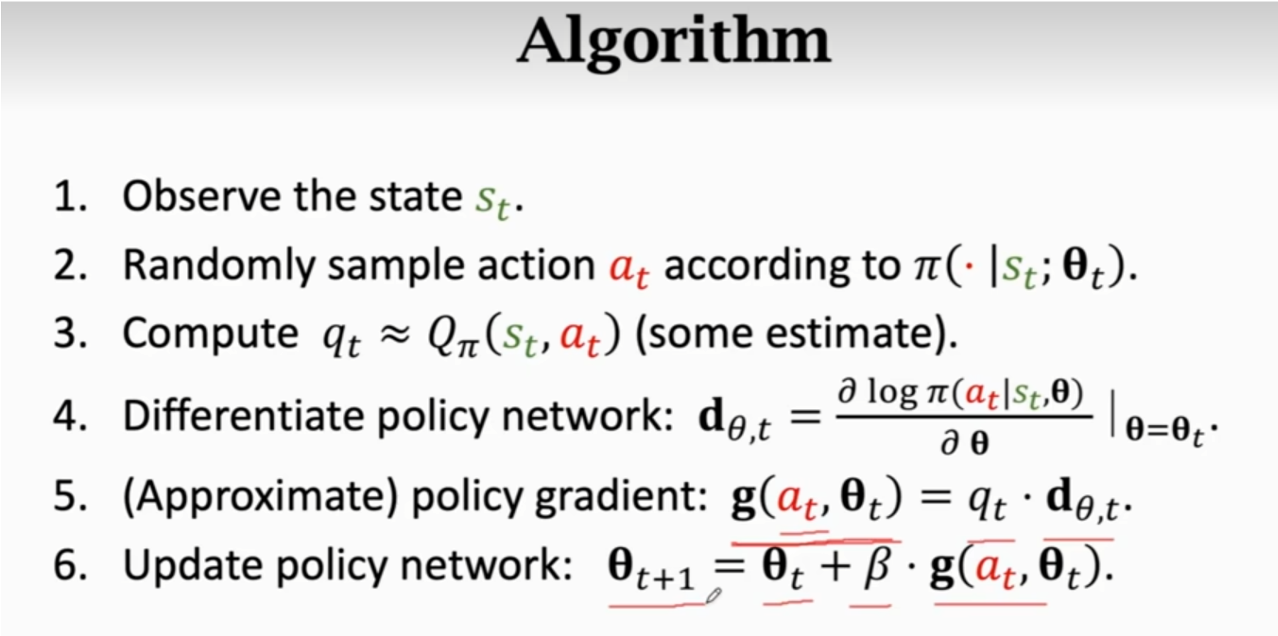
9. apply TD to DQN 因为 $$ G_t=R_t+\gamma G_{t+1} $$ 所以 $$ y_t=Q(s_t,a_t;w) ≈ r_t + \gamma Q(s_{t+1},a_{t+1};w) \ = r_t + \gamma max_{a'}Q(s_{t+1},a';w)(a_{t+1}的选择原理) \ Loss: L_t=\frac{1}{2}(y_t-Q(s_t,a_t;w))^2 $$ 所以 $$ EG_t ≈ E[r_t(Reality) + \gamma EG_{t+1}]（TD\ target） $$

10. Policy Network $\pi (a|s,\theta)$

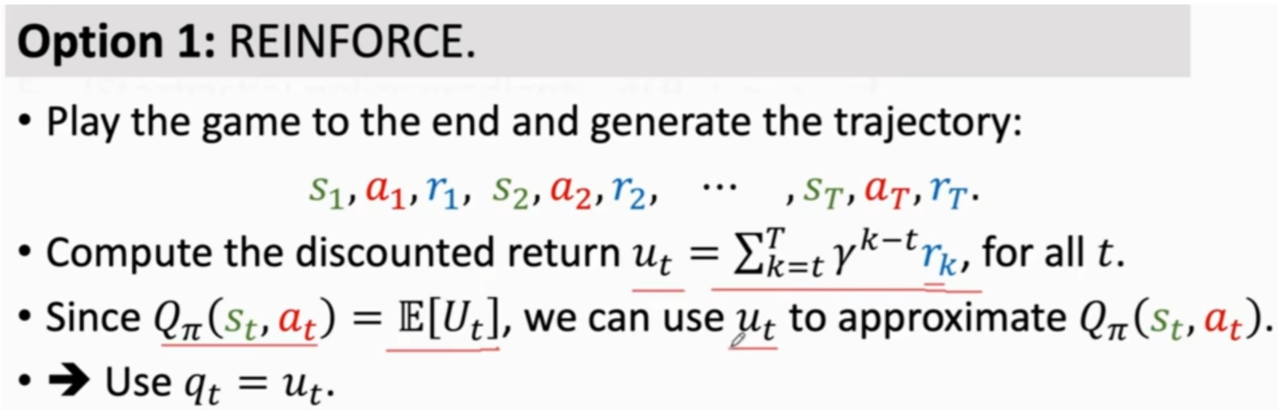


近似状态价值函数 $$ V(s_t,\theta)=\Sigma_a\pi(a|s_t,\theta)Q_\pi(s_t,a) $$ 问题1：如何学习参数

θ？ 答：学习θ，使得$J(\theta)=E_s[V(S;\theta)]$最大化
策略梯度算法(随机梯度，随机性来源于s) 1. 观察当前状态s 2. 更新参数$\theta \leftarrow \theta+\beta · \frac{\partial V(s;\theta)}{\partial \theta}$
问题2：如何求$\frac{\partial V(s;\theta)}{\partial \theta}$？(此处并不严谨) 答：$$ \begin{array}{l} \frac{\partial V(s;\theta)}{\partial \theta} =\Sigma_a\frac{\partial \pi(a|s;\theta)}{\partial \theta}Q_\pi(s,a)(离散形式)\ =\Sigma_a\pi(a|s;\theta)\frac{\partial log\pi(a|s;\theta)}{\partial \theta}Q_\pi(s,a)(chain\ rule: \frac{\partial log[\pi (\theta)]}{\partial \theta}=\frac{1}{\pi(\theta)}\frac{\partial \pi(\theta)}{\partial \theta})\ =E_a[\frac{\partial log\pi(a|s;\theta)}{\partial \theta}Q_\pi(s,a)]（连续形式） \end{array} $$ 问题3： 如何在连续的情况下求得$E_a[\frac{\partial log\pi(a|s;\theta)}{\partial \theta}Q_\pi(s,a)]$? 答：**蒙特卡洛近似**，用采样的方法来估计期望 3. 采样动作$\hat{a}$，根据$\pi(\hat{a}|s;\theta)$ 4. 计算 $g(\hat{a},\theta)=\frac{\partial log\pi(\hat{a}|s;\theta)}{\partial \theta}Q_\pi(s,\hat{a})$ 5. 可以证明 $g(\hat{a},\theta)$为$\frac{\partial V(s,\theta)}{\partial \theta} $的无偏估计



问题4： 如何近似计算q_t 答：两种方法： 6. REINFORCE



7. Actor-Critic 用神经网络近似价值函数Q_π

11.