컴퓨터 알고리즘 (HW#1.)

학번: 201624548

학부: 정보컴퓨터공학부

이름: 이재훈.

1. Write GCD (a, b).

```
int GCD (int a, int b){
    if (b == 0)
        return a;
    else
        GCD ( b, a%b);
}
```

2. Show directly $f(n) = n^2 + 3n^3$.

Use the definition of O and Ω

Show that $f(n)$ is in both $O(n^3)$ and $\Omega(n^3)$

big-Oh. (최고차항)

$n^2 + 3n^3 \le 3n^3 + n^3 = 4n^3$

$C=4$. $n=1$

big-Omega

$n^3 \le 3n^3 + n^2$.

$n \ge 1$

26. Derive the proof of theorem 1.3

$$\lim_{n\to\infty} \frac{g(n)}{f(n)} \begin{cases} C & \text{if } g(n) \in \Theta(f(n)) \\ 0 & \text{if } g(n) \in o(f(n)) \\ \infty & \text{if } f(n) \in o(g(n)) \end{cases}$$

1. $g(n) \in \Theta(f(n))$

$g(n) \in O(f(n)) = C \cdot f(n)$

$g(n) \in \Omega(f(n)) = C \cdot f(n)$]=

$\therefore f(n) = g(n)$

$$\lim_{n\to\infty} \frac{g(n)}{f(n)} = C.$$

2. $g(n) \in o(f(n))$ 일 경우.

$g(n) \le C \cdot f(n)$ 이 되는 n이 무조건 존재한다. 이른 k라두자.

$\frac{g(k)}{f(k)} < 1$ 이 되는 k 가 존재하므로 $\lim_{n\to\infty} \frac{g(n)}{f(n)} = 0$ 이다

3. $f(n) \in o(g(n))$ 일경우.

$f(n) \le C \times g(n)$ 이되는

n이 무조건 존재하고. 그것을 k로 두면

$f(k) \le C \times f(k)$ 가 된다.

이 때 k가 ∞로 가게 되면

$\frac{g(n)}{f(n)} > 1$ 이므로 $\lim \frac{g(n)}{f(n)} = \infty$ 이다.

27. Show the correctness of the following statements

a. $\log_2 n \in O(n)$

$2^{\log_2 n} \le 2^{Cn}$.

$n=1$ $C \ge \ln n$ O.

b. $n \in O(n \lg n)$

$n \le Cn\log_2 n$ O

$n \ge 2$ $C=1$

c. $n \lg n \in O(n^2)$

$n\log_2 n \le Cn^2$

c

a를 이용.

$n \ge 1$.

d. $2^n \in 5^{\ln n}$

$2^n \ge C5^{\ln n}$ 한번이라도 2^n이 커진다면 그 이후는 모두 2^n이 큼

$n \ge \ln n$. if $n=5$ → $n+1$

$n \ge 1$. , $32 \ge C \cdot 5$ O

e. $\lg^3 n \in O(n^{\frac{1}{2}})$

$n = k^2$ 치환

$2\lg^3 k \le Ck$. X. (불가)

30 Consider the following algorithm.

```
j=1;
while ( j ≤ n/2 ) {
    i=1;
    while (i ≤ j ) {      // PDF상엔 j≤i 라고 되어있는데 무한루프발생.
        cout << j << i;
        i++;
    }
  j++;
}.
```

a) What is output when n=6. n=8. n=10

n=6 11 21 22 31 32 33

n=8 " 41 42 43 44.

n=10 " 51 52 53 54 55

b) 시간복잡도 T(n)은:

피보나치 함수와 비슷.

$T(0) = 0$

$$T(n) \begin{cases} T(n-1)+\frac{n}{2} & \text{if } n \% 2 == 0 \\ T(n-1) & \text{if } n \% 2 == 1. \end{cases}$$