

La mixture du vieux Dédé

Enoncé

Il était une fois en campagne bourguignonne profonde le vieux Dédé qui aimait bien préparer des mixtures à base de fruits dans son atelier. Vous savez le genre de bouteille que vos grand-parents sortent du fin fond de la cave lors d'un repas de famille, sans étiquette. Le résultat est toujours goûté, mais la production est interdite, allez savoir pourquoi. Tous ses potes raffolent de cette boisson d'ailleurs, tellement que le vieux Dédé a même songé à ouvrir un bar, le "Au DD".

Pour créer cette potion magique, le vieux Dédé doit passer du temps à son alambic.

Dédé souhaite produire suffisamment d'eau de vie pour qu'il lui reste à la fin du mois au moins 30 L pour sa consommation personnelle. Chaque jour où l'alambic tourne, Dédé produit 2L d'eau de vie. Cependant, il faut prendre en compte que les amis du vieux Dédé lui rendent souvent visite et que chacun de ses amis boit 25cl de potion magique à chaque visite.

A force d'offrir des bateaux en bouteille à ces petits enfants, il ne reste à notre bon Dédé que peu de bouteilles, il ne peut donc stocker pour sa consommation personnelle que 50L maximum.

Parmi les gens qui viennent le voir, le petit Lucien - Lulu comme on l'appelle - vient le voir tous les mardis pour lui livrer de la charcuterie. Le vendredi, c'est le poissonnier Béber qui vient prendre les nouvelles. Néanmoins, il n'invite qu'un ami par jour au maximum, car à chaque fois ça part sur un apéro, et Dédé boit un verre avec son pote pour l'accompagner.

Son alambic étant transmis de génération en génération, il est comme Dédé, un peu vieux. Il faut donc le ménager et ne pas l'utiliser plus de 28 jours par mois.

Dédé est tellement fier de son alambic qu'il veut le montrer le plus souvent possible à ses amis. Pour cela, il le fait tourner au moins à chaque fois qu'un ami lui rend visite.

On cherche V le volume de gnôle qu'il reste à Dédé à la fin du mois. On a J le nombre de jours pendant lesquels l'alambic tourne et P le nombre de potes que Dédé peut accueillir par mois.



Opérationnalisation du problème

Variables de décision :

$\left\{ \begin{array}{l} J \text{ le nombre de jours où le vieux Dédé fait fonctionner son alambic} \\ P \text{ le nombre de pote de Dédé qui viennent lui rendre visite dans le mois} \end{array} \right.$

Contraintes :

$$\left\{ \begin{array}{l} 2J - 0.5P \geq 30 \\ 2J - 0.5P \leq 50 \\ P \geq 8 \\ P \leq 30 \\ J \leq 28 \\ J \geq P \\ (J, P) \in \mathbb{N}^2 \end{array} \right.$$

Fonction Objectif : $V = 2J - 0.5P$

Résolution graphique

Comme notre problème ne comporte que 2 variables, à savoir J et P, nous avons décidé d'utiliser la méthode graphique pour le résoudre (voir Figure 1).

Ici, J et P appartiennent au domaine des entiers naturels. Nous avons choisi de tracer la région réalisable du problème, visible en vert. Les solutions considérées dans cette région ne sont que les solutions pour lesquelles J et P sont **deux valeurs entières**.



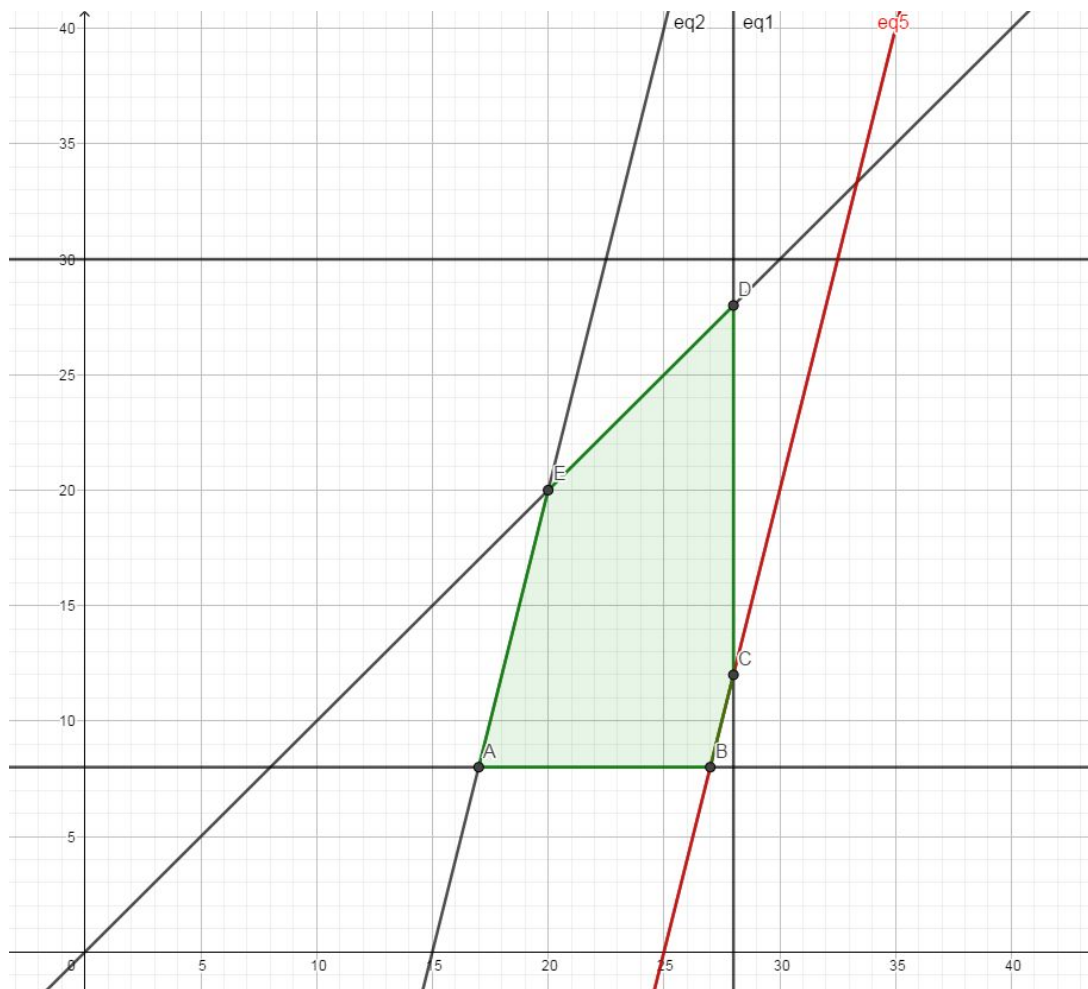


Figure 1 : Graphique des différentes contraintes du problème. La région réalisable est visible en vert, et la solution optimale du problème est représentée par la droite rouge.

L'optimum de la fonction objectif, à savoir $V = 50$, est atteint soit lorsque

$J = 27$ et $P = 8$
 OU
 $J = 28$ et $P = 12$

C'est à dire que :

- Soit le vieux Dédé fait fonctionner son alambic 27 jours par mois et il reçoit 8 personnes chez lui par mois, ce qui équivaut à ce que seulement Béber et Lulu viennent lui rendre visite seulement une fois par semaine.
- Soit l'alambic de Dédé fonctionne 28 jours par mois et Dédé reçoit 12 personnes chez lui par mois.

Dans ces deux configurations, le vieux Dédé obtient le maximum de potion magique qu'il peut stocker pour sa consommation personnelle, c'est-à-dire $V = 50L$.

