

# Exercise 5:

①  $R, s, c, d, t$   
 $R \geq 30 \rightarrow x_1 \geq 0$   
 $s \geq 45 \rightarrow x_2 \geq 0$   
 $c \geq 45 \rightarrow x_3 \geq 0$   
 $0 \leq D \leq 600 \rightarrow 0 \leq x_4 \leq 600$   
 $T \geq 180 \rightarrow 820 - x_1 - x_2 - x_3 - x_4 \leq 180$   
 $R + s + c + D + T = 940 \rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 820$   
 $100 - \frac{15s}{60} - \frac{20R}{60} \geq 60 \rightarrow 100 - \frac{15}{60}(x_2 - 45) - \frac{20}{60}(x_1 - 30) \geq 60$   
 $\Rightarrow \frac{1}{3}x_1 + \frac{15}{60}x_2 \leq \frac{75}{4}$   
 $\Rightarrow \frac{4}{3}x_1 + x_2 \leq 75$   
max:  $50 + 3s + 2R \rightarrow 5x_4 + 3(x_2 + 45) + 2(x_3 + 45) + x_1 + 30$   
 $\Rightarrow 5x_4 + 3x_2 + 2x_3 + x_1 + 255$

② max  $z: x_1 + 3x_2 + 2x_3 + 5x_4 + 255$

$$\begin{cases} x_1 \leq 0 \\ x_2 \leq 0 \\ x_3 \leq 0 \\ x_4 \leq 600 \\ \frac{4}{3}x_1 + x_2 \leq 75 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 \leq 640 \\ x_4 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 \leq 0 \\ x_2 \leq 0 \\ x_3 \leq 0 \\ x_4 + x_7 = 600 \\ \frac{4}{3}x_1 + x_2 + x_5 = 75 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_6 = 640 \\ x_4 \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{pmatrix} 4/3 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 75 \\ 640 \\ 600 \end{pmatrix}$$

③

	Z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	
$x_5$	0	4/3	1	0	0	1	0	0	75
$x_6$	0	1	1	1	1	0	1	0	640
$x_7$	0	0	0	0	1	0	0	1	600
Z	1	-1	-3	-2	-5	0	0	0	255

$L_2 \leftarrow L_2 - L_3$

$L_4 \leftarrow L_4 + 5L_3$

1: On prend  $x_4$  car c'est le plus négatif

2: car  $\frac{600}{1} < \frac{640}{1}$  donc  $x_7$

④

	Z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	
$x_5$	0	4/3	1	0	0	1	0	0	75
$x_6$	0	1	1	1	0	0	1	-1	40
$x_4$	0	0	0	0	1	0	0	1	600
Z	1	-1	-3	-2	0	0	0	5	3255

0: on a fait entrer  $x_4$  et sortir  $x_7$

	Z	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$	$x_5$	$x_6$	$x_7$	
$x_5$	0	1/3	0	-1	-1	0	-1	-1	35
$x_2$	0	1	1	1	0	0	1	-1	40
$x_4$	0	0	0	0	1	0	0	1	600
Z	1	2	0	1	0	0	3	2	3375

$L_1 \leftarrow L_1 - L_2$

$L_4 \leftarrow L_4 + 3L_2$

Critère d'arrêt **atteint** (les coeff  $L_4$  sont  $\geq 0$ )

Base optimale:  $\{x_5, x_2, x_4\}$

⑤ Solution optimale:  $\{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7\}$   
 $= \{0, 40, 0, 600, 75, 0, 0\}$

Valeur optimale de l'objectif: 3375

$$\begin{cases} r = x_1 + 30 = 30 \\ s = x_2 + 45 = 85 \\ c = x_3 + 45 = 45 \\ d = 600 \end{cases} \quad t = 180$$