

Exercice 4 :

- 1) Posons $x_1 = b - 10$, $x_2 = m - 3$ et $x_3 = d$
notre problème d'optimisation devient alors :

$$\text{Min } Z = x_1 + 10x_2 + 5x_3 + 40$$

$$\text{sous-contraintes } \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 0,2x_3 \leq 61 \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 \geq 274 \\ x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \quad x_3 \geq 0 \end{cases}$$

- 2) Sous forme standard :

$$\text{Max } Z = -Z = -x_1 - 10x_2 - 5x_3 - 40$$

$$\text{sous-contraintes } \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 0,2x_3 + e_1 = 61 \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 - e_2 = 274 \\ x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \quad x_3 \geq 0 \quad e_1 \geq 0 \quad e_2 \geq 0 \end{cases}$$

- 3) Problème auxiliaire :

$$\text{sous-contraintes } \begin{cases} x_1 + 3x_2 + 0,2x_3 + e_1 = 61 \\ 4x_1 + 2x_2 + x_3 - e_2 + a = 274 \\ x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \quad x_3 \geq 0 \quad e_1 \geq 0 \quad e_2 \geq 0 \quad a \geq 0 \end{cases}$$

$$\text{Max } W = -a = 4x_1 + 2x_2 + x_3 - e_2 - 274$$

Premier tableau du simplexe :

	Z	W	x_1	x_2	x_3	e_1	e_2	a	
e_1	0	0	1	3	0,2	1	0	0	61
a	0	0	4	2	1	0	-1	1	274
Z	1	0	1	10	5	0	0		-40
W	0	1	-4	-2	-1	0	1	0	-274

	Z	W	x_1	x_2	x_3	e_1	e_2	a	
x_1	0	0	1	3	0,2	1	0	0	61 L_1
a	0	0	0	-10	0,2	-4	-1	1	30 $L_2 \leftarrow L_2 - 4L_1$
Z	1	0	0	7	4,8	0	0		-101 $L_3 \leftarrow L_3 + L_1$
W	0	1	0	10	-0,2	4	1	0	-30 $L_4 \leftarrow L_4 + 4L_1$
	Z	W	x_1	x_2	x_3	e_1	e_2	a	
x_1	0	0	1	13	0	5	1	1	31 $L_1 \leftarrow L_1 - L_2$
x_3	0	0	0	-50	1	-20	-5	5	150 $L_2 \leftarrow 5L_2$
Z	1	0	0	247	0	96	24		-821 $L_3 \leftarrow L_3 - 24L_2$
W	0	1	0	0	0	0	0	1	0 $L_4 \leftarrow L_4 + L_2$

Pas avons bien trouvé une base réalisable : x_1, x_3 avec comme solution de base correspondante :

$$x_1 = 31, x_2 = 0, x_3 = 150, e_1 = e_2 = 0.$$

4) Tous les termes sur la ligne de z sont positifs nous avons donc pu une solution optimale.

La solution du problème est :

Acheter : $x_1 + 10 = 41$ cafés bio

$x_2 + 3 = 3$ cafés de grande marque

et $x_3 = 150$ cafés de distributeur

pour une quantité de déchets totale de 821 g.

Remarque : Sans la contrainte des 3 cafés grande marque, il aurait été possible d'offrir 1 café bio à chacun pour une quantité de déchets totale de 80 g.

Ceci dit les chiffres de cet exercice ne sont pas crédibles.