## Exercice 6 :

1) Posons $x_1 = c-1$, $x_2 = p-5$ et $x_3 = h-10$
notre problème d'optimisation devient alors :

$$\text{Max } z = 2600\,x_1 + 1500\,x_2 + 1000\,x_3 + 20100$$

sous-contraintes
$$\begin{cases} 10x_1 + 5x_2 + 2x_3 \leq 445 \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 \leq 256 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 \leq 164 \\ x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \quad x_3 \geq 0 \end{cases}$$

2) Sous forme standard :

$$\text{Max } z = 2600\,x_1 + 1500\,x_2 + 1000\,x_3 + 20100$$

sous-contraintes
$$\begin{cases} 10x_1 + 5x_2 + 2x_3 + x_4 = 445 \\ 4x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_5 = 256 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_6 = 164 \\ x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0 \quad x_3 \geq 0 \quad x_4 \geq 0 \quad x_5 \geq 0 \quad x_6 \geq 0 \end{cases}$$

A l'aide du site, nous obtenons :

**MAXIMISER:** $Z = 2600 X_1 + 1500 X_2 + 1000 X_3 + 0 X_4 + 0 X_5 + 0 X_6$

sous les contraintes

$10 X_1 + 5 X_2 + 2 X_3 + 1 X_4 = 445$
$4 X_1 + 2 X_2 + 3 X_3 + 1 X_5 = 256$
$1 X_1 + 3 X_2 + 2 X_3 + 1 X_6 = 164$
$X_1, X_2, X_3, X_4, X_5, X_6 \geq 0$

Nous n'avons pas rentré la partie constante de z.

### Méthode du Simplexe

| Tableau 1 | | | 2600 | 1500 | 1000 | 0 | 0 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Base** | **$C_b$** | **$P_0$** | **$P_1$** | **$P_2$** | **$P_3$** | **$P_4$** | **$P_5$** | **$P_6$** |
| $P_4$ | 0 | 445 | 10 | 5 | 2 | 1 | 0 | 0 |
| $P_5$ | 0 | 256 | 4 | 2 | 3 | 0 | 1 | 0 |
| $P_6$ | 0 | 164 | 1 | 3 | 2 | 0 | 0 | 1 |
| **Z** | | 0 | -2600 | -1500 | -1000 | 0 | 0 | 0 |

La variable qui sort de la base est P4, et celle qui entre est P1.

### Méthode du Simplexe

| Tableau 2 | | | 2600 | 1500 | 1000 | 0 | 0 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Base** | **$C_b$** | **$P_0$** | **$P_1$** | **$P_2$** | **$P_3$** | **$P_4$** | **$P_5$** | **$P_6$** |
| $P_1$ | 2600 | 89 / 2 | 1 | 1 / 2 | 1 / 5 | 1 / 10 | 0 | 0 |
| $P_5$ | 0 | 78 | 0 | 0 | 11 / 5 | -2 / 5 | 1 | 0 |
| $P_6$ | 0 | 239 / 2 | 0 | 5 / 2 | 9 / 5 | -1 / 10 | 0 | 1 |
| **Z** | | 115700 | 0 | -200 | -480 | 260 | 0 | 0 |

La variable qui sort de la base est P5, et celle qui entre est P3.

## Méthode du Simplexe

| Tableau 3 | | | 2600 | 1500 | 1000 | 0 | 0 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Base** | **$C_b$** | **$P_0$** | **$P_1$** | **$P_2$** | **$P_3$** | **$P_4$** | **$P_5$** | **$P_6$** |
| $P_1$ | 2600 | 823 / 22 | 1 | 1 / 2 | 0 | 3 / 22 | -1 / 11 | 0 |
| $P_3$ | 1000 | 390 / 11 | 0 | 0 | 1 | -2 / 11 | 5 / 11 | 0 |
| $P_6$ | 0 | 1225 / 22 | 0 | 5 / 2 | 0 | 5 / 22 | -9 / 11 | 1 |
| **Z** | | 1459900 / 11 | 0 | -200 | 0 | 1900 / 11 | 2400 / 11 | 0 |

La variable qui sort de la base est P6, et celle qui entre est P2.

## Méthode du Simplexe

| Tableau 4 | | | 2600 | 1500 | 1000 | 0 | 0 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Base** | **$C_b$** | **$P_0$** | **$P_1$** | **$P_2$** | **$P_3$** | **$P_4$** | **$P_5$** | **$P_6$** |
| $P_1$ | 2600 | 289 / 11 | 1 | 0 | 0 | 1 / 11 | 4 / 55 | -1 / 5 |
| $P_3$ | 1000 | 390 / 11 | 0 | 0 | 1 | -2 / 11 | 5 / 11 | 0 |
| $P_2$ | 1500 | 245 / 11 | 0 | 1 | 0 | 1 / 11 | -18 / 55 | 2 / 5 |
| **Z** | | 1508900 / 11 | 0 | 0 | 0 | 2100 / 11 | 1680 / 11 | 80 |

3) La solution optimale est Z = 1508900 / 11+ 20100
X1 = 289 / 11
X2 = 245 / 11
X3 = 390 / 11

4) Au vu de nos inégalités, pour être sûr de rester dans la région réalisable en prenant une solution entière, nous allons tronqué cette solution ce qui nous donne :

La solution Z = 155700
X1 = 26
X2 = 22
X3 = 35

Qui est au plus à 1572 de l'optimal entière car l'optimal entière ne peut pas faire mieux que l'optimal réel.

5) Avec cette solution, nos contraintes sont bien respectées :

$$10x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 440 \leqslant 445$$
$$4x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 253 \leqslant 256$$
$$x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 162 \leqslant 164$$

Il reste même de la place pour rajouter une unité à $x_3$

Ce qui nous donne la solution :

La solution Z = 156700
X1 = 26
X2 = 22
X3 = 36

Qui est au plus à 572 de l'optimal entière car l'optimal entière ne peut pas faire mieux que l'optimal réel.

Avec cette solution, nos contraintes sont bien respectées :

$$10x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 442 \leqslant 445$$
$$4x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 256 \leqslant 258$$
$$x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 164 \leqslant 164$$

Ainsi, nous recommandons à Terra Terre de planter 27 pieds de courge, 27 pieds de patates et 46 pieds de haricots pour une production de 156 700 Kcal. Cette solution est proche de l'optimal, au plus nous aurions pu produire 572 Kcal de plus.