

Modélisation mathématique :
Exercices de systèmes dynamiques
TD n°1

Exercice 1:

Soit le système dynamique défini par :

$$u_{n+1} = 2 u_n + 3 \text{ pour tout } n \text{ entier avec } u_0 \text{ donné}$$

Exprimer u_n en fonction de n et du premier terme u_0 .

Quelle est sa limite ?

Exercice 2:

Soit le système dynamique défini par :

$$u_{n+1} = 1/3 u_n + 7 \text{ pour tout } n \text{ entier avec } u_0 \text{ donné}$$

Exprimer u_n en fonction de n et du premier terme u_0 .

Quelle est sa limite ?

Exercice 3:

Soit le système dynamique défini par :

$$u_{n+2} = 4 u_{n+1} - 3 u_n \text{ pour tout } n \text{ entier avec } u_0, u_1 \text{ donnés}$$

Exprimer u_n en fonction de n et des deux premiers termes u_0, u_1 .

Quelle est sa limite ?

Exercice 4:

Soit le système dynamique défini par :

$$u_{n+2} = 5 u_{n+1} - 6 u_n \text{ pour tout } n \text{ entier avec } u_0, u_1 \text{ donnés}$$

Exprimer u_n en fonction de n et des deux premiers termes u_0, u_1 .

Exercice 5:

Soit le système dynamique défini par :

$$u_{n+2} = 6 u_{n+1} - 9 u_n \text{ pour tout } n \text{ entier avec } u_0, u_1 \text{ donnés}$$

Exprimer u_n en fonction de n et des CI .

Exercice 6:

Soit le système dynamique défini par :

$$u_{n+2} = u_{n+1} + u_n \text{ pour tout } n \text{ entier avec } u_0=0 \text{ et } u_1=1 \text{ (suites de Fibonacci)}$$

Exprimer u_n en fonction de n , du nombre d'or ϕ et des deux premiers termes u_0, u_1 .

Exercice 7:

Soit le système dynamique défini par :

$$u_{n+2} = 2 u_{n+1} + 2 u_n + 5 \text{ pour tout } n \text{ entier avec } u_0, u_1 \text{ donnés}$$

Exprimer u_n en fonction de n et des deux premiers termes u_0, u_1 .

Exercice 8:

Soit le système dynamique défini par :

$$u_{n+3} - 6u_{n+2} + 11u_{n+1} - 6u_n = 0 \text{ pour tout } n \text{ entier avec } u_0, u_1 \text{ et } u_2 \text{ donnés}$$

Exprimer u_n en fonction de n et des CI

Exercice 9:

Soit le système dynamique défini par $u_{n+1} = f(u_n)$ avec $f(x) = (2x+3)^{1/2}$ et u_0 donné

Condition suffisante sur u_0 pour que le SD converge ?

Exercice 10:

Soit le système dynamique défini par :

$$u_{n+2} = 2u_{n+1} - u_n + 7 \text{ pour tout } n \text{ entier avec } u_0, u_1 \text{ donnés}$$

Exprimer u_n en fonction de n et des deux premiers termes u_0, u_1 .

Exercice 11:

Soit le système dynamique défini par :

$$u_{n+2} = 3u_{n+1} - 2u_n - 1 \text{ pour tout } n \text{ entier avec } u_0, u_1 \text{ donnés}$$

Exprimer u_n en fonction de n et des deux premiers termes u_0, u_1 .

Exercice 12:

Soit le système dynamique défini par $u_{n+1} = f(u_n)$ avec $f(x) = x^2 - 7x + 12$

1) Chercher l'orbite 2-périodique de ce système.

2) Est-elle stable ?

Exercice 13:

Soit le système dynamique défini par $u_{n+1} = (u_n - 1) / (u_n + 3)$

Quelle est la limite de ce SD ?