
Produits de taux / 2^e partie

Les dérivés de taux

Avril 2016

Antonin Chaix | antonin.chaix@gmail.com



Qu'est ce qu'un risque de taux ?

- Il y a en fait deux façons de voir les choses...

1) Risque de variation de la valeur de marché

- Je suis endetté à taux fixe...
- La valeur de ma dette est sensible au niveau des taux : je subis un risque de taux.
- En revanche, les cash-flows d'intérêts que je débourse périodiquement sont fixes et connus à l'avance. Je n'ai pas de risque de cash-flows.
- Du point de vue des normes IFRS, je subis un risque sur la « juste valeur » de ma dette (« fair value »), que je peux chercher à couvrir (« fair value hedge »)
- Dans ce cas, la couverture de ce risque consiste à rentrer dans un swap receveur, ce qui aura pour conséquence de convertir ma dette à taux fixe en dette à taux variable.

2) Risque de variation des cash-flows

- Je suis endetté à taux variable ...
- La valeur de ma dette est **insensible au niveau des taux**.
Stricto sensu, je ne subis pas de risque de taux.
- En revanche, les cash-flows d'intérêts que je débourse périodiquement sont aléatoires. **Je subis donc un risque de cash-flows**.
- Je peux souhaiter **couvrir ce risque** (« *cash-flow hedge* » dans le vocabulaire IFRS).
- Pour ce faire **je rentre dans un swap payeur**, convertissant ainsi ma dette à taux variable en dette à taux fixe. Mais **attention** : je réintroduis alors un **risque de variation de la valeur de marché** (« *juste valeur* ») de ma dette.

Objectifs de cette deuxième partie...

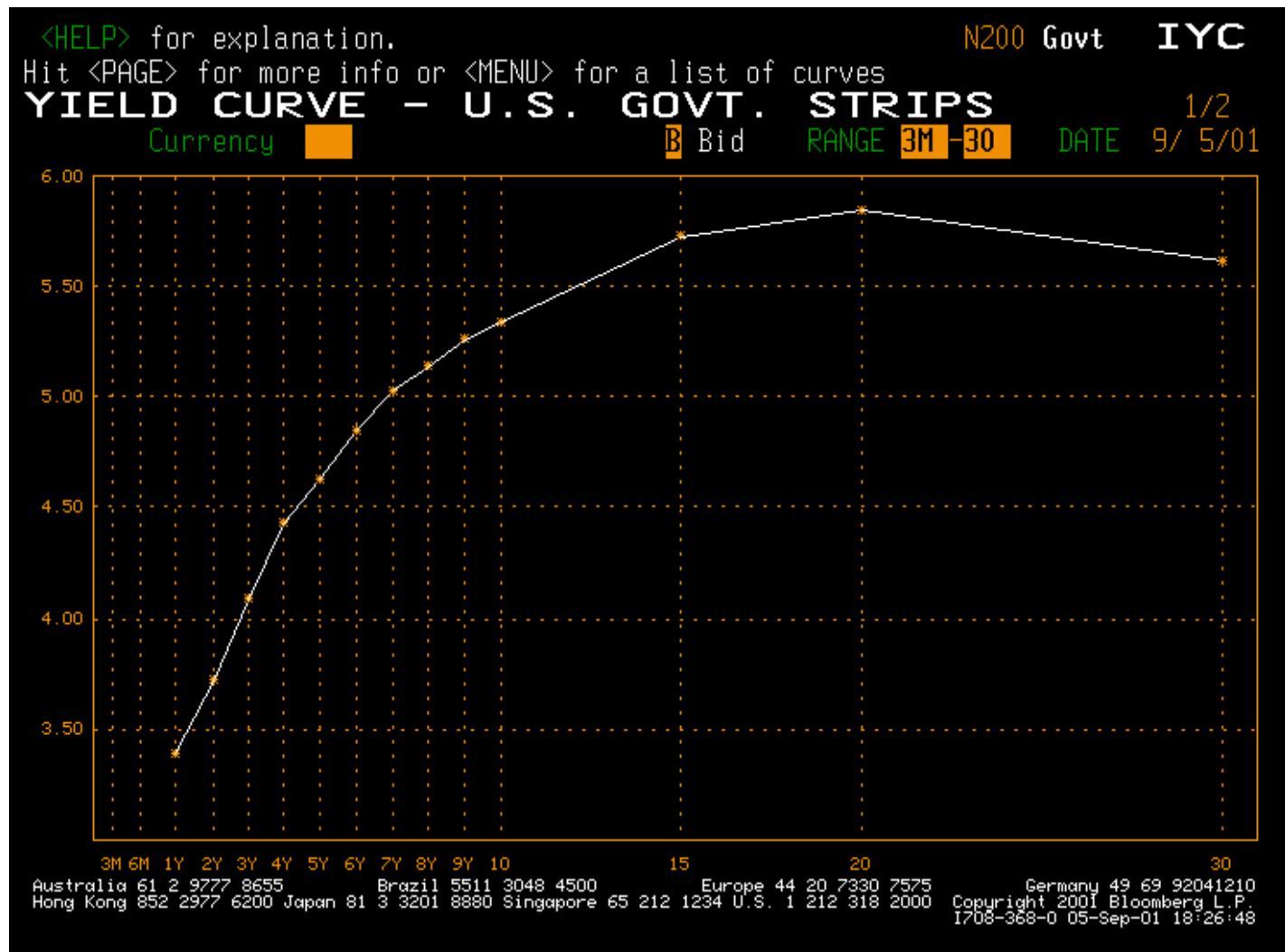
- Bien appréhender ces **2 risques liés au taux d'intérêt**
- Savoir les **couvrir** (totalement ou partiellement)...
- Au moyen **principaux dérivés de taux** : FRA et futures, swaps de taux, caps & floors, swaptions...
- Dont va essayer de comprendre au mieux le **fonctionnement, l'évaluation, et l'utilisation**

Courbe(s) des taux

Courbe des taux

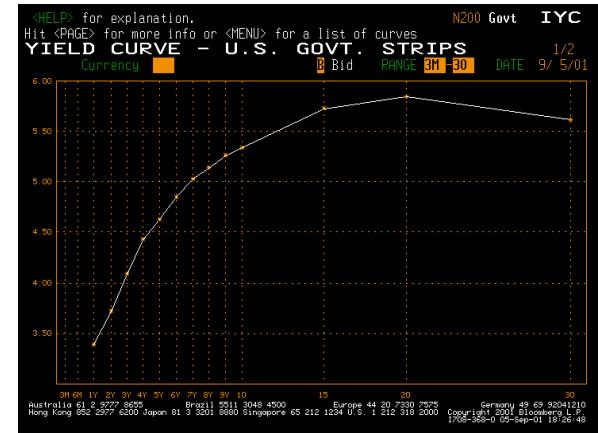
- L'hypothèse d'un seul taux constant usuellement pratiquée dans le calcul actuariel n'est pas réaliste.
- En pratique, le taux d'intérêt varie suivant la maturité des prêts/emprunts / instruments de taux.
- On parle de **structure par termes** des taux d'intérêt, ou encore de **courbe des taux**.
- Tout portefeuille de produits de taux s'évalue à partir d'une **courbe des taux** choisie suivant le type d'instruments considéré et le contexte.
- Le **risque de taux** se quantifie au moyen de la courbe des taux.

Courbe des taux



Courbes des taux : exemples

- Une courbe des taux associe à chaque maturité la valeur du taux correspondant
- Quelques exemples :
 - **Courbe interbancaire**
 - Courbe OAT (rendement obligataires)
 - Courbes corporates (par rating, par secteur etc...)
 - Courbe des taux d'emprunt immobilier
 - Etc.



La courbe interbancaire

- La courbe **interbancaire** (dite aussi courbe EURIBOR) se compose généralement de 3 compartiments:
 - Court terme (< 1an) : Taux de dépôt
 - Moyen terme : contrats futures sur EURIBOR
 - Long terme: Swaps de taux
- C'est à partir d'une courbe de ce type qu'une banque ou un corporate **évalue son portefeuille et détermine sa couverture.**
- Cette courbe répertorie en effet les **instruments liquides** auxquels on peut avoir accès pour **gérer les risques de taux.**

La courbe interbancaire

EURIBOR		
Yield curve		
<i>Name</i>		EURIBOR
<i>Date</i>		17/12/2003
<i>First zero date</i>		17/12/2003
<i>Contest</i>	<i>Cash</i> <i>Cash Ccy I</i> <i>Fwd Ccy I</i> <i>Spot Ccy I</i> <i>Ccy</i> <i>Index</i>	EUR EUR EURIBOR
<i>Interpolation</i>	<i>Date to</i>	<i>Basis</i>
		FRA
<i>Global shift</i>	<i>Type</i>	<i>Value</i>
	ALL	0
<i>Market points</i>	<i>Type</i>	<i>Underlying</i>
DEPOSIT	1D	1,83
DEPOSIT	2W	2,12
DEPOSIT	1M	2,08
DEPOSIT	2M	2,11
DEPOSIT	3M	2,12
FUTURE	MAR04	97,8075
FUTURE	JUN04	97,6725
FUTURE	SEP04	97,4675
FUTURE	DEC04	97,2125
FUTURE	MAR05	96,9825
FUTURE	JUN05	96,7525
FUTURE	SEP05	96,5425
FUTURE	DEC05	96,3525
SWAP	3Y	3,1525
SWAP	4Y	3,4525
SWAP	5Y	3,6825
SWAP	6Y	3,8725
SWAP	7Y	4,035
SWAP	8Y	4,1725
SWAP	9Y	4,285
SWAP	10Y	4,3775
SWAP	12Y	4,53
SWAP	15Y	4,705
SWAP	20Y	4,8825
SWAP	25Y	4,97
SWAP	30Y	5,0025
SWAP	40Y	5,0275

LIB_USD		
Yield curve		
<i>Name</i>		LIB_USD
<i>Date</i>		17/12/2003
<i>First zero date</i>		17/12/2003
<i>Contest</i>	<i>Cash</i> <i>Cash Ccy I</i> <i>Fwd Ccy I</i> <i>Spot Ccy I</i> <i>Ccy</i> <i>Index</i>	USD USD LIB_USD
<i>Interpolation</i>	<i>Date to</i>	<i>Basis</i>
		FRA
<i>Global shift</i>	<i>Type</i>	<i>Value</i>
	ALL	0
<i>Market points</i>	<i>Type</i>	<i>Underlying</i>
DEPOSIT	1D	0,995
DEPOSIT	2W	1,1
DEPOSIT	1M	1,1
DEPOSIT	2M	1,12
DEPOSIT	3M	1,13
FUTURE	MAR04	98,7625
FUTURE	JUN04	98,5625
FUTURE	SEP04	98,2375
FUTURE	DEC04	97,8225
FUTURE	MAR05	97,4125
FUTURE	JUN05	97,0075
FUTURE	SEP05	96,6575
FUTURE	DEC05	96,3775
SWAP	3Y	2,69
SWAP	4Y	3,15
SWAP	5Y	3,515
SWAP	6Y	3,805
SWAP	7Y	4,048
SWAP	8Y	4,243
SWAP	9Y	4,41
SWAP	10Y	4,5525
SWAP	12Y	4,78
SWAP	15Y	5,038
SWAP	20Y	5,255
SWAP	25Y	5,3225
SWAP	30Y	5,347

LIBOR_JPY		
Yield curve		
<i>Name</i>		LIBOR_JPY
<i>Date</i>		17/12/2003
<i>First zero date</i>		17/12/2003
<i>Contest</i>	<i>Cash</i> <i>Cash Ccy I</i> <i>Fwd Ccy I</i> <i>Spot Ccy I</i> <i>Ccy</i> <i>Index</i>	JPY JPY LIBOR_JPY
<i>Interpolation</i>	<i>Date to</i>	<i>Basis</i>
		FRA
<i>Global shift</i>	<i>Type</i>	<i>Value</i>
	ALL	0
<i>Market points</i>	<i>Type</i>	<i>Underlying</i>
DEPOSIT	1D	0
DEPOSIT	1M	-0,02
DEPOSIT	2M	-0,075
DEPOSIT	3M	-0,065
FUTURE	MAR04	99,8975
FUTURE	JUN04	99,8975
FUTURE	SEP04	99,8625
FUTURE	DEC04	99,8175
FUTURE	MAR05	99,7075
FUTURE	JUN05	99,6225
FUTURE	SEP05	99,52
FUTURE	DEC05	99,425
SWAP	3Y	0,3325
SWAP	4Y	0,495
SWAP	5Y	0,67
SWAP	6Y	0,845
SWAP	7Y	1,005
SWAP	8Y	1,14
SWAP	9Y	1,2525
SWAP	10Y	1,355
SWAP	12Y	1,5225
SWAP	15Y	1,7075
SWAP	20Y	1,925
SWAP	25Y	2,025
SWAP	30Y	2,07

Utilisation de la courbe interbancaire

- La courbe interbancaire est inexploitable en temps telle pour évaluer un portefeuille...
- **Prenons un exemple :**
 - j'ai traité dans le marché un swap 10 ans il y a 2 ans et demi.
 - Aujourd'hui ce swap n'est plus un swap de marché (maturité 7 ans et demi, taux fixe du swap hors marché...)
- Comment utiliser la courbe interbancaire pour évaluer cette position ?
- **Réponse :** on « convertit » la courbe interbancaire en courbe zéro-coupon (procédure de *bootstrap* ou *stripping*), qu'on utilise ensuite pour évaluer notre portefeuille.

Qu'est ce qu'un zéro-coupon?

- **Un zéro-coupon de maturité T** (*discount factor*) est un titre délivrant une unité monétaire à la date T .
- Si le marché était régi par un seul taux d'intérêt r , un tel titre vaudrait :

$$\frac{1}{(1+r)^T}$$

Taux zéro-coupon

- Dans la vraie vie, il y a autant de taux d'intérêt que d'échéances possibles.
- La valeur du zéro-coupon de maturité T s'écrit donc :

$$\frac{1}{(1 + r(T))^T}$$

$r(T)$ est le taux zéro-coupon de maturité T

Taux zéro-coupon : exemple

- Le taux zéro-coupon de maturité 1 an est 1,25%.
- Le taux zéro-coupon de maturité 5 an est 3,50%.
- La valeur actuelle d'un flux de 1000 euros reçu dans 1 an est :

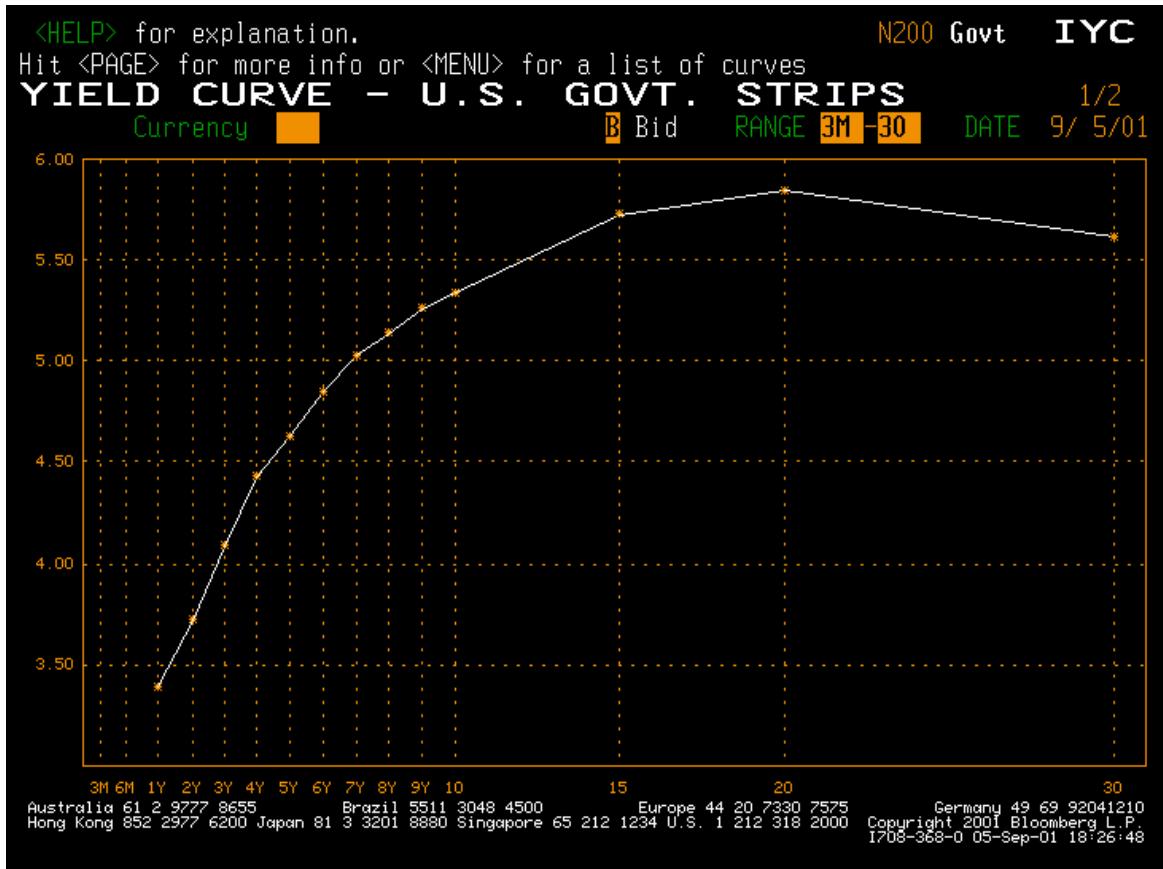
$$\mathbf{987,65 \text{ €} = 1000 / (1+1,25\%)^1}$$

- La valeur actuelle d'un flux de 3000 euros reçu dans 5 ans est

$$\mathbf{2\,525,92 \text{ €} = 3000 / (1+3,50\%)^5}$$

Courbe zéro-coupon

- La courbe zéro-coupon est la courbe représentant la valeur du taux zéro-coupon en fonction de la maturité



Intérêt de la courbe zéro-coupon

- Un taux zéro-coupon correspond au paiement d'un **flux unitaire**.
- Si on dispose d'une courbe zéro-coupon, on peut calculer les facteurs d'actualisation pour toutes les maturités...
- ... et donc évaluer tout instrument financier à flux fixes : obligations, emprunts immobilier, swaps...

Stripping de la courbe zéro-coupon

- Le **stripping** (ou *bootstrap*) de la courbe ZC consiste à utiliser les cotations des instruments de marché liquides pour déterminer la courbe zéro-coupon (c'est à dire les facteurs d'actualisation).
- C'est une **procédure itérative**, car les zéro-coupons sont déterminés de proche en proche.
- **Illustration** : la valeur du swap 10 ans dépend de tous les ZC de maturités allant de 1 à 10 ans. Pour déterminer la valeur du ZC 10 ans à partir de la cotation du swap 10 ans, j'ai donc besoin d'avoir calculé au préalable les zéro-coupons 1,2,...,9 ans.

TP : bootstrap d'une courbe OAT

- On dispose des cotations d'obligations suivantes :

Maturité	Coupon	Prix
1	5,5	104,25
2	3,2	102,73
3	4,8	107,47
4	6,7	114,16

- Déterminer la courbe zéro-coupon correspondante, i.e. les zéro-coupons de maturités 1, 2, 3 et 4 ans.

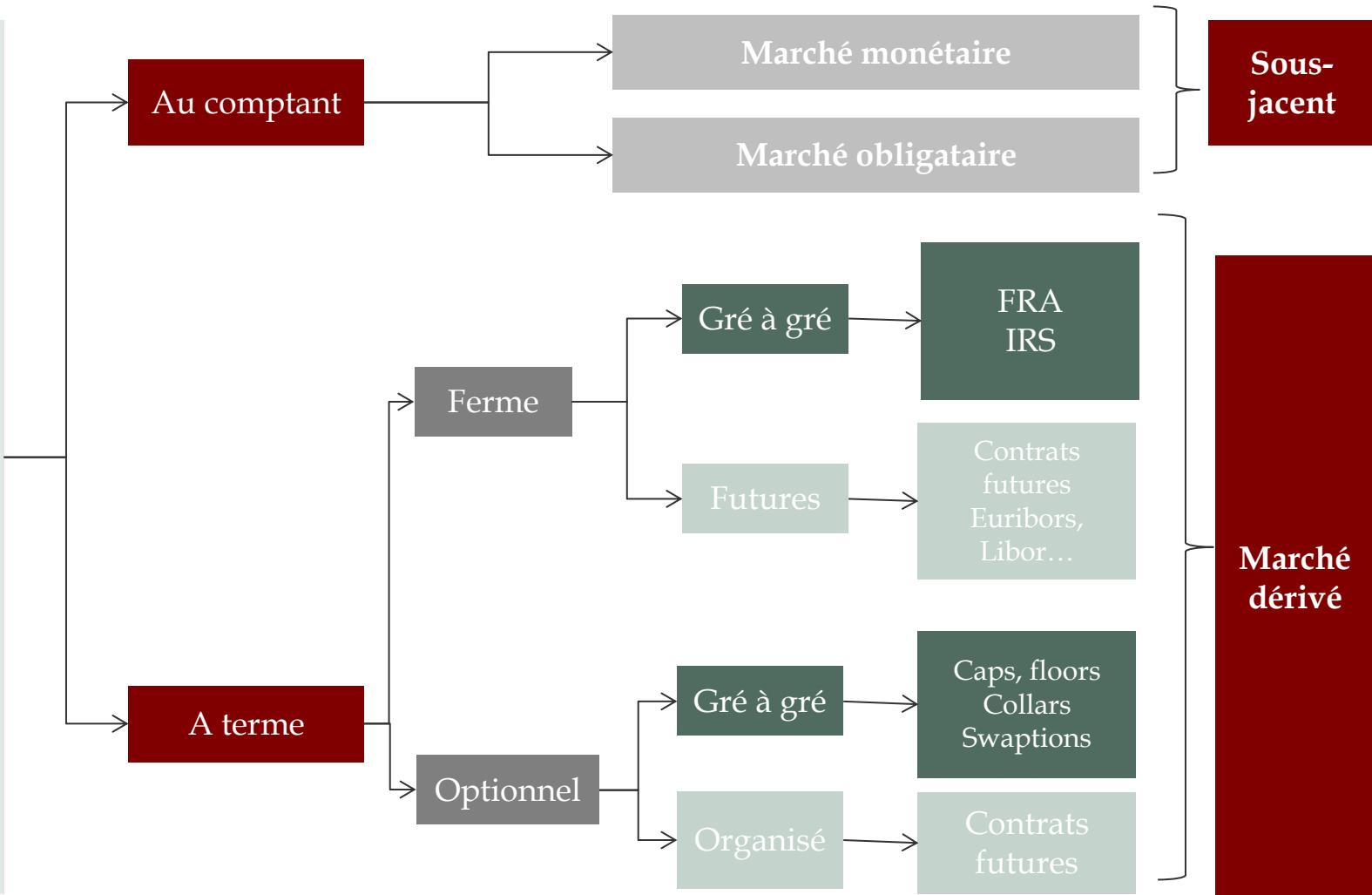
EURIBOR, FRA et contrats futures

Marché des taux

M
A
R
C
H
E

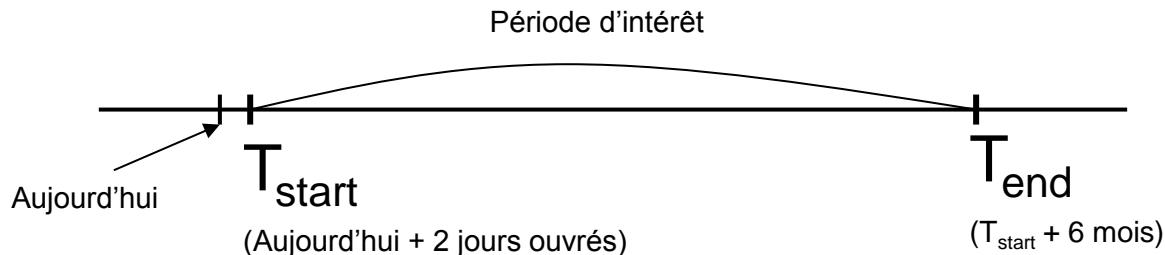
D
E
S

T
A
U
X



Taux LIBOR / EURIBOR

- Les taux **Libor** et **Euribor** sont les taux de dépôts entre banques de premiers plan pour les maturités de 1 semaine à 12 mois.
 - **EURIBOR** : zone EURO (publiés par la BCE)
 - **LIBOR** : référence sur les autres devises (USD / GBP / JPY), calculés sur la place de Londres.
- **Principe : exemple de l'EURIBOR 6M**
 - Le taux est fixé aujourd’hui pour une période d’intérêt débutant généralement dans 2 jours ouvrés.



Taux LIBOR / EURIBOR

- Le taux EURIBOR 6M fixe aujourd’hui à une valeur **R**
- Le placement de la somme **N €** s’effectue deux jours ouvrés plus tard.
- 6 mois plus tard on récupère notre capital de **N €**, plus les intérêts, calculés de la façon suivante :

$$N \times R \times \delta$$

avec

$$\delta = (T_{\text{end}} - T_{\text{start}}) / 360$$

(période d’intérêt calculée en base Exact / 360)

Taux LIBOR / EURIBOR : relation avec les zéro-coupons

- **Notation :**

- $B(t, T)$ = valeur à la date t du zéro-coupon de maturité T .
- Typiquement t correspond à la date d'aujourd'hui ($t = 0$)

- **Mécanisme:**

- On place 1 € à la date T_{start} (dans 2 jours ouvrés)
- On récupère $(1 + \delta R)$ à la date $T_{\text{end}} = T_{\text{start}} + 6$ mois
- Bilan :

$$-B(t, T_{\text{start}}) + B(t, T_{\text{end}})(1 + \delta R) = 0$$

- Soit :

$$R = \frac{1}{\delta} \left(\frac{B(t, T_{\text{start}})}{B(t, T_{\text{end}})} - 1 \right)$$

Taux LIBOR / EURIBOR

- Dans ce qui suit on note :

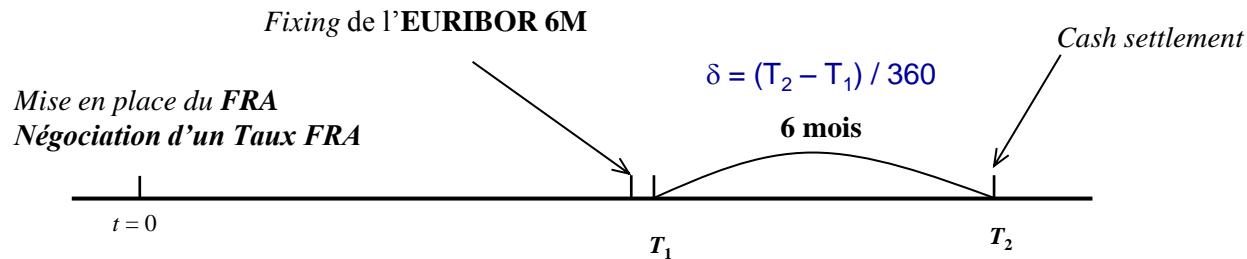
$$R = L(t, T_{\text{start}}, T_{\text{end}})$$

La valeur à la date t (comprendre : aujourd’hui) du taux **Euribor** de date de début T_{start} et de date de fin T_{end} .

- EONIA = *Euro Overnight Index Average*
- C'est le taux de référence quotidien des dépôts interbancaires en blanc (i.e. non gagés par des titres) effectués au jour-le-jour dans la zone euro
- S'est substitué au TMP
- Comme l'EURIBOR il s'agit d'un taux moyen (même panel de banques)
- Départ spot (et non J+2), base Exact/360
- Autres taux JJ : Tom Next (J+1 - J+2) et Spot Next (J+2 - J+3)

- *Forward Rate Agreement* (en français : *accord de taux futurs*)
- C'est un contrat **forward** spécifiant à terme l'échange d'un taux fixe déterminé à l'avance et d'un taux variable (type LIBOR / EURIBOR)
- C'est un produit dérivé qui permet de se garantir aujourd'hui un taux de prêt / emprunt pour une période d'intérêt future : **il permet donc de se prémunir contre un risque de cash-flow.**
- Il est négocié de gré à gré (marché OTC)

Fonctionnement du FRA



- En T_2 , l'acheteur du FRA reçoit le flux net :

$$\text{Notionnel} \times (\text{EURIBOR6M} - \text{TauxFRA}) \times \delta$$

- Autrement dit : le FRA est un swap de taux (forward) à 1 période !
- Il permet de se garantir aujourd'hui un taux d'emprunt pour une période d'intérêt future

Fonctionnement du FRA

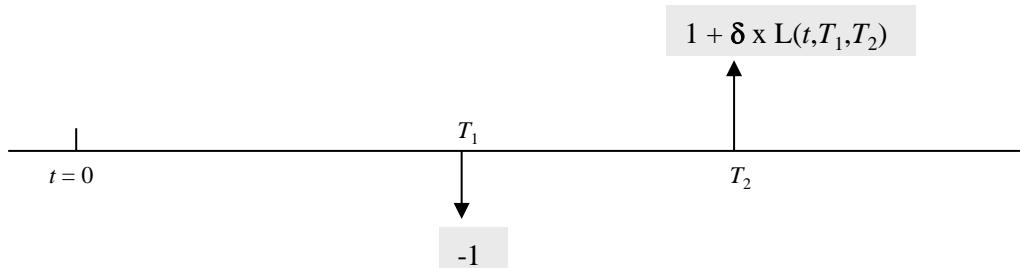
- En pratique le cash settlement du FRA a souvent lieu à la date T_1 de départ de l'EURIBOR.
- Dans ce cas le flux reçu à la date T_1 par l'acheteur est :

$$\text{Notionnel} \times \frac{(\text{EURIBOR} - \text{Taux FRA}) \times \delta}{1 + \delta \times \text{EURIBOR}}$$

- ... qui n'est rien d'autre que l'actualisation du flux en T_2

FRA : expression en fonction des zéro-coupons

- On note Taux FRA = $L(t, T_1, T_2)$



- C'est donc le taux de marché tel que, plaçant une unité monétaire en date T_1 , on obtienne $(1 + \delta \times L(t, T_1, T_2))$ en date T_2
- **Bilan :** $-B(t, T_1) + (1 + \delta \times L(t, T_1, T_2)) \times B(t, T_2) = 0$

$$L(t, T_1, T_2) = \frac{1}{\delta} \left(\frac{B(t, T_1)}{B(t, T_2)} - 1 \right)$$

Les contrats futures sur LIBOR / EURIBOR

- Marchés organisés (LIFFE, CME...)
- Contrats standardisés (sur LIBOR / EURIBOR 3 mois, Nominal 1,000,000 \$ / €, échéances trimestrielles etc.)
- Chambre de compensation : dépôt de garantie et mécanisme d'appels de marge pour éliminer tout risque de contrepartie.
- **Prix coté d'un future = $100 \times (1 - \text{TauxRéférence})$**
- **Valeur du contrat = $1,000,000 \times (1 - 0,25 \times \text{TauxRéférence})$**
- **TauxRéférence** coïncide avec le taux LIBOR / EURIBOR sous-jacent à la date de maturité du contrat.

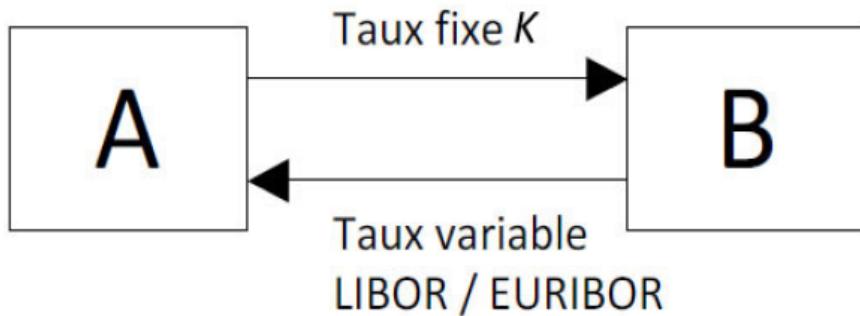
Contrat future EURIBOR

Exemple chiffré : Future EURIBOR Juin 2015

- Cours : 99.80
- NB : EURIBOR 3M = 0.225

Les swaps de taux : utilisation en gestion des risques

Les swaps de taux



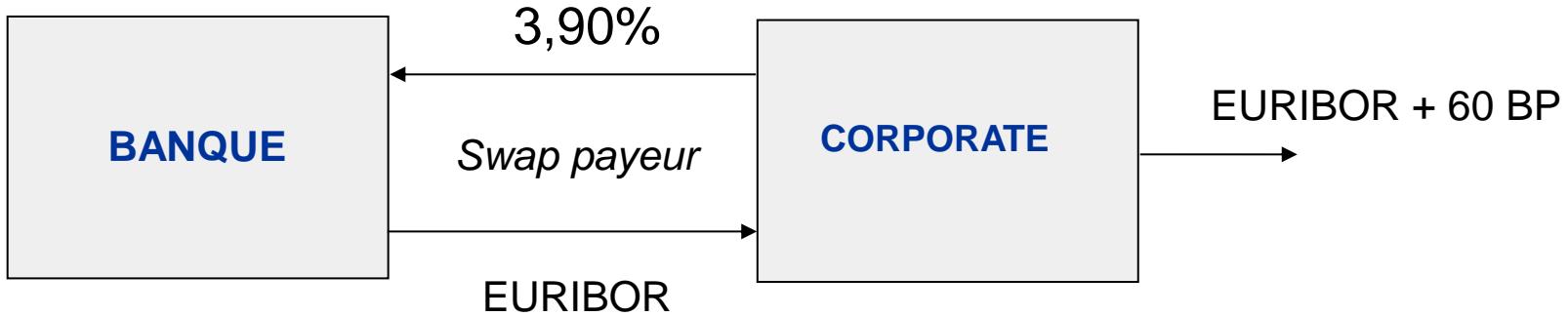
- Un **swap de taux** est un contrat entre deux contreparties A et B qui vont échanger pendant une période donnée des flux à taux fixe (jambe fixe) contre des flux à taux variable indexés sur un taux de type LIBOR (jambe variable).
- C'est un produit dérivé !
- Traité de gré à gré (marché OTC)

Pourquoi traiter un swap de taux ?

- Échanger un financement à taux fixe contre un financement à taux variable (« Fair value hedge »)
- Échanger un financement à taux variable contre un financement à taux fixe (« Cash-flow hedge »)
- Spéculer sur l'évolution future des taux d'intérêt
- **Couvrir un risque de taux**
(gestion de bilan, couverture d'un book de produits de taux...)

Exemple 1

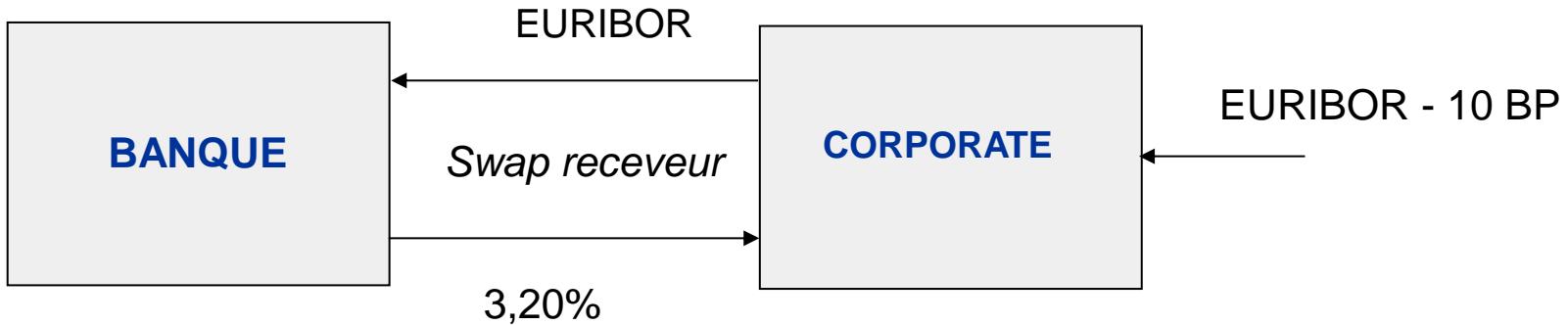
- Je suis endetté à taux variable EURIBOR + 60 BP sur 5 ans
- Le taux swap 5 ans cote 3,90%



⇒ En rentrant dans le swap où je paye le taux fixe 3,90%, je peux donc convertir ma dette à taux variable EURIBOR+60 en dette à taux fixe **4,50%** (=3,90% + 60bp)

Exemple 2

- J'ai un placement sur 3 ans à taux variable EURIBOR – 10
- Le taux swap 3 ans cote 3,20%

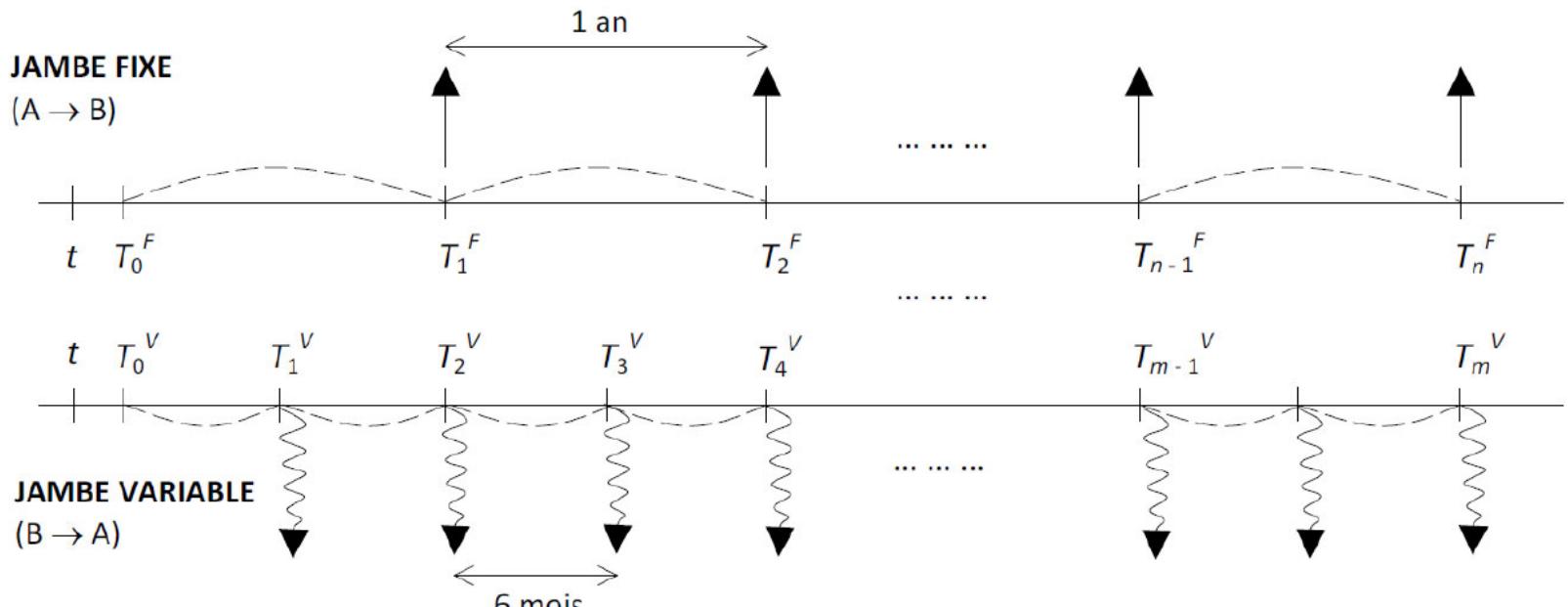


⇒ En rentrant dans le swap où je reçois le taux fixe 3,20%, je peux donc convertir mon placement à taux variable EURIBOR-10 en placement à taux fixe **3,10%**

Schéma d'un swap de taux standard

Sur l'EURO, le standard est Fixe Annuel 30/360 vs. EURIBOR6M

Intérêts à taux fixe



Intérêts à taux variable EURIBOR 6M

Flux d'un swap de taux standard

- Les flux d'un swap de taux sont payés **à la fin de chaque période d'intérêt**, fixe ou variable. Il n'y a donc pas de flux à la date de départ du swap.

Flux fixe = Notio x **Taux Fixe** x période d'intérêt fixe

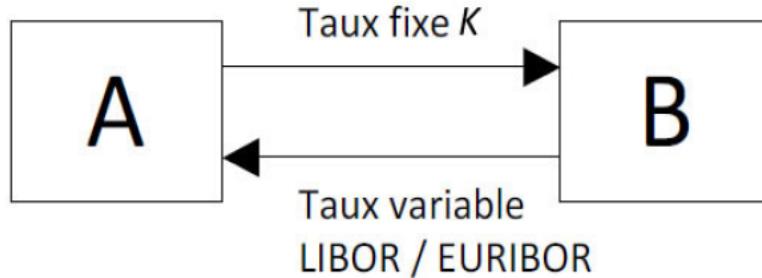
Flux variable = Notio x **EURIBOR 6M** x période d'intérêt variable

- Côté jambe variable, l'**EURIBOR 6M** qui est payé en fin de période d'intérêt **est fixé 2 jours avant le début période**.

⇒ Cela implique notamment qu'on connaît le premier flux variable lorsque le swap est traité !

Swap payeur / swap receveur

- Swap **payeur** = je paye le taux fixe
- Swap **receveur** = je reçois le taux fixe



- Dans le schéma ci-dessus, le swap est donc payeur du point de vue de A et receveur du point de vue de B

Qu'est ce que le taux swap ?

- C'est le taux fixe qui rend le swap « équitable »
- C'est à dire le taux fixe tel que : $PV_{JambeFixe} = PV_{JambeVariable}$
- C'est par ce biais que les swaps de taux sont cotés sur le marché

Cotation des swaps

Press 98<GO> to make a copy, 99<GO> to clear news alerts.

Index IRSB

15:07

FRANCE € SWAP RATES

Page 1 / 2

94<GO> View News.

SECURITY	TIME	BID	ASK	CHANGE	OPEN	HIGH	LOW	PRV	CLS
1) 1 Yr	15:07	3.4475	3.4700	+.0300	3.4600	3.5050	3.4125	3.4300	
2) 2 Yr	15:07	3.6210	3.6410	+.0415	3.5940	3.6400	3.5625	3.5895	
3) 3 Yr	15:07	3.8740	3.8950	+.0390	3.8460	3.8900	3.8385	3.8455	
4) 4 Yr	15:07	4.1000	4.1250	+.0365	4.1100	4.1250	4.0200	4.0760	
5) 5 Yr	15:07	4.3150	4.3370	+.0390	4.3200	4.3327	4.1312	4.2870	
6) 6 Yr	15:07	4.4900	4.5170	+.0263	4.4725	4.5150	4.4675	4.4762	
7) 7 Yr	15:07	4.6400	4.6700	+.0192	4.6700	4.6715	4.6225	4.6363	
8) 8 Yr	15:07	4.7700	4.7990	+.0188	4.7625	4.8000	4.7577	4.7662	
9) 9 Yr	15:07	4.8800	4.9000	+.0155	4.8725	4.9135	4.8655	4.8750	
10) 10 Yr	15:07	4.9700	4.9975	+.0150	5.0000	5.0030	4.9537	4.9688	
11) 12 Yr	15:07	5.1300	5.1510	+.0142	5.1200	5.1613	5.1200	5.1263	
12) 15 Yr	15:07	5.3050	5.3250	+.0143	5.2950	5.3350	5.2950	5.3012	
13) 20 Yr	15:07	5.4600	5.4750	+.0212	5.4400	5.4838	5.4400	5.4462	
14) 25 Yr	15:07	5.5250	5.5550	+.0287	5.5050	5.5538	5.5050	5.5113	
15) 30 Yr	15:07	5.5300	5.5440	+.0208	5.5100	5.5575	5.5100	5.5162	

Page Fwd for SWAP
Spreads.

Australia 61 2 9777 8655

Brazil 5511 3048 4500

Europe 44 20 7330 7575

Germany 49 69 92041210

Hong Kong 852 2977 6200

Japan 81 3 3201 8880

Singapore 65 212 1234

U.S. 1 212 318 2000

Copyright 2001 Bloomberg L.P.

I356-711-0 17-Oct-01 15:07:38

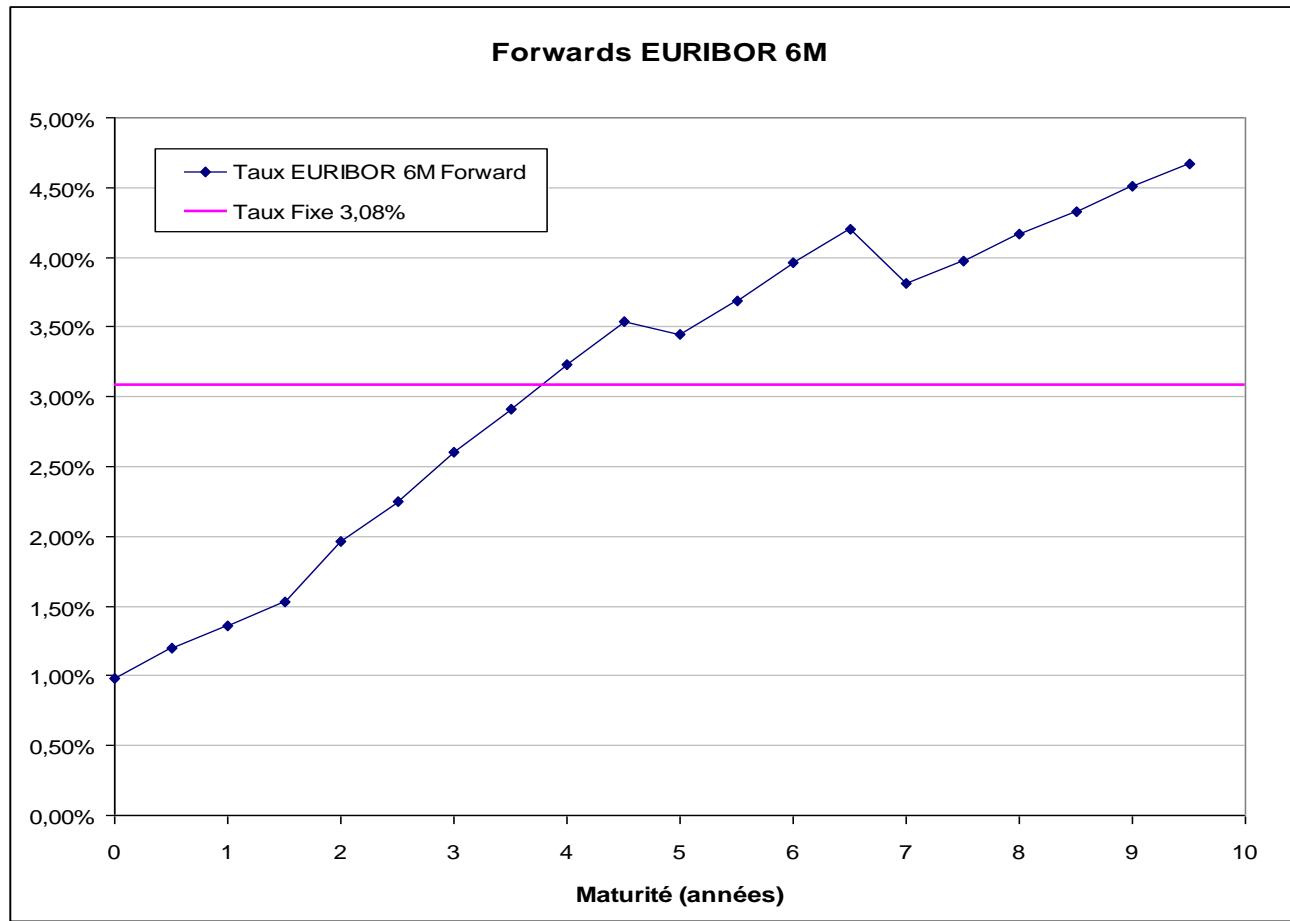
Quand un swap est-il profitable ?

- Dans un **swap payeur**, je paye le taux fixe et reçois le variable
 - **Si les taux montent** je vais donc recevoir des flux variables plus importants que les flux fixes que je paye.
 - **Si les taux baissent** je vais donc recevoir des flux variables moins importants que les flux fixes que je paye
- Dans un **swap receveur**, je paye le taux variable et reçois le taux fixe
 - **Si les taux montent** je vais donc payer des flux variables plus importants que les flux fixes que je reçois.
 - **Si les taux baissent** je vais donc recevoir des flux variables moins importants que les flux fixes que je paye
- Spéculativement :
 - Je traite un **swap payeur** si j'anticipe une **hausse des taux**
 - Je traite un **swap receveur** si j'anticipe une **baisse des taux**

Mais attention !

- Nous sommes le 20 mai 2010. Je traite un swap 10 ans payeur
- Le taux swap 10Y cote aujourd’hui 3,08%
- En revanche le taux EURIBOR 6M cote 0,987% !
- Je suis donc structurellement perdant sur le début du swap
- Si je conserve mon swap et que l’EURIBOR se maintient à ce niveau j’aurais perdu *in fine* sur mon swap !
- **Explication** : les EURIBOR 6M forwards sont plus élevés que l’EURIBOR 6M aujourd’hui !
(Autrement dit la courbe des taux est pentue !)

Illustration



Evaluer un swap de taux

- Un swap s'évalue comme différence entre les valeurs des deux jambes
- Les PV des deux jambes s'obtiennent en actualisant les flux fixes (sur la jambe fixe) ou les flux anticipés par les taux forwards (sur la jambe variable)

Valeur de la jambe fixe

$$PV_{\text{JambeFixe}} = \sum_{i=1}^n N \times \text{TauxFixe} \times \delta_i \times FA_i$$

Nominal

Période intérêt flux i

Facteur d'actualisation flux i

Valeur de la jambe variable

$$PV_{\text{JambeVariable}} = \sum_{j=1}^m N \times \text{TauxFRA}_j \times \delta_j \times FA_j$$

Diagram illustrating the components of the formula:

- Nominal (Nominal) points to N .
- Taux forward flux j (Taux forward flux j) points to TauxFRA_j .
- Période intérêt flux j (Période intérêt flux j) points to δ_j .
- Facteur d'actualisation flux j (Facteur d'actualisation flux j) points to FA_j .

Valeur du swap

$$PV_{\text{Swap Payeur}} = PV_{\text{JambeVariable}} - PV_{\text{JambeFixe}}$$

$$PV_{\text{Swap Receveur}} = PV_{\text{JambeFixe}} - PV_{\text{JambeVariable}}$$

Expression du taux swap

- Le **taux swap** est le niveau de taux fixe qui égalise la valeur de la jambe fixe et la valeur de la jambe variable (i.e. qui rend la PV du swap nulle)

$$\text{Taux Swap} = \frac{\sum_{j=1}^m \text{TauxFRA}_j \times \delta_j \times \text{FA}_j}{\sum_{i=1}^n \delta_i \times \text{FA}_i}$$

Valeur du swap payeur en fct. du taux swap

$$PV_{\text{Swap Payeur}} = \left(\sum_{i=1}^n N \times \delta_i \times FA_i \right) \times (TauxSwap - TauxFixe)$$

Sensibilité du swap
ou encore « PVBP »,
« level »...

Taux de marché
évoluant au cours
du temps

Taux fixe conclu
dans le contrat
swap



Valeur du swap receveur

$$PV_{\text{Swap Receveur}} = \left(\sum_{i=1}^n N \times \delta_i \times FA_i \right) \times (TauxFixe - TauxSwap)$$

Taux fixe conclu dans le contrat swap

Sensibilité du swap ou encore « PVBP », « level »...

Taux de marché évoluant au cours du temps

```
graph TD; A["Taux fixe conclu dans le contrat swap"] --> B["(TauxFixe - TauxSwap)"]; C["Sensibilité du swap ou encore « PVBP », « level »..."] --> D["\sum_{i=1}^n N \times \delta_i \times FA_i"]; E["Taux de marché évoluant au cours du temps"] --> D;
```

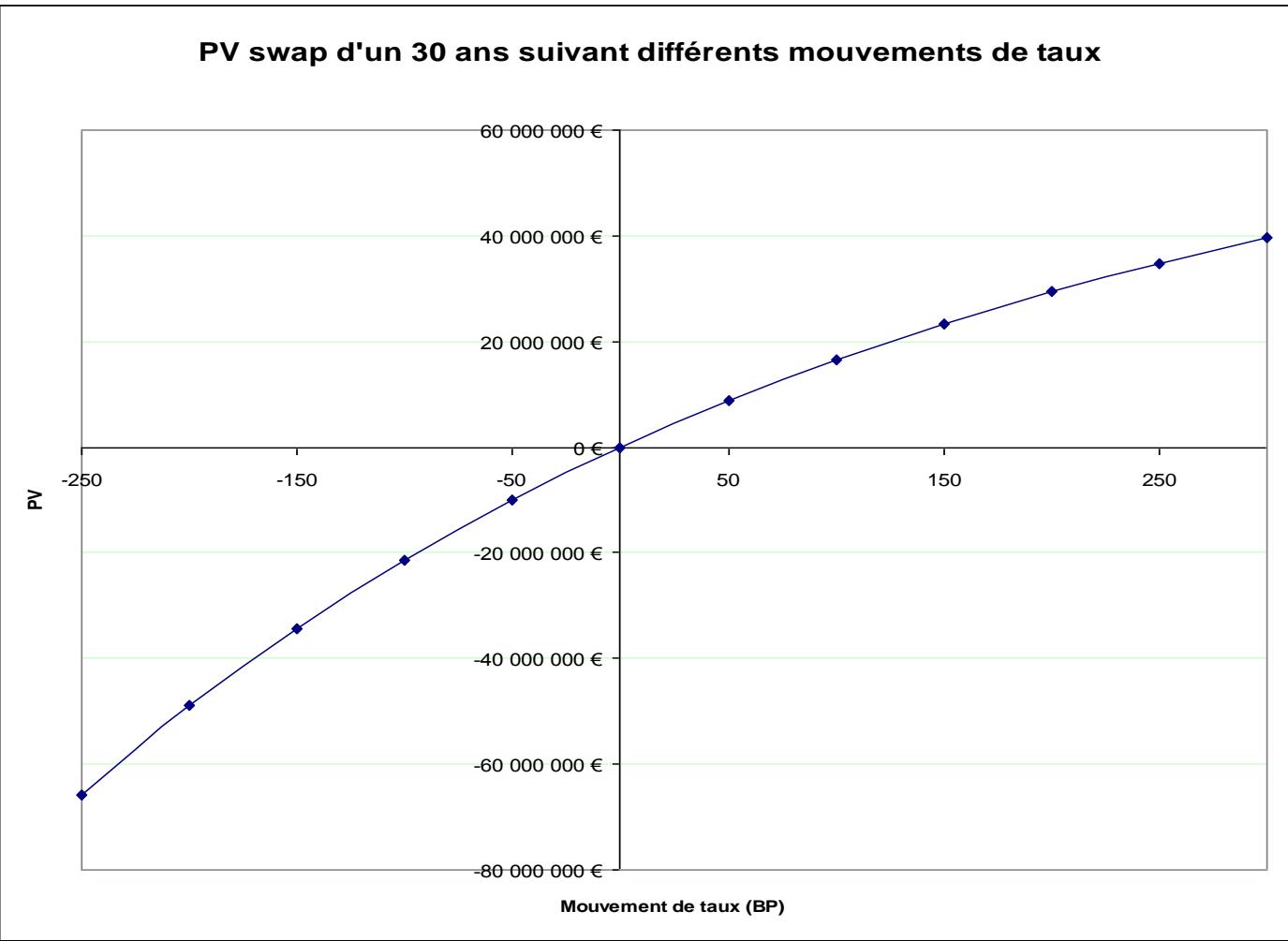
Sensibilité d'un swap

- C'est la quantité :

$$\left(\sum_{i=1}^n N \times \delta_i \times FA_i \right)$$

- Elle donne la **variation de valeur du swap** lorsque le taux swap bouge de 1 point de base (ou plus !)

Convexité d'un swap



Swaps de taux : exercices

Exercice 1

Je traite un swap 10 ans payeur du taux d'un taux fixe 3,25%, pour un montant nominal de 100 millions d'euros. Le taux swap 10 ans augmente ensuite de 20 bp dans la journée.

Dans quel sens bouge la valeur de mon swap ? Suis je gagnant ou perdant ? Calculer à la louche la variation de valeur du swap.

Comment se matérialise cette plus ou moins value ?

Swaps de taux : exercices

Exercice 2 – Vous êtes un vendeur sur le marché des IRS !

Le trésorier de France Télécom vous appelle. Il a un encours de dette à gérer de plusieurs milliards d'EUR. Il est content de sa situation lors des derniers mois puisque 70% de sa dette est sur une base de taux variables (Euribor 3 mois). Cependant il pense que les taux vont remonter dans les prochaines années. Il souhaite se couvrir contre ce risque.

Il veut un prix pour du 5 ans, nominal 50 millions d'euros.
Votre trader vous montre 2.99% / 3.02%

Sachant que vous prenez en supplément une marge de 3 bps, quel prix proposez vous au client ?

Swaps de taux : exercices

Exercice 2 (suite)

Les taux ont effectivement monté. Votre client vous rappelle deux ans après pour annuler son swap (qui a encore 3 ans à courir). Le taux swap 3 ans cote 4,00%.

Qui doit de l'argent à qui ?

Comment se calcule cette soulté ?

Les swaps de taux : exercices

Exercice 3

Je dispose d'un portefeuille de produits de taux (dépôts, swaps, FRA, futures, options...) très sensible au taux swap 10 ans. Quand le taux swap 10 ans augmente de 1 point de base, la valeur de mon portefeuille varie de +20 000 euros.

Je souhaite me couvrir contre ce risque

Dois je rentrer dans un swap 10Y payeur ou receveur ?

Quel nominal de swap 10 ans dois-je traiter ?

Les swaps de taux : exercices

Exercice 4 (pricer XL)

- Je suis endetté à taux variable EURIBOR 3M + 90 BP sur 5 ans. Je souhaite passer à taux fixe (sur le même échéancier trimestriel ACT360) afin d'annuler mon risque de cash-flows.
- Quel taux fixe vais-je pouvoir obtenir ?

Les swaps de taux : exercices

Exercice 5 (avec le Pricer Excel)

- Je suis endetté à taux fixe 4,35% annuel 30/360 sur 10 ans. Je souhaite passer à taux variable EURIBOR 6M (base ACT360) afin de réduire mon risque de taux.
- Quelle marge vais-je payer en plus de l'EURIBOR?

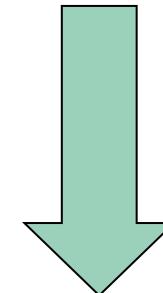
Couverture du risque de taux sur la courbe

Evaluation du portefeuille à partir de la courbe des taux



Calcul des sensibilités du portefeuille point par point

EURIBOR Yield curve		
	Name	EURIBOR
Contest	Date	17/12/2003
<i>Contest</i>	<i>First zero date</i>	17/12/2003
<i>Cash</i>	<i>Cash Ceg 1</i>	EUR
	<i>Fwd Ceg 1</i>	
	<i>Spot Ceg 1</i>	EUR
	<i>Ceg</i>	EURIBOR
	<i>Index</i>	
Interpolation	Date to	Basis
		FRA
Global shift	Type	Value
	ALL	0
Market points	Type	Underlying
DEPOSIT		1D
DEPOSIT		2W
DEPOSIT		1M
DEPOSIT		2M
DEPOSIT		3M
FUTURE		MAR04
FUTURE		JUN04
FUTURE		SEP04
FUTURE		DEC04
FUTURE		MAR05
FUTURE		JUN05
FUTURE		SEP05
FUTURE		DEC05
SWAP		3Y
SWAP		4Y
SWAP		5Y
SWAP		6Y
SWAP		7Y
SWAP		8Y
SWAP		9Y
SWAP		10Y
SWAP		12Y
SWAP		15Y
SWAP		20Y
SWAP		25Y
SWAP		30Y

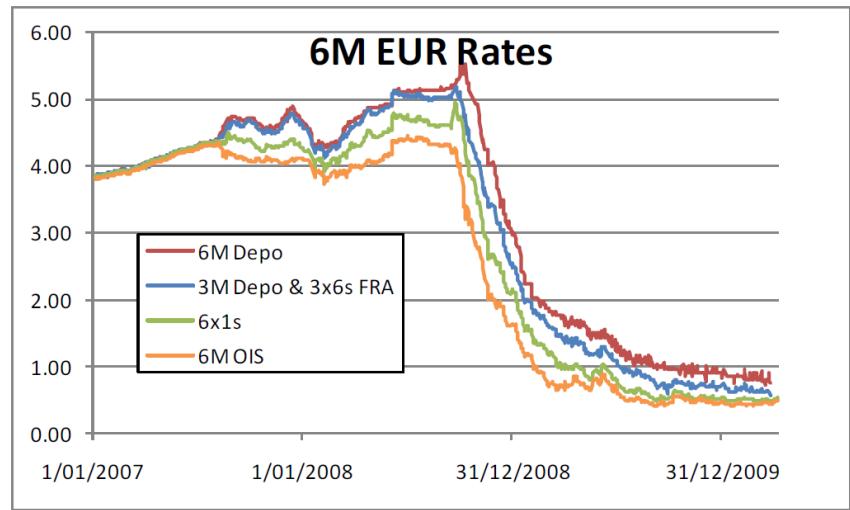


Couverture « en delta » point par point au moyen de dépôts, de futures et de swaps de taux

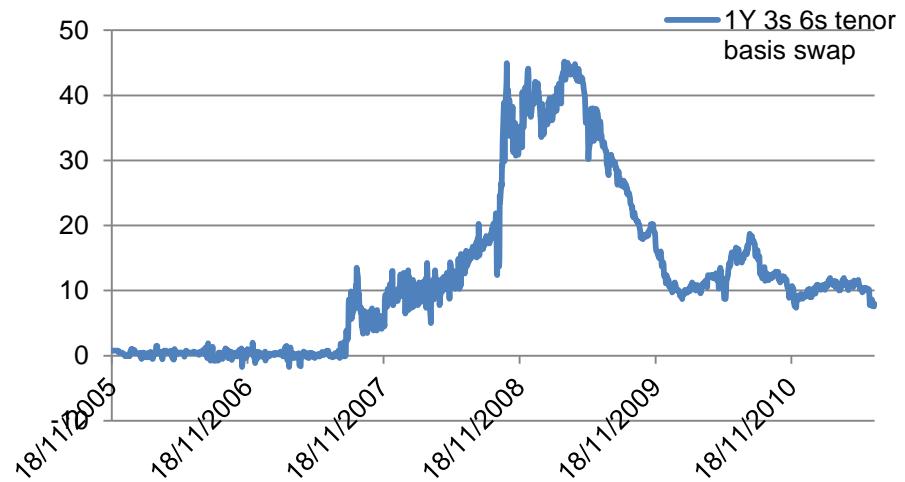
Retour sur la courbe des taux

*Du bootstrap classique au stripping
multi-curve....*

Multi-curve bootstrap : la nouvelle donne...

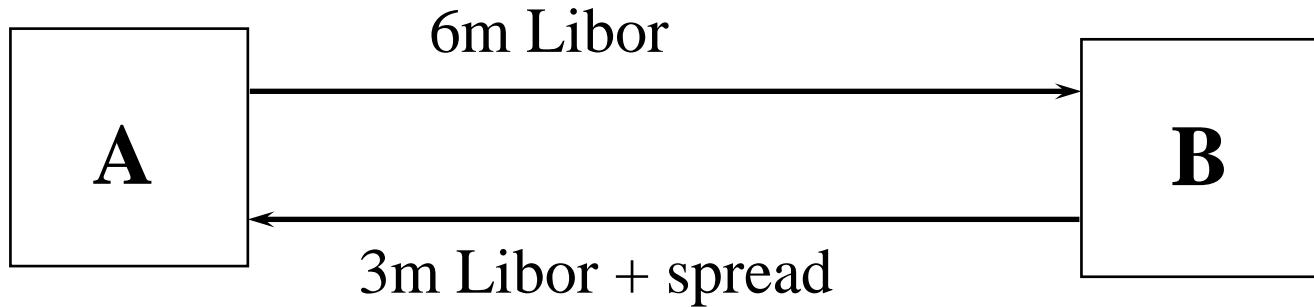


1Y 3s 6s tenor basis swap



Qu'est ce qu'un *Tenor basis swap* ?

- Un index LIBOR est swappé contre un autre.
- **Exemple :** Euribor 3m / Euribor 6m, maturité 2Y



- Le spread représente l'espérance de la différence de crédit entre les 2 tenors pour la période du swap. Le spread est quoté sur le tenor le plus court

Tenor basis swap 5Y USD 3m / 6m @ 5.72

GRAB PETER Index SWPM

90) Actions		91) Swaps & Options		92) Str. Notes		93) Mkt Data		94) Help		Swap Manager
USD Basis Swap	Cpty	SWAP CNTRPARTY	CCP	OTC	Ticker / SWAP	Series		Deal ID	(21) Detail	
31) Load	32) Save	33) Send			36) Share	37) Ticket		38) Matrix		
Leg 1	Receive Float				Leg 2	Pay Float		US 6mth Libor		
Notional	10MM				Notional	10MM		Leg ID		
Currency	USD				Currency	USD		Index	US0006M	
Effective	07/19/2011				Effective	07/19/2011		Latest Index	0.41650	
Maturity	07/19/2016				Maturity	07/19/2016		Tenor	6 Month	
Reset Freq	Quarterly				Reset Freq	SemiAnnual		Leverage	1.00000	
Pay Freq	SemiAnnual				Pay Freq	SemiAnnual		Spread	0.00 bp	
								Day Count	ACT/360	
MV	10,028,082.10				MV	-10,028,082.10		Accrued	0.00	
Premium	100.28		DV01	263.32	Premium	-100.28		DV01	-263.32	
Market										
Dscnt Curve	23	Bid			USD Swaps(30/360,S/A)	Dscnt Curve	23	Bid		USD Swaps(30/360,S/A)
Fwd Curve	23	Bid			USD Swaps(30/360,S/A)	Fwd Curve	51	Bid	Pay	US 6mth Libor
Curve Date	07/16/2011		Valuation	07/19/2011						
Valuation										
Principal	0.00					BR01 US 6mth Libor			4,909.46	
Accrued	0.00	Calculate			Premium	DW01			0.00	
Market Value	0.00	Premium				0.000000	Gamma (1bp)		0.00	
3) Main 4) Curves 5) Cashflow 7) Leg Detail 10) Reset Rates 11) Risk 13) Scenario 14) Charts 17) Matrix										
Australia 61 2 9777 8600 Brazil 5511 3048 4500 Europe 44 20 7330 7500 Germany 49 69 9204 1210 Hong Kong 852 2977 6000 Japan 81 3 3201 8900 Singapore 65 6212 1000 U.S. 1 212 318 2000 Copyright 2011 Bloomberg Finance L.P. SN 183643 H623-1041-0 16-Jul-11 18:44:42 GMT+1:00										

Bootstrap multi-curve

- La méthode habituelle donne la même PV à toute jambe variable, quelle que soit sa fréquence
- Cela est en totale contradiction avec l'existence de spreads non nuls sur les basis swaps
- **Idée** : introduire plusieurs courbes distinctes pour pricer un swap
 - Courbe de discount pour actualiser les flux
 - Courbes de projection, pour calculer les forwards

Bootstrap multi-curve

- Le bootstrap de la courbe discount s'effectue souvent au moyens des swaps OIS (EONIA). Mais ce n'est pas systématique. Dans l'exemple qui suit on utilise l'Euribor 3m.
- Les courbes de projection (Fwds Euribor 6m, 12m...) sont déterminées afin de repricer à 0 les basis swaps :

$$\sum_{i=1}^n (f_i - s_n) \times \delta_i \times FA_i = 1 - FA_n$$

PV de la jambe
Euribor 6m - spread

PV de la jambe
Euribor 3m

TP : basis swaps & bootstrap multi-curve

Cf. market datas dans fichier excel.

- On se donne les swaps Euribor 3m et les basis swaps Euribor 3m / 6m
- La courbe de discount est déterminée au moyen des swaps Euribor 3m
- On se propose de déterminer la courbe de projection pour l'Euribor 6m en utilisant les tenor basis swaps 3m/6m

Options de taux : caps / floors et swaptions

Caps et floors

- **Un cap** est une option de taux qui permet de capper le taux d'un emprunt à taux variable EURIBOR
- **Un floor** est une option de taux qui permet de floorer le taux d'un placement à taux variable EURIBOR

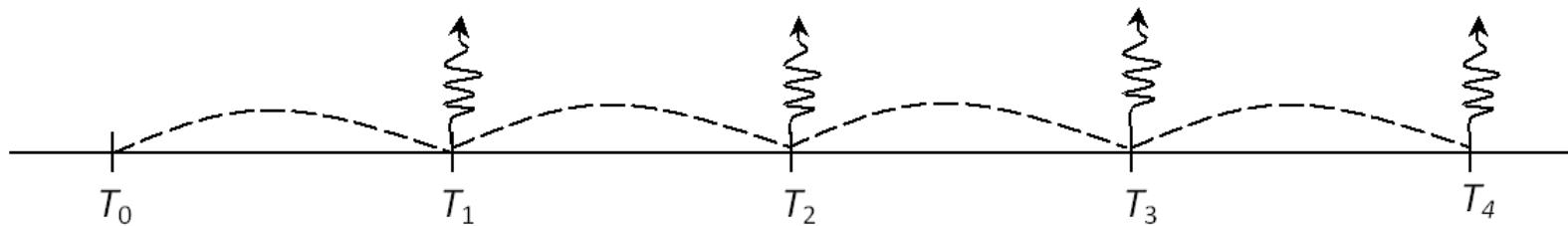
Exemple : je me suis endetté à taux variable EURIBOR 6M sur 5 ans. Je souhaite capper mes paiements à 3,70%

⇒ J'achète un CAP 5Y sur EURIBOR 6M de strike 3,70%

Flux d'un cap sur EURIBOR

- Flux d'un cap strike 3,70% :

$$\text{Max}(\text{EURIBOR} - 3,70\%, 0)$$



- Chaque flux du cap correspond à un call sur EURIBOR appelé **caplet**

Flux d'un cap sur EURIBOR

- En pratique un cap est fondé sur un échéancier : celui de l'EURIBOR sous-jacent.
- A la fin de chaque période le cap verse à son détenteur le flux :

$$\text{Max (EURIBOR} - 3,70\%, 0)$$

- Si je suis payeur de l'EURIBOR (dans un emprunt, dans un swap...) et si j'ai acheté le cap, le flux que je **paye** maintenant est :

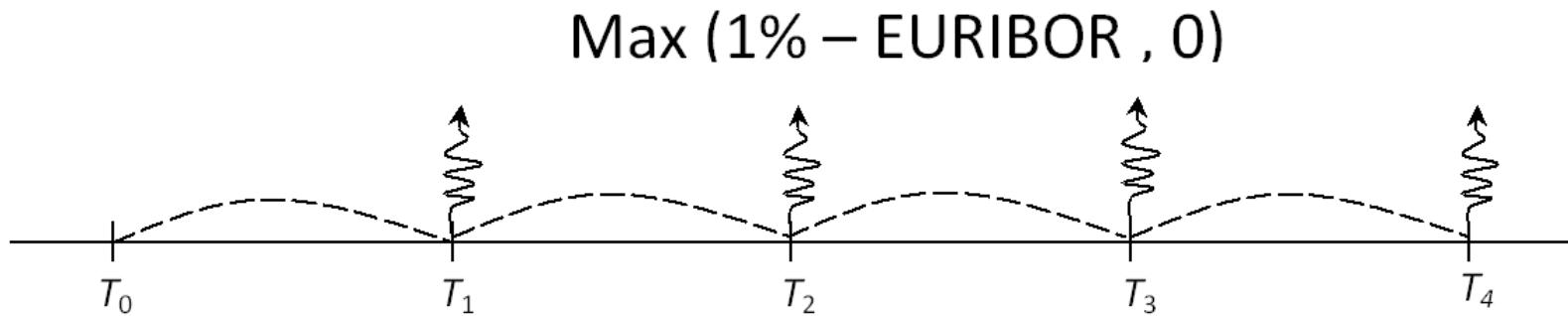
$$\text{EURIBOR} - \text{Max (EURIBOR} - 3,70\%, 0)$$

$$\begin{aligned} &= \text{EURIBOR si EURIBOR} < 3,70\% \\ &= 3,70\% \text{ si EURIBOR} > 3,70\% \end{aligned}$$

⇒ J'ai bien « cappé » mon taux variable à 3,70%

Flux d'un floor sur EURIBOR

- Flux du floor strike 1% :



- Chaque flux du floor correspond à un put sur EURIBOR appelé **floorlet**

Flux d'un floor sur EURIBOR

- A la fin de chaque période un floor de strike 1,00% verse à son détenteur le flux :

$$\text{Max}(1,00\% - \text{EURIBOR}, 0)$$

- Si je suis receveur de l'EURIBOR (dans un placement, dans un swap...) et si j'ai acheté le floor, le flux que je **reçois** maintenant est :

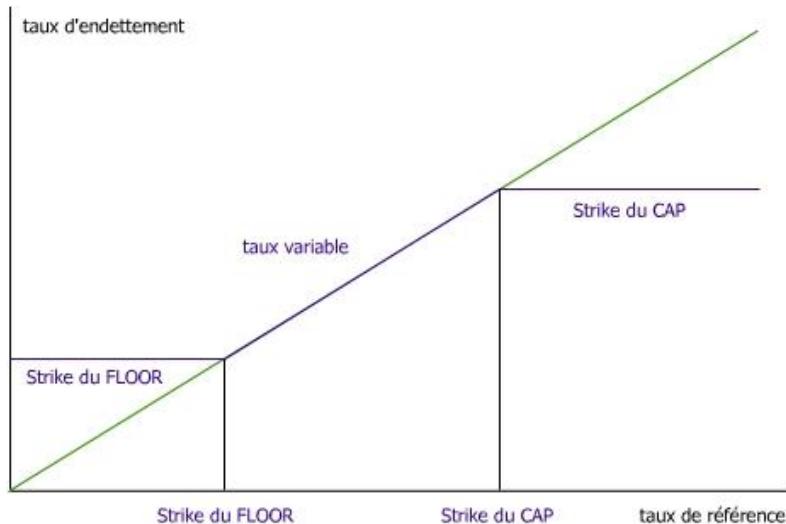
$$\text{EURIBOR} + \text{Max}(1,00\% - \text{EURIBOR}, 0)$$

$$\begin{aligned}&= \text{EURIBOR} \text{ si } \text{EURIBOR} > 1,00\% \\&= 1,00\% \text{ si } \text{EURIBOR} < 1,00\%\end{aligned}$$

⇒ J'ai bien « flooré » mon taux variable à 1%

Collar (ou tunnel) sur EURIBOR

- Je suis endetté à taux variable EURIBOR
- Je peux capper le taux variable en achetant un cap
- Pour réduire le coût du cap, je peux parallèlement vendre un floor



Collar (ou tunnel) sur EURIBOR

- Je peux choisir les strikes du cap et du floor afin que **l'achat du cap soit parfaitement financé par la vente du floor.**
- On parle alors de **tunnel à prime nulle**
- Je limite ainsi mon risque de cash-flow...
- ... mais j'introduis un risque de taux

Évaluation des caps et floors

- Etant donné la volatilité du taux EURIBOR, **la formule de Black-Scholes** permet de pricer chaque caplet (resp. floorlet) :

$$\mathbf{PV}_{\text{Caplet}}^i(t) = \delta_i B(t, T_i) \mathbb{E}_t^{Q^{T_i}} \left((L(T_{i-1}^f, T_{i-1}, T_i) - K)^+ \right)$$

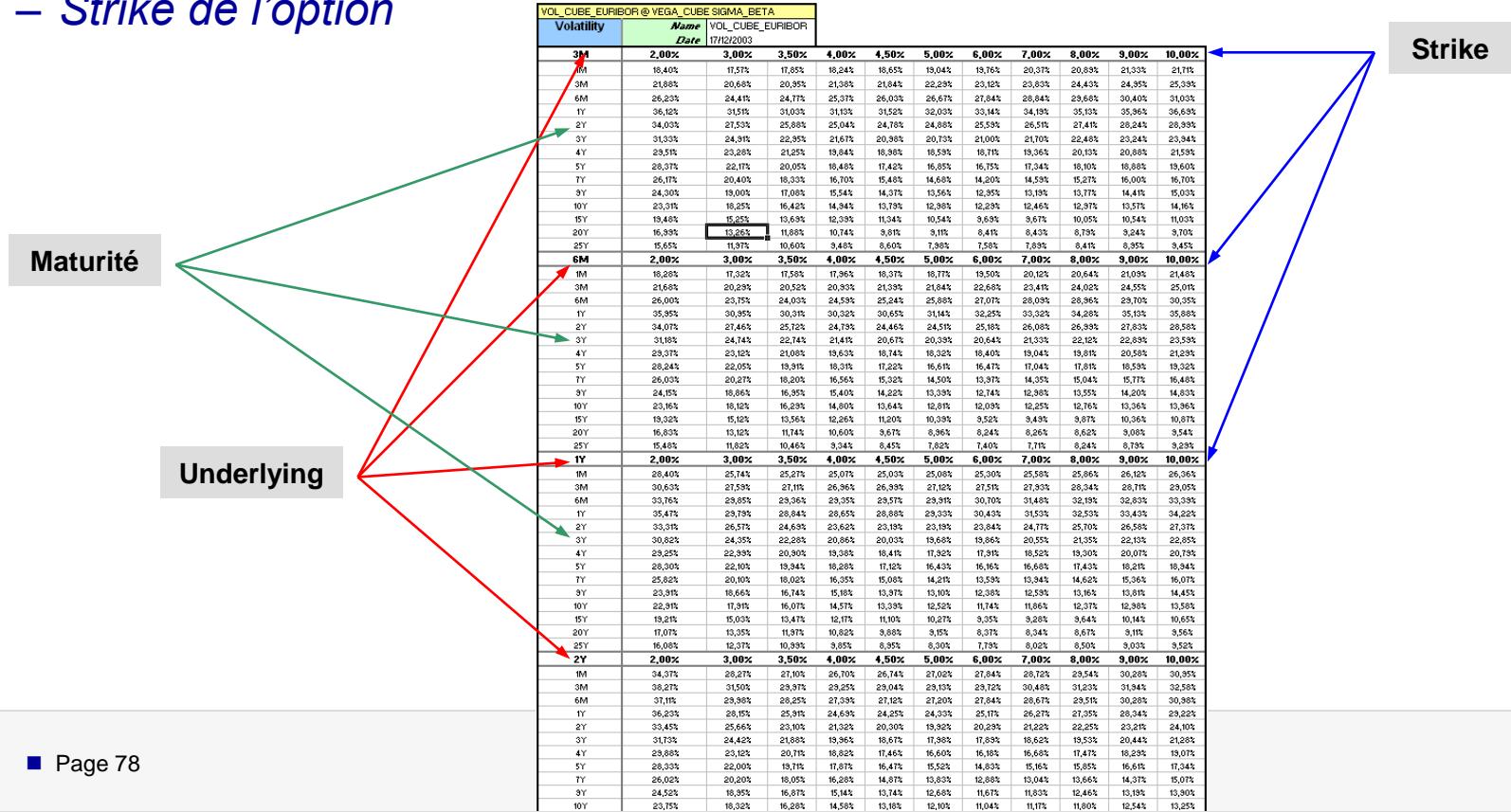
$$\mathbf{PV}_{\text{Caplet}}^i(t) = \delta_i B(t, T_i) \mathbf{BS}_{\text{call}}(T_{i-1}^f - t, K, L(t, T_{i-1}, T_i), \sigma)$$

- Le prix du cap (floor) s'obtient en sommant le prix des caplets (floorlet) :

$$\mathbf{PV}_{\text{CAP}}(t) = \sum_{i=1}^n \mathbf{PV}_{\text{Caplet}}^i(t)$$

Volatilités de marché

- L'ensemble des volatilités de marché est représentable par un cube à trois dimensions :
 - Maturité de l'option*
 - Maturité du taux sous-jacent*
 - Strike de l'option*



Caps et floors : cas pratiques

Exercice 1 (pricer XL)

- Je traite un swap 5Y receveur quarterly ACT365 vs EURIBOR6M
- Quel va être le taux fixe de ce swap ?
- Je souhaite à présent capper le taux variable à 2%.
- Quel est le coût *up front* de ce cap ?
- Comment est affecté le taux fixe du swap si on souhaite répartir le coût du cap sur toute la durée du swap? (i.e. ne rien payer *up front*) ?

Caps et floors : cas pratiques

Exercice 2 (pricer XL)

- J'ai placé des liquidités à EURIBOR 3M – 10 BP avec un horizon de placement d'environ 3 ans. Je souhaite que mes liquidités soient rémunérées à un taux plancher de 1%.
- Comment procéder ? Quel est le coût *up front* et *running* de cette couverture ?

Caps et floors : cas pratiques

Exercice 3 (pricer XL)

- Je suis engagé dans un swap receveur de maturité 10 ans (EURIBOR 6M vs taux fixe annuel 30/360).
- Je souhaite limiter mes paiements EURIBOR à 2,50% mais ne suis pas prêt à dépenser la prime du cap. Le tunnel à prime nul est fait pour moi !
- Quelle combinaison de cap / floor vais-je donc traiter ?

(NB : Attention au smile de volatilité : le cap et le floor sont pricés avec des volatilités différentes !)

Caps et floors : cas pratiques

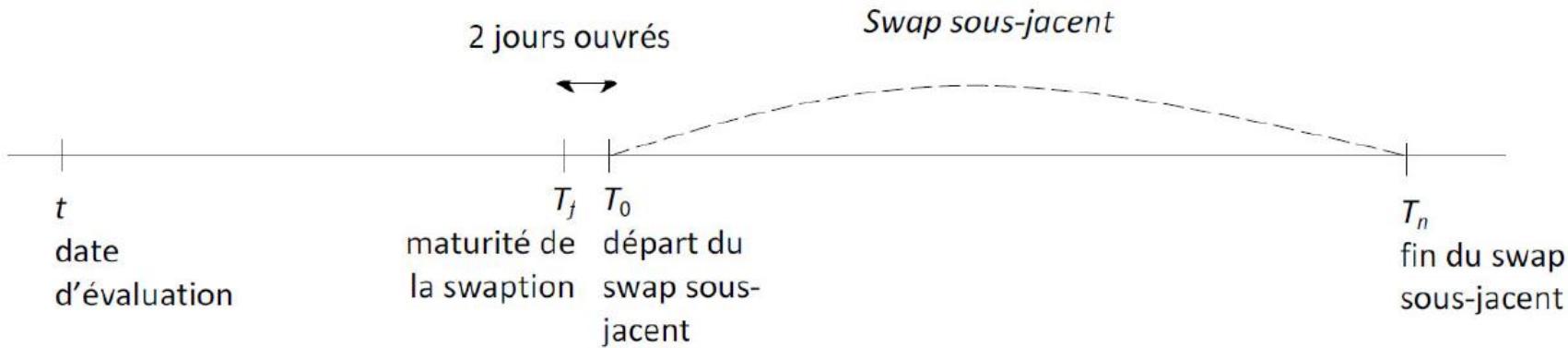
Exercice 4 (pricer XL)

- Je souhaite capper à 3% le taux d'un emprunt **amortissable** à taux variable. Le cap doit porter sur la structure de nominal suivante :
 - année 1 100 M€
 - année 2 80 M€
 - année 3 60 M€
 - année 4 40 M€
 - année 5 20 M€
- Quel est le coût de cette couverture ?

Swaptions

Qu'est ce qu'une swaption ?

- Tout simplement l'option de rentrer dans un swap de taux à une date future :



Swaptions

- Le détenteur de la swaption **a la possibilité, mais pas l'obligation**, de rentrer dans le swap sous-jacent à la date de maturité de la swaption. Il le fera donc uniquement si cela s'avère profitable
- **NB:** Je peux par ailleurs traiter directement le swap *forward* sous-jacent. C'est alors un **engagement ferme** : quelles que soient les circonstances, et même si cela s'avère désavantageux, je suis tenu de rentrer dans le swap à maturité.

Swaptions : exemples

- Swaption receveuse 1Y / 5Y (“1 into 5”), strike 5,50%
- Swaption payeuse 5Y / 10Y (“5 into 10”), strike 6,00% :

Swaption : utilisations

Je suis endetté à taux variable sur 10 ans ; je veux pouvoir passer à taux fixe 3,50% dans deux ans si les taux ont remonté

⇒ J'achète une swaption payeuse 2Y/8Y de strike 3,50%

NB : plus je souhaite pouvoir passer à un taux fixe bas (3%, 2,50%) plus le prix de la swaption sera élevé... et inversement.

Swaption : utilisations

Je suis endetté à taux fixe 4,10% sur 15 ans ; je veux pouvoir passer à taux variable d'ici 5 ans si les taux ont baissé

⇒ J'achète une swaption receveuse 5Y/10Y de strike 4,10%

Swaption : utilisations

Ou encore :

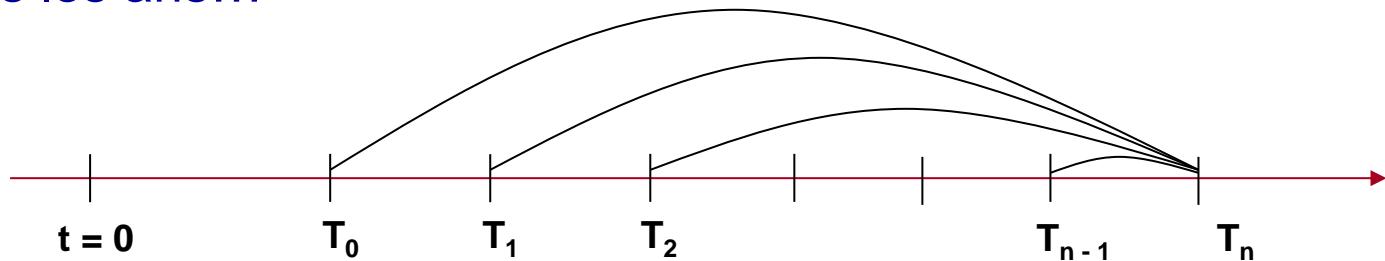
J'ai traité un swap receveur 10 ans Euribor6M vs tx fixe 3,08%

Je souhaite pouvoir annuler ce swap dans 5 ans.

⇒ J'achète une swaption payeuse 5Y/5Y strike 3.08%

Swaptions bermuda

- Les **swaptions vanilles** permettent de passer de taux variable à taux fixe (ou inversement) à une date future si cela s'avère intéressant de le faire.
- Ou bien de rendre un swap annulable à une date future.
- Encore plus intéressante : une **swaption bermuda** permet d'exercer ce genre d'option à plusieurs dates ! Par exemple tous les ans...



- **Attention** : produit exotique nettement plus difficile à évaluer !

Evaluation des swaptions

- Etant donné la volatilité du taux swap, une swaption se price via **la formule de Black & Scholes** :

$$\mathbf{PV}_{\text{SW}}^P(t) = \text{LVL}(t, T_0, T_n) \mathbf{BS}_{\text{call}}(T_f - t, K, S(t, T_0, T_n), \sigma)$$

- Avec :

$$\text{LVL}(t, T_0, T_n) = \sum_{i=1}^n \delta_i B(t, T_i) \quad \text{et} \quad S(t, T_0, T_n) = \frac{B(t, T_0) - B(t, T_n)}{\text{LVL}(t, T_0, T_n)}$$

Swaptions : exercices

Exercice 1 (pricer XL)

- J'ai emprunté 100 M€ à taux variable EURIBOR 6M sur 12 ans. Je souhaite pouvoir passer à taux fixe dans 2 ans si les taux ont monté.
- Quel taux fixe vais-je pouvoir me garantir sachant que je ne veux pas que ma couverture coûte plus de 2% du nominal de mon emprunt ?

Swaptions : exercices

Exercice 2 (pricer XL)

- Je traite un swap 10 ans payeur taux fixe annuel 30/360 vs EURIBOR 6M.
- Quel taux fixe puis je obtenir ?
- Comment rendre ce swap annulable dans 5 ans ? A quel coût ?
- Comment modifier l'ensemble de la structure pour ne pas subir de coût *up front*?

Swaptions : exercices

Exercice 3 (pricer XL)

- Je rentre dans un swap 15 ans payeur fixe trimestriel ACT360 vs EURIBOR3M + 50BP
- Calculer le taux fixe de ce swap
- Je veux rendre mon swap annulable dans 5 ans.
- Quelle swaption dois-je acheter ?
- Calculer son prix
- Exprimer le coût de la swaption en BP / Euribor sur les 5 premières années du swap.