

Taux – Modélisations avancées

Février 2017
Antonin Chaix

Plan

- Courbe des taux
 - Typologie
 - Le bootstrap classique de la courbe ZC
 - Bootstrap & pricing multi-courbe au moyen des tenor basis swaps
- Évaluation des actifs en présence de taux stochastiques
 - Évaluation sous mesure risque neutre
 - Changement de numéraire, mesures forward-neutres
- Caps et floors
 - Définition et utilisations
 - Évaluation dans le modèle de Black
 - Cas pratiques : structuration & couverture avec des caps/floors

Plan (suite)

- Swaptions
 - Définition et utilisations
 - Evaluation dans le modèle de Black
 - Cas pratiques : structuration & couverture avec des swaptions
- Pricing et risk-management des options de taux
 - Au delà du modèle de Black
 - Focus sur l'approche SABR
 - Risk-management : cube de vol vs. SABR
- Introduction aux dérivés exotiques de taux

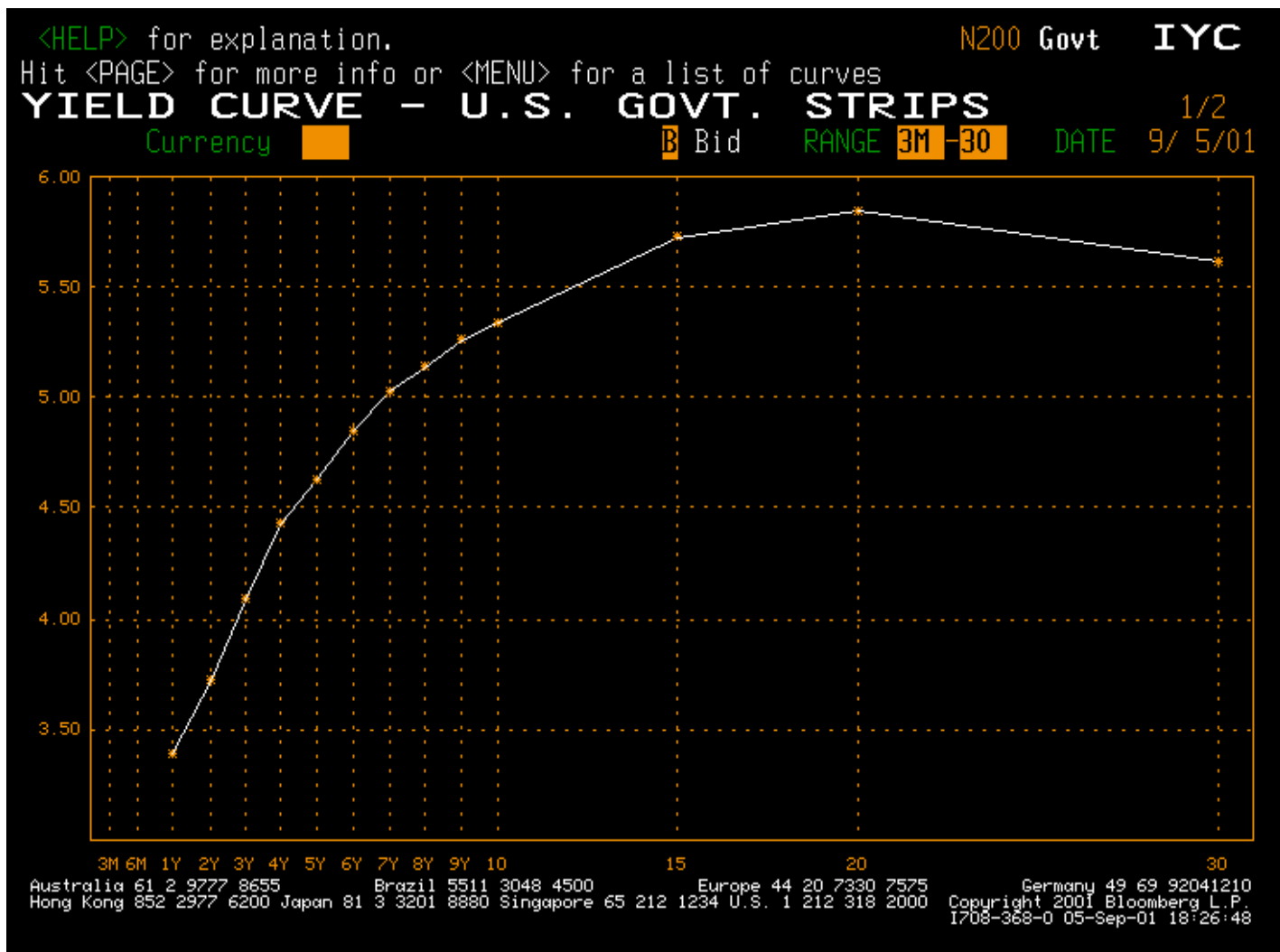
Courbe(s) des taux

Du bootstrap classique au stripping multi-curve

Courbe des taux

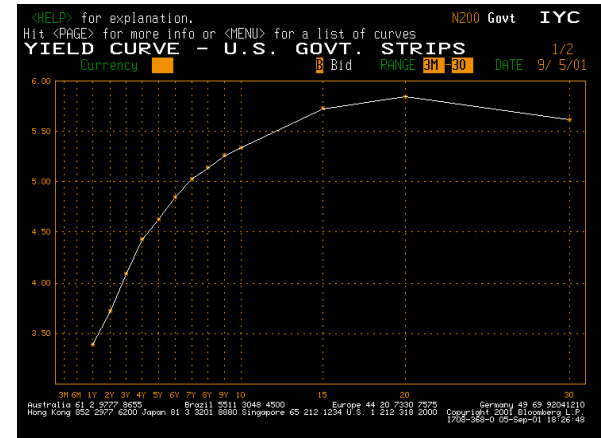
- L'hypothèse d'un seul taux constant usuellement pratiquée dans le calcul actuariel n'est pas réaliste.
- En pratique, le taux d'intérêt varie suivant la maturité des prêts/emprunts / instruments de taux.
- On parle de **structure par termes** des taux d'intérêt, ou encore de **courbe des taux**.
- Tout portefeuille de produits de taux s'évalue à partir d'une **courbe des taux** choisie suivant le type d'instruments considéré et le contexte.
- Le **risque de taux** se quantifie au moyen de la courbe des taux.

Courbe des taux



Courbes des taux : exemples

- Une courbe des taux associe à chaque maturité la valeur du taux correspondant
- Quelques exemples :
 - **Courbe interbancaire**
 - Courbe OAT (rendement obligataires)
 - Courbes corporates (par rating, par secteur etc...)
 - Courbe des taux EURIBOR 6M forward
 - Courbe des taux d'emprunt immobilier
 - Etc.



La courbe interbancaire

- La courbe **interbancaire** (dite aussi courbe EURIBOR) se compose généralement de 3 compartiments:
 - Court terme (< 1an) : Taux de dépôt
 - Moyen terme : contrats futures sur EURIBOR
 - Long terme: Swaps de taux
- C'est à partir d'une courbe de ce type qu'une banque ou un corporate **évalue son portefeuille et détermine sa couverture.**
- Cette courbe répertorie en effet les **instruments liquides** auxquels on peut avoir accès pour **gérer les risques de taux.**

La courbe interbancaire

EURIBOR		
Yield curve	Name	EURIBOR
	Date	17/12/2003
	First zero date	17/12/2003
	Cash	
	Cash Ccg 1	EUR
Context	Fwd Ccg 1	
	Spot Ccg 1	EUR
	Ccg	EURIBOR
	Index	
Interpolation		
	Date to	Basis
		FRA
Global shift		
	Type	Value
	ALL	0
Market points		
Type	Underlying	Value
DEPOSIT	1D	1,83
DEPOSIT	2W	2,12
DEPOSIT	1M	2,08
DEPOSIT	2M	2,11
DEPOSIT	3M	2,12
FUTURE	MAR04	97,8075
FUTURE	JUN04	97,6725
FUTURE	SEP04	97,4675
FUTURE	DEC04	97,2125
FUTURE	MAR05	96,9825
FUTURE	JUN05	96,7525
FUTURE	SEP05	96,5425
FUTURE	DEC05	96,3525
SWAP	3Y	3,1525
SWAP	4Y	3,4525
SWAP	5Y	3,6825
SWAP	6Y	3,8725
SWAP	7Y	4,035
SWAP	8Y	4,1725
SWAP	9Y	4,285
SWAP	10Y	4,3775
SWAP	12Y	4,53
SWAP	15Y	4,705
SWAP	20Y	4,8825
SWAP	25Y	4,97
SWAP	30Y	5,0025
SWAP	40Y	5,0275

LIB_USD		
Yield curve	Name	LIB_USD
	Date	17/12/2003
	First zero date	17/12/2003
	Cash	
	Cash Ccg 1	USD
Context	Fwd Ccg 1	
	Spot Ccg 1	USD
	Ccg	LIB_USD
	Index	
Interpolation		
	Date to	Basis
		FRA
Global shift		
	Type	Value
	ALL	0
Market points		
Type	Underlying	Value
DEPOSIT	1D	0,995
DEPOSIT	2W	1,1
DEPOSIT	1M	1,1
DEPOSIT	2M	1,12
DEPOSIT	3M	1,13
FUTURE	MAR04	98,7625
FUTURE	JUN04	98,5625
FUTURE	SEP04	98,2375
FUTURE	DEC04	97,8225
FUTURE	MAR05	97,4125
FUTURE	JUN05	97,0075
FUTURE	SEP05	96,6575
FUTURE	DEC05	96,3775
SWAP	3Y	2,69
SWAP	4Y	3,15
SWAP	5Y	3,515
SWAP	6Y	3,805
SWAP	7Y	4,048
SWAP	8Y	4,243
SWAP	9Y	4,41
SWAP	10Y	4,5525
SWAP	12Y	4,78
SWAP	15Y	5,038
SWAP	20Y	5,255
SWAP	25Y	5,3225
SWAP	30Y	5,347

LIBOR_JPY		
Yield curve	Name	LIBOR_JPY
	Date	17/12/2003
	First zero date	17/12/2003
	Cash	
	Cash Ccg 1	JPY
Context	Fwd Ccg 1	
	Spot Ccg 1	JPY
	Ccg	LIBOR_JPY
	Index	
Interpolation		
	Date to	Basis
		FRA
Global shift		
	Type	Value
	ALL	0
Market points		
Type	Underlying	Value
DEPOSIT	1D	0
DEPOSIT	1M	-0,02
DEPOSIT	2M	-0,075
DEPOSIT	3M	-0,065
FUTURE	MAR04	99,8975
FUTURE	JUN04	99,8975
FUTURE	SEP04	99,8625
FUTURE	DEC04	99,8175
FUTURE	MAR05	99,7075
FUTURE	JUN05	99,6225
FUTURE	SEP05	99,52
FUTURE	DEC05	99,425
SWAP	3Y	0,3325
SWAP	4Y	0,495
SWAP	5Y	0,67
SWAP	6Y	0,845
SWAP	7Y	1,005
SWAP	8Y	1,14
SWAP	9Y	1,2525
SWAP	10Y	1,355
SWAP	12Y	1,5225
SWAP	15Y	1,7075
SWAP	20Y	1,925
SWAP	25Y	2,025
SWAP	30Y	2,07

Utilisation de la courbe interbancaire

- La courbe interbancaire est inexploitable en temps telle pour évaluer un portefeuille...
- **Prenons un exemple :**
 - J'ai traité dans le marché un swap 10 ans il y a 2 ans et demi.
 - Aujourd'hui ce swap n'est plus un swap de marché (maturité 7 ans et demi, taux fixe du swap hors marché...)
- Comment utiliser la courbe interbancaire pour évaluer cette position ?
- **Réponse :** on « convertit » la courbe interbancaire en courbe zéro-coupon (procédure de *bootstrap* ou *stripping*), qu'on utilise ensuite pour évaluer notre portefeuille.

Qu'est ce qu'un zéro-coupon?

- **Un zéro-coupon de maturité T** (*discount factor*) est un titre délivrant une unité monétaire à la date T .
- Si le marché était régi par un seul taux d'intérêt r , un tel titre vaudrait :

$$\frac{1}{(1 + r)^T}$$

Taux zéro-coupon

- Dans la vraie vie, il y a autant de taux d'intérêt que d'échéances possibles.
- La valeur du zéro-coupon de maturité T s'écrira donc :

$$\frac{1}{(1 + r(T))^T}$$

$r(T)$ est le taux zéro-coupon de maturité T

Taux zéro-coupon : exemple

- Le taux zéro-coupon de maturité 1 an est 1,25%.
- Le taux zéro-coupon de maturité 5 an est 3,50%.
- La valeur actuelle d'un flux de 1000 euros reçu dans 1 an est :

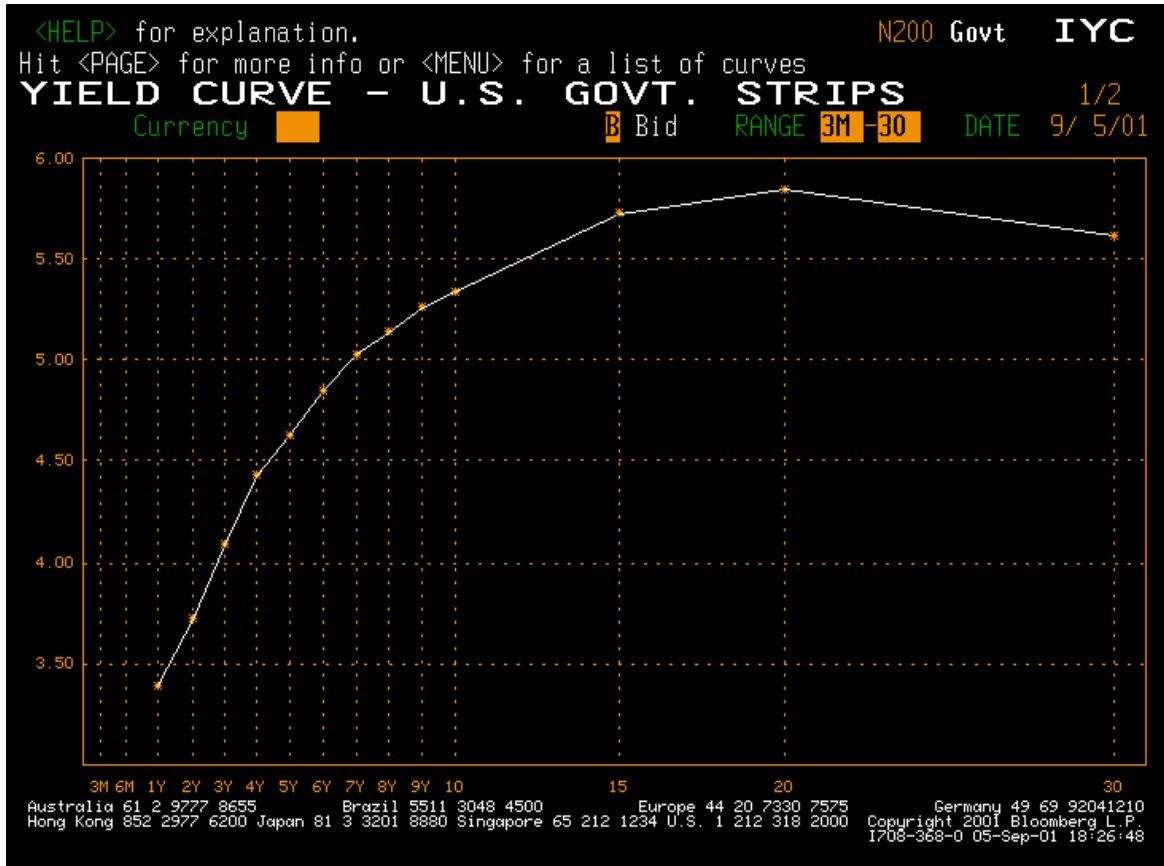
$$987,65 \text{ €} = 1000 / (1+1,25\%)^1$$

- La valeur actuelle d'un flux de 3000 euros reçu dans 5 ans est

$$2\,525,92 \text{ €} = 3000 / (1+3,50\%)^5$$

Courbe zéro-coupon

- La courbe zéro-coupon est la courbe représentant la valeur du taux zéro-coupon en fonction de la maturité



Intérêt de la courbe zéro-coupon

- Un taux zéro-coupon correspond au paiement d'un **flux unitaire**.
- Si on dispose d'une courbe zéro-coupon, on peut calculer les facteurs d'actualisation pour toutes les maturités...
- ... et donc évaluer tout instrument financier à flux fixes : obligations, emprunts immobilier, swaps...

Stripping de la courbe zéro-coupon

- Le **stripping** (ou *bootstrap*) de la courbe ZC consiste à utiliser les cotations des instruments de marché liquides pour déterminer la courbe zéro-coupon (c'est à dire les facteurs d'actualisation).
- C'est une **procédure itérative**, car les zéro-coupons sont déterminés de proche en proche.
- **Illustration** : la valeur du swap 10 ans dépend de tous les ZC de maturités allant de 1 à 10 ans. Pour déterminer la valeur du ZC 10 ans à partir de la cotation du swap 10 ans, j'ai donc besoin d'avoir calculé au préalable les zéro-coupons 1,2,...,9 ans.

TP : bootstrap d'une courbe OAT

- On dispose des cotations d'obligations suivantes :

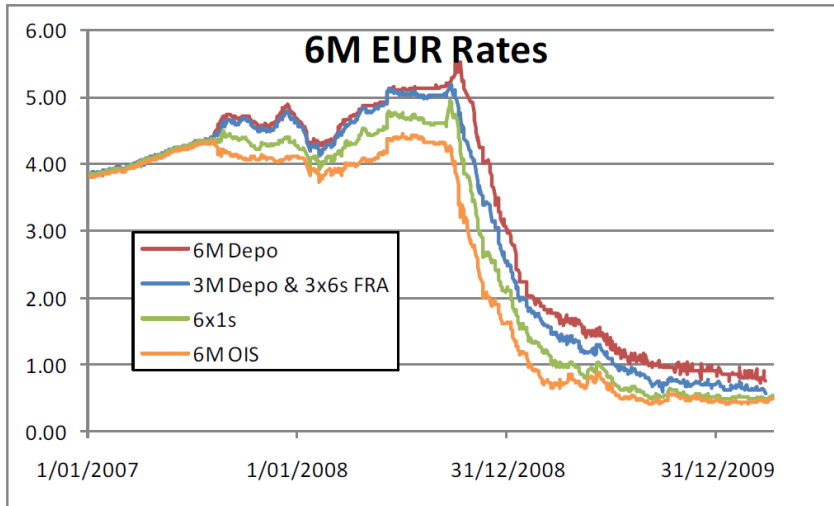
Maturité	Coupon	Prix
1	5,5	104,25
2	3,2	102,73
3	4,8	107,47
4	6,7	114,16

- Déterminer la courbe zéro-coupon correspondante, i.e. les zéro-coupons de maturités 1, 2, 3 et 4 ans.

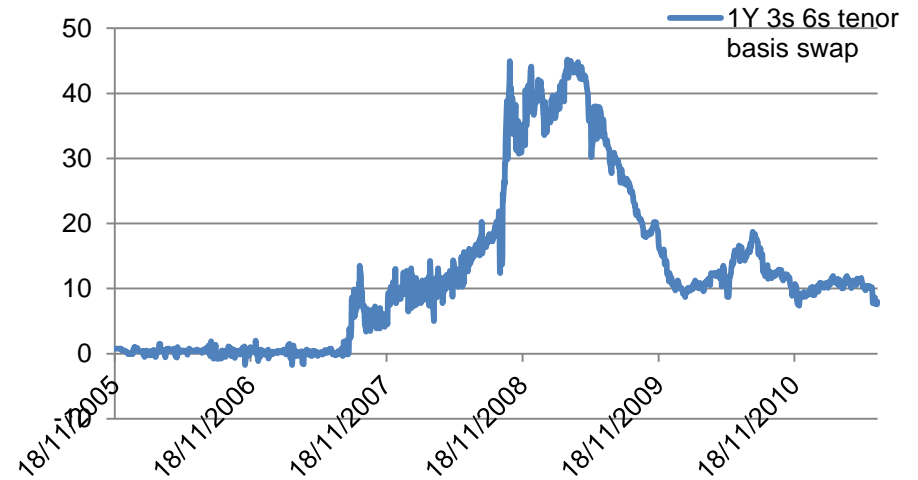
TP : bootstrap classique d'une courbe swap

- Déterminer la courbe zéro-coupon à partir de la cotation des taux swaps pour les maturités allant de 1 à 30 ans
 - **Hint** : utiliser une formule simplifiée (à déterminer) du taux swap ne faisant intervenir au numérateur que deux zéro-coupons.

Multi-curve bootstrap : la nouvelle donne...

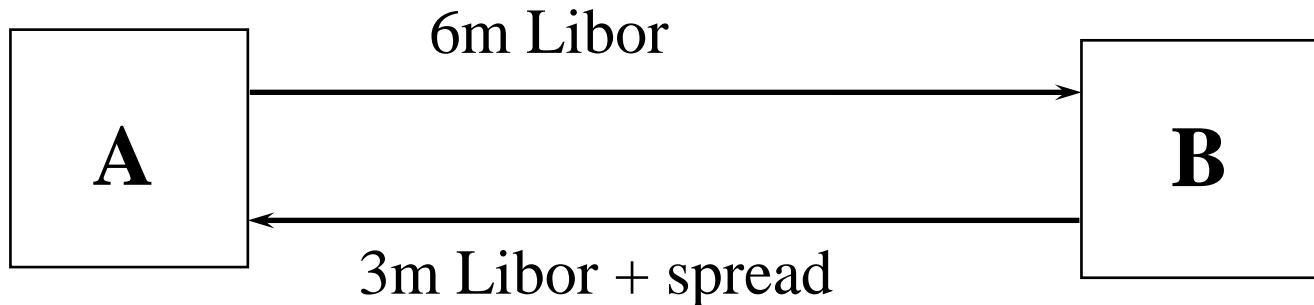


1Y 3s 6s tenor basis swap



Qu'est ce qu'un *Tenor basis swap* ?

- Un index LIBOR est swappé contre un autre.
- **Exemple** : Euribor 3m / Euribor 6m, maturité 2Y



- Le spread représente l'espérance de la différence de crédit entre les 2 tenors pour la période du swap. Le spread est coté sur le tenor le plus court

Tenor basis swap 5Y USD 3m / 6m @ 5.72

GRAB PETER Index **SWPM**

90) Actions 91) Swaps & Options 92) Str. Notes 93) Mkt Data 94) Help Swap Manager

USD Basis Swap Cpty SWAP CNTRPARTY CCP OTC Ticker / SWAP Series Deal ID 21) Detail

31) Load 32) Save 34) Send 36) Share 37) Ticket 38) Matrix

Leg 1 Receive Float Leg 2 Pay Float US 6mth Libor

Notional	10MM	Leg ID		Notional	10MM	Leg ID	
Currency	USD	Index	US0003M	Currency	USD	Index	US0006M
Effective	07/19/2011	Latest Index	0.24975	Effective	07/19/2011	Latest Index	0.41650
Maturity	07/19/2016	Tenor	3 Month	Maturity	07/19/2016	Tenor	6 Month
Reset Freq	Quarterly	Leverage	1.00000	Reset Freq	SemiAnnual	Leverage	1.00000
Pay Freq	SemiAnnual	Spread	5.72 bp	Pay Freq	SemiAnnual	Spread	0.00 bp
		Day Count	ACT/360			Day Count	ACT/360

MV 10,028,082.10 Accrued 0.00 MV -10,028,082.10 Accrued 0.00

Premium 100.28 DV01 263.32 Premium -100.28 DV01 -263.32

Market

Dscent Curve 23 Bid USD Swaps(30/360,S/A) Dscent Curve 23 Bid USD Swaps(30/360,S/A)

Fwd Curve 23 Bid USD Swaps(30/360,S/A) Fwd Curve 51 Bid Pay US 6mth Libor

Curve Date 07/16/2011 Valuation 07/19/2011

Valuation

Principal 0.00 BR01 US 6mth Libor 4,909.46

Accrued 0.00 Calculate Premium DV01 0.00

Market Value 0.00 Premium 0.00000 Gamma (1bp) 0.00

3) Main 4) Curves 5) Cashflow 7) Leg Detail 10) Reset Rates 11) Risk 13) Scenario 14) Charts 17) Matrix

Australia 61 2 9777 8600 Brazil 5511 3048 4500 Europe 44 20 7330 7500 Germany 49 69 9204 1210 Hong Kong 852 2977 6000
Japan 81 3 3201 8900 Singapore 65 6212 1000 U.S. 1 212 318 2000 Copyright 2011 Bloomberg Finance L.P.
SN 183643 H623-1041-0 16-Jul-11 18:44:42 GMT+1:00

Bootstrap multi-curve


- La méthode habituelle donne la même PV à toute jambe variable, quelle que soit sa fréquence
- Cela est en totale contradiction avec l'existence de spreads non nuls sur les basis swaps
- **Idée** : introduire plusieurs courbes distinctes pour pricer un swap
 - Courbe de discount pour actualiser les flux
 - Courbes de projection, pour calculer les forwards

Bootstrap multi-curve

- Le bootstrap de la courbe discount s'effectue souvent au moyens des swaps EONIA (OIS).
- Les courbes de projection (Fwds Euribor 3m, 6m...) sont déterminées afin de repricer à 0 les basis swaps :

$$\sum_{i=1}^n (f_i - s_n) \times \delta_i \times FA_i = 1 - FA_n$$

PV de la jambe
Euribor 3m - spread



PV de la jambe
EONIA (OIS)



TP : basis swaps & bootstrap multi-curve

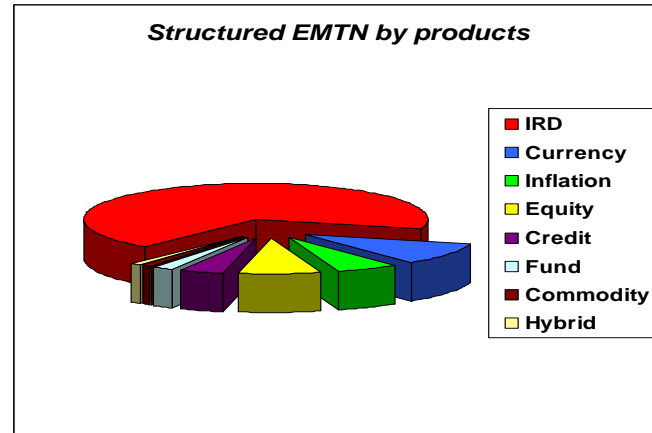
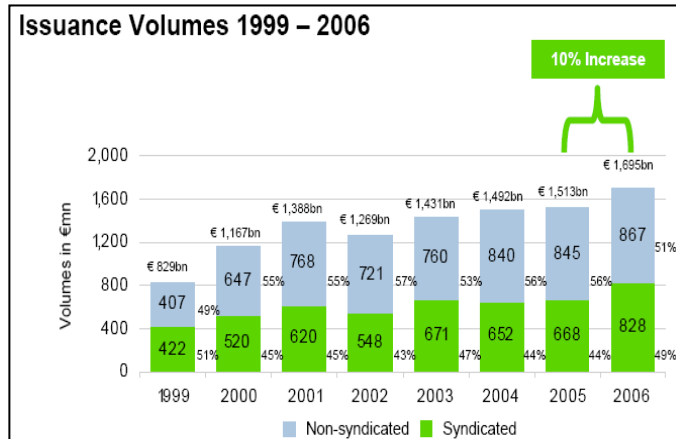
Cf. market datas dans fichier excel.

- On se donne les swaps OIS et les basis swaps EONIA vs Euribor 3m / 6m
- La courbe de discount est déterminée au moyen des swaps EONIA (OIS)
- On se propose de déterminer la courbe de forward pour l'Euribor 3m et l'Euribor 6m

Introduction aux options et structurés de taux

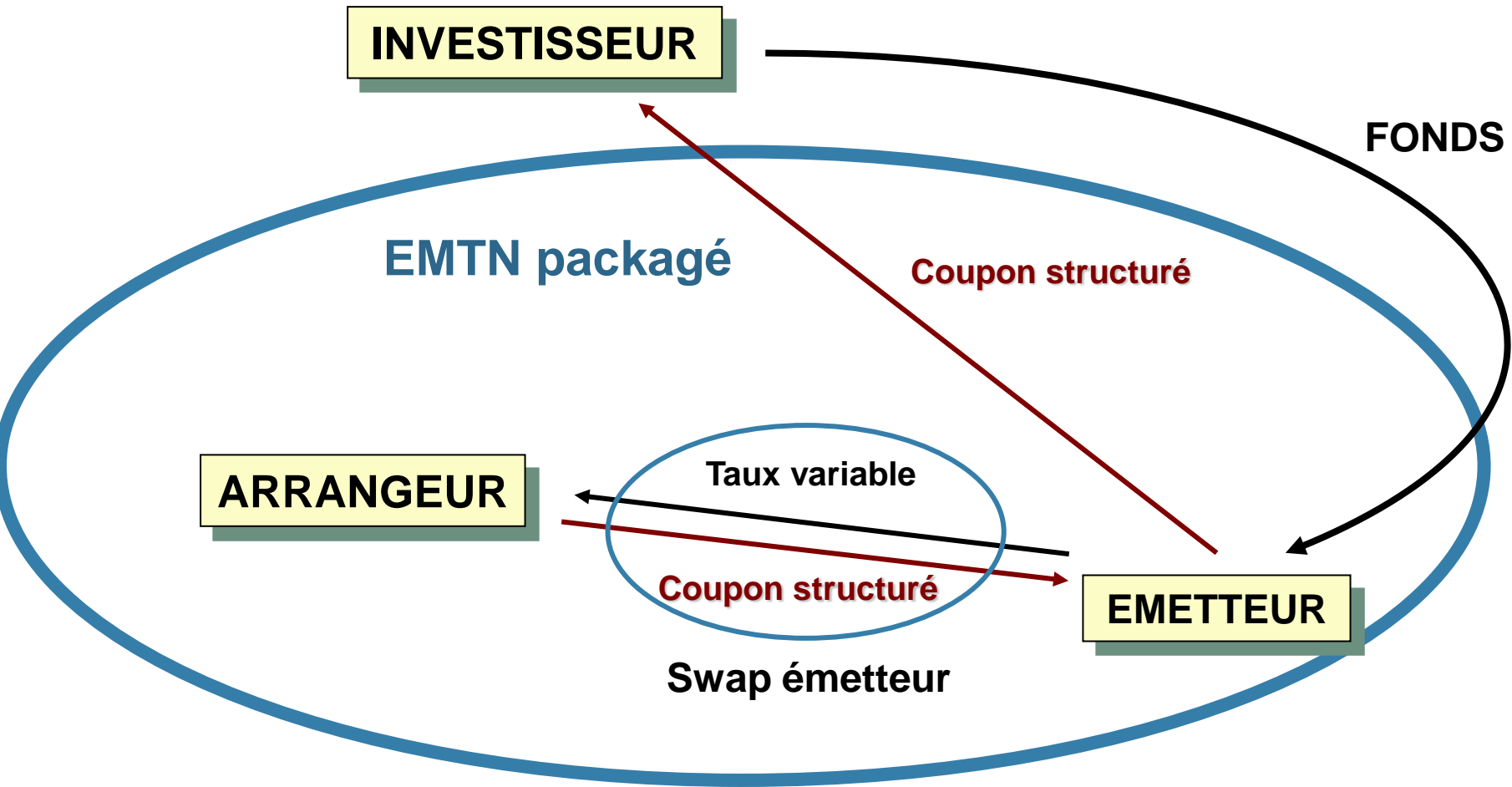
Structurés de taux : les EMTN

- **Les EMTN (*Euro Medium Term Notes*)** : un marché en expansion



- En contexte de taux bas, demande importante pour des rendements plus attractifs
- Garantie du capital recherchée dans un environnement de marché très volatil
- Diversification du risque. Accès à de nouvelles classes d'actifs.
- Produits sur-mesure, qui satisfont une demande émanant d'investisseurs de plus en plus sophistiqués.

Structuration des produits de taux



Options et produits structurés de taux

- Caps / Floors
- Swaptions

Vanilles

- Digitales
- Corridors
- CMS
- Spread Options
- ...

Exotiques « 1^{ère} génération »

- Bermudas
- Callable Reverse Floater
- Target Redemption Notes
- Ratchet
- Snowball
- Vol Bonds
- PRDC / PRDKO
- Hybrids
- ...

Exotiques « 2^{ème} génération »

Évaluation des options sous mesure risque-neutre

- **A.O.A** \Rightarrow Il existe une mesure risque-neutre Q , rendant les actifs actualisés martingales.
- D'où la formule d'évaluation :

$$X_t = \mathbb{E}_t^Q \left(e^{-\int_t^T r_s ds} X_T \right)$$

- Parfait pour les dérivés actions / FX / commodities où on peut supposer les taux déterministes
- Inutilisable pour les options taux à cause du terme d'actualisation dans l'espérance.

Changement de numéraire

- Un **numéraire** = tout actif financier de prix toujours > 0 et ne distribuant pas de dividende
- Pour tout choix d'un numéraire N il existe une mesure associée Q^N rendant le prix des actifs exprimés en unité de N martingales.
- Autrement dit : si X est un actif du marché alors X_t / N_t est une Q^N -martingale. D'où la formule d'évaluation :

$$\frac{X_t}{N_t} = \mathbb{E}_t^{Q^N} \left(\frac{X_T}{N_T} \right)$$

$$X_t = N_t \mathbb{E}_t^{Q^N} \left(\frac{X_T}{N_T} \right) = N'_t \mathbb{E}_t^{Q^{N'}} \left(\frac{X_T}{N'_T} \right)$$

Mesure forward-neutre

- Prenons $N_t = B(t, T)$ (zéro-coupon de maturité T)
- On note Q^T la mesure associée. On l'appelle **mesure forward-neutre (ou terminale) de maturité T** .

$$X_t = B(t, T) \mathbb{E}_t^{Q^T} \left(\frac{X_T}{B(T, T)} \right) = B(t, T) \mathbb{E}_t^{Q^T} (X_T)$$

- L'utilisation de cette mesure permet donc de faire disparaître le terme d'actualisation de l'espérance

Mesure forward-neutre : cas d'un call sur un actif S_t

- Définissons le forward $F_t = S_t / B(t, T)$
- C'est une martingale sous Q^T , d'où une possible modélisation (hypothèse log-normale) :

$$\begin{cases} dF_t = \sigma F_t dW_t^{Q^T} \\ \text{où } W^{Q^T} \text{ est un mouvement brownien standard sous la mesure } Q^T \end{cases}$$

- C'est le **Modèle de Black** (qui n'est rien d'autre que le modèle de Black & Scholes appliqué au forward F)

Mesure forward-neutre : cas d'un call sur un actif S_t

- On en conclut la formule d'évaluation :

$$X_t = B(t, T) \mathbf{BS}_{\text{call}}(T - t, K, F_t, \sigma)$$

- Où :
$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{BS}_{\text{call}}(\tau, K, F, \sigma) = F \mathcal{N}(d_1) - K \mathcal{N}(d_2) \\ \mathbf{BS}_{\text{put}}(\tau, K, F, \sigma) = K \mathcal{N}(-d_2) - F \mathcal{N}(-d_1) \\ \mathcal{N} : \text{fonction de répartition de la loi normale centrée réduite} \\ d_1 = \frac{\ln\left(\frac{F}{K}\right) + \frac{1}{2}\sigma^2\tau}{\sigma\sqrt{\tau}} \\ d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{\tau} \end{array} \right.$$

Caps & Floors

Caps et floors

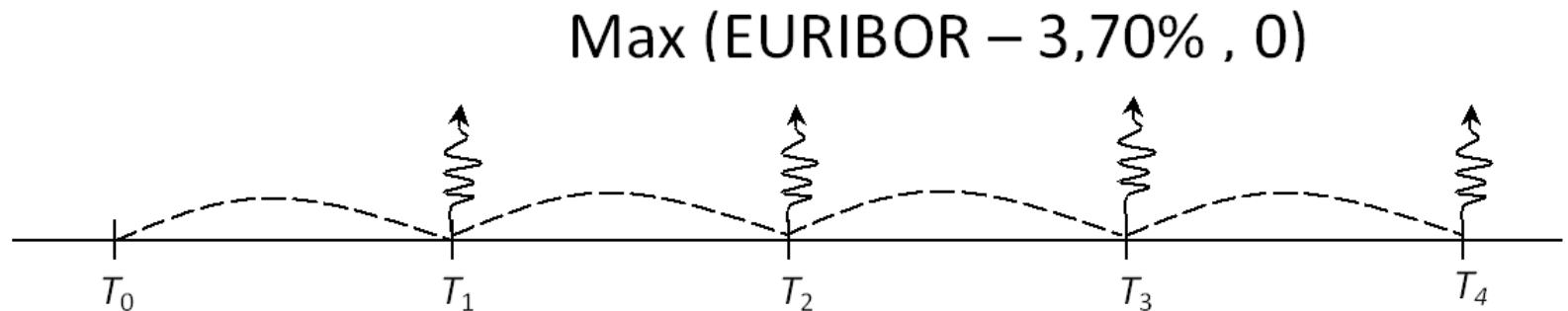
- **Un cap** est une option de taux qui permet de capper le taux d'un emprunt à taux variable EURIBOR
- **Un floor** est une option de taux qui permet de floorer le taux d'un placement à taux variable EURIBOR

Exemple : *je me suis endetté à taux variable EURIBOR 6M sur 5 ans. Je souhaite capper mes paiements à 3,70%*

⇒ **J'achète un CAP 5Y sur EURIBOR 6M de strike 3,70%**

Flux d'un cap sur EURIBOR

- Flux du cap strike 3,70% :



- Chaque flux du cap correspond à un call sur EURIBOR appelé **caplet**

Flux d'un cap sur EURIBOR

- En pratique un cap est fondé sur un échéancier : celui de l'EURIBOR sous-jacent.
- A la fin de chaque période le cap verse à son détenteur le flux :

$$\text{Max (EURIBOR – 3,70\%, 0)}$$

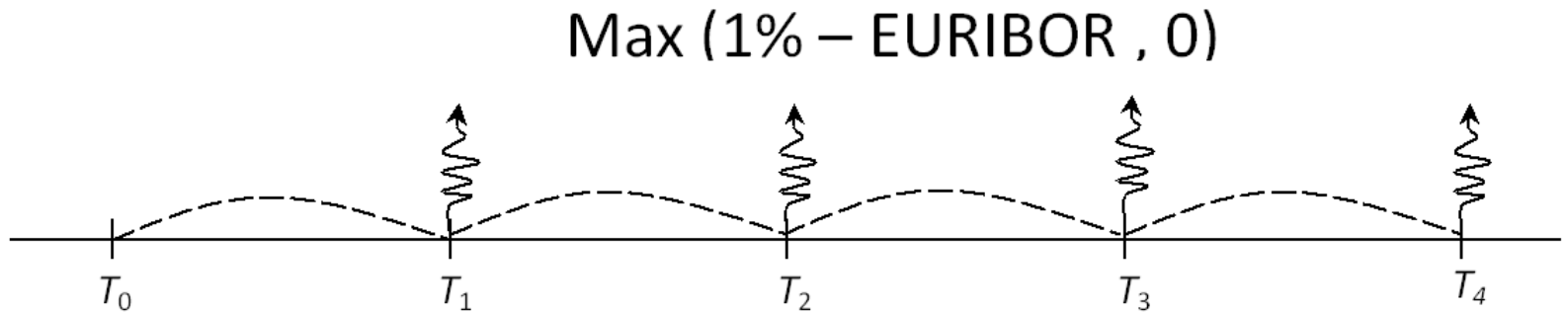
- Si je suis payeur de l'EURIBOR (dans un emprunt, dans un swap...) et si j'ai acheté le cap, le flux que je **paye** maintenant est :

$$\begin{aligned} &\text{EURIBOR – Max (EURIBOR – 3,70\%, 0)} \\ &= \text{EURIBOR si EURIBOR} < 3,70\% \\ &= 3,70\% \text{ si EURIBOR} > 3,70\% \end{aligned}$$

⇒ J'ai bien « cappé » mon taux variable à 3,70%

Flux d'un floor sur EURIBOR

- Flux du floor strike 1% :



- Chaque flux du floor correspond à un put sur EURIBOR appelé **floorlet**

Flux d'un floor sur EURIBOR

- A la fin de chaque période un floor de strike 1,00% verse à son détenteur le flux :

$$\text{Max (1,00\% – EURIBOR, 0)}$$

- Si je suis receveur de l'EURIBOR (dans un placement, dans un swap...) et si j'ai acheté le floor, le flux que je **reçois** maintenant est :

$$\text{EURIBOR} + \text{Max (1,00\% – EURIBOR, 0)}$$

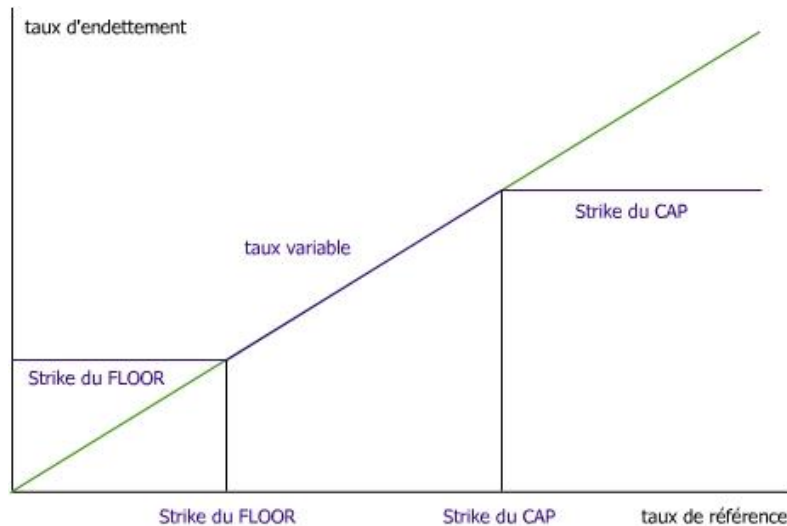
$$= \text{EURIBOR si EURIBOR} > 1,00\%$$

$$= 1,00\% \text{ si EURIBOR} < 1,00\%$$

⇒ **J'ai bien « flooré » mon taux variable à 1%**

Collar (ou tunnel) sur EURIBOR

- Je suis endetté à taux variable EURIBOR
- Je peux capper le taux variable en achetant un cap
- Pour réduire le coût du cap, je peux parallèlement vendre un floor



Collar (ou tunnel) sur EURIBOR

- Je peux choisir les strikes du cap et du floor afin que **l'achat du cap soit parfaitement financé par la vente du floor.**
- On parle alors de **tunnel à prime nulle**
- Je limite ainsi mon risque de cash-flow...
- ... mais j'introduis un risque de taux

Évaluation des caps et floors

- Évaluation de chacun des caplets séparément :

$$\mathbf{PV}_{\text{CAP}}(t) = \sum_{i=1}^n \mathbf{PV}_{\text{Caplet}}^i(t)$$

- Pour chaque caplet, utilisation de la mesure **forward-neutre** associé à la date de paiement du flux (i.e. la date de fin du Libor sous jacent):

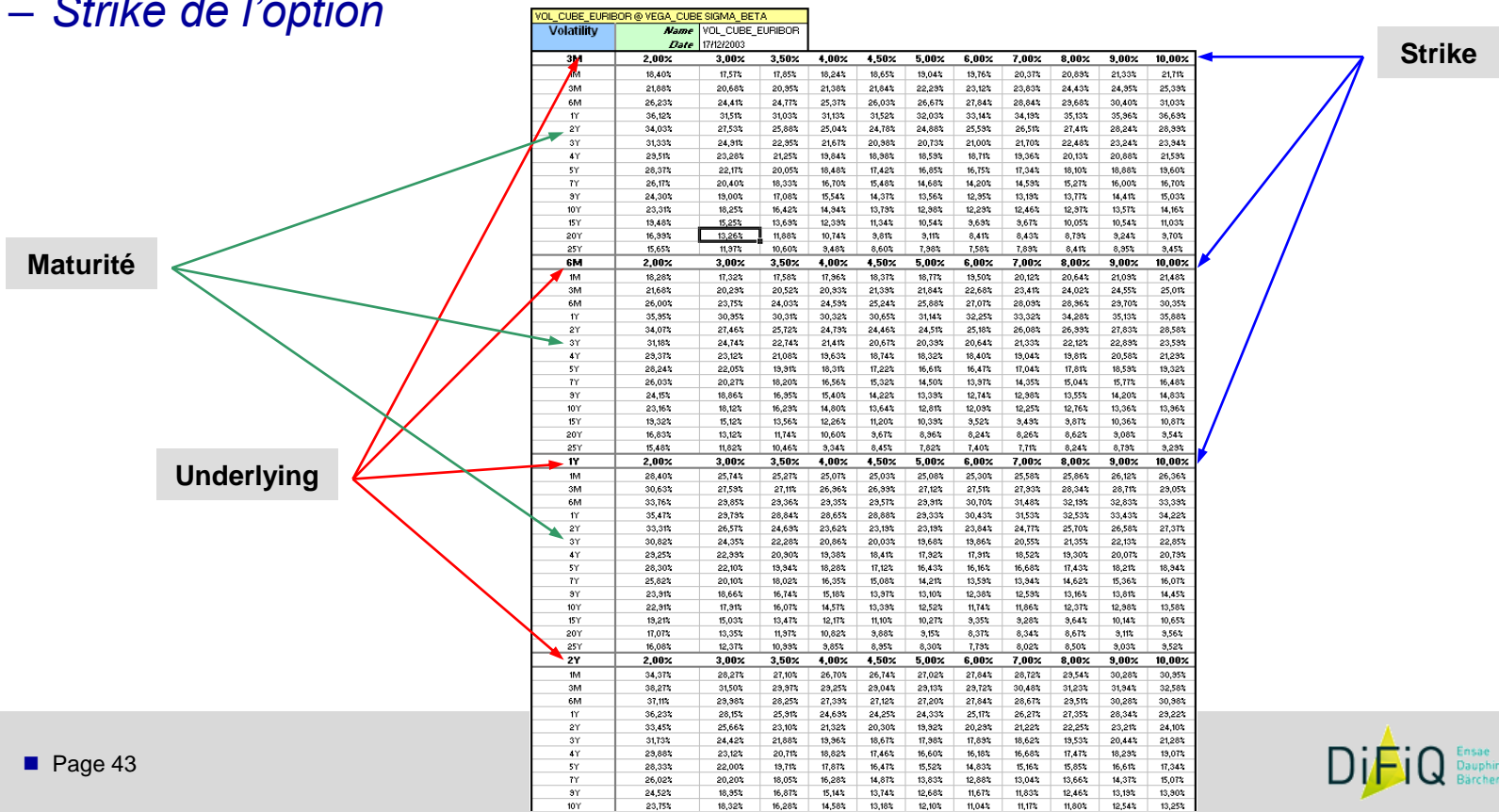
$$\mathbf{PV}_{\text{Caplet}}^i(t) = \delta_i B(t, T_i) \mathbb{E}_t^{Q^{T_i}} \left((L(T_{i-1}^f, T_{i-1}, T_i) - K)^+ \right)$$

- En supposant la dynamique du forward log-normale (modèle de Black) :

$$\mathbf{PV}_{\text{Caplet}}^i(t) = \delta_i B(t, T_i) \mathbf{BS}_{\text{call}}(T_{i-1}^f - t, K, L(t, T_{i-1}, T_i), \sigma)$$

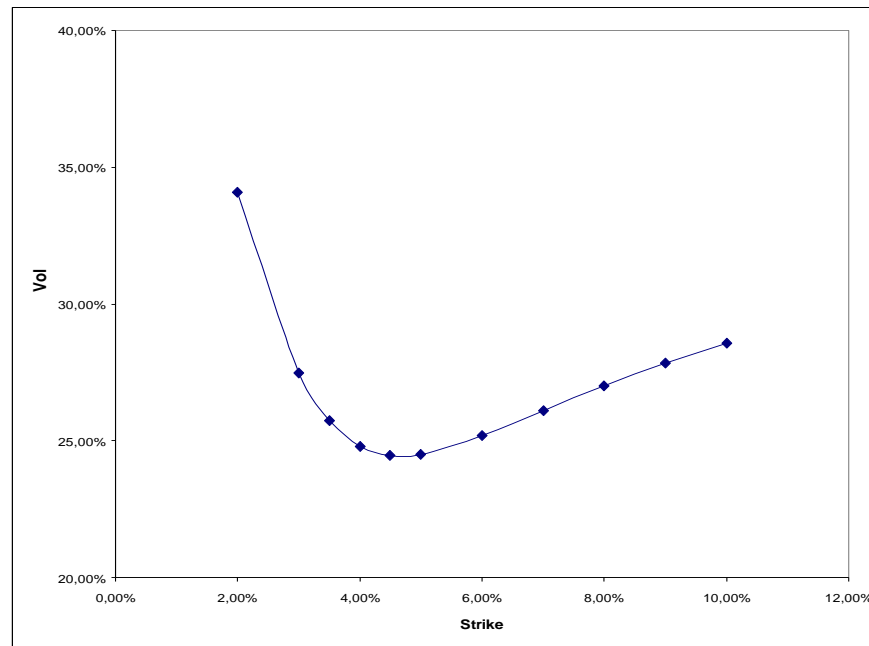
Volatilités de marché : le cube de volatilité

- L'ensemble des volatilités de marché est représentable par un **cube à trois dimensions** :
 - Maturité de l'option
 - Maturité du taux sous-jacent
 - Strike de l'option



Smile de volatilité

- Existence d'un **smile de volatilité** sur les caps / floors (mais également sur les swaptions)
- Le modèle de Black n'est en fait qu'un modèle référent permettant de coter les caps / floors / swaptions via leur volatilité implicite.



Caps et floors : cas pratique

Exercice 1

- A partir du fichier Excel fourni, implémenter la formule de pricing dans le cas d'un cap Euribor 6M de maturité 1,5 an et de strike 1%

Caps et floors : cas pratiques

Exercice 2 (pricer XL)

- Je traite un swap 5Y receveur quarterly ACT365 vs EURIBOR6M
- Quel va être le taux fixe de ce swap ?
- Je souhaite à présent capper le taux variable à 2%.
- Quel est le coût *up front* de ce cap ?
- Comment est affecté le taux fixe du swap si on souhaite répartir le coût du cap sur toute la durée du swap? (i.e. ne rien payer *up front*) ?

Caps et floors : cas pratiques

Exercice 3 (pricer XL)

- J'ai placé des liquidités à EURIBOR 3M – 10 BP avec un horizon de placement d'environ 3 ans. Je souhaite que mes liquidités soient rémunérées à un taux plancher de 1%.
- Comment procéder ? Quel est le coût *up front* et *running* de cette couverture ?

Caps et floors : cas pratiques

Exercice 4 (pricer XL)

- Je suis engagé dans un swap receveur de maturité 10 ans (EURIBOR 6M vs taux fixe annuel 30/360).
- Je souhaite limiter mes paiements EURIBOR à 2,50% mais ne suis pas prêt à dépenser la prime du cap. Le tunnel à prime nul est fait pour moi !
- Quelle combinaison de cap / floor vais-je donc traiter ?

(NB : Attention au smile de volatilité : le cap et le floor sont prixés avec des volatilités différentes !)

Caps et floors : cas pratiques

Exercice 5 (pricer XL)

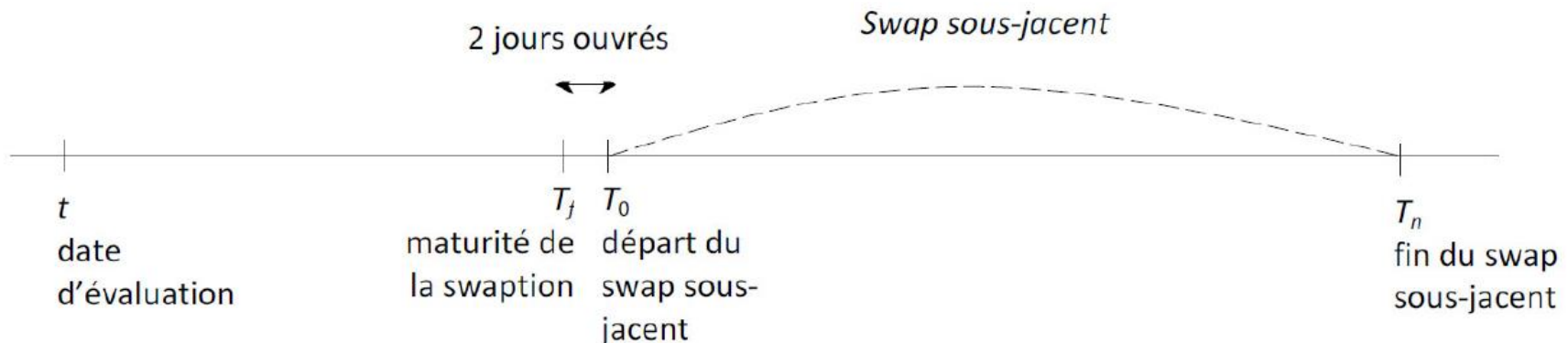
- Je souhaite capper à 3% le taux d'un emprunt **amortissable** à taux variable. Le cap doit porter sur la structure de nominal suivante :
 - année 1 100 M€
 - année 2 80 M€
 - année 3 60 M€
 - année 4 40 M€
 - année 5 20 M€
- Quel est le coût de cette couverture ?

Swaptions

Swaptions

Qu'est ce qu'une swaption ?

- Tout simplement l'option de rentrer dans un swap de taux à une date future :



Swaptions

- Le détenteur de la swaption **a la possibilité, mais pas l'obligation**, de rentrer dans le swap sous-jacent à la date de maturité de la swaption. Il le fera donc uniquement si cela s'avère profitable
- **NB** : Je peux par ailleurs traiter directement le swap *forward* sous-jacent. C'est alors un **engagement ferme** : quelles que soient les circonstances, et même si cela s'avère désavantageux, je suis tenu de rentrer dans le swap à maturité.

Swaptions : exemples

- Swaption receveuse 1Y / 5Y (“1 into 5”), strike 5,50%
- Swaption payeuse 5Y / 10Y (“5 into 10”), strike 6,00% :

Swaption : utilisations

- Je suis endetté à taux variable sur 10 ans ; je veux pouvoir passer à taux fixe 3,50% dans deux ans si les taux ont remonté

⇒ **J'achète une swaption payeuse 2Y / 8Y de strike 3,50%**

- **NB** : plus je souhaite pouvoir passer à un taux fixe bas (3%, 2,50%) plus le prix de la swaption sera élevé... et inversement.

Swaption : utilisations

- Je suis endetté à taux fixe 4,10% sur 15 ans ; je veux pouvoir passer à taux variable d'ici 5 ans si les taux ont baissé

⇒ J'achète une swaption receveuse 5Y/10Y de strike 4,10%

Swaption : utilisations

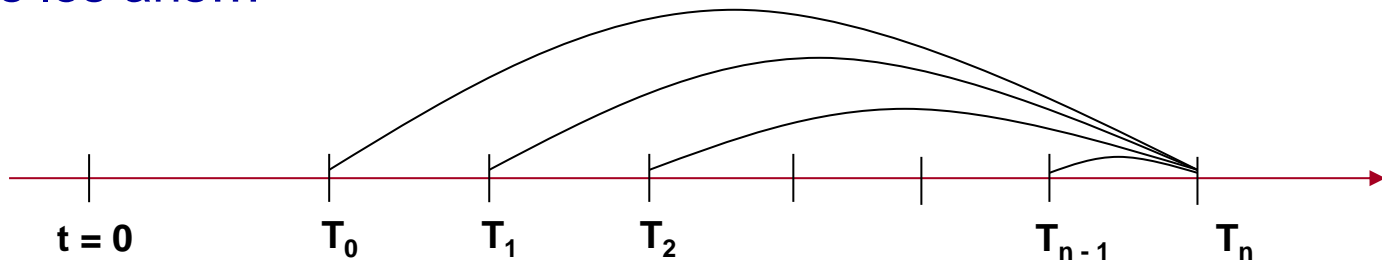
- **Ou encore :**

J'ai traité un swap receveur 10 ans Euribor6M vs tx fixe 3,08%
Je souhaite pouvoir annuler ce swap dans 5 ans.

⇒ J'achète une swaption payeuse 5Y/5Y strike 3.08%

Swaptions bermuda

- Les **swaptions vanilles** permettent de passer de taux variable à taux fixe (ou inversement) à une date future si cela s'avère intéressant de le faire.
- Ou bien de rendre un swap annulable à une date future.
- Encore plus intéressante : une **swaption bermuda** permet d'exercer ce genre d'option à plusieurs dates ! Par exemple tous les ans...



- **Attention** : produit exotique nettement plus difficile à évaluer !

Evaluation des swaptions

$$\begin{aligned}\mathbf{PV}_{\text{Sw}}^P(t) &= B(t, T_f) \mathbb{E}_t^{Q^{T_f}} \left(\left(\mathbf{PV}_V(T_f) - \mathbf{PV}_F(T_f) \right)^+ \right) \\ &= B(t, T_f) \mathbb{E}_t^{Q^{T_f}} \left(\text{LVL}(T_f, T_0, T_n) \left(S(T_f, T_0, T_n) - K \right)^+ \right)\end{aligned}$$

- Avec :

$$\text{LVL}(t, T_0, T_n) = \sum_{i=1}^n \delta_i B(t, T_i) \quad \text{et} \quad S(t, T_0, T_n) = \frac{B(t, T_0) - B(t, T_n)}{\text{LVL}(t, T_0, T_n)}$$

Evaluation des swaptions

- Changement de numéraire : $N_t = \text{LVL}(t, T_0, T_n)$

$$\mathbf{PV}_{\text{Sw}}^P(t) = \text{LVL}(t, T_0, T_n) \mathbb{E}_t^{Q^{\text{LVL}}} \left((S(T_f, T_0, T_n) - K)^+ \right)$$

- En spécifiant un **Modèle de Black** sur le taux swap :

$$\mathbf{PV}_{\text{Sw}}^P(t) = \text{LVL}(t, T_0, T_n) \mathbf{BS}_{\text{call}}(T_f - t, K, S(t, T_0, T_n), \sigma)$$

Swaptions : exercices

Exercice 1

- A partir du fichier Excel fourni, implémenter la formule de pricing dans le cas d'une swaption payeuse 5Y / 10Y de strike 3%

Swaptions : exercices

Exercice 2 (pricer XL)

- J'ai emprunté 100 M€ à taux variable EURIBOR 6M sur 12 ans. Je souhaite pouvoir passer à taux fixe dans 2 ans si les taux ont monté.
- Quel taux fixe vais-je pouvoir me garantir sachant que je ne veux pas que ma couverture coûte plus de 2% du nominal de mon emprunt ?

Swaptions : exercices

Exercice 3 (pricer XL)

- Je traite un swap 10 ans payeur taux fixe annuel 30/360 vs EURIBOR 6M.
- Quel taux fixe puis je obtenir ?
- Comment rendre ce swap annulable dans 5 ans ? A quel coût ?
- Comment modifier l'ensemble de la structure pour ne pas subir de coût *up front*?

Swaptions : exercices

Exercice 4 (pricer XL)

- Je rentre dans un swap 15 ans payeur fixe trimestriel ACT360 vs EURIBOR3M + 50BP
- Calculer le taux fixe de ce swap
- Je veux rendre mon swap annulable dans 5 ans.
- Quelle swaption dois-je acheter ?
- Calculer son prix
- Exprimer le coût de la swaption en BP / Euribor sur les 5 premières années du swap.

Caps / floors / swaptions : exercice de synthèse

- Je m'intéresse à la structure 10 ans suivante, semi-annuelle ACT/360 sur les deux jambes :
 - Pendant les 5 premières années :
 - ✓ Je reçois EURIBOR 6M flooré à 1%
 - ✓ Paye fixe à déterminer (R)
 - Les 5 années suivantes :
 - ✓ Je reçois EURIBOR 6M
 - Je paye taux fixe 1,75%
- J'ai de plus l'option d'annuler la structure dans 5 ans
- Quelle taux fixe R vais je payer ??

Cas pratique bonus !

On se propose de couvrir le risque de remboursement anticipé des emprunts immobiliers à taux fixe...

- Décrire en quoi consiste ce risque
- A partir d'un stock d'emprunts 10, 15, 20, 25 ans de maturités résiduelles et de probabilités pour les remboursements anticipés (estimées statistiquement), construire un portefeuille de couverture au moyen de swaptions.
- A l'aide du pricer Excel, estimer le coût de cette couverture.

Au-delà du modèle de Black...

- Le modèle normal : $dF_t = \sigma dW_t$
- Le modèle log-normal décalé : $dF_t = \sigma (F_t + d) dW_t$
- Le modèle CEV : $dF_t = \sigma F_t^\beta dW_t$
- Le modèle SABR :
$$\begin{cases} dF_t = \sigma_t F_t^\beta dW_t^1 \\ \frac{d\sigma_t}{\sigma_t} = \alpha dW_t^2 \end{cases}$$

Gérer un book d'options de taux avec SABR

Focus sur le modèle SABR

$$\begin{cases} dF_t = \sigma_t F_t^\beta dW_t^1 \\ \frac{d\sigma_t}{\sigma_t} = \alpha dW_t^2 \end{cases}$$

- Etant donné une valeur initiale F_0 pour le forward, le modèle se définit au moyen des 4 paramètres suivants :
 - σ_0 : vol initiale
 - α : vol de la vol
 - β : backbone
 - ρ : corrélation des browniens

Focus sur le modèle SABR

- Intérêt de l'approche SABR :
 - C'est un modèle à vol. stochastique qui génère des formes de smiles proche de ce qu'on observe en réalité.
 - Il existe une formule approchée mais assez précise donnant la volatilité implicite (et donc le prix) d'un call
 - C'est de ce fait devenu un standard dans le monde des options de taux

Focus sur le modèle SABR

- La formule SABR (aïe)

$$\sigma_{bs}(T, K; F_0, \sigma_0, \alpha, \beta, \rho) = \frac{\sigma_0}{(F_0 K)^{\frac{1-\beta}{2}} \left\{ 1 + \frac{(1-\beta)^2}{24} \log^2 \left(\frac{F_0}{K} \right) + \frac{(1-\beta)^4}{1920} \log^4 \left(\frac{F_0}{K} \right) + \dots \right\}} \left(\frac{x}{y(x)} \right) \\ \times \left\{ 1 + \left[\frac{(1-\beta)^2}{24} \frac{\sigma_0^2}{(F_0 K)^{1-\beta}} + \frac{1}{4} \frac{\rho \beta \sigma_0 \alpha}{(F_0 K)^{\frac{1-\beta}{2}}} + \frac{2-3\rho^2}{24} \alpha^2 \right] T + \dots \right\}$$

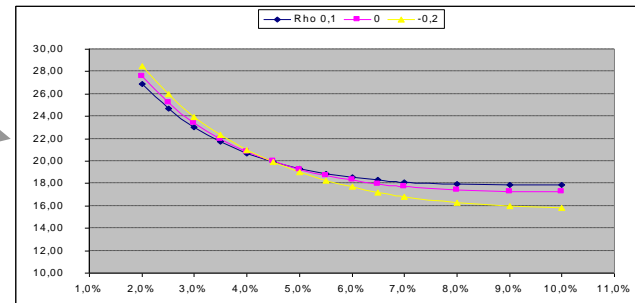
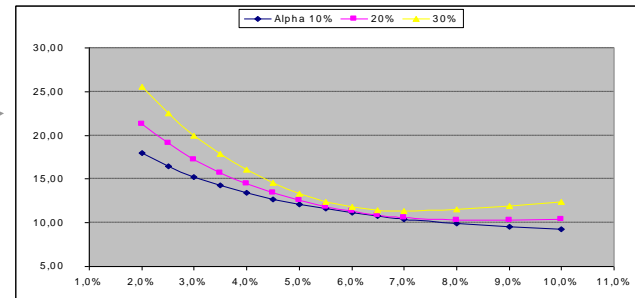
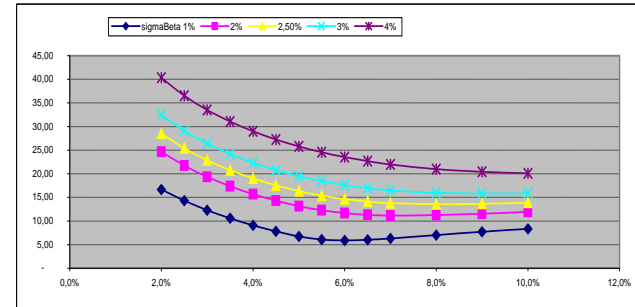
Avec :

$$\begin{cases} x = \frac{\alpha}{\sigma_0} (F_0 K)^{\frac{1-\beta}{2}} \log \left(\frac{F_0}{K} \right) \\ y(x) = \log \left(\frac{\sqrt{1-2\rho x + x^2} + x - \rho}{1-\rho} \right) \end{cases}$$

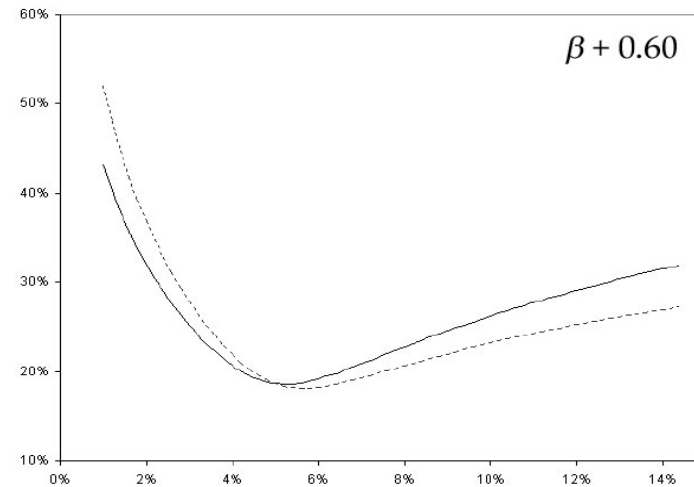
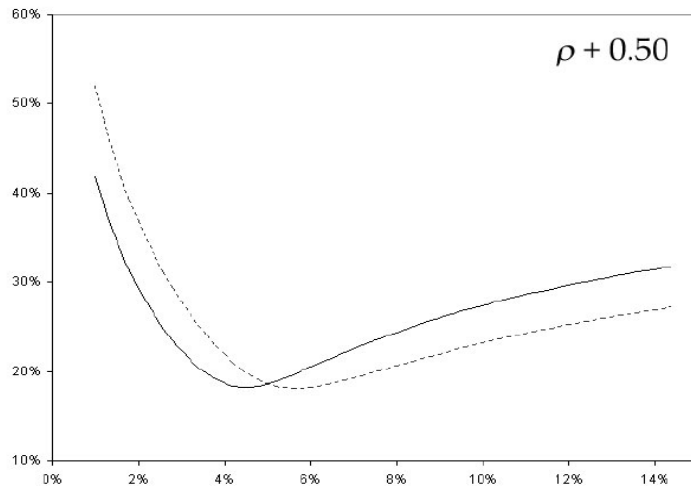
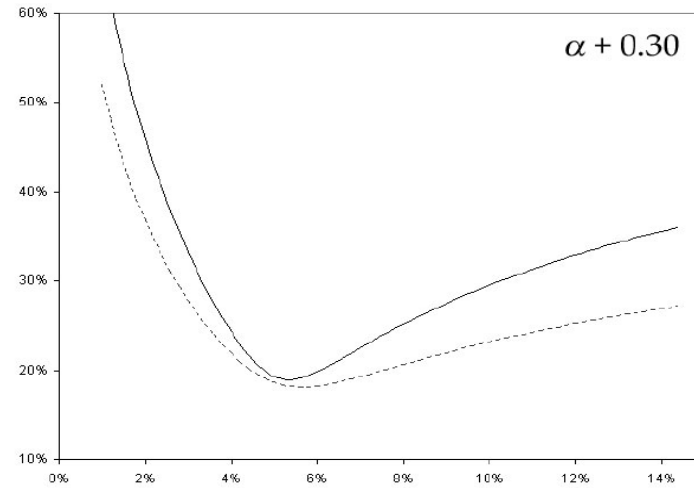
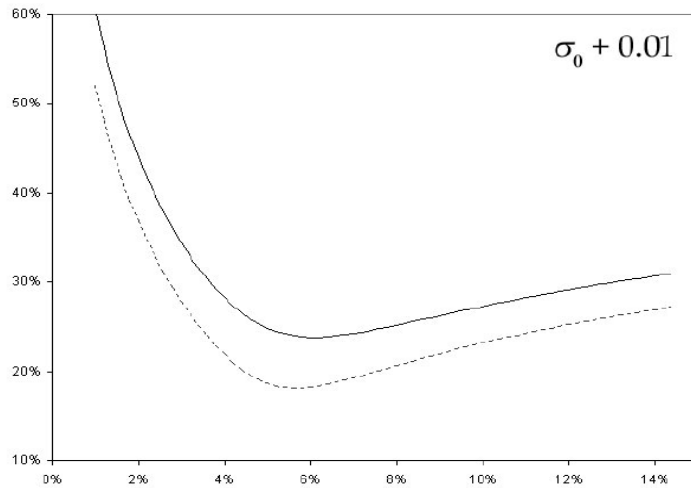
Focus sur le modèle SABR

Impact des paramètres dans SABR

- σ_0 : niveau moyen de la vol
- α : convexité du smile
- ρ : pente du smile
- β : pente + dynamique du smile
 - $\beta = 0$: vol ATM normale cste
 - $\beta = 1$: vol ATM log-normale cste



Focus sur le modèle SABR



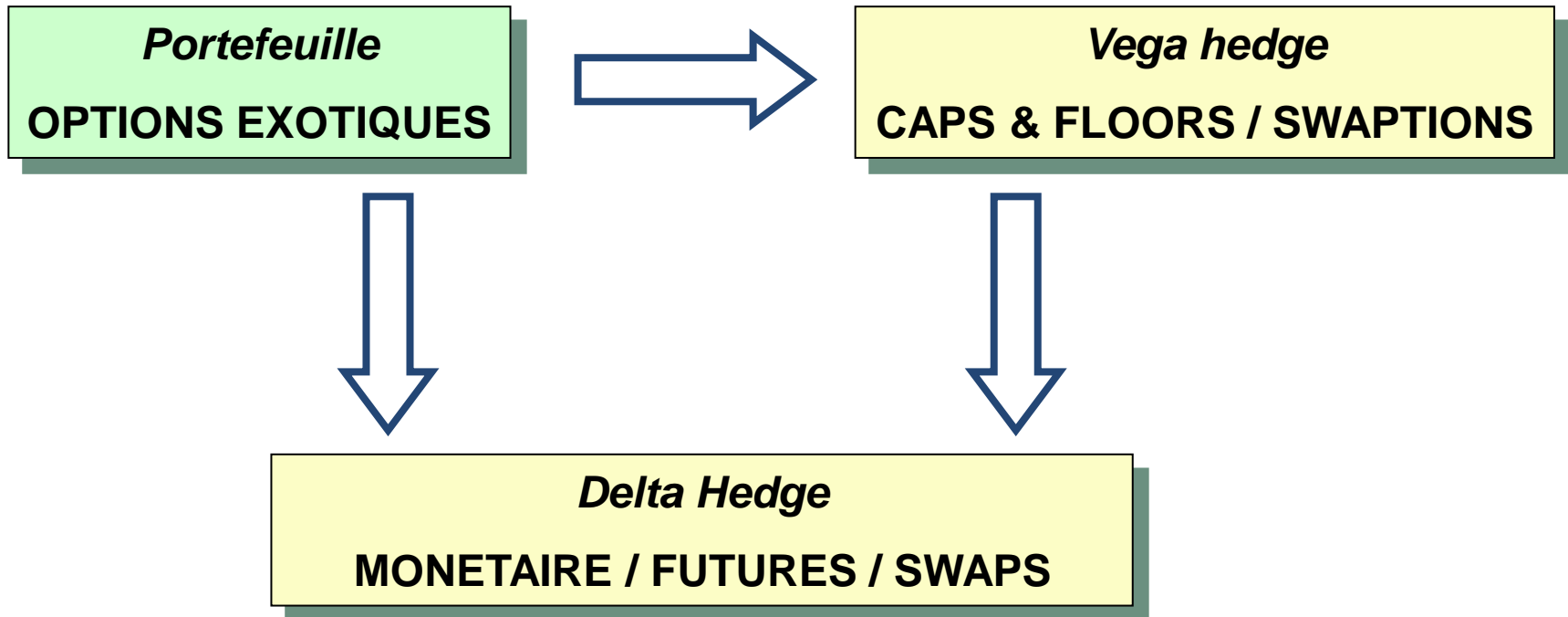
SABR comme outil de market making

Underlying

Maturités

VOL_SABR_EURIBOR @ VOL_SABR SIGMA_BETA																	
Volatility	Name : VOL_SABR_EURIBOR																
	Date : 17-déc-03																
SIGMA	1M	3M	6M	1Y	2Y	3Y	4Y	5Y	6Y	7Y	8Y	9Y	10Y	15Y	20Y	25Y	30Y
1M	1.80%	1.80%	1.80%	2.86%	3.40%	3.46%	3.34%	3.12%	2.95%	2.79%	2.65%	2.52%	2.39%	2.09%	1.88%	1.72%	1.63%
3M	2.15%	2.15%	2.15%	3.12%	3.82%	3.85%	3.48%	3.31%	3.14%	2.98%	2.85%	2.72%	2.60%	2.30%	2.11%	1.98%	1.89%
6M	2.60%	2.60%	2.60%	3.46%	3.68%	3.49%	3.32%	3.15%	3.00%	2.87%	2.75%	2.65%	2.55%	2.23%	2.12%	2.02%	1.94%
9M	3.13%	3.13%	3.13%	3.55%	3.54%	3.37%	3.15%	3.01%	2.87%	2.72%	2.64%	2.55%	2.48%	2.23%	2.07%	1.99%	1.93%
1Y	3.65%	3.65%	3.65%	3.61%	3.40%	3.20%	3.00%	2.86%	2.73%	2.63%	2.55%	2.46%	2.40%	2.17%	2.04%	1.97%	1.92%
2Y	3.38%	3.38%	3.38%	3.27%	2.99%	2.82%	2.66%	2.54%	2.44%	2.38%	2.29%	2.25%	2.21%	2.05%	1.93%	1.87%	1.82%
3Y	3.04%	3.04%	3.01%	2.98%	2.77%	2.62%	2.46%	2.30%	2.23%	2.19%	2.13%	2.11%	2.09%	1.95%	1.86%	1.81%	1.77%
4Y	2.79%	2.79%	2.77%	2.74%	2.59%	2.43%	2.31%	2.17%	2.12%	2.08%	2.04%	2.01%	2.00%	1.88%	1.81%	1.74%	1.71%
5Y	2.58%	2.58%	2.55%	2.54%	2.43%	2.28%	2.16%	2.05%	2.03%	1.98%	1.97%	1.95%	1.92%	1.81%	1.75%	1.69%	1.66%
7Y	2.28%	2.28%	2.25%	2.21%	2.15%	2.05%	1.93%	1.88%	1.86%	1.82%	1.83%	1.81%	1.79%	1.68%	1.58%	1.57%	1.53%
10Y	2.01%	2.01%	1.99%	1.94%	1.83%	1.78%	1.74%	1.69%	1.68%	1.67%	1.66%	1.65%	1.65%	1.55%	1.44%	1.44%	1.40%
15Y	1.63%	1.63%	1.60%	1.58%	1.51%	1.51%	1.51%	1.51%	1.51%	1.51%	1.50%	1.50%	1.49%	1.41%	1.33%	1.31%	1.29%
20Y	1.40%	1.40%	1.38%	1.40%	1.37%	1.38%	1.38%	1.38%	1.38%	1.38%	1.38%	1.37%	1.37%	1.32%	1.27%	1.23%	1.20%
25Y	1.20%	1.20%	1.18%	1.25%	1.26%	1.28%	1.31%	1.34%	1.33%	1.33%	1.33%	1.32%	1.32%	1.27%	1.22%	1.20%	1.18%
30Y	1.15%	1.15%	1.13%	1.27%	1.29%	1.29%	1.30%	1.31%	1.31%	1.30%	1.29%	1.29%	1.28%	1.24%	1.20%	1.20%	1.21%
ALPHA	1M	3M	6M	1Y	2Y	3Y	4Y	5Y	6Y	7Y	8Y	9Y	10Y	15Y	20Y	25Y	30Y
1M	0.30	0.30	0.30	0.30	0.49	0.53	0.57	0.60	0.62	0.64	0.66	0.68	0.70	0.65	0.60	0.60	0.60
3M	0.35	0.35	0.35	0.35	0.50	0.53	0.57	0.60	0.62	0.64	0.66	0.68	0.70	0.65	0.60	0.60	0.60
6M	0.45	0.45	0.45	0.45	0.50	0.54	0.56	0.58	0.59	0.60	0.61	0.63	0.64	0.59	0.55	0.55	0.55
9M	0.50	0.50	0.50	0.50	0.52	0.54	0.55	0.56	0.56	0.57	0.57	0.57	0.57	0.54	0.50	0.50	0.50
1Y	0.52	0.52	0.52	0.52	0.54	0.54	0.54	0.54	0.53	0.53	0.52	0.52	0.51	0.48	0.45	0.45	0.45
2Y	0.47	0.47	0.47	0.47	0.49	0.50	0.51	0.51	0.50	0.49	0.49	0.48	0.48	0.45	0.43	0.43	0.43
3Y	0.42	0.42	0.42	0.42	0.46	0.47	0.47	0.47	0.47	0.46	0.45	0.45	0.44	0.43	0.41	0.41	0.41
4Y	0.40	0.40	0.40	0.40	0.42	0.43	0.44	0.44	0.43	0.43	0.42	0.41	0.41	0.40	0.39	0.39	0.39
5Y	0.39	0.39	0.39	0.39	0.39	0.40	0.40	0.41	0.40	0.39	0.39	0.38	0.37	0.37	0.37	0.37	0.37
7Y	0.36	0.36	0.36	0.36	0.36	0.37	0.37	0.37	0.37	0.36	0.36	0.35	0.34	0.35	0.35	0.35	0.35
10Y	0.31	0.31	0.31	0.31	0.34	0.33	0.33	0.32	0.32	0.32	0.31	0.31	0.31	0.32	0.32	0.32	0.32
15Y	0.26	0.26	0.26	0.26	0.32	0.31	0.30	0.30	0.29	0.29	0.29	0.29	0.28	0.29	0.29	0.29	0.29
20Y	0.23	0.23	0.23	0.23	0.29	0.28	0.28	0.27	0.27	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26	0.26
25Y	0.23	0.23	0.23	0.23	0.27	0.26	0.25	0.25	0.24	0.24	0.23	0.23	0.23	0.23	0.23	0.23	0.23
30Y	0.23	0.23	0.23	0.23	0.24	0.23	0.23	0.22	0.22	0.21	0.21	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20	0.20
RHO	1M	3M	6M	1Y	2Y	3Y	4Y	5Y	6Y	7Y	8Y	9Y	10Y	15Y	20Y	25Y	30Y
1M	0.08	0.08	0.08	0.08	-0.12	-0.11	-0.11	-0.10	-0.10	-0.09	-0.09	-0.08	-0.08	-0.08	-0.08	-0.08	-0.08
3M	0.08	0.08	0.08	0.08	-0.12	-0.11	-0.11	-0.10	-0.10	-0.09	-0.09	-0.08	-0.08	-0.08	-0.08	-0.08	-0.08
6M	0.08	0.08	0.08	0.08	-0.12	-0.11	-0.11	-0.10	-0.10	-0.09	-0.09	-0.08	-0.08	-0.08	-0.08	-0.08	-0.08
9M	0.08	0.08	0.08	0.08	-0.12	-0.11	-0.11	-0.10	-0.10	-0.09	-0.09	-0.08	-0.08	-0.08	-0.08	-0.08	-0.08
1Y	0.08	0.08	0.08	0.08	-0.12	-0.11	-0.11	-0.10	-0.10	-0.09	-0.09	-0.08	-0.08	-0.08	-0.08	-0.08	-0.08
2Y	0.03	0.03	0.03	0.03	-0.12	-0.11	-0.11	-0.10	-0.10	-0.10	-0.10	-0.10	-0.10	-0.10	-0.09	-0.09	-0.09
3Y	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.11	-0.11	-0.11	-0.11	-0.11	-0.11	-0.11	-0.11	-0.12	-0.11	-0.11	-0.11	-0.11
4Y	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.11	-0.11	-0.11	-0.11	-0.11	-0.11	-0.12	-0.12	-0.13	-0.13	-0.12	-0.12	-0.12
5Y	-0.02	-0.02	-0.02	-0.02	-0.10	-0.10	-0.11	-0.11	-0.11	-0.12	-0.13	-0.13	-0.14	-0.15	-0.14	-0.14	-0.14
7Y	-0.03	-0.03	-0.03	-0.03	-0.10	-0.11	-0.11	-0.11	-0.11	-0.12	-0.13	-0.14	-0.15	-0.15	-0.15	-0.15	-0.15
10Y	-0.05	-0.05	-0.05	-0.05	-0.10	-0.11	-0.11	-0.12	-0.13	-0.14	-0.14	-0.15	-0.16	-0.17	-0.17	-0.17	-0.16
15Y	-0.07	-0.07	-0.07	-0.07	-0.10	-0.11	-0.11	-0.12	-0.13	-0.14	-0.14	-0.15	-0.16	-0.18	-0.18	-0.17	-0.16
20Y	-0.07	-0.07	-0.07	-0.07	-0.10	-0.11	-0.11	-0.12	-0.13	-0.14	-0.14	-0.15	-0.16	-0.18	-0.17	-0.17	-0.16
25Y	-0.07	-0.07	-0.07	-0.07	-0.10	-0.11	-0.11	-0.11	-0.13	-0.14	-0.14	-0.15	-0.16	-0.19	-0.17	-0.17	-0.16
30Y	-0.07	-0.07	-0.07	-0.07	-0.10	-0.11	-0.11	-0.11	-0.13	-0.14	-0.14	-0.15	-0.16	-0.19	-0.17	-0.17	-0.16
BETA	1M	3M	6M	1Y	2Y	3Y	4Y	5Y	6Y	7Y	8Y	9Y	10Y	15Y	20Y	25Y	30Y
1M	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40
3M	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40
6M	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40
9M	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40
1Y	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40
2Y	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40
3Y	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40
4Y	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40
5Y	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40
7Y	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40
10Y	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40
15Y	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40
20Y	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40
25Y	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40
30Y	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40	0.40

Risk-management des options de taux



Risk-management des options de taux

Cube de volatilité vs. SABR

- **Cube de volatilité**

- Couverture en véga point par point (vega-hedge)
- Couverture en delta du portefeuille initial + vega-hedge

- **SABR**

- Couverture $\sigma_0 / \alpha / \rho$ – neutre point par point
- Couverture en delta du portefeuille initial + vega-hedge

- **Avantage à SABR :**

- Le vega-hedge point par point est en pratique peu réaliste
- Avec SABR on utilise les options liquides à disposition
- On se couvre par rapport aux principales déformations du smile
→ interprétation plus aisée du hedge en véga

Introduction aux exotiques de taux

Ajustements de convexité, CMS, corridors...

Qu'est ce qu'un « ajustement de convexité »?

- Un **ajustement de convexité** intervient lorsqu'un taux de référence (LIBOR, swap....) est payé à une date « non naturelle » pour lui.
- **Exemples :**
 - Flux de LIBOR versé à une date différente de sa date de fin.
 - Taux swap payé en une fois (produits CMS)

Qu'est ce qu'un « ajustement de convexité »?

- On parle de **LIBOR in arrears** lorsque le LIBOR est versé à sa date de départ (alors qu'il devrait être versé en fin de période d'intérêt)
- Considérons deux contrats forwards :
 - **Le contrat A** : verse à son acheteur ($L(T_f, T_1, T_2) - R_A$) **en T_2**
 - **Le contrat B** : verse à son acheteur ($L(T_f, T_1, T_2) - R_B$) **en T_1**
- Relation entre R_A et R_B ?

Cas d'un LIBOR in arrears

- **Réponse** : on a $R_B > R_A$
- En effet si $R_B = R_A$ on peut construire un arbitrage. Cette propriété peut également être obtenue mathématiquement via l'inégalité de Jensen
- Dans le cas d'un modèle de Black sur le LIBOR :

$$\frac{dL(t, T_1, T_2)}{L(t, T_1, T_2)} = \sigma dW_t^{Q^{T_2}}$$

- L'ajustement de convexité est le suivant :

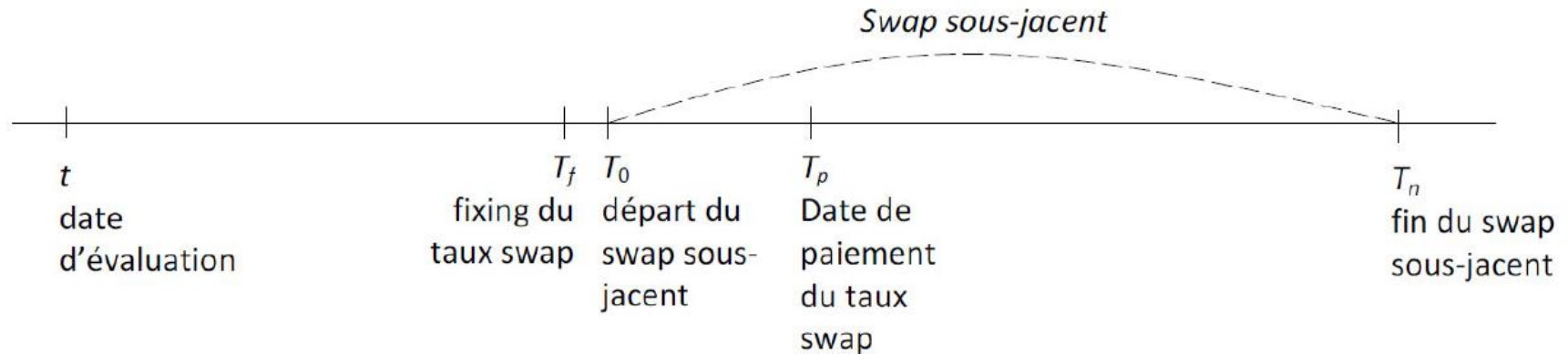
$$R_B = L(t, T_1, T_2) \frac{1 + \delta L(t, T_1, T_2) \exp(\sigma^2(T_f - t))}{1 + \delta L(t, T_1, T_2)}$$

Swap CMS

- Un **swap CMS** fixe/variable est comparable à un swap de taux standard à ceci près que le taux LIBOR est remplacé par un taux swap.
- **Exemple :**
 - **Jambe fixe** verse annuellement un coupon fixe 5% (base 30/360)
 - **Jambe variable** verse tous les 6 mois le taux swap 10 ans fixé deux jours ouvrés avant le début de la période d'intérêt correspondante (base exact/360)

Swaps CMS : évaluation

- Il s'agit de savoir évaluer un flux de taux swap payé « en une fois » alors qu'il est naturellement destiné à être payé sur l'échéancier de la jambe fixe du swap sous-jacent



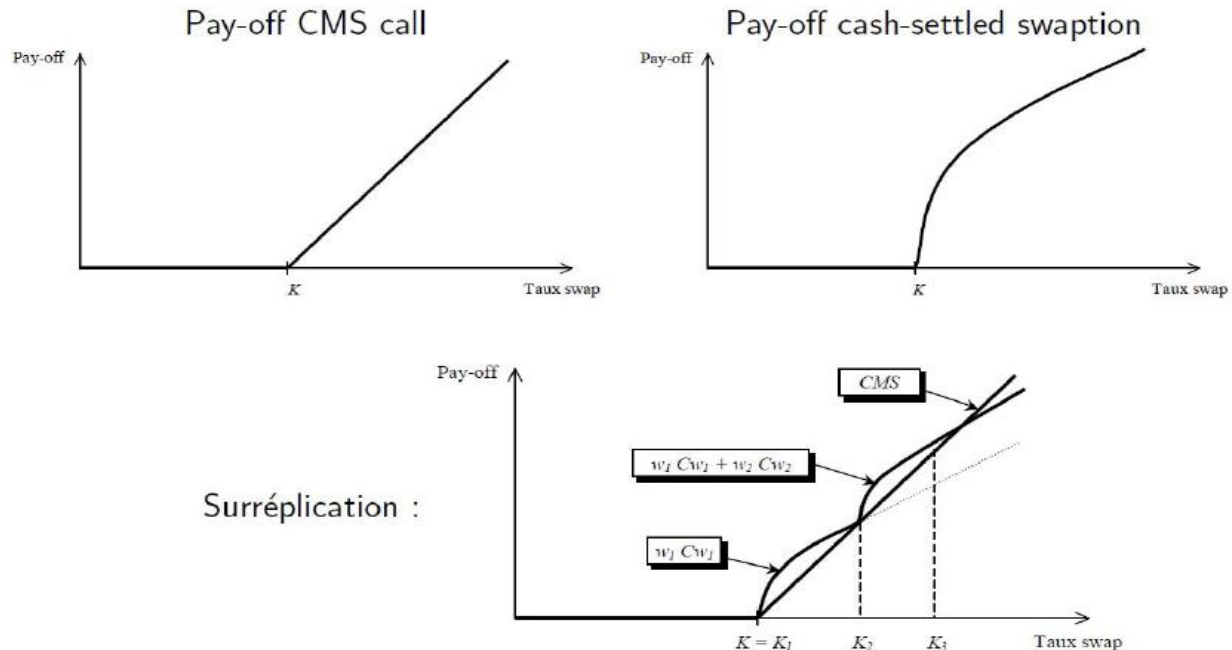
Swaps CMS : évaluation

- On montre que l'ajustement multiplicatif par rapport au taux swap forward est de la forme :

$$\text{CMS}(t, T_0, T_n, T_p) = S(t, T_0, T_n) e^{\sigma\sigma'(T_f - t)} > S(t, T_0, T_n)$$

Caps & Floors CMS

- Comme des caps / floors standards à ceci près que le LIBOR est remplacé par un taux swap.
- Evaluation par **surréplication** aux moyen de **swaptions cash-settled**.

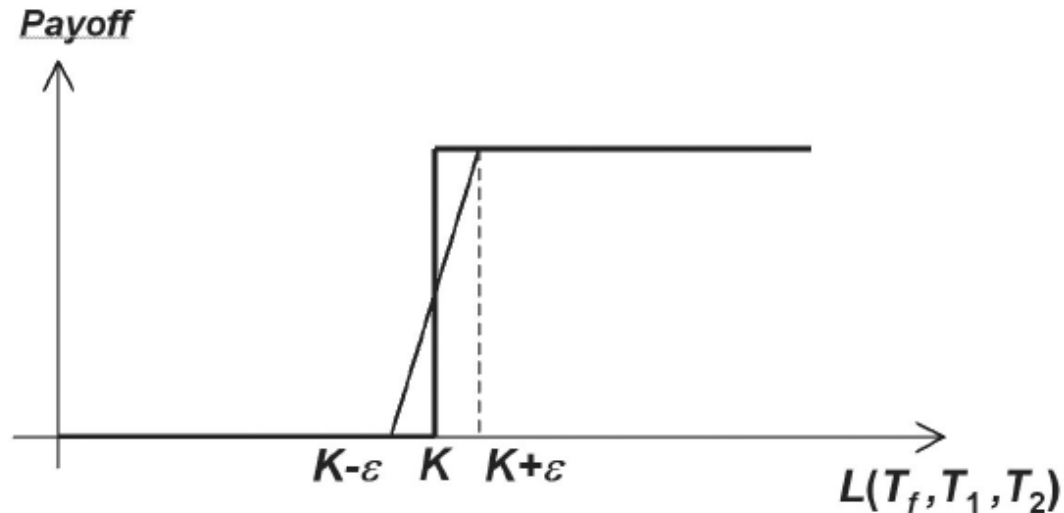


Le Corridor Range Accrual

- Un corridor range accrual est un swap exotique
- L'investisseur...
 - Paye LIBOR
 - Reçoit Coupon = $6\% \times (n / M)$
 - ✓ n : nbre de jours de la période d'intérêt où LIBOR < 4,5%
 - ✓ M : nbre total de jours de la période d'intérêt
- Il reçoit donc un coupon bonifié si le LIBOR est resté bas

Le Corridor Range Accrual : évaluation

- L'évaluation repose sur un pricing précis des options digitales sur LIBOR
- Celles ci sont évaluées par *call spread* :



- Le prix est très sensible à la pente du smile sur les caps

Quelques autres produits exotiques

- CMS spread options, corridors sur CMS spread
- Swaptions bermudas / swap annulables
- Callable reverse floater
- Callable CMS spread
- Ratchets
- Snowballs
- Vol Bonds
- Target redemption notes (TARN)