

- Network Cost
- 题目大意：最小费用最大流问题，费用与通过该边流量的平方成正比
- 解题思路：
  - 注意到  $x^2 = \sum_{i=1}^x 2i - 1$ ，将每条边分为若干条边，流量为1，权重为  $(2i - 1)a$  得到网络  $F'$
  - 对  $F'$  运行最佳费用最大流算法
- 正确性：显然
- 复杂度： $O(nm \text{ Max}(c))$

- Choose Numbers
- 题目大意：矩阵M每两个相邻元素至少选一个，求所选元素和的最小值
- 解题思路：
  - 将该题建模为最大流问题：
    - 结点： $\{S, T, V_i\} \sim O(nm)$
    - 边集： $\{S-V_i, V_i-V_j, V_j-T\}$  ( $V_i$ 处于奇数位置， $V_j$ 处于偶数位置，邻点连边)  $\sim O(nm)$
    - 边权： $\{S-V_i: C_i, V_i-V_j: \inf, V_j-T: C_j\}$
  - 运行最大流算法，最大流即为最小权重覆盖
- 正确性：二部图最小权重覆盖等于最大流
- 复杂度： $O(n^2m^2)$

- Maximum Weight Subgraph
- 题目大意：子图权重记为子图边权和减去点权和，求最大权重子图
- 解题思路：
  - 将该题建模为最大流问题：
    - 结点： $\{S, T, V_i, E_{ij}\}$  ( $E_{ij}$ 对应 $G$ 中所有边)  $\sim O(nm)$
    - 边集： $\{S-E_{ij}, E_{ij}-V_i, E_{ij}-V_j, V_i-T\} \sim O(n)$
    - 边权： $\{S-E_{ij}: C_{ij}, E_{ij}-V_i: inf, V_i-T: C_i\}$
  - 运行最大流算法： $\sum_{all} E_{ij} - MaxFlow$ 为所求
- 正确性：考虑 $(S, T)$ 割：若 $E_{ij}$ 属于 $S$ ，则 $V_i, V_j$ 都属于 $S$ 
  - $F(S, T) = \sum_{all} E_{ij} - \sum_{sub} E_{ij} + \sum_{sub} V_i$
- 复杂度： $O(n^2 m)$