

● 多类情况 3（多类情况 2 的特例）

这是没有不确定区域的 ω_i / ω_j 两分法。假若多类情况 2 中的 d_{ij} 可分解成： $d_{ij}(\mathbf{x}) = d_i(\mathbf{x}) - d_j(\mathbf{x}) = (\mathbf{w}_i - \mathbf{w}_j)^T \mathbf{x}$ ，则 $d_{ij}(\mathbf{x}) > 0$ 相当于 $d_i(\mathbf{x}) > d_j(\mathbf{x})$ ， $\forall j \neq i$ ，这时不存在不确定区域。此时，对 M 类情况应有 M 个判别函数：

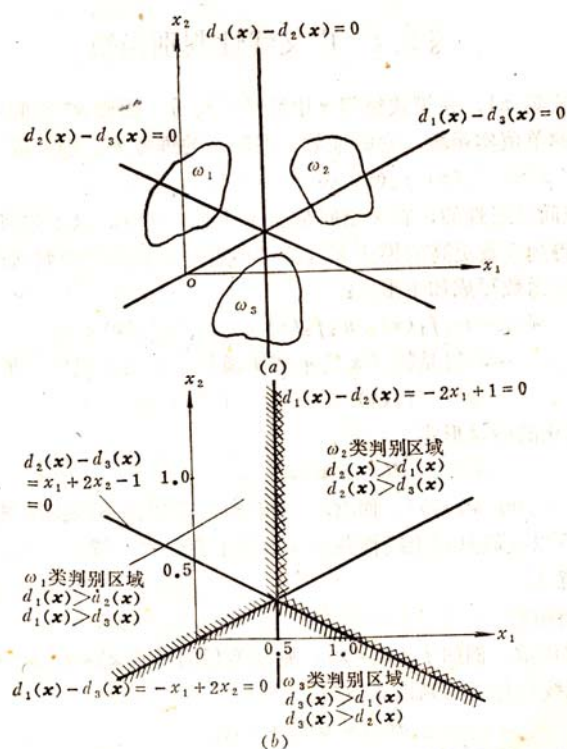
$$d_k(\mathbf{x}) = \mathbf{w}_k^T \mathbf{x}, k = 1, 2, \dots, M$$

即 $d_i(\mathbf{x}) > d_j(\mathbf{x})$ ， $\forall j \neq i$ ， $i, j = 1, 2, \dots, M$ ，

则 $\mathbf{x} \in \omega_i$ ，也可写成，若

$d_i(\mathbf{x}) = \max\{d_k(\mathbf{x}), k=1, 2, \dots, M\}$ ，则 $\mathbf{x} \in \omega_i$ 。

该分类的特点是把 M 类情况分成 $M-1$ 个两类问题。



例：设有一个三类问题的模式分类器，其判别函数为：

$$d_1(\mathbf{x}) = -x_1 + x_2, \quad d_2(\mathbf{x}) = x_1 + x_2 - 1, \quad d_3(\mathbf{x}) = -x_2$$

属于 ω_1 类的区域应满足 $d_1(\mathbf{x}) > d_2(\mathbf{x})$ 且 $d_1(\mathbf{x}) > d_3(\mathbf{x})$ ， ω_1 类的判别界面为：

$$d_{12}(\mathbf{x}) = d_1(\mathbf{x}) - d_2(\mathbf{x}) = -2x_1 + 1 = 0$$

$$d_{13}(\mathbf{x}) = d_1(\mathbf{x}) - d_3(\mathbf{x}) = -x_1 + 2x_2 = 0$$

属于 ω_2 类的区域应满足 $d_2(\mathbf{x}) > d_1(\mathbf{x})$ 且 $d_2(\mathbf{x}) > d_3(\mathbf{x})$ ， ω_2 类的判别界面为：

$$d_{21}(\mathbf{x}) = d_2(\mathbf{x}) - d_1(\mathbf{x}) = 2x_1 - 1 = 0, \quad \text{可看出 } d_{21}(\mathbf{x}) = -d_{12}(\mathbf{x})$$

$$d_{23}(\mathbf{x}) = d_2(\mathbf{x}) - d_3(\mathbf{x}) = x_1 + 2x_2 - 1 = 0$$

同理可得 ω_3 类的判别界面为：

$$d_{31}(\mathbf{x}) = -d_{13}(\mathbf{x}) = x_1 - 2x_2 = 0$$

$$d_{32}(\mathbf{x}) = -d_{23}(\mathbf{x}) = -x_1 - 2x_2 + 1 = 0$$

若有模式样本 $\mathbf{x} = (1, 1)^\top$ ，则： $d_1(\mathbf{x}) = 0$ ， $d_2(\mathbf{x}) = 1$ ， $d_3(\mathbf{x}) = -1$

从而： $d_2(\mathbf{x}) > d_1(\mathbf{x})$ 且 $d_2(\mathbf{x}) > d_3(\mathbf{x})$ ，故 $\mathbf{x} \in \omega_2$