

## 考虑最小割:

将格子黑白染色, 所有行+列是奇数的是白色, 另外的是黑色,  
可保证相邻格子一定一黑一白.

建图, 共  $nm+2$  个点, 每个点对应一个格子, 另外还有  $S, T$  (源、汇)

共三类边: (边上写的是容量)

对于白点  $(i, j)$ :

$$S \xrightarrow{M_{ij}} v_{ij}$$

对于黑点  $(i, j)$ :

$$v_{ij} \xrightarrow{M_{ij}} T$$

对于相邻白点  $x$  和黑点  $y$ :

$$x \xrightarrow{\infty} y$$

该图的最小割即为答案:

我们把割和选择方案对应起来, 若  $S \rightarrow v$  或  $v \rightarrow T$  在割中, 代表选择  $v$ .

考虑相邻点  $x$  和  $y$ , 有  $S \xrightarrow{M_x} x \xrightarrow{\infty} y \xrightarrow{M_y} T$  结构.

要割开  $S$  和  $T$ , 如果  $M_x, M_y$  都不在割里, 对应了相邻点都没选,  
则  $\infty$  边在割中, 该割总大小为  $\infty$ , 即代价为  $\infty$ , 因为违反了约束.

割的总大小正好对应了我们选择的代价.

故最小割对应了最小代价方案.

最小割  $\rightarrow$  最大流.