（1）

1。 设以下模式类别具有正态概率密度函数:

ω_1： $\{(0\ 0)^T, (2\ 0)^T, (2\ 2)^T, (0\ 2)^T\}$

ω_2： $\{(4\ 4)^T, (6\ 4)^T, (6\ 6)^T, (4\ 6)^T\}$

（1）设$P(\omega_1)= P(\omega_2)=1/2$，求这两类模式之间的贝叶斯判别界面的方程式。

（2）绘出判别界面。

设$P(x|w_i)$ 的分布为一个高斯分布，根据所给出的数据，对均值和方差进行估计，应该有：

1. 对$P(x|w_1)$，有

$$\begin{aligned} \hat{m}_1 &= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i = (1,1)^T \\ \hat{C}_1 &= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i-\hat{m}_1)(x_i-\hat{m}_1)^T = \begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix} \end{aligned} \tag{1}$$

2. 同理，对$P(x|w_2)$，有

$$\begin{aligned} \hat{m}_2 &= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i = (5,5)^T \\ \hat{C}_2 &= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(x_i-\hat{m}_2)(x_i-\hat{m}_2)^T = \begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix} \end{aligned} \tag{2}$$

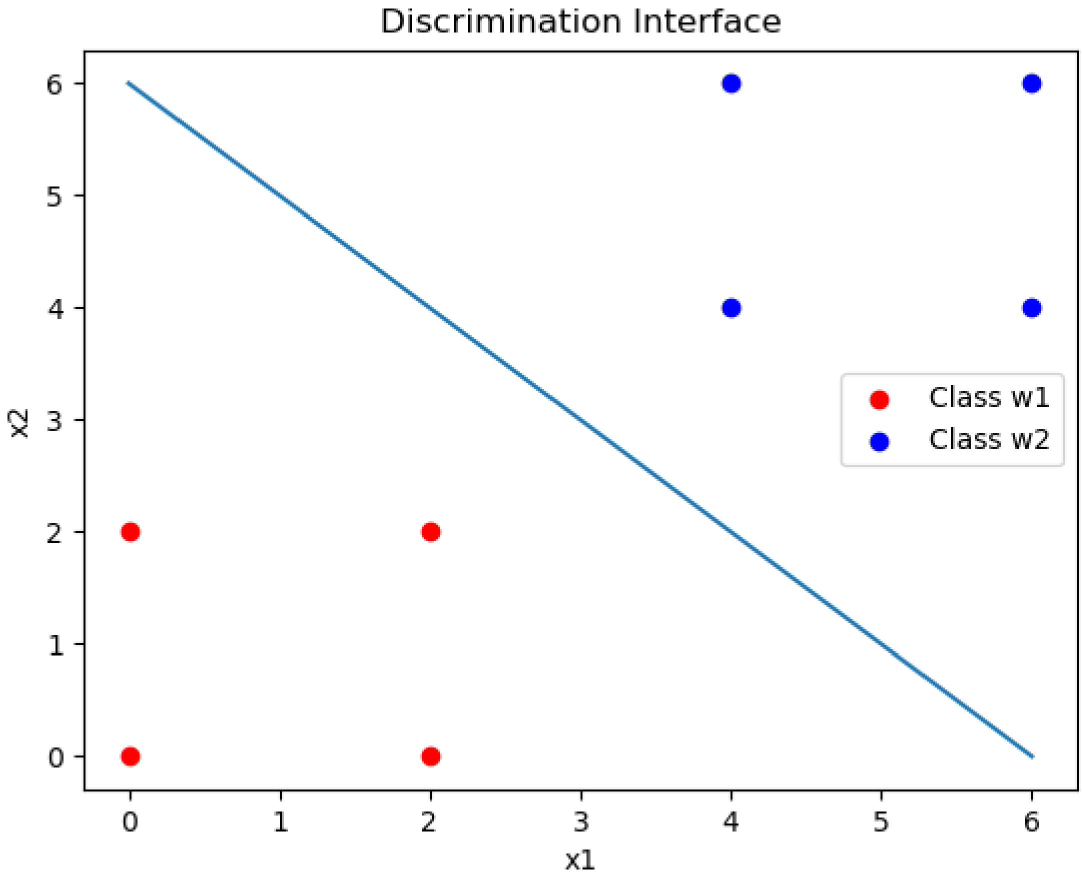
其中，判别界面应该为，由于$C_1 = C_2$， $P(w_1) = P(w_2)$

$$d_1(x) - d_2(x) = lnP(w_1) - \frac{1}{2}ln|C_1| - \frac{1}{2}(x-m_1)C_1^{-1}(x-m_1) \tag{3}$$

$$- lnP(w_2) + \frac{1}{2}ln|C_2| + \frac{1}{2}(x-m_2)C_2^{-1}(x-m_2) \tag{4}$$

$$= (m_1-m_2)^T C^{-1}x - \frac{1}{2}m_1^T C^{-1} m_1 + \frac{1}{2}m_2^T C^{-1} m_2 \tag{5}$$

$$= [-4,-4]x + 24 \tag{6}$$


Discrimination Interface
Class w1
Class w2
x1
x2
0
1
2
3
4
5
6
0
1
2
3
4
5
6