

به نام خدا



درس طراحی الگوریتم

تمرین سری پنجم

مدرس درس:

سرکار خانم دکتر ملکی

تهیه شده توسط:

الناز رضایی ۹۸۴۱۱۳۸۷

تاریخ ارسال: ۱۴۰۲/۰۲/۰۸

سوال ۱:

دور شکم گراف، طول کوتاه‌ترین دور در گراف است. برای مثال دور شکم گرافی که به مثلث است، سه است؛ دور شکم گرافی که یک مربع با قطرهایش است نیز ۳ است. توجه کنید اگر گراف هیچ دوری نداشته باشد، دور شکم آن گراف را ۰ فرض می‌کنیم. الگوریتمی با پیچیدگی زمانی $O(V*(V+E))$ ارائه دهید که دور شکم را برای گراف‌های بدون جهت و بی‌وزن پیدا کند. اثبات درستی الگوریتم خود را نیز بیان کنید.

پاسخ ۱:

برای یافتن دور شکم یک گراف بدون جهت و بدون وزن، می‌توانیم از نسخه تغییر یافته الگوریتم BFS استفاده کنیم. این الگوریتم برای هر راس گراف از روی آن BFS را شروع کرده و به دنبال یافتن یک دور می‌گردد. اگر در حین BFS یک دور پیدا شد، طول آن را ثبت کرده و کوچکترین دور شکمی که تا آن لحظه یافت شده است را به روزرسانی می‌کنیم. پس از انجام BFS برای تمامی رئوس، مقدار کمترین دور شکم پیدا شده را برمی‌گردانیم. الگوریتم:

۱. دور شکم را با بی‌نهایت مقداردهی اولیه می‌کنیم.

۲. برای هر راس v در گراف ابتدا از روی راس v یک BFS انجام داده و سپس اگر در حین BFS یک دور پیدا شد، دور شکم را به مقدار کمترین دور شکم فعلی و طول دور به‌روزرسانی می‌کنیم.

۳. اگر دور شکم هنوز هم بی‌نهایت باشد، ۰ را برمی‌گردانیم (در این صورت، گراف دارای دور شکم نیست)، در غیر این صورت مقدار دور شکم را برمی‌گردانیم.

پیچیدگی زمانی:

برای هر راس گراف، ما یک BFS انجام می‌دهیم. برای هر BFS، یک‌بار به هر راس و هر یال سر می‌زنیم که باعث می‌شود زمان اجرای کلی الگوریتم به $O(V*(V+E))$ برسد.

اثبات درستی الگوریتم:

پس از انجام BFS از هر یک از رئوس، الگوریتم برای هر طول دور، چک می‌کند که آیا دوری با طول k در گراف وجود دارد یا خیر. طول k به صورت یکی به یکی از ۲ تا فاصله‌ی بلندترین راسی که در حین BFS از راس v به دست آورده‌ایم، مقایسه می‌شود. اگر طول یک دور با طول k در حین انجام BFS پیدا شود، دور شکم به طول k به‌روزرسانی می‌شود. در پایان الگوریتم، دور شکم پیدا شده برگشت داده می‌شود.

بنابراین، الگوریتم به درستی گردش گراف را پیدا می‌کند.

[Reference 1](#)

[Reference 2](#)

[Reference 3](#)