

به نام خدا



درس تحلیل و طراحی الگوریتم ها

تمرین اول

دانشکده مهندسی کامپیوتر

دانشگاه علم و صنعت ایران

استاد مرضیه ملکی مجد

نیم سال دوم ۱۴۰۲-۱۴۰۱

مهلت ارسال :

۱۴۰۱/۱۲/۰۴

مبحث:

برنامه نویسی پویا

مسئول تمارین :

آریا شهبوار

فهرست

۳	<input type="checkbox"/> آداب نامه تمرینات
۴	<input type="checkbox"/> نکات تمرین سری اول
۵	<input type="checkbox"/> تمرین ۱ . سوال تئوری
۶	<input type="checkbox"/> تمرین ۲ . فیبوناچی
۷	<input type="checkbox"/> تمرین ۳ . محاسبه ی طول بزرگترین دنباله ی مشترک
۹	<input type="checkbox"/> تمرین ۴ . محاسبه طول بزرگترین دنباله صعودی
۱۱	<input type="checkbox"/> تمرین ۵ . string mixer
۱۳	<input type="checkbox"/> تمرین ۶ . number maker
۱۴	<input type="checkbox"/> تمرین ۷ . علی گرسنه است
۱۶	<input type="checkbox"/> تمرین ۸ . رشته ی فانتزی

آداب نامه تمرینات

- پاسخ تمامی سوالات تنها به زبان های C# و C++ قابل قبول می باشد
- علیرغم اعتماد کامل تیم تی ای به شما دانشجویان عزیز ، تمامی کد های شما با سایر دانشجویان بصورت خودکار و توسط برنامه مقایسه خواهند شد . همچنین در طول ترم ، از تمامی پاسخ های شما ارائه گرفته خواهد شد و نحوه کار تمامی بخش های هر سوال از شما پرسیده خواهد شد ، لذا از کپی نمودن کد دوستانتان خودداری کنید و تمامی پاسخ ها ، کد خودتان باشد . همچنین از آنجایی که مشورت و هم فکری با سایر دوستان بسیار کار پسندیده و مفیدی است - برخلاف کپی کردن کد :- در صورت هم فکری با دانشجوی (دانشجویان) ، نام وی را بصورت کامنت شده در ابتدای کد خود بنویسید .
- برای ارسال تمرین در طول ترم ، در مجموع ۱۰ روز می توانید تاخیر داشته باشید و در صورتی که جمع تاخیر دانشجویی بیشتر از ۱۰ روز شود ، تمرین وی قابل قبول نخواهد بود لذا تلاش کنید تمرینات را در زمان مقرر در سامانه آپلود کنید
- برای هر تمرین در زمان ددلاین دانشجو باید درخواست خود را مبنی بر ارسال با تاخیر به تی ای ها اعلام نماید
- در تمامی تمرینات سعی شده است که سوالات ساده تر در ابتدا و سوالات دشوار تر در انتهای فایل قرار گیرند (از ساده به دشوار مرتب شده اند)
- در صورت وجود هرگونه سوال در مورد تمرینات ، سعی کنید تا جایی که امکان دارد سوال خود را در گروه بپرسید چرا که شاید سوال شما ، سوال دوستانان نیز باشد و دوستانان نیز بتوانند از پاسخ سوال شما بهره ببرند .

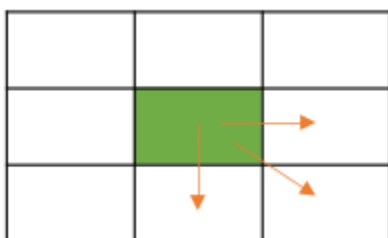
نکات تمرین سری اول

- سوالات را در سامانه کوئرا و در قسمت تمرین سری اول آپلود نمایید .
- با توجه به مبحث تمرین سری اول استفاده از هرگونه روشی بجز برنامه نویسی پویا مجاز نیست.
- از آنجایی که هر سوال توسط یک تی ای طرح شده است ، تنها تی ای طراح آن سوال می تواند شما را بصورت دقیق راهنمایی کند به همین منظور طراح هر سوال در زیر نوشته شده است تا در صورت ابهام و پرسش در مورد هر سوال ، در صورتی که نیاز به پرسش سوال بصورت انفرادی در پیوی هست ، به تی ای مربوطه مراجعه بفرمایید

- سوال ۱ . خانم جعفری
- سوال ۲ . خانم جعفری
- سوال ۳ . آقای کمیجانی
- سوال ۴ . آقای کمیجانی
- سوال ۵ . آقای ابراهیمی
- سوال ۶ . آقای ابراهیمی
- سوال ۷ . خانم شاهرخیان
- سوال ۸ . خانم شاهرخیان

تمرین ۱ . سوال تئوری

لاک پشتی می خواهد از خانه ی آبی به خانه ی قرمز برود او در هر حرکت می تواند به خانه ی راست یا خانه ی پایین یا خانه ی راست و پایین برود (او از خانه ی (i,j) می تواند به خانه ی $(i,j+1)$ یا $(i+1,j)$ یا $(i+1,j+1)$ برود). هزینه ی رفتن به هر خانه در آن نوشته شده است با استفاده از DP به او کمک کنید کم هزینه ترین مسیر را پیدا کند . پیچیدگی زمانی و حافظه الگوریتم خود را بدست آورده و نحوه محاسبه آنها را توضیح دهید.



مسیر حرکت لاک پشت

1	3	3	5	4
5	7	4	4	3
2	3	2	6	2
8	5	6	4	1
3	1	2	5	3

تمرین ۲ . فیبوناچی

دنباله فیبوناچی دنباله‌ای معروف است که به صورت زیر تعریف می‌شود.

$$\text{Fibonacci}(0)=0$$

$$\text{Fibonacci}(1)=1$$

$$\text{Fibonacci}(n)=\text{Fibonacci}(n-1)+\text{Fibonacci}(n-2)$$

حال، برنامه‌ای بنویسید که با ورودی گرفتن یک عدد طبیعی n ، باقی مانده ی $\text{Fibonacci}(n)$ بر عدد 10^9+7 را چاپ کند .

توجه: توجه داشته باشید که این سوال با استفاده از DP حل می شود و با استفاده از روش recursive و سایر روش ها در بدست آوردن خروجی در زمان مشخص شده به مشکل خواهید خورد.

ورودی :

ورودی تنها شامل یک خط است که در آن یک عدد طبیعی n آمده است.

خروجی :

باقی مانده ی $\text{Fibonacci}(n)$ بر عدد 10^9+7 را چاپ کند .

Example 1 :

Input :

10

Output :

55

تمرین ۳ . محاسبه ی طول بزرگترین دنباله ی مشترک

در این سوال، به شما دو آرایه از اعداد $A = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$ و $B = (b_1, b_2, b_3, \dots, b_m)$ داده می شود. به دنبال یافتن بزرگترین دنباله مشترک بین این دو آرایه هستیم.

به طور کلی به دنباله بزرگترین عدد صحیح و نامنفی p هستیم که در شرایط زیر صدق کند:

$$1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_p \leq n, 1 \leq j_1 < j_2 < \dots < j_p \leq m$$

به طوری که :

$$a_{i_1} = b_{j_1}, \dots, a_{i_p} = b_{j_p}$$

نکته: منظور از دنباله، زیرمجموعه ای از اعداد که به همان ترتیب نسبی ظاهر میشوند ولی لزوماً متوالی نیستند.

ورودی:

در خط اول، اعضای آرایه اول (a_i) و در خط دوم، اعضای آرایه دوم (b_i)

$$1 \leq n, m \leq 5000$$

$$-10^9 < a_i, b_i < 10^9$$

خروجی:

طول بزرگترین دنباله مشترک یا p

Example 1 :

Input :

2 7 5

2 5

Output :

2

دلیل :

در دو آرایه داده شده دنباله (2,5) مشترک است که طول آن برابر 2 می باشد.

توجه ۱: ممکن است در دنباله هایی که به عنوان ورودی می گیرید؛ چند دنباله مشترک باشد، با توجه به خواسته مسئله باید طول بزرگترین دنباله را بیابید.

توجه ۲: الگوریتم شما باید در دسته الگوریتم های برنامه نویسی پویا باشد.

تمرین ۴ . محاسبه طول بزرگترین دنباله صعودی

در این سوال، آرایه ای از اعداد $A = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_n)$ داده میشود و به دنبال یافتن طول بزرگترین دنباله از این آرایه هستیم به طوری که اعداد یافت شده در این دنباله به صورت صعودی باشند.

نکته: منظور از دنباله، زیرمجموعه ای از اعداد که به همان ترتیب نسبی ظاهر میشوند ولی لزوماً متوالی نیستند.

ورودی:

در خط اول عدد n داده می شود که طول آرایه را مشخص میکند.

در خط دوم، اعضای آرایه (a_i) را به عنوان ورودی دریافت خواهید کرد.

$$1 \leq n \leq 10^4$$

$$1 \leq a_i \leq 10^3$$

خروجی:

طول بزرگترین دنباله صعودی

Example 1 :

Input :

5

3 10 2 1 20

Output :

3

دلیل :

دنباله مطلوب مسئله : $(3, 10, 20)$ می باشد.

Example 2 :

Input :

6

2 4 3 7 4 5

Output :

4

دلیل :

دنباله خروجی و مطلوب : (2,3,4,5) می باشد.

توجه ۱: الگوریتم شما باید در دسته الگوریتم های برنامه نویسی پویا باشد.

تمرین ۵ . string mixer

3 عبارت با نام‌های $s1, s2, s3$ داده شده است. می‌خواهیم بررسی کنیم که آیا با در هم آمیختن $s1$ و $s2$ میتوان، میتوان $s3$ را تشکیل داد یا خیر. باید به موارد زیر توجه شود:

- 1- مجموع طول $s1$ و $s2$ باید برابر $s3$ شود.
- 2- ترتیب حروف $s1$ و $s2$ در $s3$ نباید تغییر کند و فقط میتواند در بین هم آورده شوند. به طور مثال اگر $s1$ برابر ab باشد b نمیتواند قبل از a در $s3$ استفاده شود.

ورودی:

در خط اول $s1$ ، در خط دوم $s2$ و در خط سوم $s3$ ورودی داده می شود که:

$$0 \leq s1.length, s2.length \leq 10^4$$

$$0 \leq s3.length \leq 2 * 10^4$$

خروجی:

در صورتی که از در هم آمیختن $s1$ و $s2$ بتوان $s3$ را ساخت True و در غیر این صورت False پرینت شود.

Example 1 :

Input :

aabcc

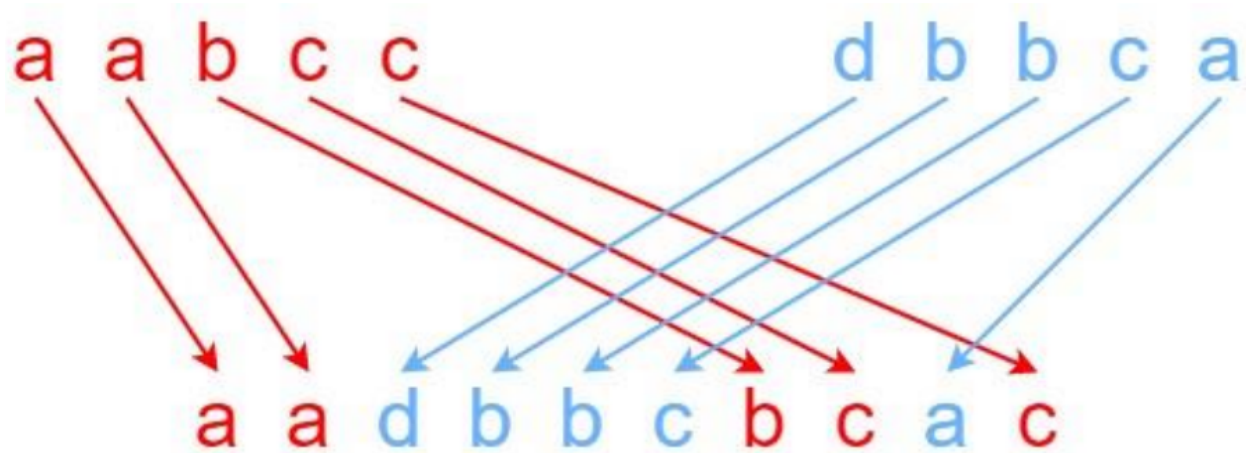
dbbca

aadbcbcbac

Output :

True

دلیل :



تمرین ۶ . number maker

یک آرایه از اعداد مثبت و یک عدد target داده شده است. می خواهیم با استفاده از اعداد موجود در آرایه ، تمام ترکیبات منحصر به فردی که با استفاده از این اعداد ساخته می شوند و حاصل جمعشان برابر target است را بدست آوریم.

اعداد موجود در آرایه منحصر به فرد هستند و می توان به تعداد نامحدود بار از هر کدام در جهت رسیدن به مقدار target استفاده کرد. همچنین جایگشت این اعداد ، ترکیب جدید می سازند.

ورودی:

در خط اول تعداد اعضای آرایه، در خط دوم اعضای آرایه و در خط سوم target ورودی داده می شود.

$$1 \leq \text{arr.length} \leq 10^5$$

خروجی:

در خروجی کد تمام ترکیبات منحصر به فرد از اعداد موجود در آرایه که حاصل جمعشان برابر target است چاپ می شود. در صورتی که نتوان target را با استفاده از اعضای آرایه بدست آورد ، عبارت Empty چاپ میشود.

Example 1 :

Input :

4

2 4 6 8

8

Output :

8

تمرین ۷. علی گرسنه است

علی امروز حین جمع آوری سنگهای زیبا برای کالکشن خود انرژی زیادی صرف کرده و خیلی گرسنه است ولی هنوز راه زیادی به خانه مانده است. او برای رسیدن به خانه دو مسیر پیش روی خود دارد. در هر یک از این دو مسیر n تا از دوستان علی سکونت دارند که علی می تواند در خانه آنها غذا بخورد. همچنین علی می تواند در بین راه از یک مسیر به مسیر دیگری بپرد ولی این کار به اندازه p واحد غذا از علی انرژی کم میکند. از آنجا که علی برای رسیدن به خانه عجله دارد هیچوقت به عقب باز نمی گردد. شما باید به علی کمک کنید که بیشترین غذا را در راه خانه بخورد و کمترین انرژی را مصرف کند.

تعداد واحد غذا در خانه هر یک از دوستان علی به صورت دو آرایه به طول n (هر آرایه برای یکی از مسیرها) از اعداد طبیعی داده می شود. علی می تواند در هر خانه از آرایه ها به خانه جلویی حرکت کند یا مسیرش را عوض کند و به خانه ی جلویی در آرایه دیگر برود.

ورودی:

در خط اول عدد n و p داده می شود.

در خط دوم و سوم، دو آرایه به طول n (هر آرایه برای یکی از مسیرها) داده میشود.

خروجی:

بیشترین غذایی که علی میتواند بخورد.

Example 1 :

Input :

6 2

1 2 3 4 7 1

4 5 1 4 1 7

Output :

26

دلیل :

$4 \rightarrow 5 \rightarrow (3 - 2) \rightarrow 4 \rightarrow 7 \rightarrow (7 - 2)$

Example 2 :

Input :

6 8

31 47 14 9 47 0

14 49 11 23 10 20

Output :

160

دلیل :

$31 \rightarrow 47 \rightarrow 14 \rightarrow 9 \rightarrow 47 \rightarrow (20 - 8)$

تمرین ۸ . رشته ی فانتزی

رئیس سارا از او خواسته متنی را ادیت بزند. طبق دستور رئیس تک تک کلمات (هر رشته متنی که اسپیس در آن نباشد) باید فانتزی باشد. هر رشته را فانتزی می گویند که ابتدا به تعداد صفر یا بیشتر حروف بزرگ و سپس به تعداد صفر یا بیشتر حروف کوچک باشد. برای اینکه کلمه فانتزی شود، سارا می تواند در هر مرحله یک حرف را بدون تغییر مکان به حالت دیگر آن بنویسد به این معنا که یک حرف کوچک را به بزرگ یا یک حرف بزرگ را به کوچک تبدیل کند.

سارا به این سوال علاقه مند شد: کمترین تعداد مراحل که میتوان یک رشته را فانتزی کرد چقدر است؟ به سارا کمک کنید جواب سوال خود را بیابد.

توجه: برای این سوال چرایی درستی راه حل را بیان و پیچیدگی زمانی و حافظه الگوریتم خود را بدست آورید.

Example 1 :

Input :

PRuvetSTAaYA

Output :

5

دلیل :

برای حداقل تعداد تغییر باید رشته به صورت PRuvetstaaya در بیاید.

Example 2 :

Input :

OYPROSTIYAOPECHATALSYAPRIVETSTASYA

Output :

0

دلیل :

کلمه به خودی خود فانتزی است و نیازی به تغییر ندارد.

Example 3 :

Input :

helloworld

Output :

0

دلیل :

کلمه به خودی خود فانتزی است و نیازی به تغییر ندارد.

موفق باشید :