

به نام خدا



درس تحلیل و طراحی الگوریتم ها

تمرین هفتم

دانشکده مهندسی کامپیوتر

دانشگاه علم و صنعت ایران

استاد مرضیه ملکی مجد

نیم سال دوم ۱۴۰۱-۱۴۰۲

مهلت ارسال : ۱۴۰۱/۲/۲۹

مبحث :

کوتاه ترین مسیر

مسئول تمارین :

آریا شهنسوار

فهرست

۳	□ آداب نامه تمرینات
۴	□ نکات تمرین سری هفتم
۵	□ تمرین ۱. فرزند فیزیکدان
۸	□ تمرین ۲. رئیس قابل دسترسی
۱۳	□ تمرین ۳. الوپیک
۱۴	□ تمرین ۴. کشور گشایی

آداب نامه تمرینات

- پاسخ تمامی سوالات تنها به زبان های C# و C++ قابل قبول می باشد
- علیرغم اعتماد کامل تیم تی ای به شما دانشجویان عزیز ، تمامی کد های شما با سایر دانشجویان بصورت خودکار و توسط برنامه مقایسه خواهند شد . همچنین در طول ترم ، از تمامی پاسخ های شما ارائه گرفته خواهد شد و نحوه کار تمامی بخش های هر سوال از شما پرسیده خواهد شد ، لذا از کپی نمودن کد دوستانتان خودداری کنید و تمامی پاسخ ها ، کد خودتان باشد . همچنین از آنجایی که مشورت و هم فکری با سایر دوستان بسیار کار پسندیده و مفیدی است - برخلاف کپی کردن کد (:-) در صورت هم فکری با دانشجوی (دانشجویان) ، نام وی را بصورت کامنت شده در ابتدای کد خود بنویسید .
- برای ارسال تمرین در طول ترم ، در مجموع ۲۰ روز می توانید تاخیر داشته باشید و در صورتی که جمع تاخیر دانشجویی بیشتر از ۲۰ روز شود ، تمرین وی قابل قبول نخواهد بود لذا تلاش کنید تمرینات را در زمان مقرر در سامانه آپلود کنید
- در تمامی تمرینات سعی شده است که سوالات ساده تر در ابتدا و سوالات دشوار تر در انتهای فایل قرار گیرند (از ساده به دشوار مرتب شده اند)
- در صورت وجود هرگونه سوال در مورد تمرینات ، سعی کنید تا جایی که امکان دارد سوال خود را در گروه بپرسید چرا که شاید سوال شما ، سوال دوستان نیز باشد و دوستانتان نیز بتوانند از پاسخ سوال شما بهره ببرند .

نکات تمرین سری هفتم

- سوالات را در سامانه کوئرا و در قسمت تمرین سری هفتم آپلود نمایید .
 - با توجه به مبحث تمرین سری هفتم استفاده از هرگونه روشی بجز الگوریتم های کوتاه ترین مسیر مجاز نیست.
 - از آنجایی که هر سوال توسط یک تی ای طرح شده است ، تنها تی ای طراح آن سوال می تواند شما را بصورت دقیق راهنمایی کند به همین منظور طراح هر سوال در زیر نوشته شده است تا در صورت ابهام و پرسش در مورد هر سوال ، در صورتی که نیاز به پرسش سوال بصورت انفرادی در پیوی هست ، به تی ای مربوطه مراجعه بفرمایید
- سوال ۱ . آقای ثابت نژاد
 - سوال ۲ . آقای انصاری
 - سوال ۳ . آقای ابراهیمی
 - سوال ۴ . آقای اعلا

تمرین ۱. فرزند فیزیکدان

کیومرث فیزیکدان در ناسا است. او هفته گذشته نتوانست به خاطر مشغله کاری در تولد دختر کوچکش حاضر شود. مشخصاً هیچ چیز مهم‌تر از حضور در تولد دردانه‌اش در دنیا وجود ندارد. او کنجکاو شد تا از طریق کرم‌چاله‌ها یک مسیری را پیدا کند که بتواند در زمان به عقب برگردد تا دل دخترش را دوباره به دست آورد. البته در مرحله اول صرفاً باید یک مسیر ممکن برای این اتفاق پیدا کند چرا که سفینه‌ای برای عبور از کرم‌چاله‌ها ندارد. کرم‌چاله‌ها از 0 تا n فهرست شده‌اند. شما باید به او کمک کنید مسیر متناسب را به دست بیاورد.

سفر داخل کرم‌چاله w_i ساعت، عقربه ساعت کیومرث را جابه‌جا می‌کند. همچنین در کرم‌چاله‌ها از نظر مکانی فرد را از مکان u_i به مکان v_i منتقل می‌کند.

ورودی :

در خط اول n و m وارد می‌شود که تعداد کرم‌چاله‌ها و تعداد تونل‌های بین آنها هستند.

$$0 \leq n \leq 100$$

$$1 \leq m \leq 104$$

در m خط بعدی، سه عدد به ترتیب u, v و w به عنوان مشخصات یک کرم‌چاله آمده است. به ترتیب مبدأ کرم‌چاله، مقصد آن و زمان جابه‌جایی روی ساعت را مشخص کرده‌اند.

$$0 \leq u_i, v_i \leq n$$

$$-100 \leq w_i \leq 100$$

خروجی :

شما باید توالی حلقه کرم‌چاله‌هایی که می‌توانند زمان را به عقب برگردانند از کوچک‌ترین i در u_i ها شروع کرده و چاپ کنید.

در صورت عدم وجود حلقه ای با قابلیت بازگشت در زمان، “1-” چاپ کنید. تضمین می‌شود در کلهکشان حداکثر یک حلقه باشد که زمان را به عقب برمیگرداند.

Example 1 :

Input :

5 5

0 1 2

1 2 3

2 3 4

3 4 5

4 1 -13

Output :

1 2 3 4 1

Example 2 :

Input :

5 5

0 1 2

1 2 3

2 3 4

3 4 5

4 1 1

Output :

-1

تمرین ۲. رئوس قابل دسترسی :

در ورودی به شما یک گراف بدون جهت (گراف اصلی) با n رأس داده می شود که رئوس آن از 0 تا $n - 1$ شماره گذاری شده اند.

شما باید هر یال را به زنجیری از رأس ها تقسیم کنید، به گونه ای که تعداد رأس های جدید بین هر یال متفاوت باشد.

به ازای هر یال به شما یک عدد C داده می شود که مقدار آن برابر تعداد کل گره های جدیدی است که شما آن یال را به آن تقسیم خواهید کرد. لازم به ذکر است که $C = 0$ به معنای آن است که شما آن یال را تقسیم نمی کنید.

به طور مثال اگر یال مورد نظر شما به شکل $[u_i, v_i]$ باشد آن ها با $(C + 1)$ یال جدید و C رأس جدید جایگزین می کنید. رأس های جدید شامل :

$$X_1, X_2, \dots, X_C$$

یال های جدید شامل :

$$[U_i, X_1], [X_1, X_2], [X_2, X_3], \dots, [X_{C-1}, X_C], [X_C, V_i]$$

در این گراف جدید، شما می خواهید بدانید چند رأس قابل دسترسی از رأس 0 هستند، یک رأس زمانی قابل دسترسی است که فاصله آن حداکثر برابر با maxMoves یا کمتر باشد.

$$1 \leq n \leq 3000$$

$$1 \leq C \leq 10^4$$

$$0 \leq \text{maxMoves} \leq 10^9$$

$$0 \leq m \leq \min(n * (n - 1) / 2, 10^4)$$

ورودی :

در اولین خط ورودی به شما n و m به ترتیب تعداد رأس و یال های گراف داده میشود. در m خط بعدی در هر خط سه مقدار s و d و C به شما داده میشود که نشان میدهد یک یال از رأس s به رأس d وجود دارد و C تعداد کل گره های جدیدی است که شما آن یال را به آن تقسیم خواهید کرد. در آخرین خط ورودی مقدار maxMoves به شما داده میشود.

خروجی :

در تنها خط خروجی تعداد رأس های قابل دسترسی از رأس 0 را در گراف جدید برگردانید.

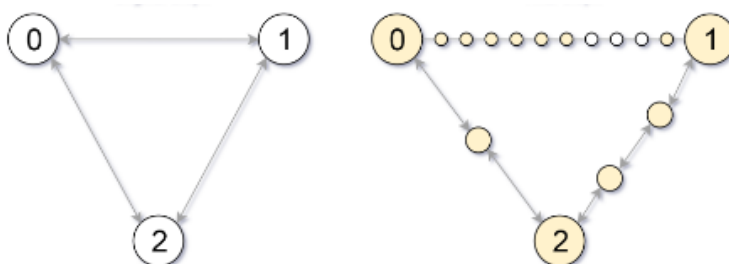
Example 1 :**Input :**

```
3 3
0 1 10
0 2 1
1 2 2
6
```

Output :

```
13
```

دلیل :



Example 2 :

Input :

5 5

1 2 4

1 4 5

1 3 1

2 3 4

3 4 5

17

Output :

1

تمرین ۳ . الوپیک

علی در تیم الو پیک کار می کند، هر روز به او n بسته می دهند و او باید آن ها را به دست مشتری برساند.

اطلاعاتی که به علی می دهند u_i, v_i, w_i است که u_i نقطه ای است که بسته را دریافت می کند و v_i محلی است که بسته را باید تحویل دهد و w_i زمانی است که علی دارد تا بسته را به دست مشتری برساند.

$$1 \leq k \leq n \leq 3000$$

$$1 \leq m \leq 6000$$

$$1 \leq u_i, v_i \leq n$$

$$u_i \neq v_i$$

$$0 \leq w_i \leq 100$$

ورودی :

در خط اول به ترتیب n و m و k داده می شود که n تعداد مختصات است که به شما داده می شود و m تعداد مسیر ها هستند و k محل دریافت بسته است.

خروجی :

کم ترین زمان ممکن برای تحویل تمام راس ها را خروجی دهید اگر امکان پذیر نبود -1 خروجی دهید.

Example 1 :

Input :

2 3 4

1 1 2

1 3 2

1 4 3

Output :

2

Example 2 :

Input :

2 1 2

1 2 1

Output :

-1

تمرین ۴. کشور گشایی

در گذشته ای نه چندان دور n کشور داشتیم که یکی از آن ها پشمک بود و به رهبری سایین به دنبال فتح جهان بودند.

برای راحتی، کشورها و روابط بین آن ها را به شکل گرافی n راسی و m یالی نشان می دهیم که راس ها نشان دهنده کشورها و یال ها نشان دهنده همسایگی دو طرفه بین کشورها است.

در ابتدا کشور i ام قدرت a_i را دارد و یکی از آن ها پشمک است. سایین در جهت کشورگشایی هر بار می تواند یک کشور جدید که حداقل یکی از همسایه هایش فتح شده را انتخاب کند، و اگر قدرت پشمک بیشتر اکید از آن بود، آن کشور را فتح کند. پس از فتح یک کشور، به اندازه ی قدرت آن کشور، به قدرت پشمک اضافه می شود.

سوالی که آن زمان فکر سیاستمداران را به خود درگیر کرده بود، این بود که آیا سایین می تواند موفق شود همه ی کشورها را فتح کند یا خیر؟ و اگر نمی تواند، حداقل چه مقدار باید قدرت پشمک افزایش یابد تا بتواند به این هدف برسد؟ اما از آن جایی که سایین مخفی است و مکان اولیه پشمک را نمی دانیم، شما باید به ازای هر کشور، این مقدار را محاسبه کنید.

ورودی :

در سطر اول ورودی، دو عدد n و m به ترتیب نشان دهنده تعداد کشورها و تعداد روابط همسایگی بین کشورها می آیند.

در سطر دوم ورودی، اعداد که قدرت کشورها را نشان می دهند، می آیند.

در هر کدام از m سطر بعدی، دو عدد u و v می آیند که نشان دهنده یالی بین راس u و راس v است.

تضمین می شود گراف داده شده همبند باشد.

$$1 \leq n \leq 1933$$

$$n - 1 \leq m \leq 1945$$

$$1 \leq a_i \leq 10^9$$

$$1 \leq u, v \leq n$$

$$u \neq v$$

خروجی :

در تنها سطر خروجی، باید n عدد با فاصله از هم چاپ کنید که عدد i ام حداقل مقداری است که باید به کشور i ام اضافه کنیم تا در صورتی که پشیمک این کشور باشد، بتواند همه ی کشورها را فتح کند. (ممکن است این مقدار 0 باشد)

Example 1:

Input :

3 2

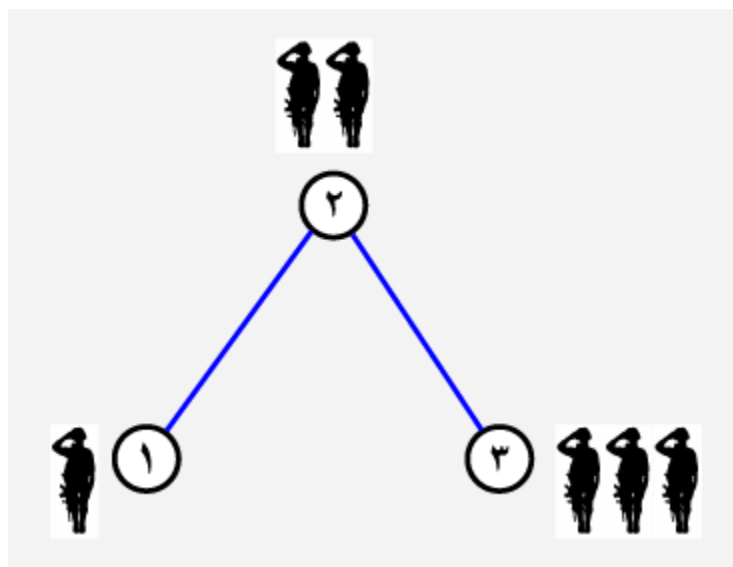
1 2 3

1 2

2 3

Output :

2 1 0



اگر مکان اولیه پشمک :

- کشور ۱ باشد و با قدرت 3 شروع به کار کند، ابتدا می تواند کشور ۲ را فتح کند تا قدرتش 5 شود. سپس می تواند کشور ۳ را فتح کند و به هدفش برسد. بنابراین باید حداقل 2 واحد به قدرتش اضافه کند.

- کشور ۲ باشد و با قدرت 3 شروع به کار کند، ابتدا می تواند کشور ۱ را فتح کند تا قدرتش 4 شود. سپس می تواند کشور ۳ را فتح کند و به هدفش برسد. بنابراین باید حداقل 1 واحد به قدرتش اضافه کند.

- کشور ۳ باشد و با قدرت 3 شروع به کار کند، ابتدا می تواند کشور ۲ را فتح کند تا قدرتش 5 شود. سپس می تواند کشور ۱ را فتح کند و به هدفش برسد.

می توان نشان داد اگر با قدرتی کمتر از این مقدار شروع کند، نمی تواند به هدفش برسد.

Example 2:

Input :

7 10

16 1 32 256 4 128 64

2 6

6 7

1 2

3 7

5 4

7 5

6 2

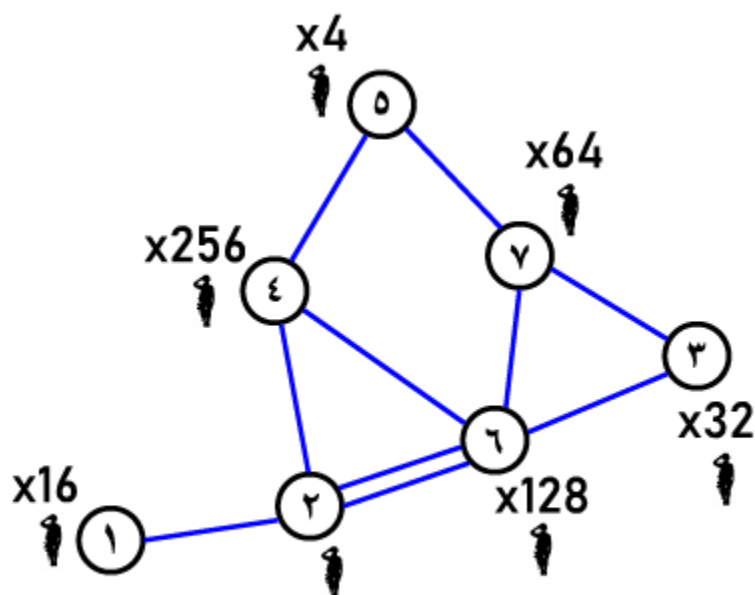
4 2

4 6

6 3

Output :

112 112 33 0 61 12 29



اگر مکان اولیه پشمک:

- کشور ۱ باشد و با قدرت 128 شروع به کار کند، ابتدا می تواند کشور ۲ را فتح کند تا قدرتش 129 شود. سپس می تواند کشور ۶ را فتح کند تا قدرتش 257 شود. اکنون می تواند به ترتیب کشورهای ۳، ۴، ۵ و ۷ را فتح کند و به هدفش برسد. بنابراین باید حداقل 112 واحد به قدرتش اضافه کند.
- کشور ۲ باشد و با قدرت 128 شروع به کار کند، ابتدا می تواند کشور ۱ را فتح کند تا قدرتش 129 شود. سپس همان روال کشور ۱ را می توان ادامه داد.
- کشور ۳ باشد و با قدرت 65 شروع به کار کند، ابتدا می تواند کشور ۷ را فتح کند تا قدرتش 129 شود. اکنون می تواند به ترتیب کشور ۶، ۵، ۴، ۲ و ۱ را فتح کند و به هدفش برسد.

- کشور ۴ باشد و با قدرت 256 شروع به کار کند، می تواند به ترتیب کشورهای ۲، ۱، ۵، ۶، ۳ و ۷ را فتح کند و به هدفش برسد.
- کشور ۵ باشد و با قدرت 65 شروع به کار کند، ابتدا می تواند کشور ۷ را فتح کند تا قدرتش 129 شود. سپس می تواند کشور ۶ را فتح کند تا قدرتش 257 شود. سپس می تواند به ترتیب کشورهای ۴، ۳، ۲ و ۱ را فتح کند و به هدفش برسد.
- کشور ۶ باشد و با قدرت 140 شروع به کار کند، ابتدا می تواند به ترتیب کشورهای ۲، ۳، ۷، ۵ و ۱ را فتح کند تا قدرتش \$257\$ شود. در نهایت می تواند کشورهای ۴ را فتح کند و به هدفش برسد.

- کشور ۷ باشد و با قدرت 93 شروع به کار کند، ابتدا می تواند کشور ۵ را فتح کند تا قدرتش 97 شود. سپس می تواند کشور ۳ را فتح کند تا قدرتش 129 شود. سپس می تواند کشور ۶ را فتح کند تا قدرتش 257 شود. در نهایت می تواند به ترتیب کشورهای ۴، ۲ و ۱ را به هدفش برسد.

می توان نشان داد اگر با قدرتی کمتر از این مقدار شروع کند، نمی تواند به هدفش برسد.

موفق باشید :