

به نام خدا



درس تحلیل و طراحی الگوریتم ها

تمرین سوم

دانشکده مهندسی کامپیوتر

دانشگاه علم و صنعت ایران

استاد مرضیه ملکی مجد

نیم سال دوم ۱۴۰۱-۱۴۰۲

مهلت ارسال :

۱۴۰۱ / ۱۲ / ۲۷

مبحث :

الگوریتم های حریصانه

مسئول تمارین :

آریا شهنسوار

فهرست

۳	□ آداب نامه تمرینات
۴	□ نکات تمرین سری سوم
۵	□ تمرین ۱ . سوال تئوری
۶	□ تمرین ۲ . احتکار عمه قزی
۷	□ تمرین ۳ . جمع آوری امضا
۹	□ تمرین ۴ . سوخت ماشین
۱۲	□ تمرین ۵ . نذری
۱۴	□ تمرین ۶ . جمع ثابت (امتیازی)

آداب نامه تمرینات

- پاسخ تمامی سوالات تنها به زبان های C# و C++ قابل قبول می باشد
- علیرغم اعتماد کامل تیم تی ای به شما دانشجویان عزیز، تمامی کد های شما با سایر دانشجویان بصورت خودکار و توسط برنامه مقایسه خواهند شد . همچنین در طول ترم ، از تمامی پاسخ های شما ارائه گرفته خواهد شد و نحوه کار تمامی بخش های هر سوال از شما پرسیده خواهد شد، لذا از کپی نمودن کد دوستانتان خودداری کنید و تمامی پاسخ ها، کد خودتان باشد . همچنین از آنجایی که مشورت و هم فکری با سایر دوستان بسیار کار پسندیده و مفیدی است - برخلاف کپی کردن کد (: - در صورت هم فکری با دانشجوی دانشجویان ، نام وی را بصورت کامنت شده در ابتدای کد خود بنویسید.
- برای ارسال تمرین در طول ترم، در مجموع ۱۵ روز می توانید تاخیر داشته باشید و در صورتی که جمع تاخیر دانشجویی بیشتر از ۱۵ روز شود، تمرین وی قابل قبول نخواهد بود لذا تلاش کنید تمرینات را در زمان مقرر در سامانه آپلود کنید.
- در تمامی تمرینات سعی شده است که سوالات ساده تر در ابتدا و سوالات دشوار تر در انتهای فایل قرار گیرند (از ساده به دشوار مرتب شده اند) .
- در صورت وجود هرگونه سوال در مورد تمرینات ، سعی کنید تا جایی که امکان دارد سوال خود را در گروه بپرسید چرا که شاید سوال شما، سوال دوستان نیز باشد و دوستانتان نیز بتوانند از پاسخ سوال شما بهره ببرند.

نکات تمرین سری سوم

- سوالات را در سامانه کوئرا و در قسمت تمرین سری سوم آپلود نمایید .
 - با توجه به مبحث تمرین سری سوم استفاده از هرگونه الگوریتمی بجز الگوریتم حریصانه مجاز نیست.
 - سوال ششم تمرین امتیازی می باشد .
 - از آنجایی که هر سوال توسط یک تی ای طرح شده است ، تنها تی ای طراح آن سوال می تواند شما را بصورت دقیق راهنمایی کند به همین منظور طراح هر سوال در زیر نوشته شده است تا در صورت ابهام و پرسش در مورد هر سوال، در صورتی که نیاز به پرسش سوال بصورت انفرادی در پیوی هست ، به تی ای مربوطه مراجعه بفرمایید
- سوال ۱ . آقای ثابت نژاد
 - سوال ۲ . آقای ثابت نژاد
 - سوال ۳ . آقای شهسوار
 - سوال ۴ . آقای شهسوار
 - سوال ۵ . آقای ابراهیمی
 - سوال ۶ . خانم انارکی

تمرین ۱ . سوال تئوری

آرایه‌ای با سایز n ورودی می‌گیریم . می‌خواهیم با کمترین حرکت ممکن اعداد زوج و فرد را توسط عوض کردن جای دو همسایه از هم جدا کنیم . تعداد جابه‌جایی‌ها را بشمارید.

۱ - روش حل مسئله را ارائه دهید و پیچیدگی زمانی و حافظه‌ای آن را بیان دهید.

۲ - چرایی حریصانه بودن راه حل خود را توضیح دهید (بهینگی آن را اثبات کنید) .

ورودی :

{ 3 , 5, 2, 7, 9, 11, 12 }

خروجی :

3

توضیح :

$swap\ arr[2]\ arr[3] \Rightarrow \{3, 5, 7, 2, 9, 11, 12\}$

$swap\ arr[3]\ arr[4] \Rightarrow \{3, 5, 7, 9, 2, 11, 12\}$

$swap\ arr[4]\ arr[5] \Rightarrow \{3, 5, 7, 9, 11, 2, 12\}$

تمرین ۲. احتکار عمه قزی

عمه قزی در گفتگویی با دوستان خود در بوستان متوجه شد که خشکبار قرار است گران شود. پس زنبیل خود را برداشت و به خشکبار فروشی رفت. پسرش به کمک او آمده تا زنبیل را بعد خرید تا خانه ببرد اما نمی‌خواهد بیشتر از یک‌بار موجب زحمت پسرش شود. او باید زنبیل خود را به‌گونه‌ای با خشکبار پر کند تا بتواند با خرید به‌اندازه یک زنبیل، حداکثر میزان پول ممکن را خود صرف و از اثر تورم روی کالا جلوگیری کند.

فروشنده به او قیمت محصولات و موجودی را می‌گوید. شما باید به عمه قزی کمک کنید تا بتواند یک زنبیل را پر کند درحالی‌که بیشترین مقدار ممکن را هزینه کرده باشد.

ورودی :

در خط اول عدد W (بیشترین وزنی که زنبیل می‌تواند در خود نگه دارد) و سپس عدد n تعداد محصولات موجود در مغازه وارد خواهند شد.

در خط دوم به تعداد محصولات موجود، هزینه متناظر آنها c_i عدد صحیح نامنفی وارد می‌شود و در خط سوم نیز وزن w_i عدد صحیح نامنفی وارد می‌شود. (توجه داشته باشید که c_i هزینه کل w_i است)

$$1 \leq i \leq n$$

$$0 \leq c_i, w_i \leq 10^4$$

خروجی :

بیشترین میزان پولی که برای پرکردن زنبیل می‌توان خرج کرد به‌عنوان یک عدد اعشاری خروجی داده می‌شود.

Example 1:**Input:**

50 3

60 100 120

10 20 30

Output:

240

توضیح :

$$60 + 100 + \left(\frac{20}{30}\right)(120) = 240$$

Example 2:**Input:**

15 7

10 5 15 7 6 18 3

2 3 5 7 1 4 1

Output:

55.33

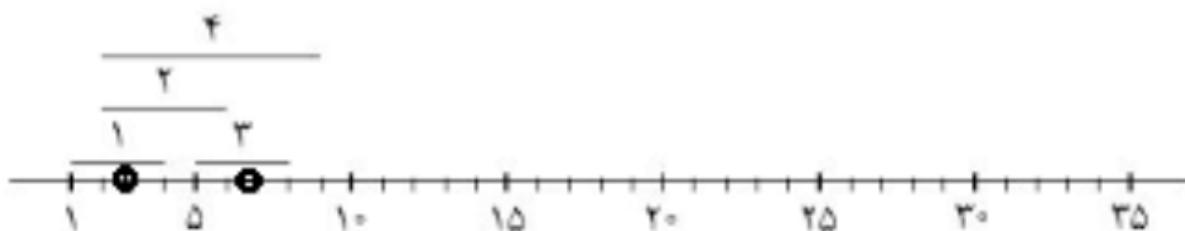
توضیح :

به نحوه انتخاب جنس و جمع شدن C_i شان در عبارت زیر و ارتباط آن با پرشدن W با استفاده از w_i ها دقت کنید.

$$6 + 10 + 18 + 3 + 15 + \frac{2}{3} \times 5 = 55.33$$

تمرین ۳ . جمع آوری امضا

شما مسئول جمع آوری امضا از همه مستاجران یک ساختمان خاص هستید . برای هر مستاجر ، شما می دانید که در چه بازه ی زمانی در خانه است . شما باید تمام امضا ها را تا جایی که ممکن است با کمترین تعداد مراجعه به ساختمان ، جمع آوری کنید . مدل ریاضی برای این مشکل به صورت شکل زیر است . شما مجموعه ای از بازه ها را در یک خط قرار داده اید و هدف شما این است که کمترین تعداد نقطه ها را بر روی خط پیدا کنید که هر بازه حداقل شامل یک نقطه باشد .



ورودی :

خط اول شامل عدد n می باشد که تعداد بازه ها را مشخص میکند (در واقع بیانگر تعداد مستاجران می باشد . در n خط بعدی ، در هر خط i به ترتیب عدد اول a_i شروع بازه و عدد دوم b_i پایان بازه می باشد .

$$1 \leq n \leq 100$$

$$0 \leq a_i \leq b_i \leq 10^9$$

$$0 \leq i \leq n - 1$$

خروجی :

در تنها خط خروجی کمترین تعداد مراجعه به ساختمان - کمترین تعداد نقطه - را چاپ کنید .

Example 1 :

Input :

3

1 3

2 5

3 6

Output :

1

با تنها یک بار مراجعه به ساختمان در $t = 3$ می‌توانیم از همه مستاجران امضا جمع آوری کنیم :

$$3 \rightarrow 1 \leq 3 \leq 3, 2 \leq 3 \leq 5, 3 \leq 3 \leq 6$$

Example 2 :

Input :

4

4 7

1 3

2 5

5 6

Output :

2

با دو بار مراجعه در زمان های $t = 3$ و $t = 6$ می‌توانیم از تمامی مستاجران امضا جمع آوری کنیم .

نکته : دقت شود که سوال تعداد مراجعه ها را خواسته است که یکتا می باشد . در صورتی که

سوال از شما زمان تمامی مراجعه ها را می‌خواست جواب مسئله می‌توانست متفاوت باشد .

بعنوان مثال در مثال دوم زمان های $t = 3$ و $t = 5$ هم می‌توانست زمان های درستی برای مراجعه باشد .

تمرین ۴ . سوخت ماشین

آریا و امیر می خواهند از شهر A به شهر B که در فاصله d کیلومتری از شهر A واقع شده است بروند . در جاده میان این دو شهر تعداد n جایگاه سوخت وجود دارد که آنها میتوانند در هر کدام از آنها بنزین بزنند و سوخت ماشین خود را تامین کنند . با هر بار بنزین زدن آنها میتوانند حداکثر به اندازه m کیلومتر حرکت کند و پس از آن بنزین ماشینشان تمام میشود . از آنجایی که قرار شده است پول بنزین این سفر را امیر بدهد ، او میخواهد کمترین میزان سوخت گیری اتفاق بیفتد .

به امیر کمک کنید تا حداقل میزان سوخت گیری از شهر A به شهر B را بیابد . به بیان دیگر

ورودی :

خط اول شامل عدد d می باشد که بیانگر فاصله دو شهر A و B از هم می باشد .

در خط دوم عدد m می آید که بیانگر حداکثر مسافتی است که ماشین با سوخت کامل میتواند طی کند .

در خط سوم عدد n می آید که تعداد جایگاه های سوخت در مسیر می باشد .

و در خط بعدی به تعداد n عدد با فاصله از هم می آیند که بیانگر موقعیت جایگاه سوخت i ام می باشد . $(1 \leq i \leq n)$.

به این صورت که در این خط اعداد $stop_1, stop_2, \dots, stop_n$ با فاصله از هم آمده اند .

$$1 \leq d \leq 10^5$$

$$1 \leq m \leq 400$$

$$1 \leq n \leq 300$$

$$0 < stop_1 < stop_2 < \dots < stop_n < d$$

خروجی :

در تنها خط خروجی حداقل میزان سوخت گیری برای رسیدن از شهر A به شهر B را بیابید . در صورتی که با توجه به m و موقعیت جایگاه های سوخت امکان رسیدن از شهر A به شهر B فراهم نبود عدد 1- در خروجی چاپ شود .

نکته : میزان سوخت ماشین در ابتدای سفر کامل می باشد

Example 1 :

Input :

950

400

4

200 375 550 750

Output :

2

توضیح :

فاصله بین دو شهر : ۹۵۰ کیلومتر

حداکثر مسافتی که ماشین با سوخت کامل میتواند طی کند : ۴۰۰ کیلومتر

با دو بار سوخت گیری در جایگاه سوخت های دوم و چهارم میتوان از شهر A به شهر B رسید .

Example 2 :

Input :

10

3

4

1 2 5 9

Output :

-1

توضیح :

با توجه به اینکه فاصله جایگاه سوخت چهارم به جایگاه قبلی (۴) بیشتر از حداکثر مسافتی است که ماشین با سوخت کامل میتواند طی کند (۳) هیچ گاه نمیتوان از شهر A به شهر B رسید.

Example 3 :

Input :

200

250

2

100 150

Output :

0

توضیح :

از آنجایی که ماشین با باک پر شروع به سفر میکند و حداکثر مسافتی که با باک پر میتواند طی کند 250 کیلومتر است , نیازی به سوخت گیری در وسط مسیر نمی باشد .

تمرین ۵. نذری

عرفان به همراه تعدادی از دوستان خود در صف گرفتن نذری هستند. از آنجایی که عرفان و دوستانش همیشه به فکر خانواده خود هستند میخواهند برای اعضای خانواده خود نذری ببرند. اما مشکل اینجاست که فرد نذری دهنده به یک نفر تنها یک بار غذا می دهد. عرفان و دوستانش میدانند که فرد نذری دهنده برای غذا دادن به یک نفر به ۱ دقیقه زمان نیاز دارد.

همچنین میدانند که، خوشبختانه، فرد نذری دهنده بعد از m دقیقه فرد نذری گیرنده را فراموش میکند پس عرفان و دوستانش تصمیم میگیرند که هر کدام پس از گذشت حداقل m دقیقه دوباره نذری بگیرند.

حال وظیفه شما این است که کمترین زمانی که این صف ادامه دارد تا عرفان و دوستانش به اندازه مورد نیازشان نذری بگیرند را بیابید.

نکته: دقت شود که ممکن است صف در بازه زمان هایی خالی باشد و کسی داخل صف نباشد.

ورودی:

در خط اول عدد m می آید که بیانگر مدت زمانی است که پس از آن فرد نذری دهنده، فرد نذری گیرنده را فراموش میکند. ($1 \leq m \leq 100$)

در خط دوم n تعداد عرفان و دوستانش بیان میشود. ($1 \leq n \leq 10000$)

در خط سوم به تعداد n عدد با فاصله از هم آیند که a_i بیانگر میزان غذای مورد نیاز نفر i ام می باشد. ($1 \leq i \leq n$) (تضمین میشود مجموع a_i ها از 10000 بیشتر نمیشود)

خروجی:

در تنها خط خروجی حداقل مدت زمانی که صف نذری ادامه خواهد داشت را چاپ کنید.

Example 1 :

Input :

2

2

3 3

Output :

8

توضیح :

خط اول مدت زمانی که پس از آن فرد نذری دهنده ، فرد نذری گیرنده را فراموش میکند وارد شده است که برابر با ۲ می باشد . همچنین خط دوم بیان میدارد که تعداد عرفان و دوستانش دو نفر هستند و در خط سوم نیز بیان شده که A عرفان ۳ غذا و B دوستش نیز ۳ غذا نیاز دارد .

$A \rightarrow B \rightarrow A \rightarrow B \rightarrow$ یک دقیقه صف خالی میماند $\rightarrow A \rightarrow B \rightarrow$ یک دقیقه صف خالی میماند $A \rightarrow B \rightarrow$

ابتدا نفر اول (عرفان) پس از گذشت ۱ دقیقه غذای خود را میگیرد و از صف خارج میشود . سپس نوبت به نفر دوم (دوستش) میرسد و ۱ دقیقه بعد نیز او غذایش را میگیرد و از صف میرود . حال عرفان A نمیتواند وارد صف شود چرا که فرد نذری دهنده پس از دو دقیقه او را فراموش میکند در حالی که تاکنون ۱ دقیقه از نذری گرفتن او گذشته است . برای همین مجبور است که یک دقیقه بعد وارد صف شود و در این مدت ۱ دقیقه صف خالی می باشد . به همین ترتیب با گذشت ۸ دقیقه عرفان و دوستش غذای مورد نیاز خود را میگیرند .

Example 2 :

Input :

2

3

2 2 2

Output :

6

تمرین ۶. جمع ثابت (امتیازی)

یک آرایه n عضوی از اعداد طبیعی به شما داده می شود که اعضای آن کوچکتر یا مساوی عدد طبیعی k هستند. (n عددی زوج می باشد)

شما میتوانید اعضای این آرایه را تعویض کنید به گونه ای که در هر بار تعویض یکی از اعضای آرایه را انتخاب کرده و آن را با عددی در بازه 1 تا k عوض میکنید.

$[1, k]$

هدف آن است که شما کمترین تعداد تعویض اعضا آرایه را پیدا کنید به طوری که به وضعیتی برسیم که برای هر i از 1 تا $\frac{n}{2}$ معادله $a_i + a_{n-i+1} = X$ درست باشد. به این معنا که جمع همه دوتایی که به فاصله یکسان از ابتدا و انتهای آرایه آمده اند عددی ثابت شود.

ورودی :

در خط اول عدد t بیان میشود که بیانگر تعداد تست کیس ها میباشد. ($1 \leq t \leq 1000$)

در خط اول هر تست کیس دو عدد n, k بیان میشوند که به ترتیب برابر با تعداد اعضای آرایه و کران بالای آرایه می باشند. ($2 \leq n \leq 200000, 1 \leq k \leq 200000$)

در خط دوم هر تست کیس a_i ها که بیانگر اعضای آرایه هستند با فاصله از یکدیگر وارد میشوند.

$$1 \leq i \leq n$$

$$1 \leq a_i \leq k$$

خروجی :

برای هر تست کیس کمترین میزان تعویض برای رسیدن به حالت مطلوب را چاپ کنید.

Example 1 :

Input :

4

4 2

1 2 1 2

4 3

1 2 2 1

8 7

6 1 1 7 6 3 4 6

6 6

5 2 6 1 3 4

Output :

0

1

4

2