

Teorema de Bayes

O Teorema de Bayes é uma fórmula matemática usada para o cálculo da probabilidade de um evento sendo que outro evento já tenha ocorrido (probabilidade condicional).

Então, para que o teorema seja possível de aplicação, preciso imaginar que um evento anterior já ocorreu e qual a probabilidade desse evento. Essa inferência bayesiana chamamos de "grau de crença".

Para calcular a probabilidade de um evento A sendo que um evento B já ocorreu, " $P(A|B)$ ", pelo Teorema de Bayes utilizamos essa fórmula matemática:

$$P(A|B) = \frac{P(B|A) \times P(A)}{P(B)}$$

Exemplos:

Um piloto de fórmula 1 tem 50% de chance de vencer a prova sob chuva. Mas, caso não chova, suas chances caem para 25%. A previsão do tempo estima que a probabilidade de que chova durante a corrida é de 30%.

Sabendo que o piloto VENCEU a corrida, qual a probabilidade de ter chovido na competição?

(Probabilidades CONDICIONAIS)

EVENTOS:

C >> Chover na corrida >> $P(C) = 0,3$ (ou seja 30%)

NC >> Não chover na corrida >> $P(NC) = 0,7$ (completou-se com o que falta. Se chover é 30%, significa que o inverso é 70)

EVENTOS MUTUAMENTE EXCLUSIVOS

$P(C) = 0,3$

$P(NC) = 0,7$

(a soma deles é 1)

V = Vencer a corrida >> $P(V) = ???$

NV = Não vencer a corrida >> $P(NV) = ???$

$P(V|C)$ >> Probabilidade do piloto vencer com chuva é 50% >> $P(V|C) = 0,5$

$P(V|NC)$ >> Probabilidade do piloto vencer sem ter chovido é 25% >> $P(V|NC) = 0,25$

O piloto venceu. (Fato). Qual a probabilidade de ter chovido na corrida?

(o enunciado deu a informação contrária: $P(V|C) = 0,5$)

$P(C|V) = ????$

$$P(C|V) = \frac{P(V|C) \times P(C)}{P(V)}$$

$$P(C|V) = \frac{0,5 \times 0,3}{P(V)}$$

Não temos $P(V)$, mas pelo Teorema da Probabilidade Total, podemos assumir que: Ele pode vencer com chuva ou vencer sem chuva.

VENCER >> COM CHUVA
VENCER >> SEM CHUVA

$$P(V) = P(V|C) \times P(C) + P(V|NC) \times P(NC)$$

$$P(V) = (0,5 \times 0,3) + (0,25 \times 0,7) = 0,15 + 0,175 = 0,325$$

Retornando o cálculo:

$$P(C|V) = \frac{0,5 \times 0,3}{0,325} = 0,46$$

Resposta: 46%