Prof. Luis Eduardo López-Montenegro, Ph.D.
Departamento de matemáticas
Universidad de Caldas

La ecuación general de una superficie cuádrica (sin rotación) es:

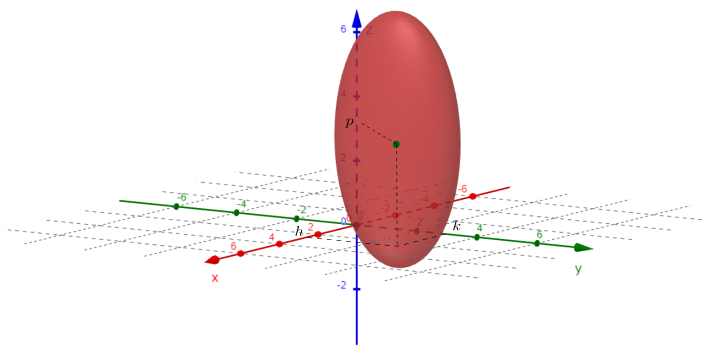
$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + Dx + Ey + Fz + G = 0.$$

Para realizar su gráfica se completa cuadrados para obtener sus ecuaciones canónicas que se presentan a continuación. Para este caso se toman las superficies en su forma vertical (paralelas al eje z), pero se puede hacer la rotación de forma que la superficie sea paralela a los otros dos ejes.

Elipsoide

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} + \frac{(z-p)^2}{c^2} = 1$$

centro: (h, k, p)



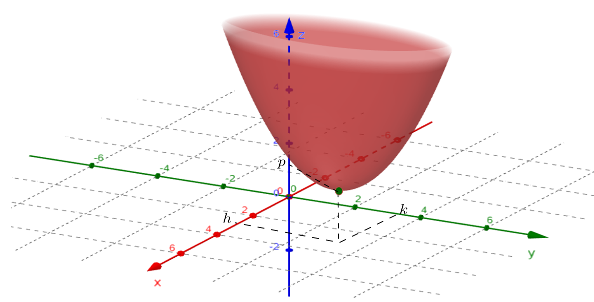
en particular,

si $a = b = c = R$, se forma la esfera: $(x-h)^2 + (y-k)^2 + (z-p)^2 = R^2$

Paraboloide Elíptico

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = \frac{z-p}{c}, \quad c > 0$$

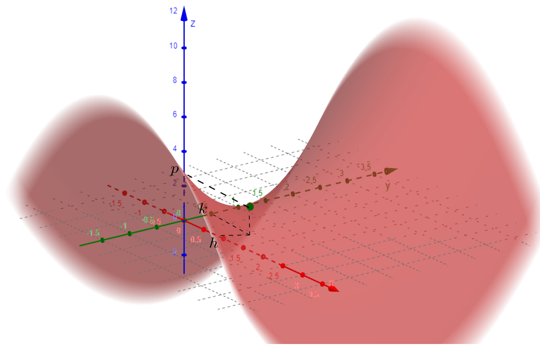
vértice: (h, k, p)



Paraboloide Hiperbólico

$$\frac{(y-k)^2}{b^2} - \frac{(x-h)^2}{a^2} = \frac{z-p}{c}\ , \qquad c > 0$$

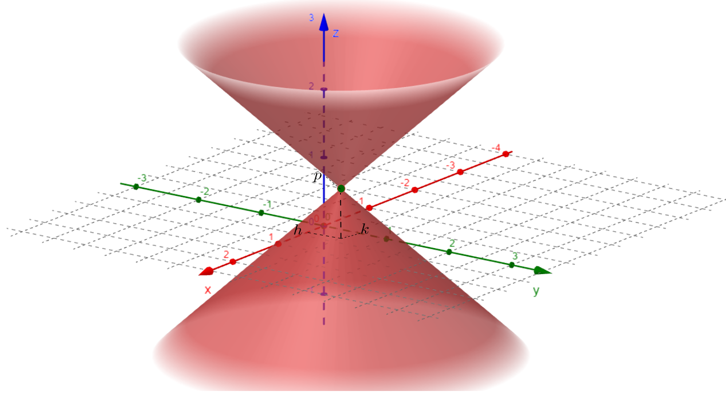
vértice: (h, k, p)



Cono Elíptico

$$\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} - \frac{(z-p)^2}{c^2} = 0$$

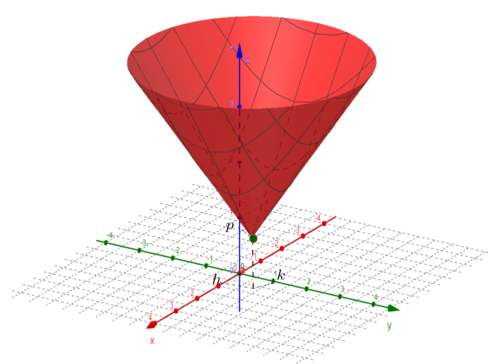
vértice: (h, k, p)



en particular,

$$\frac{z-p}{c} = \sqrt{\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2}}\ , \qquad c > 0$$

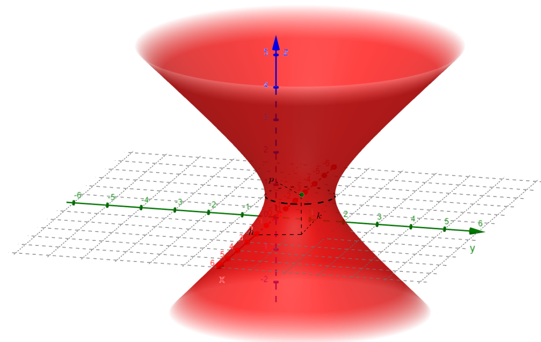
vértice: (h, k, p)



Hiperboloide (una hoja)

$$\frac{(x-h)^2}{a^2}+\frac{(y-k)^2}{b^2}-\frac{(z-p)^2}{c^2}=1$$

vértice: $(\ h,k,p)$



Hiperboloide (dos hojas)

$$\frac{(z-p)^2}{c^2}-\frac{(x-h)^2}{a^2}-\frac{(y-k)^2}{b^2}=1$$

vértice: $(\ h,k,p)$