Prof. Luis Eduardo López-Montenegro, Ph.D.
Departamento de matemáticas
Universidad de Caldas

Criterios de Convergencia*

https://lelopezm.wordpress.com

Criterio	Serie	Condición(es) de la convergencia	Condición(es) de la divergencia	Comentario
Término n-ésimo	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$		$\lim_{n\to\infty} a_n \neq 0$	Este criterio no sirve para demostrar la convergencia
Series geométricas	$\sum_{n=0}^{\infty} ar^n$	$\lvert r\rvert < 1$	$\lvert r\rvert \geq 1$	Suma: $S = \dfrac{a}{1-r}$
Series telescópicas	$\sum_{n=1}^{\infty} (b_n - b_{n+1})$	$\lim_{n\to\infty} b_n = L$		Suma: $S = b_1 - L$
Series p	$\sum_{n=1}^{\infty} \dfrac{1}{n^p}$	$p > 1$	$0 < p \leq 1$	
Series alternadas o alternantes	$\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} a_n$	$0 < a_{n+1} \leq a_n$ y $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$		Residuos: $\lvert R_N\rvert \leq a_{N+1}$
Integral (f continua, positiva y decreciente)	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$, $a_n = f(n) \geq 0$	$\int_1^{\infty} f(x)\,dx$ converge	$\int_1^{\infty} f(x)\,dx$ diverge	Residuo: $0 < R_N < \int_N^{\infty} f(x)\,dx$
Raíz	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$	$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\lvert a_n\rvert} < 1$	$\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\lvert a_n\rvert} > 1$ o $= \infty$	El criterio no es concluyente si $\lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{\lvert a_n\rvert} = 1$.
Cociente	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$	$\lim_{n\to\infty} \left\lvert \dfrac{a_{n+1}}{a_n} \right\rvert < 1$	$\lim_{n\to\infty} \left\lvert \dfrac{a_{n+1}}{a_n} \right\rvert > 1$ o $= \infty$	El criterio no es concluyente si $\lim_{n\to\infty} \left\lvert \dfrac{a_{n+1}}{a_n} \right\rvert = 1$.
Comparación directa ($a_n, b_n > 0$)	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$	$0 < a_n \leq b_n$ y $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ converge	$0 < b_n \leq a_n$ y $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ diverge	
Comparación en el límite ($a_n, b_n > 0$)	$\sum_{n=1}^{\infty} a_n$	$\lim_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n} = L > 0$ y $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ converge	$\lim_{n\to\infty} \dfrac{a_n}{b_n} = L > 0$ y $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ diverge	

*Tomado de: Larson R., et. al. (2010). Cálculo 1. Edición 9. Cengage Learning. pp. 646