

Relatório Derivada Numérica

Leandra W. Rodrigues Machado - Cartão UFRGS: 00302222
IF - UFRGS

October 14, 2021

Tarefa derivada numérica da disciplina de métodos computacionais da Física - A

1 Introdução

Para a realização da tarefa "Derivada Numérica", foram utilizadas duas equações para o cálculo da derivada da função $f(x) = x^3 \text{sen}(x)$ (derivada à direita e derivada centrada). Foi feito também uma comparação dos resultados que as diferentes equações entregavam. E em seguida, foi calculado o erro das derivadas.

2 Método

Para a realização do cálculo da derivada numérica à direita a seguinte equação foi utilizada:

$$f'(x) \approx \frac{f(x+\Delta(x)) - f(x)}{\Delta(x)}$$

E o código implementado foi o seguinte:

```
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np

deltax = np.logspace(-16, 0, 100)

def funcao(x):

    return (x**3) * np.sin(x)

def __Direita__(x):

    return (funcao(x+deltax)-funcao(x))/deltax #derivada a direita
```

Em seguida para calcular a derivada numérica centrada a equação utilizada foi a seguinte:

$$f'(x) \approx \frac{f(x+\Delta(x)) - f(x-\Delta(x))}{2\Delta(x)}$$

O código que calcula o método da derivada centrada é:

```
def __Centrada__(x):

    return (funcao(x+deltax)-funcao(x-deltax))/(2*deltax) #derivada centrada
```

Depois de ambas as equações formuladas e calculadas, foi obtido o gráfico das derivadas, com o seguinte código:

```

plt.plot(deltax, __Direita__(3), color = 'red')
plt.plot(deltax, __Centrada__(3), color = 'black')
plt.xscale('log')
plt.title('Derivada')
plt.xlabel('X')
plt.ylabel("f'(3)")
plt.show

```

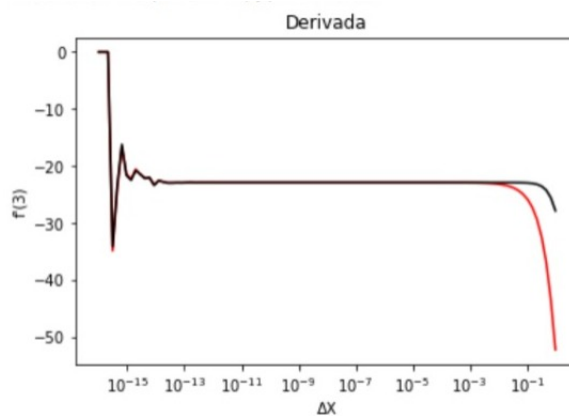


Figure 1: Gráfico derivada

E por último, foi realizado o cálculo do erro, com a expressão matemática a seguir:

$$erro = \frac{|f'an(x) - f'num(x)|}{|f'an(x)|}$$

Onde $f'an(x)$ é a derivada analítica e $f'num(x)$ é a derivada numérica da função. Calculamos a derivada analítica manualmente, e obtivemos um resultado de -22.919557, com precisão de seis casas decimais.

```

#erro derivada a direita
erro_direita = np.abs((-22.919557 - __Direita__(3))/(-22.919557))

#erro derivada centrada
erro_centrada = np.abs((-22.919557 - __Centrada__(3))/(-22.919557))

```

Também foi possível obter um histograma dos erros:

```
plt.plot(deltax, erro_centrada, color = 'blue')
plt.plot(deltax, erro_direita, color = 'orange')
plt.xscale('log')
plt.yscale('log')
plt.title('Grafico Erro')
plt.xlabel('x')
plt.ylabel('ERRO')
plt.show
```

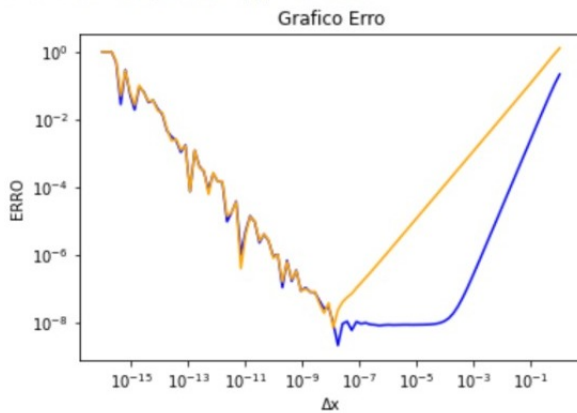


Figure 2: Gráfico Erro

3 Conclusão

Após analisar os resultados obtidos e seus respectivos gráficos, é possível perceber uma semelhança no intervalo de $\Delta(x)$ entre 10^{-14} e 10^{-2} . E logo depois, os resultados se distanciam. Isso acontece porque ignoramos os termos de ordem maior que $f''(x)$ pertencentes a fórmula da derivada à direita. Por sua vez, na derivada central, o resultado permanece semelhante com o resultado analítico até 10^{-1} e logo depois a fidelidade é encerrada, e a explicação é que também ignoramos alguns termos da série de Taylor.

Em relação aos erros, percebemos que o menor erro com o método da derivada centrada é apresentado quando $\Delta(x) = 10^{-4}$. E com o método da derivada à direita o intervalo que representa o menor erro é $\Delta(x) = 10^{-8}$. E analisando o gráfico percebemos que o método da derivada centrada apresenta uma menor taxa de erro, ao ultrapassarmos a faixa de $\Delta(x) = 10^{-8}$ o erro passa a ser consideravelmente menor à medida que $\Delta(x)$ aumenta.