TÌM KIẾM VÀ SẮP XẾP NỘI



Nội Dung

- Các giải thuật tìm kiếm nội
 - 1. Tìm kiếm tuyến tính
 - 2. Tìm kiếm nhị phân
- Các giải thuật sắp xếp nội
 - 1. Đối chỗ trực tiếp Interchange Sort
 - 2. Chọn trực tiếp Selection Sort
 - 3. Nổi bọt Bubble Sort



Nội Dung (Tt)

- 4. Chèn trực tiếp Insertion Sort
- 5. Chèn nhị phân Binary Insertion Sort
- 6. Shaker Sort
- 7. Shell Sort
- 8. Heap Sort
- 9. Quick Sort
- 10. Merge Sort
- 11. Radix Sort



Bài Toán Tìm Kiếm

- Cho danh sách có n phần tử a₀, a₁, a₂..., a_{n-1}.
- Để đơn giản trong việc trình bày giải thuật ta dùng mảng 1 chiều a để lưu danh sách các phần tử nói trên trong bộ nhớ chính.
- > Tìm phần tử có khoá bằng X trong mảng
 - Giải thuật tìm kiếm tuyến tính (tìm tuần tự)
 - Giải thuật tìm kiểm nhị phân
- Lưu ý: Trong quá trình trình bày thuật giải ta dùng ngôn ngữ lập trình C.



Tìm Kiếm Tuyến Tính

- Ý tưởng: So sánh X lần lượt với phần tử thứ 1, thứ 2,...của mảng a cho đến khi gặp được khóa cần tìm, hoặc tìm hết mảng mà không thấy.
- Các bước tiến hành
 - <u>Bước 1</u>: Khởi gán i=0;
 - Bước 2: So sánh a[i] với giá trị x cần tìm, có 2 khả năng
 - + a[i] == x tìm thấy x. Dừng;
 - + a[i] != x sang bước 3;
 - <u>Bước 3</u>: i=i+1 // Xét tiếp phần tử kế tiếp trong mảng
 Nếu i==N: Hết mảng. Dừng;

Ngược lại: Lặp lại bước 2;



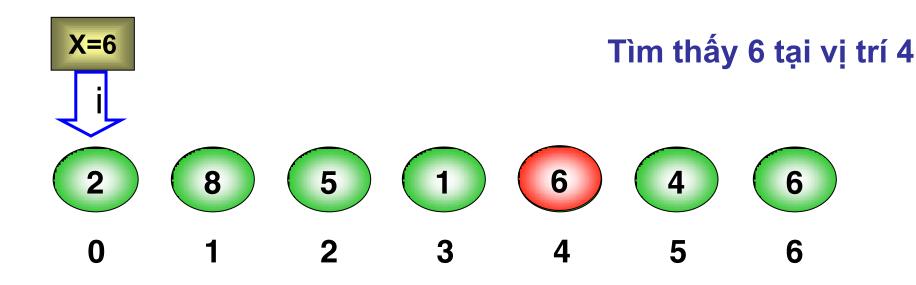
Thuật Toán Tìm Kiếm Tuyến Tính

> Hàm trả về 1 nếu tìm thấy, ngược lại trả về 0: int LinearSearch(int a[],int n, int x) int i=0; while((i < n) & (a[i]! = x)) j++: if(i==n)return 0; //Tìm không thấy x else return 1; //Tìm thấy





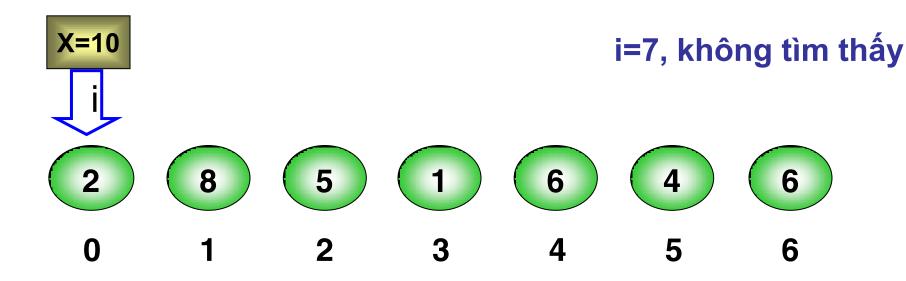
Minh Họa Thuật Toán Tìm Kiếm Tuyến Tính







Minh Họa Thuật Toán Tìm Kiếm Tuyến Tính (tt)







Đánh Giá Thuật Toán Tìm Tuyến Tính

| Trường hợp | Css |
|------------|-----------|
| Tốt nhất | 1 |
| Xấu nhất | N |
| Trung bình | (N+1) / 2 |
| | |

Độ phức tạp O(N)



Cải Tiến Thuật Toán Tìm Tuyến Tính

- Nhận xét: Số phép so sánh của thuật toán trong trường hợp xấu nhất là 2*n.
- Để giảm thiểu số phép so sánh trong vòng lặp cho thuật toán, ta thêm phần tử "lính canh" vào cuối dãy.

```
int LinearSearch(int a[],int n, int x)
           int i=0; a[n]=x; // a[n] là phần tử "lính canh"
           while(a[i]!=x)
                   i++:
           if(i==n)
                   return 0; // Tìm không thấy x
           else
                   return 1; // Tìm thấy
```



Thuật Toán Tìm Kiếm Nhị Phân

- Được áp dụng trên mảng đã có thứ tự.
- Ý tưởng: .
 - Giả xử ta xét mảng có thứ tự tăng, khi ấy ta có a_{i-1}<a_i<a_{i+1}
 - Nếu X>a_i thì X chỉ có thể xuất hiện trong đoạn [a_{i+1}, a_{n-1}]
 - Nếu X<a_i thì X chỉ có thể xuất hiện trong đoạn [a₀, a_{i-1}]
 - Ý tưởng của giải thuật là tại mỗi bước ta so sánh X với phần tử đứng giữa trong dãy tìm kiếm hiện hành, dựa vào kết quả so sánh này mà ta quyết định giới hạn dãy tìm kiếm ở nữa dưới hay nữa trên của dãy tìm kiếm hiện hành.

Các Bước Thuật Toán Tìm Kiếm Nhị Phân

- Giả sử dãy tìm kiếm hiện hành bao gồm các phần tử nằm trong a_{left}, a_{right}, các bước của giải thuật như sau:
- ➢ <u>Bước 1</u>: left=0; right=N-1;
- Bước 2:
 - mid=(left+right)/2; //chỉ số phần tử giữa dãy hiện hành
 - So sánh a[mid] với x. Có 3 khả năng
 - a[mid]= x: tìm thấy. Dừng
 - a[mid]>x: Right= mid-1;
 - a[mid]<x : Left= mid+1;
- Bước 3: Nếu Left <=Right; // còn phần tử trong dãy hiện hành
 - + Lặp lại bước 2

Ngược lại : Dừng



Cài Đặt Thuật Toán Tìm Nhị Phân

Hàm trả về giá trị 1 nếu tìm thấy, ngược lại hàm trả về giá trị 0

```
int BinarySearch(int a[],int n,int x)
   int left, right, mid; left=0; right=n-1;
    do{
                  mid=(left+right)/2;
                  if(a[mid]==x) return 1;
                          if(a[mid]<x) left=mid+1;</pre>
                  else
                          else right=mid-1;
   }while(left<=right);</pre>
    return 0;
```



Đánh Giá Thuật Toán Tìm Tuyến Tính

| Trường hợp | Css |
|------------|------------------------|
| Tốt nhất | 1 |
| Xấu nhất | log ₂ N |
| Trung bình | log ₂ N / 2 |
| | |

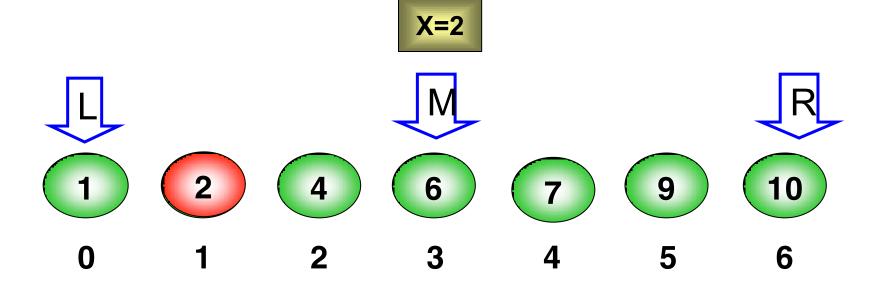
 \triangleright Độ phức tạp $O(log_2N)$





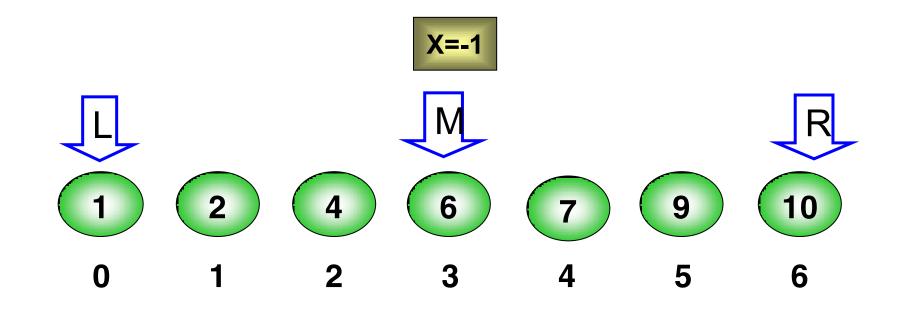
Minh Họa Thuật Toán Tìm Nhị Phân

Tìm thấy 2 tại vị trí 1





Minh Họa Thuật Toán Tìm Nhị Phân (tt)



L=0
R=-1 => không tìm thấy X=-1



Bài Toán Sắp Xếp

- \triangleright Cho danh sách có n phần tử a_0 , a_1 , a_2 ..., a_{n-1} .
- Sắp xếp là quá trình xử lý các phần tử trong danh sách để đặt chúng theo một thứ tự thỏa mãn một số tiêu chuẩn nào đó dựa trên thông tin lưu tại mỗi phần tử, như:
 - Sắp xếp danh sách lớp học tăng theo điểm trung bình.
 - Sắp xếp danh sách sinh viên tăng theo tên.
 - **.** . . .
- Để đơn giản trong việc trình bày giải thuật ta dùng mảng 1 chiều a để lưu danh sách trên trong bộ nhớ chính.

Bài Toán Sắp Xếp (tt)

- a: là dãy các phần tử dữ liệu
- > Để sắp xếp dãy a theo thứ tự (giả sử theo thứ tự tăng), ta tiến hành triệt tiêu tất cả các nghịch thế trong a.
 - Nghịch thế:
 - Cho dãy có n phần tử a₀, a₁,...,a_{n-1}
 - Nếu i<j và a_i >a_i



Đánh giá độ phức tạp của giải thuật, ta tính C_{ss}: Số lượng phép so sánh cần thực hiện C_{HV}: Số lượng phép hoán vị cần thực hiện



Các Thuật Toán Sắp Xếp

- 1. Đổi chỗ trực tiếp Interchange Sort
- 2. Chọn trực tiếp Selection Sort
- 3. Nối bọt Bubble Sort
- 4. Shaker Sort
- 5. Chèn trực tiếp Insertion Sort
- 6. Chèn nhị phân Binary Insertion Sort
- 7. Shell Sort
- 8. Heap Sort
- 9. Quick Sort
- 10. Merge Sort
- 11. Radix Sort



Các Thuật Toán Sắp Xếp

- 1. Đổi chỗ trực tiếp Interchange Sort
- 2. Chọn trực tiếp Selection Sort
- 3. Nổi bọt Bubble Sort
- 4. Shaker Sort
- 5. Chèn trực tiếp Insertion Sort
- 6. Chèn nhị phân Binary Insertion Sort
- 7. Shell Sort
- 8. Heap Sort
- 9. Quick Sort
- 10. Merge Sort
- 11. Radix Sort



Ý tưởng: Xuất phát từ đầu dãy, tìm tất các các nghịch thế chứa phần tử này, triệt tiêu chúng bằng cách đổi chỗ 2 phần tử trong cặp nghịch thế. Lặp lại xử lý trên với phần tử kế trong dãy.



Các Bước Tiến Hành

- ➤ Bước 1: i = 0; // bắt đầu từ đầu dãy
- ➢ Bước 2: j = i+1; //tìm các nghịch thế với a[i]
- Bước 3:

Trong khi j < N thực hiện
Nếu a[j]<a[i] //xét cặp a[i], a[j]
Swap(a[i],a[j]);

$$j = j+1;$$

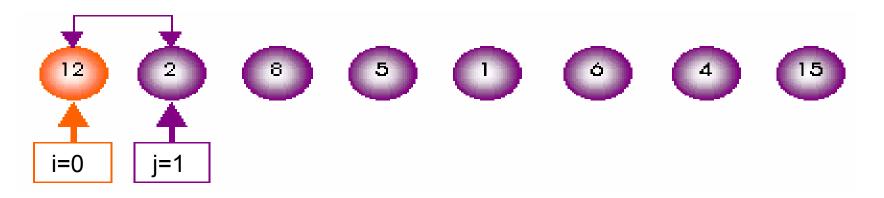
➢ Bước 4: i = i+1;

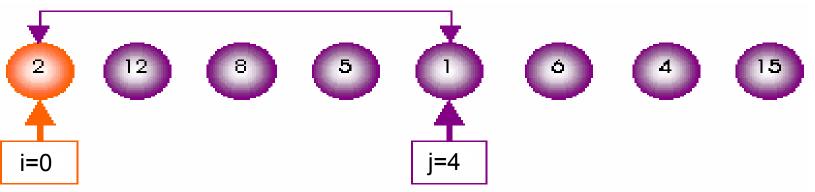
Nếu i < N-1: Lặp lại Bước 2.

Ngược lại: Dừng.

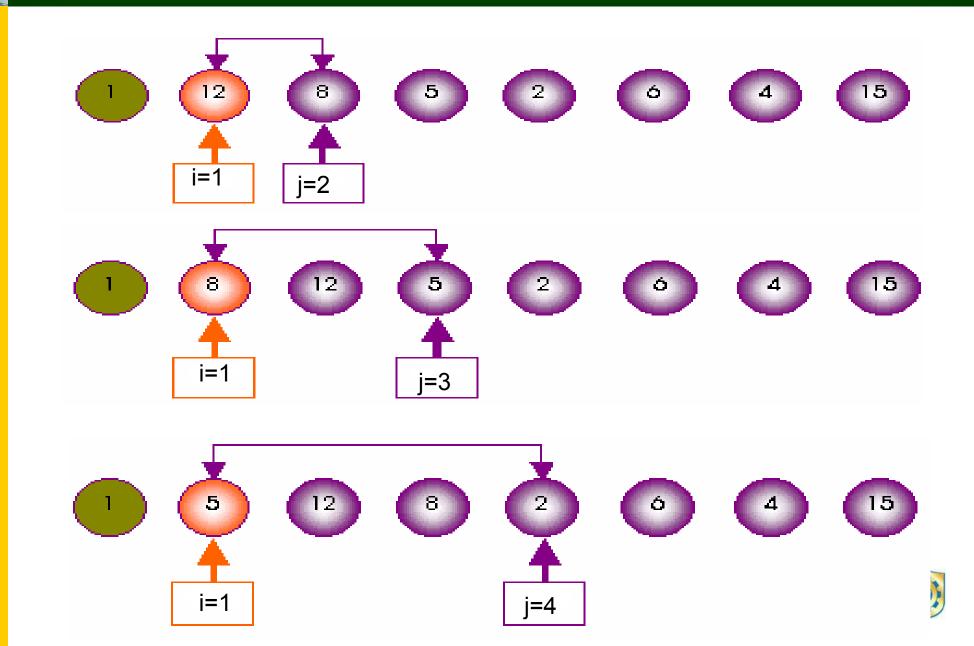


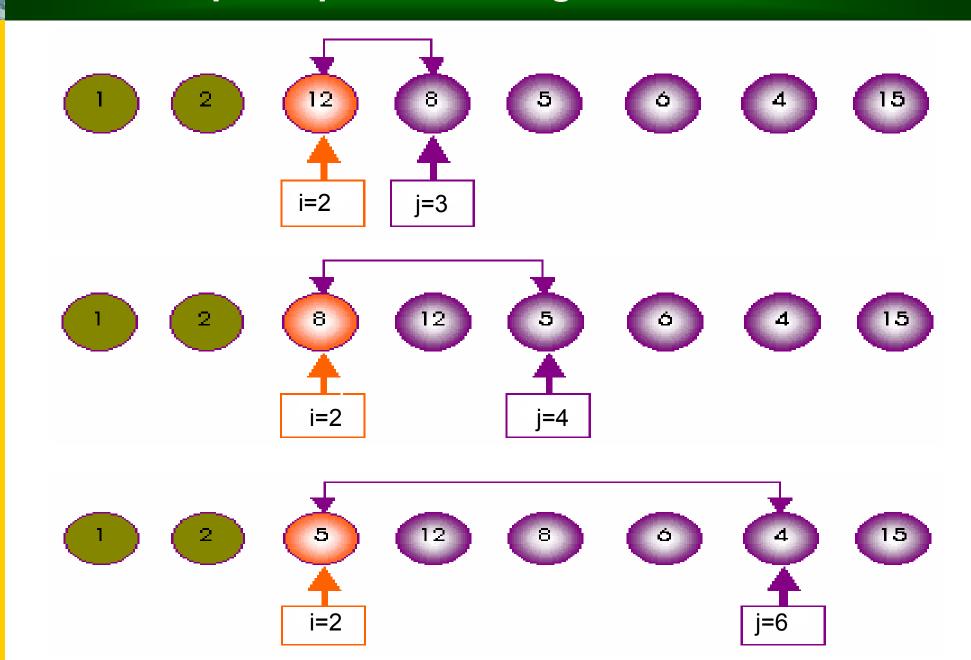
Cho dãy số a:

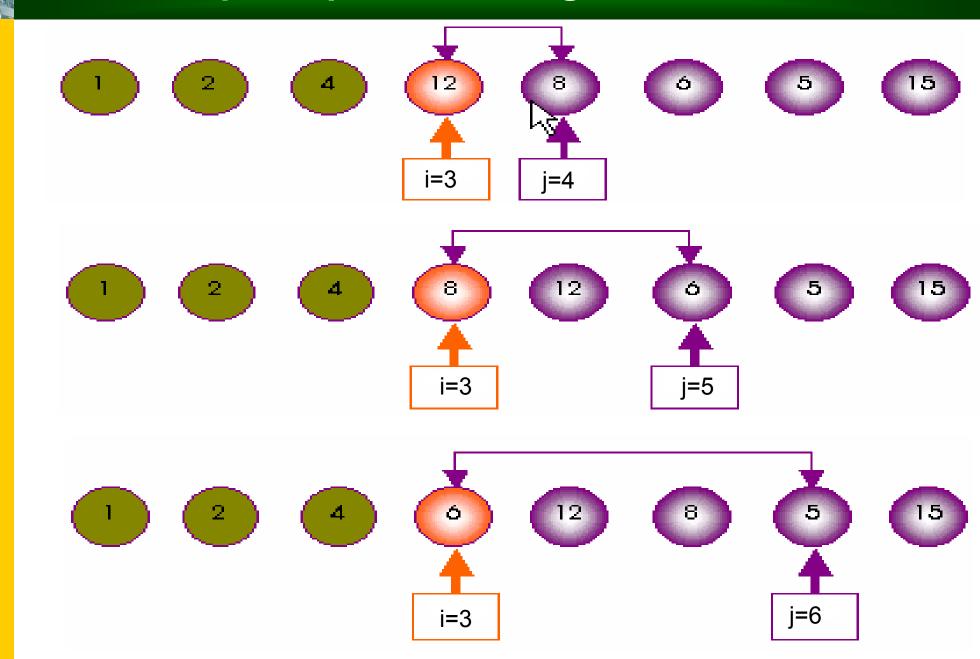


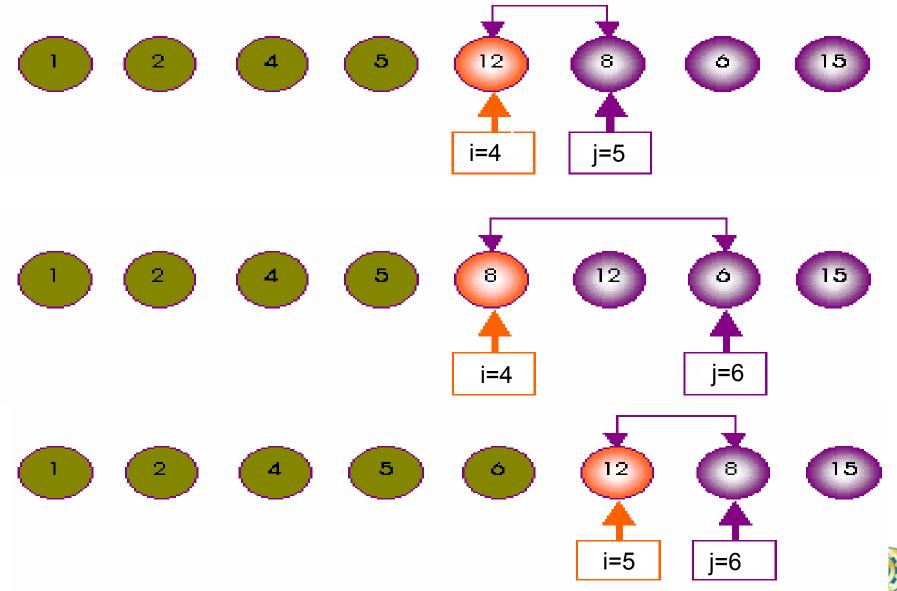


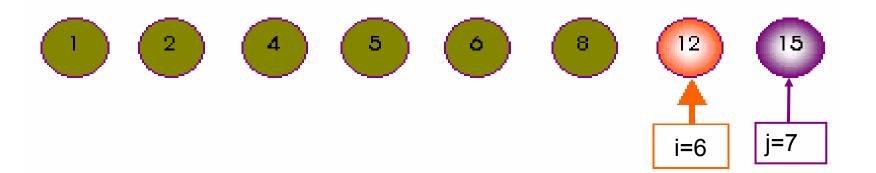












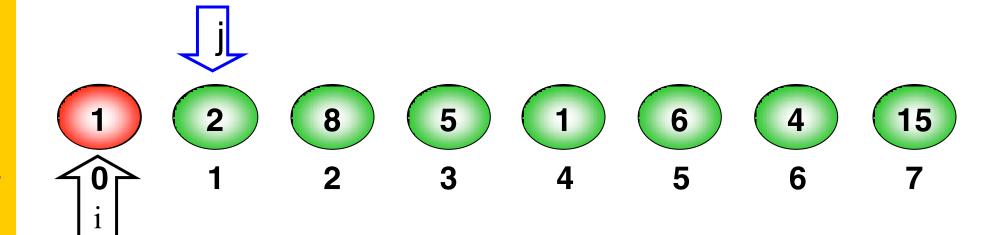




Cài Đặt Đổi Chỗ Trực Tiếp

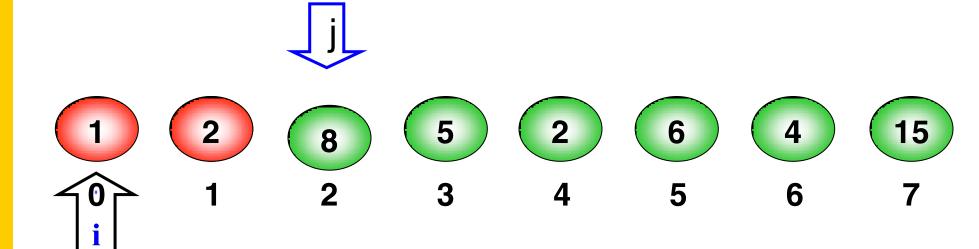


CẦU TRÚC DỮ LIỆU VÀ GIẢI THUẬT 1



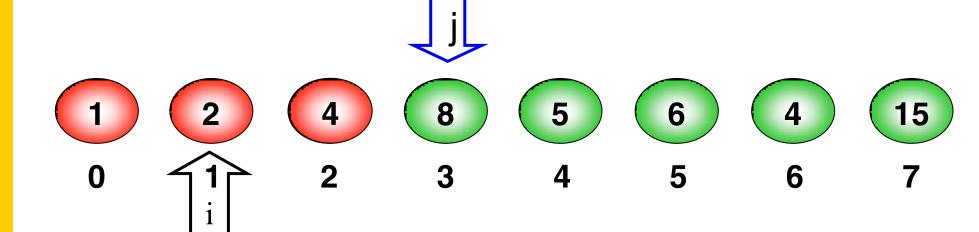


CÁU TRÚC DỮ LIỆU VÀ GIẢI THUẬT 1

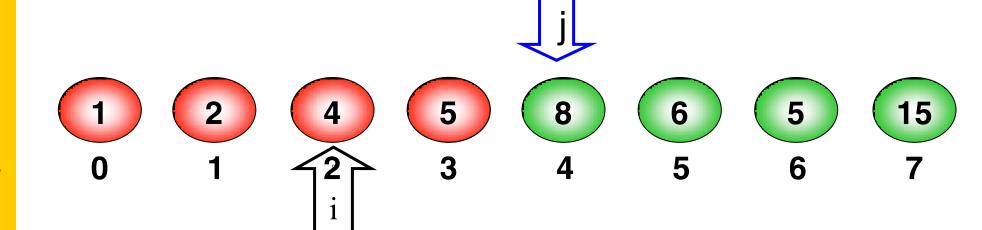




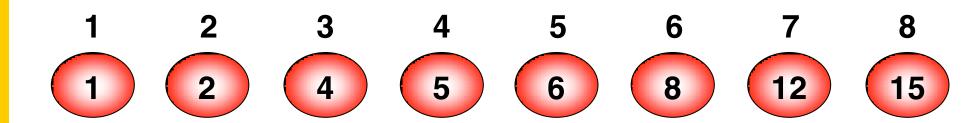
CÂU TRÚC DỮ LIỆU VÀ GIẢI THUẬT 1















Độ Phức Tạp Của Thuật Toán

| Trường hợp | Số lần so sánh | Số lần hoán vị |
|------------|---|---|
| Tốt nhất | $\sum_{i=1}^{n-1} (n-i+1) = \frac{n(n-1)}{2}$ | 0 |
| Xấu nhất | <u>n(n - 1)</u> 2 | $\sum_{i=1}^{n-1} (n-i+1) = \frac{n(n-1)}{2}$ |



Các Thuật Toán Sắp Xếp

- 1. Đổi chỗ trực tiếp Interchange Sort
- 2. Chọn trực tiếp Selection Sort
- 3. Nối bọt Bubble Sort
- 4. Shaker Sort
- 5. Chèn trực tiếp Insertion Sort
- 6. Chèn nhị phân Binary Insertion Sort
- 7. Shell Sort
- 8. Heap Sort
- 9. Quick Sort
- 10. Merge Sort
- 11. Radix Sort



Ý tưởng:

- Chọn phần tử nhỏ nhất trong N phần tử trong dãy hiện hành ban đầu.
- Đưa phần tử này về vị trí đầu dãy hiện hành
- Xem dãy hiện hành chỉ còn N-1 phần tử của dãy hiện hành ban đầu
 - Bắt đầu từ vị trí thứ 2;
 - Lặp lại quá trình trên cho dãy hiện hành...
 đến khi dãy hiện hành chỉ còn 1 phần tử



Các Bước Của Thuật Toán Chọn Trực Tiếp

- ➢ <u>Bước 1</u>: i = 0;
- Bước 2: Tìm phần tử a[min] nhỏ nhất trong dãy hiện hành từ a[i] đến a[N]
- Bước 3 : Đổi chỗ a[min] và a[i]
- ➢ Bước 4 : Nếu i < N-1 thì</p>

i = i+1; Lặp lại Bước 2;

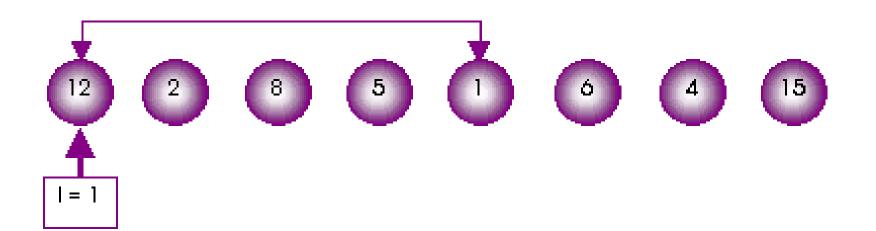
Ngược lại: Dừng.



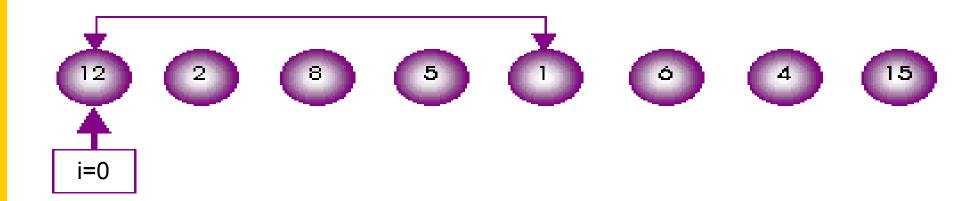
Cho dãy số a:

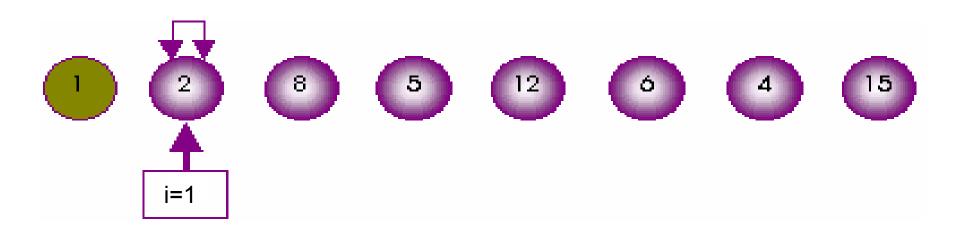
8 5

15

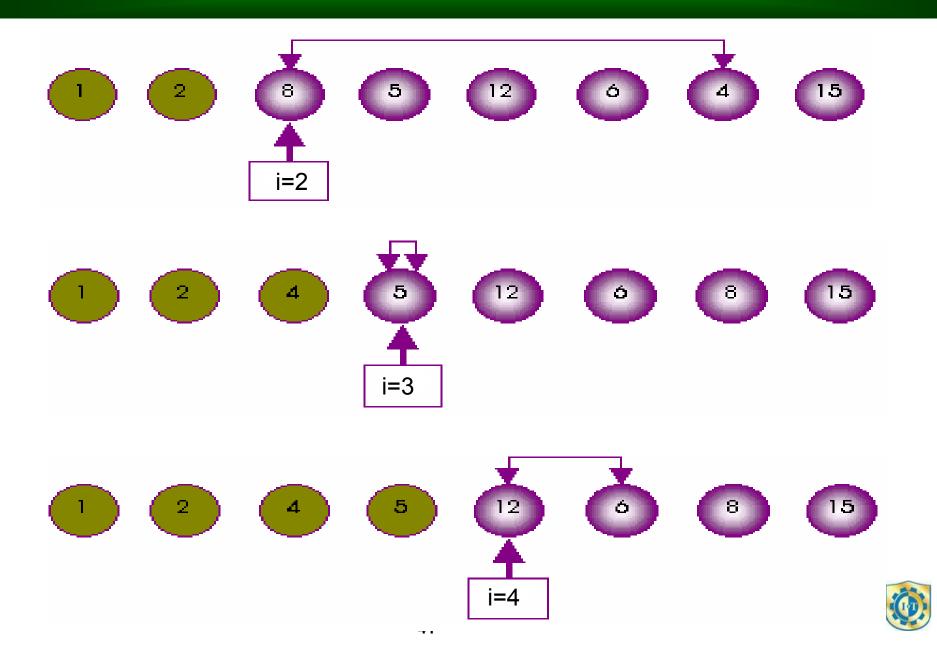


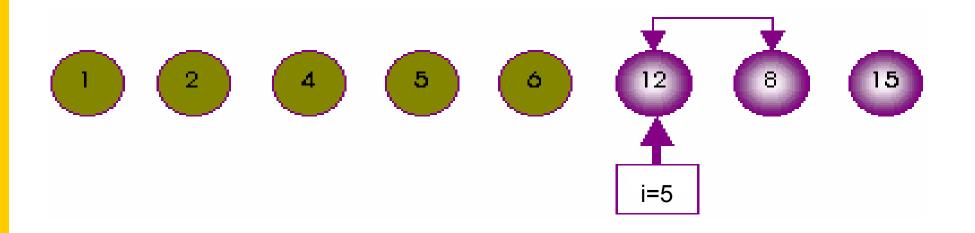


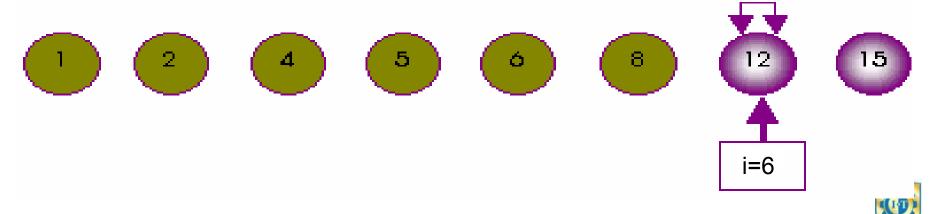












Cài Đặt Thuật Toán Chọn Trực Tiếp

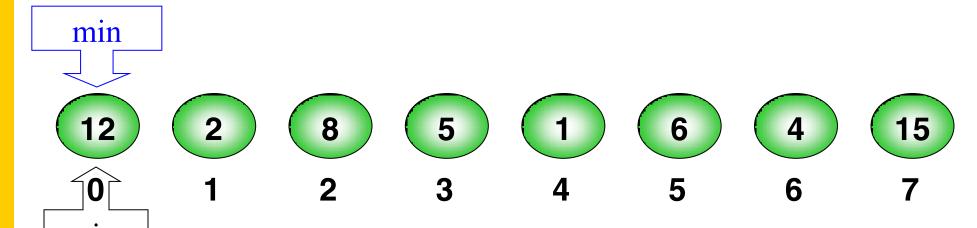
```
void SelectionSort(int a[],int n )
       int
              MİN,İ,İ; // chỉ số phần tử nhỏ nhất trong dãy hiện hành
       for (i=0; i<n-1; i++) //chỉ số đầu tiên của dãy hiện hành
              min = i;
              for(j = j+1; j < N; j++)
                      if (a[j ] < a[min])
                             min = j; // lưu vtrí phần tử hiện nhỏ nhất
                      Swap(a[min],a[i]);
```





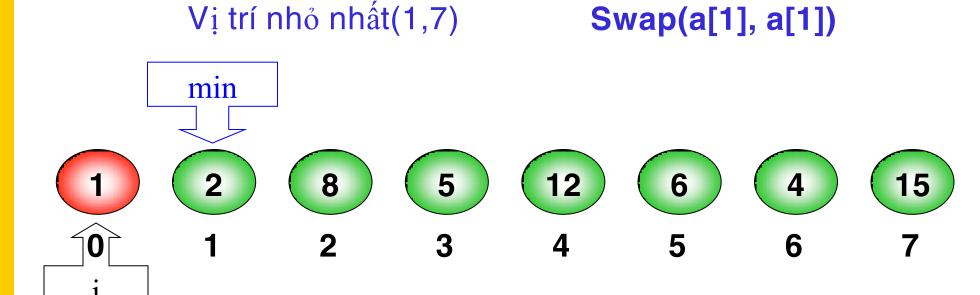


Swap(a[0], a[4])



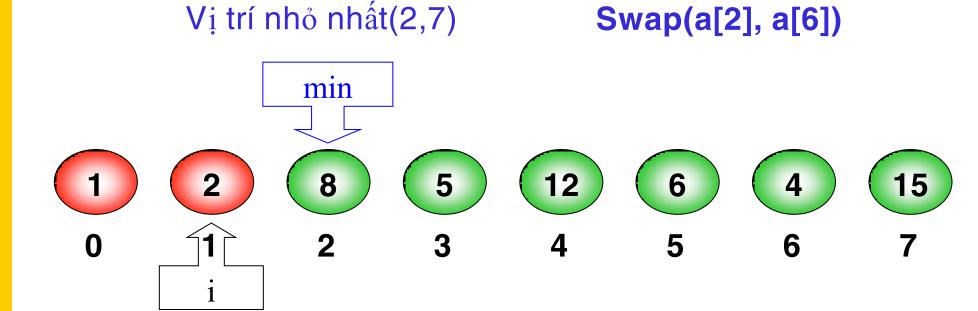






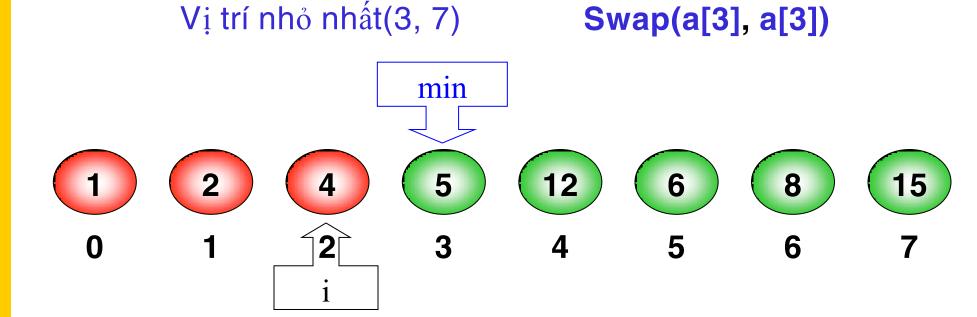






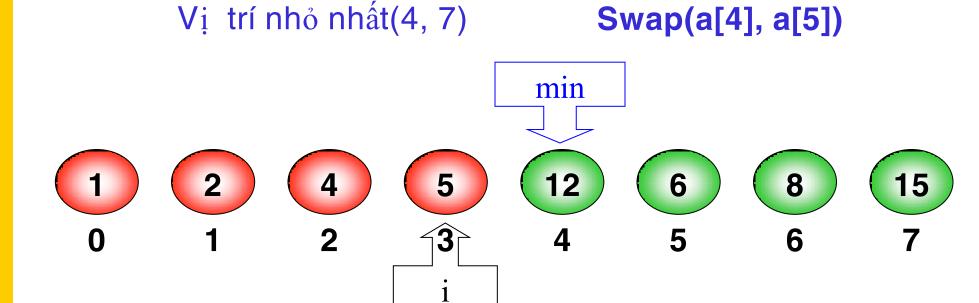






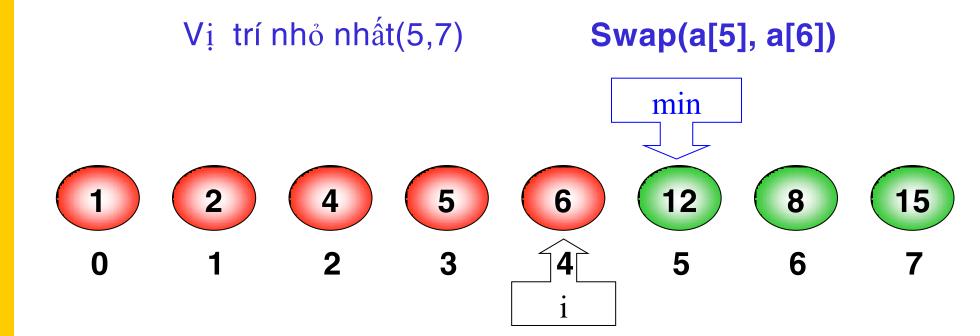








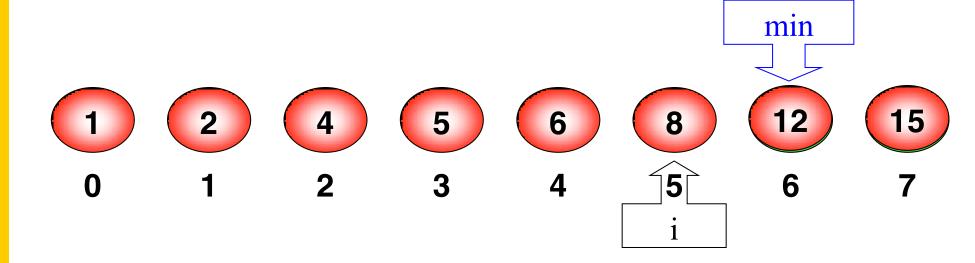








Vị trí nhỏ nhất(6, 7)







Độ Phức Tạo Của Thuật Toán

Dánh giá giải thuật

số lần so sánh
$$=\sum_{i=1}^{n-1} (n-i) = \frac{n(n-1)}{2}$$

| Trường hợp | Số lần so sánh | Số phép gán |
|------------|----------------|-------------|
| Tốt nhất | n(n-1)/2 | 0 |
| Xấu nhất | n(n-1)/2 | 3n(n-1)/2 |

Các Thuật Toán Sắp Xếp

- 1. Đổi chỗ trực tiếp Interchange Sort
- 2. Chọn trực tiếp Selection Sort
- 3. Nổi bọt Bubble Sort
- 4. Shaker Sort
- 5. Chèn trực tiếp Insertion Sort
- 6. Chèn nhị phân Binary Insertion Sort
- 7. Shell Sort
- 8. Heap Sort
- 9. Quick Sort
- 10. Merge Sort
- 11. Radix Sort



Ý tưởng:

- Xuất phát từ cuối dãy, đổi chỗ các cặp phần tử kế cận để đưa phần tử nhỏ hơn trong cặp phần tử đó về vị trí đúng đầu dãy hiện hành, sau đó sẽ không xét đến nó ở bước tiếp theo, do vậy ở lần xử lý thứ i sẽ có vị trí đầu dãy là i.
- Lặp lại xử lý trên cho đến khi không còn cặp phần tử nào để xét.



- Bước 1 : i = 0; // lần xử lý đầu tiên
- Bước 2 : j = N-1;//Duyệt từ cuối dãy ngược về vị trí i Trong khi (j > i) thực hiện: Nếu a[j]<a[j-1] Doicho(a[j],a[j-1]);

$$j = j-1;$$

Bước 3 : i = i+1; // lần xử lý kế tiếp

Nếu i =N: Hết dãy. Dừng

Ngược lại : Lặp lại Bước 2.



CẦU TRÚC DỮ LIỆU VÀ GIẢI THUẬT 1

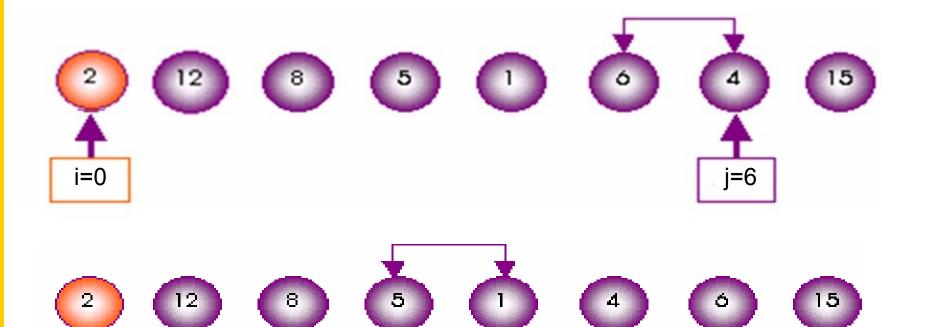
Nổi Bọt – Bubble Sort

Cho dãy số a:

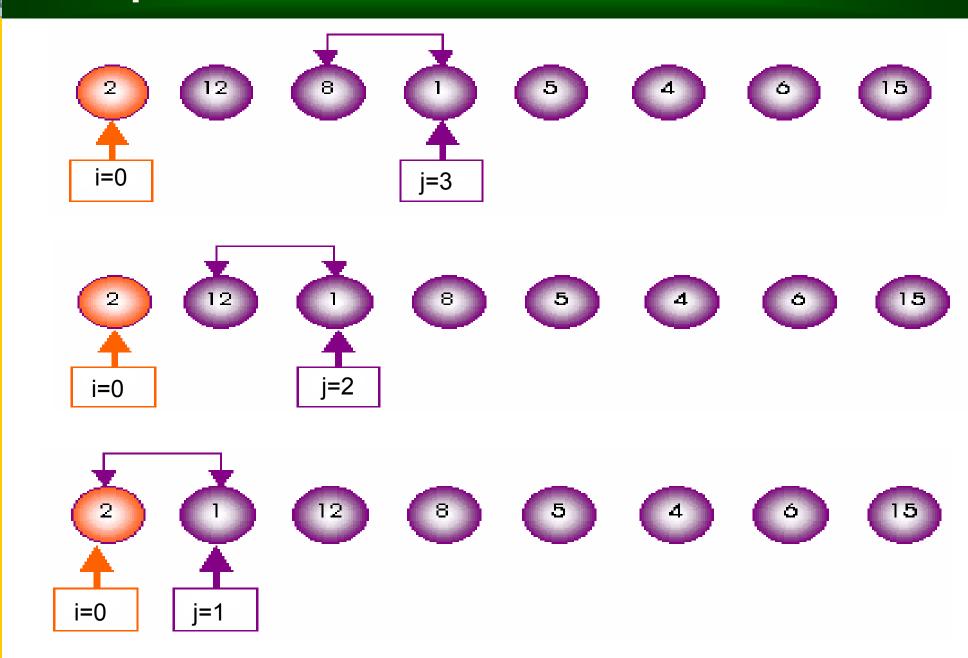
i=0

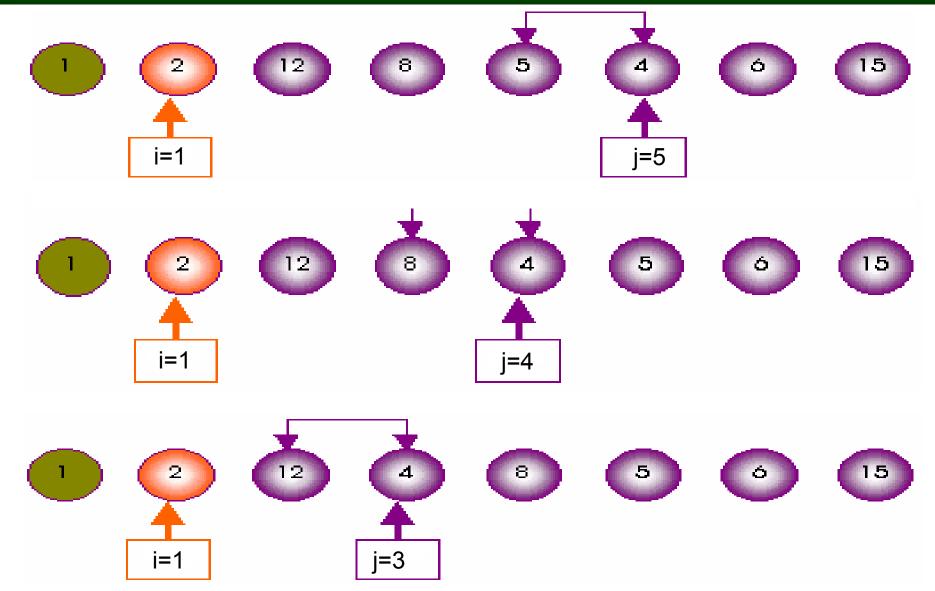
12 8 5

15

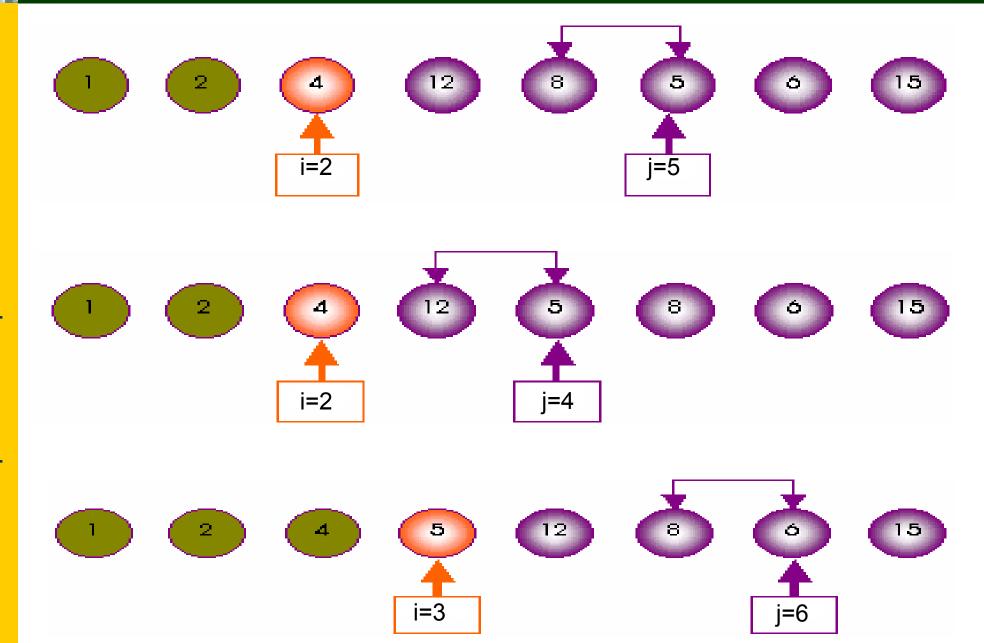


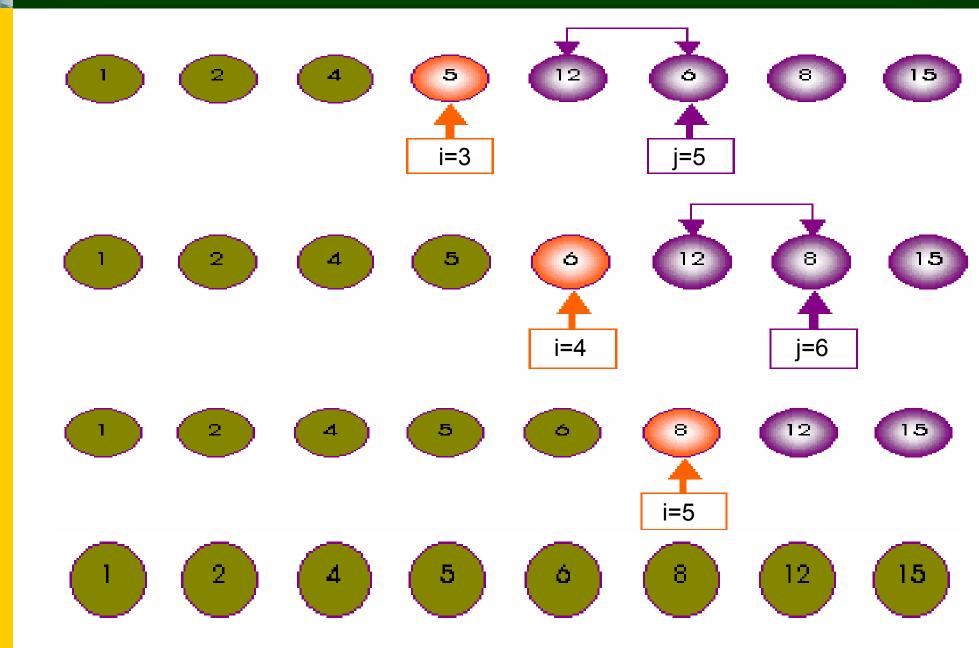








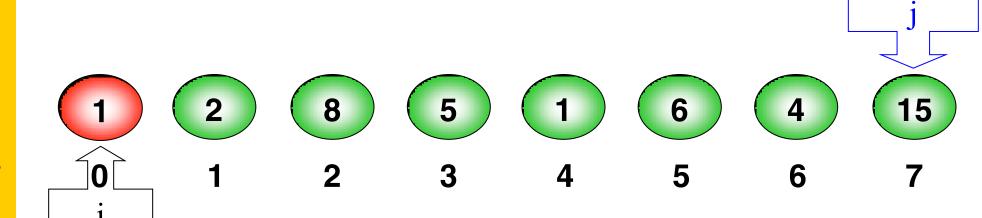




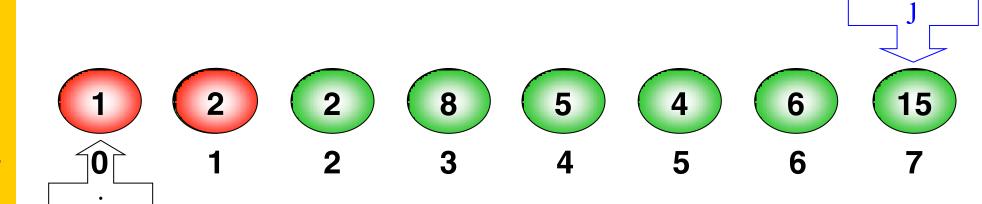
Cài Đặt Thuật Toán Nổi Bọt

```
void BubbleSort(int a[],int n)
   int
           i, j;
   for (i = 0; i<n-1; i++)
           for (j =n-1; j >i ; j --)
                   if(a[j] < a[j-1])// nếu sai vị trí thì đổi chỗ
                           Swap(a[j], a[j-1]);
```

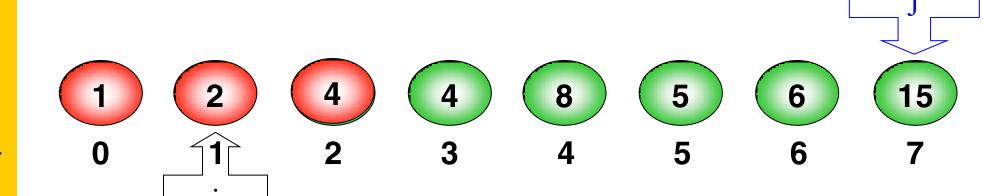




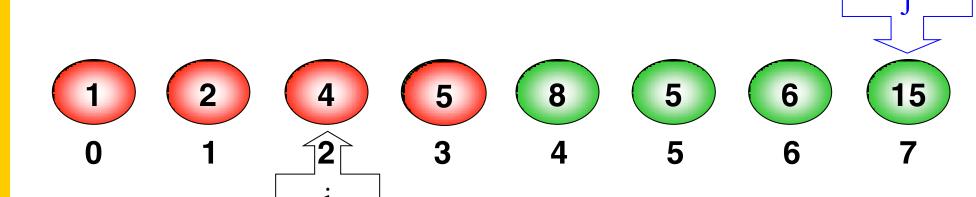






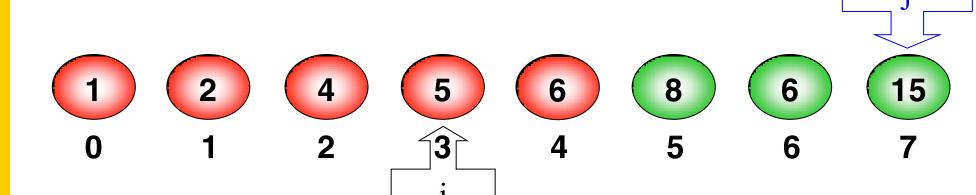




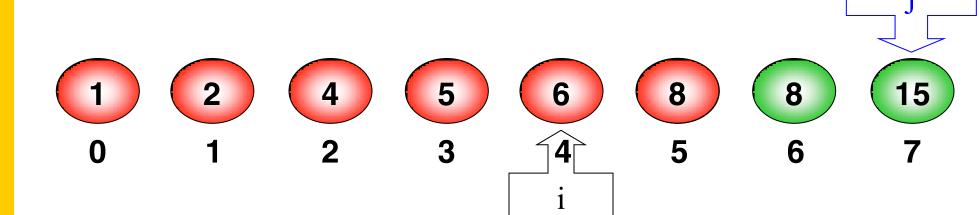






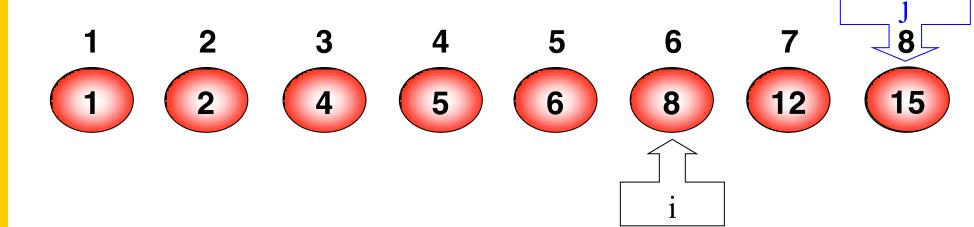














Độ Phức Tạp Của Thuật Toán Nổi Bọt

| Trường hợp | Số lần so sánh | Số lần hoán vị |
|------------|---|---|
| Tốt nhất | $\sum_{i=1}^{n-1} (n-i+1) = \frac{n(n-1)}{2}$ | 0 |
| Xấu nhất | $\frac{n(n-1)}{2}$ | $\sum_{i=1}^{n-1} (n-i+1) = \frac{n(n-1)}{2}$ |



Các Thuật Toán Sắp Xếp

- 1. Đổi chỗ trực tiếp Interchange Sort
- 2. Chọn trực tiếp Selection Sort
- 3. Nổi bọt Bubble Sort
- 4. Shaker Sort
- 5. Chèn trực tiếp Insertion Sort
- 6. Chèn nhị phân Binary Insertion Sort
- 7. Shell Sort
- 8. Heap Sort
- 9. Quick Sort
- 10. Merge Sort
- 11. Radix Sort



Shaker Sort

- Trong mỗi lần sắp xếp, duyệt mảng theo 2 lượt từ
 2 phía khác nhau:
 - Lượt đi: đẩy phần tử nhỏ về đầu mảng.
 - Lượt về: đấy phần tử lớn về cuối mảng.
- Ghi nhận lại những đoạn đã sắp xếp nhằm tiết kiệm các phép so sánh thừa.



Các Bước Của Thuật Toán

```
Bước 1: I=0; r=n-1; //Đoạn I->r là đoạn cần được sắp xếp
                     //ghi nhận vị trí k xảy ra hoán vị sau cùng
        k=n;
                     // để làm cơ sơ thu hẹp đoạn I->r
<u>Bước 2</u>:
 Bước 2a:
            //đẩy phần tử nhỏ về đầu mảng
     Trong khi j>l
            neu a[j]<a[j-1] thì {Doicho(a[j],a[j-1]): k=j;}
            //loại phần tử đã có thứ tự ở đầu dãy
 Bước 2b: j=l
     Trong khi j<r
            neu a[j]>a[j+1] thì {Doicho(a[j],a[j+1]); k=j;}
            j++;
            //loại phần tử đã có thứ tự ở cuối dãy
Bước 3: Nếu l<r lặp lại bước 2
         Ngược lại: dừng
```



Cài Đặt Thuật Toán Shaker Sort

```
void ShakeSort(int a[],int n)
    int
           left, right, k;
    left = 0; right = n-1; k = n-1;
    while (left < right)
          for (j = right; j > left; j --)
                    if (a[i]< a[i-1])
                            \{Swap(a[j], a[j-1]); k = j; \}
          left = k:
          for (j = left; j < right; j ++)
                    if (a[j]> a[j+1])
                            {Swap(a[i], a[i-1]); k = i; }
          right = k;
```



Các Thuật Toán Sắp Xếp

- 1. Đổi chỗ trực tiếp Interchange Sort
- 2. Chọn trực tiếp Selection Sort
- 3. Nổi bọt Bubble Sort
- 4. Shaker Sort
- 5. Chèn trực tiếp Insertion Sort
- 6. Chèn nhị phân Binary Insertion Sort
- 7. Shell Sort
- 8. Heap Sort
- 9. Quick Sort
- 10. Merge Sort
- 11. Radix Sort



- ightharpoonup Giả sử có một dãy $\mathbf{a_0}$, $\mathbf{a_1}$,..., $\mathbf{a_{n-1}}$ trong đó i phần tử đầu tiên $\mathbf{a_0}$, $\mathbf{a_1}$,..., $\mathbf{a_{i-1}}$ đã có thứ tự.
- Tìm cách chèn phần tử a_i vào vị trí thích hợp của đoạn đã được sắp để có dãy mới a₀, a₁,..., a_i trở nên có thứ tự. Vị trí này chính là vị trí giữa hai phần tử a_{k-1} và a_k thỏa a_{k-1} < a_i < a_k (1≤k≤i).



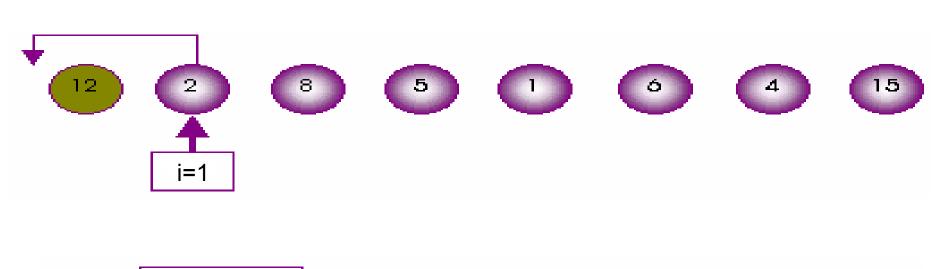
- \triangleright Bước 1: i = 1;//giả sử có đoạn a[1] đã được sắp
- Bước 2: x = a[i]; Tìm vị trí pos thích hợp trong đoạn a[1] đến a[i-1] để chèn a[i] vào
- Bước 3: Dời chỗ các phần tử từ a[pos] đến a[i-1] sang phải 1 vị trí để dành chổ cho a[i]
- \rightarrow Bước 4: a[pos] = x; //có đoạn a[1]..a[i] đã được sắp
- ➢ <u>Bước 5</u>: i = i+1;

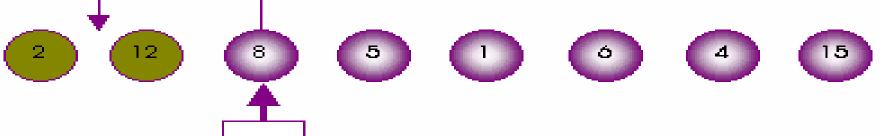
Nếu i < n : Lặp lại Bước 2

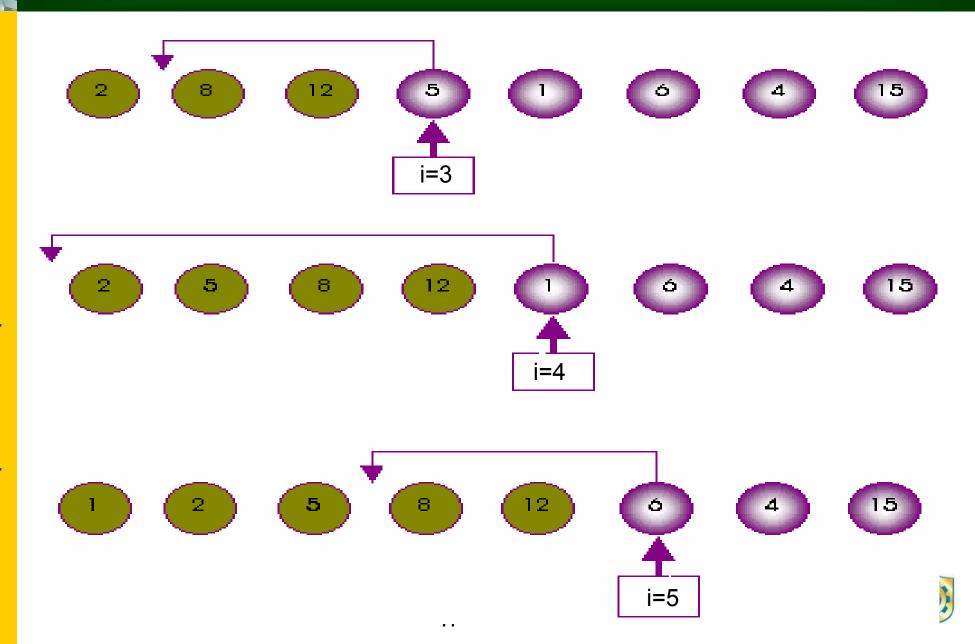
Ngược lại : Dừng

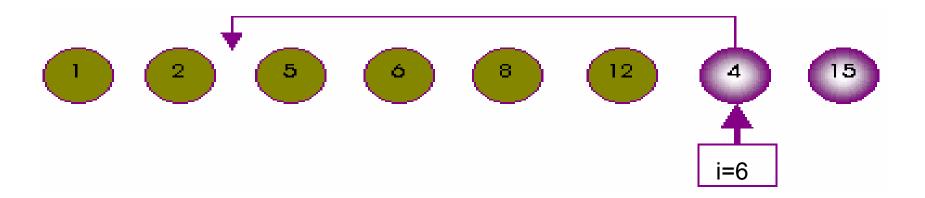


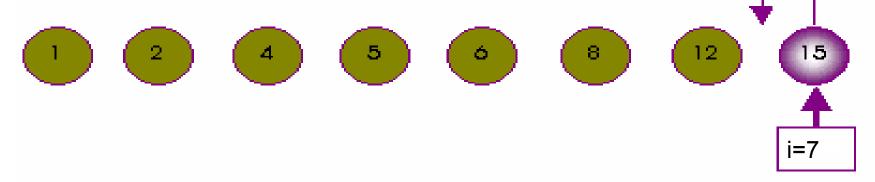
Cho dãy số:
2
5
6
4
5











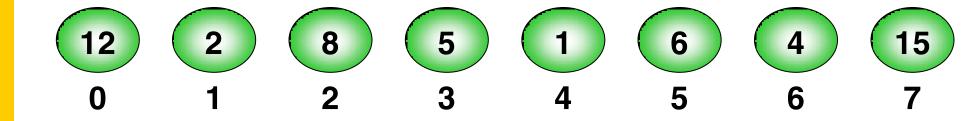


Cài Đặt Thuật Toán Chèn Trực Tiếp

```
void InsertionSort(int d, int n )
        int pos, i;
        int X;//lưu giá trị a[i] tránh bị ghi đè khi dời chỗ các phần tử.
        for(i=1; i<n; i++) //doạn a[0] đã sắp
                x = a[i]; pos = i-1;
                // tìm vị trí chèn x
                while((pos \geq 0)&&(a[pos] \geq x))
                 {//kết hợp dời chỗ các phần tử sẽ đứng sau x trong dãy
    mới
                         a[pos+1] = a[pos];
                         pos--:
                a[pos+1] = x; // chèn x vào dãy
```



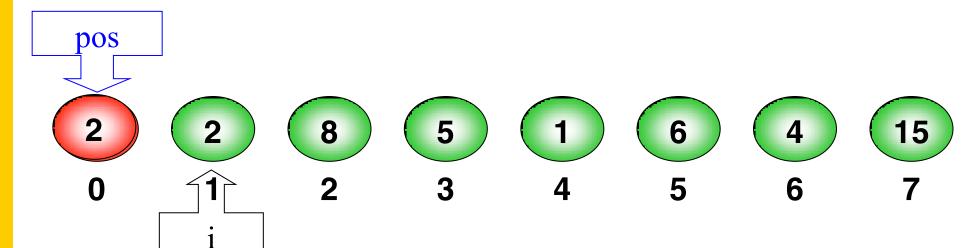






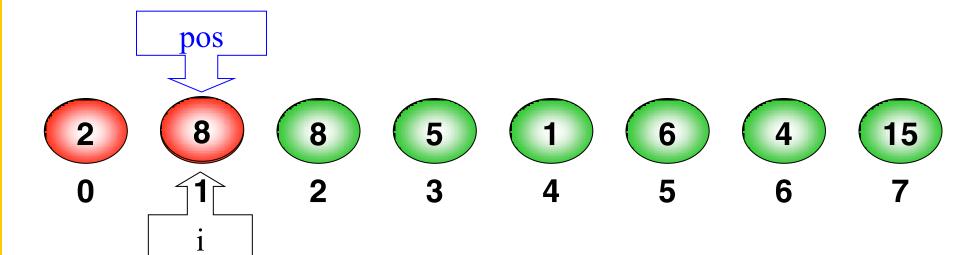


Insert a[1] into (0,0)





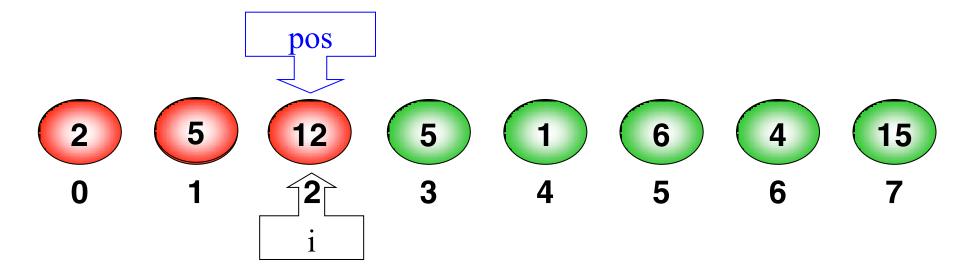
Insert a[2] into (0, 1)







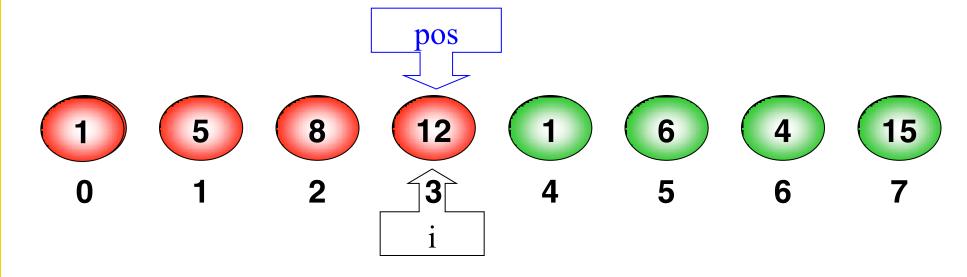
Insert a[3] into (0, 2)







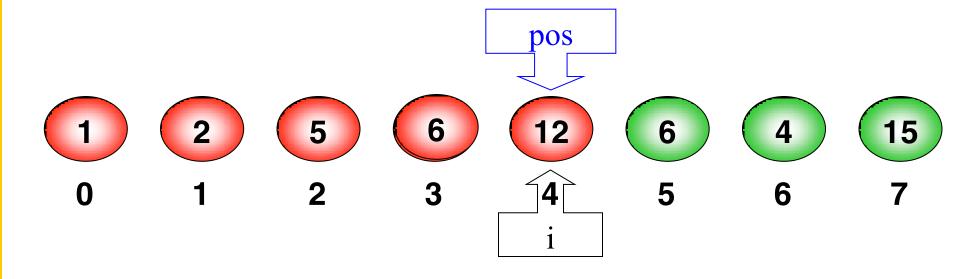
Insert a[4] into (0, 3)







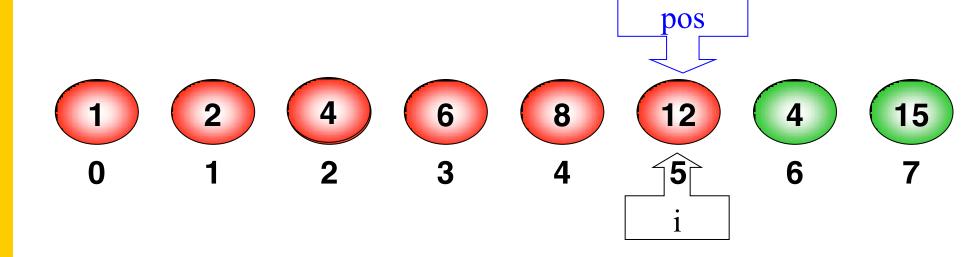
Insert a[5] into (0, 4)







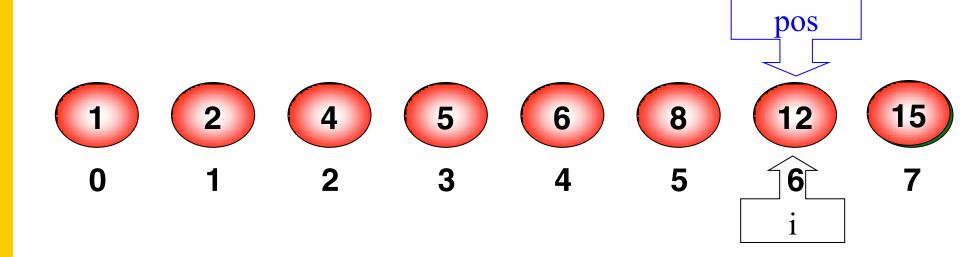
Insert a[6] into (0, 5)





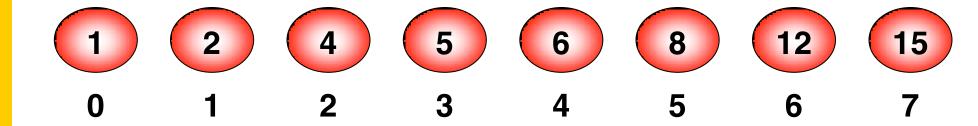


Insert a[8] into (0, 6)











Độ Phức Tạp Của Insertion Sort

| Trường hợp | Số phép so sánh | Số phép gán |
|------------|---|---|
| Tốt nhất | $\sum_{i=1}^{n-1} 1 = n-1$ | $\sum_{i=1}^{n-1} 2 = 2(n-1)$ |
| Xấu nhất | $\sum_{i=1}^{n-1} (i-1) = \frac{n(n-1)}{2}$ | $\sum_{i=1}^{n-1} (i+1) = \frac{n(n+1)}{2} - 1$ |



Các Thuật Toán Sắp Xếp

- 1. Đổi chỗ trực tiếp Interchange Sort
- 2. Chọn trực tiếp Selection Sort
- 3. Nối bọt Bubble Sort
- 4. Shaker Sort
- 5. Chèn trực tiếp Insertion Sort
- 6. Chèn nhị phân Binary Insertion Sort
- 7. Shell Sort
- 8. Heap Sort
- 9. Quick Sort
- 10. Merge Sort
- 11. Radix Sort



Chèn Nhị Phân – Binary Insertion Sort

```
BInsertionSort(int a[],int n)
void
    int I,r,m,i;
    int X;//lưu giá trị a[i] tránh bị ghi đè khi dời chỗ các phần tử.
    for(int i=1; i<n; i++)
             x = a[i]; I = 0; r = i-1;
              while ( < = r ) // tìm vị trí chèn x
                       m = (l+r)/2; // tìm vị trí thích hợp m
                       if(x < a[m]) r = m-1;
                        else \overline{I} = m+1:
              for(int | = i-1 ; | >=| ; | --)
                       a[j+1] = a[j];// dời các phần tử sẽ đứng sau x
              a[l] = x;
                                           // chèn x vào dãy
```



Các Thuật Toán Sắp Xếp

- 1. Đổi chỗ trực tiếp Interchange Sort
- 2. Chọn trực tiếp Selection Sort
- 3. Nối bọt Bubble Sort
- 4. Shaker Sort
- 5. Chèn trực tiếp Insertion Sort
- 6. Chèn nhị phân Binary Insertion Sort
- 7. Shell Sort
- 8. Heap Sort
- 9. Quick Sort
- 10. Merge Sort
- 11. Radix Sort



- > Cải tiến của phương pháp chèn trực tiếp
- Ý tưởng:
 - Phân hoạch dãy thành các dãy con
 - Sắp xếp các dãy con theo phương pháp chèn trực tiếp
 - Dùng phương pháp chèn trực tiếp sắp xếp lại cả dãy.



- Phân chia dãy ban đầu thành những dãy con gồm các phần tử ở cách nhau h vị trí
- Dãy ban đầu : a₁, a₂, ..., a_n được xem như sự xen kẽ của các dãy con sau :
 - Dãy con thứ nhất : a₁ a_{h+1} a_{2h+1} ...
 - Dãy con thứ hai : a₂ a_{h+2} a_{2h+2} ...
 - **....**
 - Dãy con thứ h : a_h a_{2h} a_{3h} ...



- Tiến hành sắp xếp các phần tử trong cùng dãy con sẽ làm cho các phần tử được đưa về vị trí đúng tương đối
- Giảm khoảng cách h để tạo thành các dãy con mới
- ➤ Dừng khi h=1



Giả sử quyết định sắp xếp k bước, các khoảng cách chọn phải thỏa điều kiện :

$$h_i > h_{i+1} \text{ và } h_k = 1$$

 \rightarrow h_i = (h_{i-1} - 1)/3 và h_k = 1, k = log₃n-1

Ví dụ:127, 40, 13, 4, 1

 \rightarrow h_i = (h_{i-1} - 1)/2 và h_k = 1, k = log₂n-1

Ví dụ: 15, 7, 3, 1



- h có dạng 3i+1: 364, 121, 40, 13, 4, 1
- Dãy fibonaci: 34, 21, 13, 8, 5, 3, 2, 1
- h là dãy các số nguyên tố giảm dần đến 1: 13, 11, 7, 5, 3,
 1.



Bước 1: Chọn k khoảng cách h[1], h[2], ..., h[k];
 i = 1;

Bước 2: Phân chia dãy ban đầu thành các dãy con cách nhau h[i] khoảng cách.

Sắp xếp từng dãy con bằng phương pháp chèn trực tiếp;

Bước 3 : i = i+1;
 Nếu i > k : Dừng
 Ngược lại : Lặp lại Bước 2.



Cho dãy số a:

12

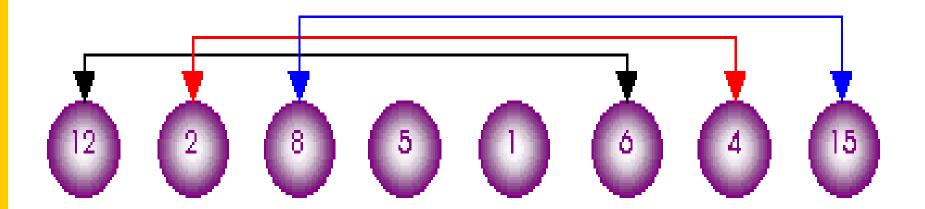
2 8 5

15

Giả sử chọn các khoảng cách là 5, 3, 1

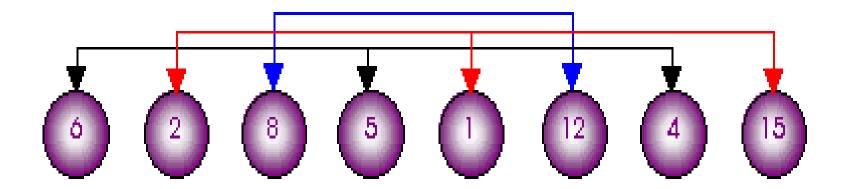


► h = 5 : xem dãy ban đầu như các dãy con



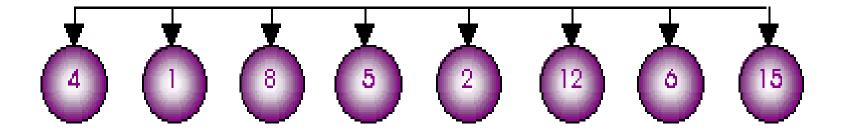


 \rightarrow h = 3 : (sau khi đã sắp xếp các dãy con ở bước trước)

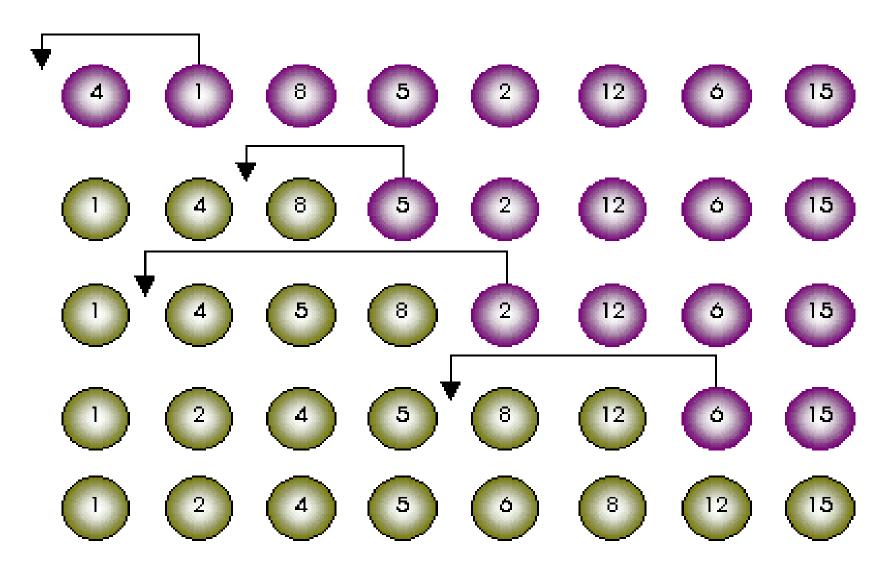




h = 1: (sau khi đã sắp xếp các dãy con ở bước trước



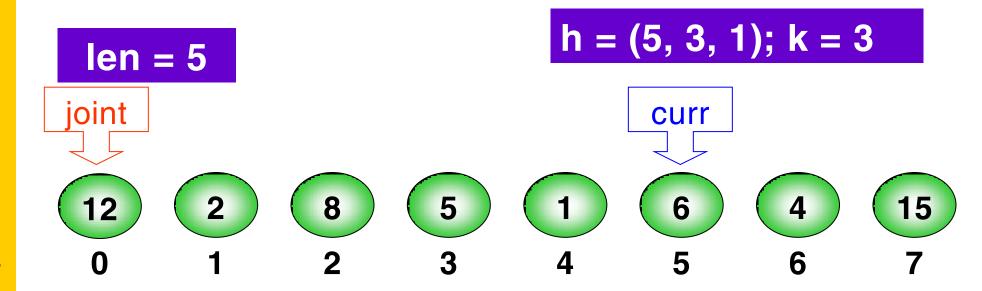






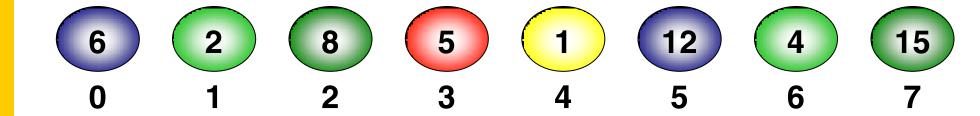
```
void ShellSort(int a[],int n, int h[], int k)
    int step,i,j, x,len;
    for (step = 0; step <k; step++)
         len = h[step];
         for (i = len; i<n; i++)
                   x = a[i];
                   j = i-len; // a[j] đứng kề trước a[i] trong cùng dãy con
                   while ((x < a[j]) & (j > = 0) / s \acute{a} p x \acute{e} p d \~a y con chứa x
                                      // bằng phương pháp chèn trực tiếp
                            a[j+len] = a[j];
                            i = i - len;
                   a[j+len] = x;
```



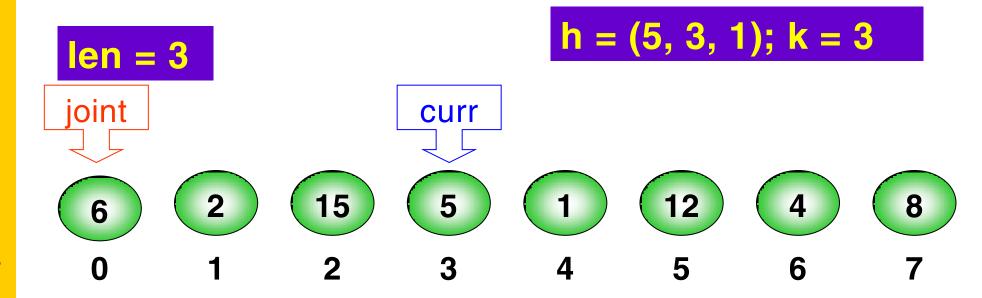




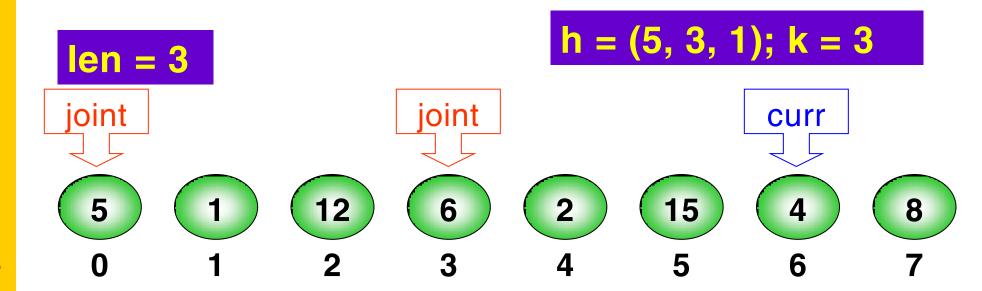
$$h = (5, 3, 1); k = 3$$









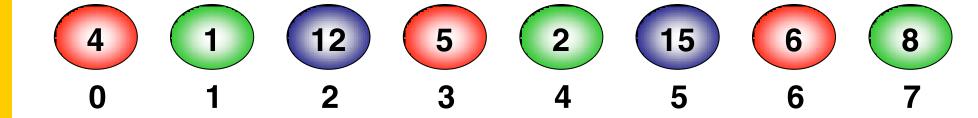




Shell Sort – Ví Dụ

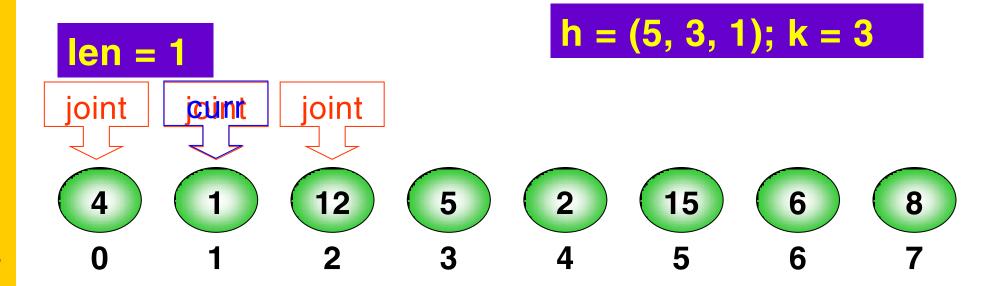
$$len = 3$$

$$h = (5, 3, 1); k = 3$$



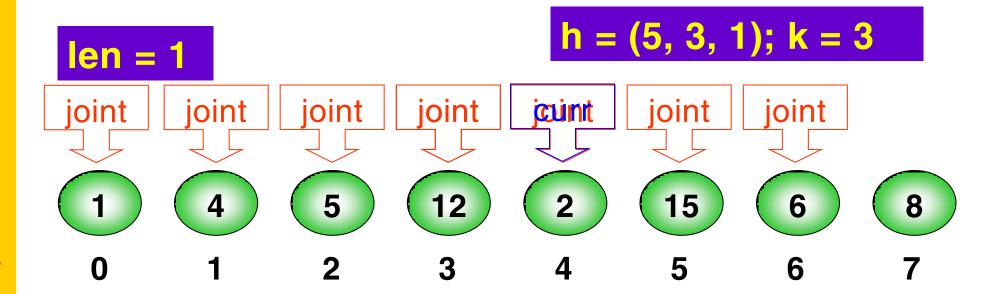


Shell Sort – Ví Du



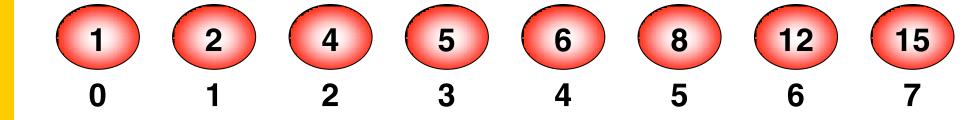


Shell Sort – Ví Dụ





Shell Sort – Ví Dụ





Các Thuật Toán Sắp Xếp

- 1. Đổi chỗ trực tiếp Interchange Sort
- 2. Chọn trực tiếp Selection Sort
- 3. Nổi bọt Bubble Sort
- 4. Shaker Sort
- 5. Chèn trực tiếp Insertion Sort
- 6. Chèn nhị phân Binary Insertion Sort
- 7. Shell Sort
- 8. Heap Sort
- 9. Quick Sort
- 10. Merge Sort
- 11. Radix Sort



Thuật Toán Sắp Xếp Heap Sort

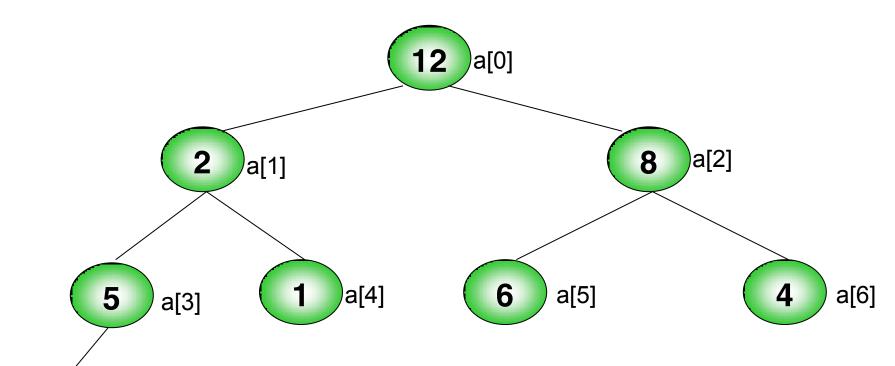
- Heap Sort tận dụng được các phép so sánh ở bước i-1 mà thuật toán sắp xếp chọn trực tiếp không tận dụng được
- Để làm được điều này Heap sort thao tác dựa trên cây.



Thuật Toán Sắp Xếp Heap Sort

> Cho dãy số: 12 2 8 5 1 6 4 15

0 1 2 3 4 5 6 7







Thuật toán sắp xếp Heap Sort

- Ở cây trên, phần tử ở mức i chính là phần tử lớn trong cặp phần tử ở mức i +1, do đó phần tử ở nút gốc là phần tử lớn nhất.
- Nếu loại bỏ gốc ra khỏi cây, thì việc cập nhật cây chỉ xảy ra trên những nhánh liên quan đến phần tử mới loại bỏ, còn các nhánh khác thì bảo toàn.
- Bước kế tiếp có thể sử dụng lại kết quả so sánh của bước hiện tại.
- Vì thế độ phức tạp của thuật toán O(nlog₂n)



Các Bước Thuật Toán

- Giai đoạn 1 : Hiệu chỉnh dãy số ban đầu thành heap
- Giai đoạn 2: Sắp xếp dãy số dựa trên heap:
 - Bước 1:Đưa phần tử lớn nhất về vị trí đúng ở cuối dãy:

r = n-1; Swap (a_1, a_r) ;

➡ <u>Bước 2:</u> Loại bỏ phần tử lớn nhất ra khỏi heap: r = r-1;

Hiệu chỉnh phần còn lại của dãy từ a1, a2 ... ar thành một heap.

➡ Bước 3:

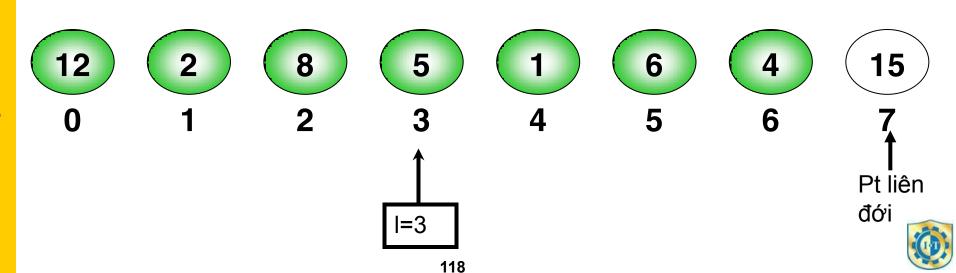
Nếu r>1 (heap còn phần tử): Lặp lại Bước 2 Ngược lại: Dừng

Minh Họa Thuật Toán

Heap: Là một dãy các phần tử a_I, a_{I+1},..., a_r thoả các quan hệ với mọi i ∈ [I, r]:

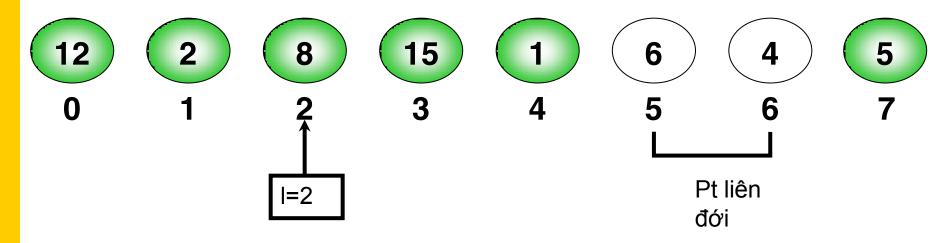
$$\Rightarrow a_i \ge a_{2i+1}$$
 $\Rightarrow a_i \ge a_{2i+2} // (a_i, a_{2i+1}), (a_i, a_{2i+2})$ là các cặp phần tử liên đới

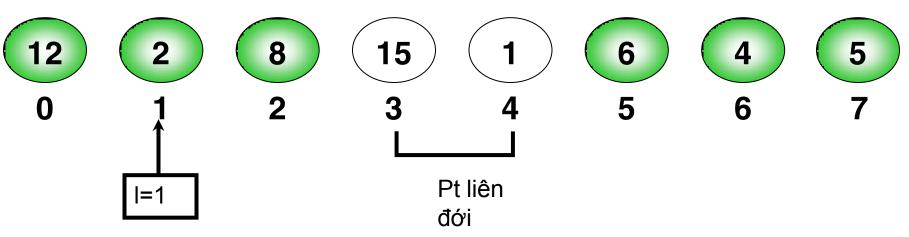
- > Cho dãy số: 12 2 8 5 1 6 4 15
- ➤Giai đoạn 1: Hiệu chỉnh dãy ban đầu thành Heap



CẦU TRÚC DỮ LIỆU VÀ GIẢI THUẬT 1

Minh Họa Thuật Toán





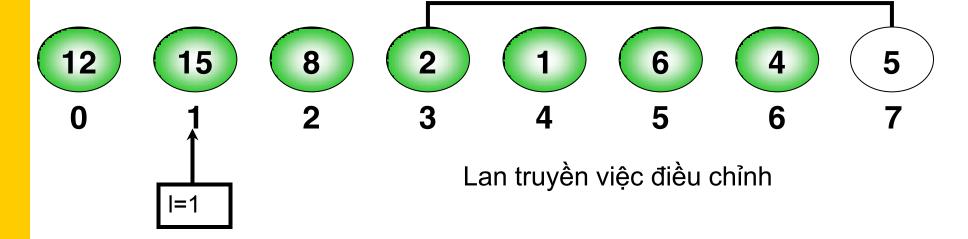


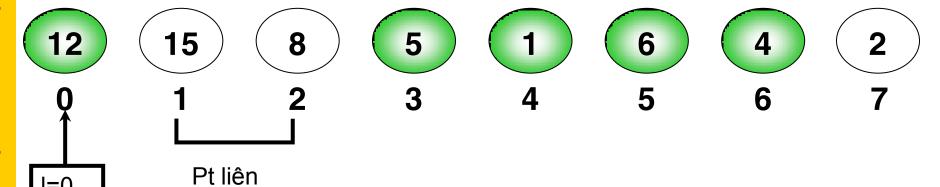
CẦU TRÚC DỮ LIỆU VÀ GIẢI THUẬT 1

I=0

đới

Minh Họa Thuật Toán

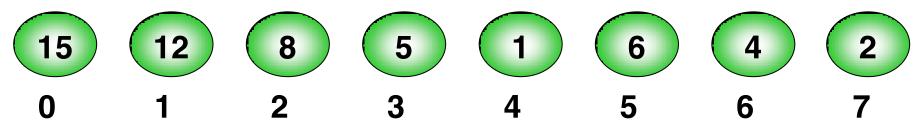




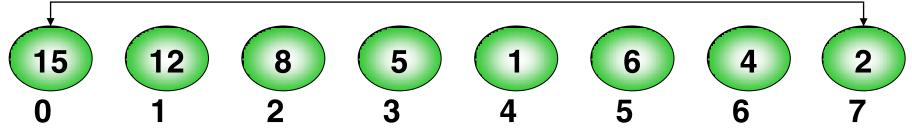


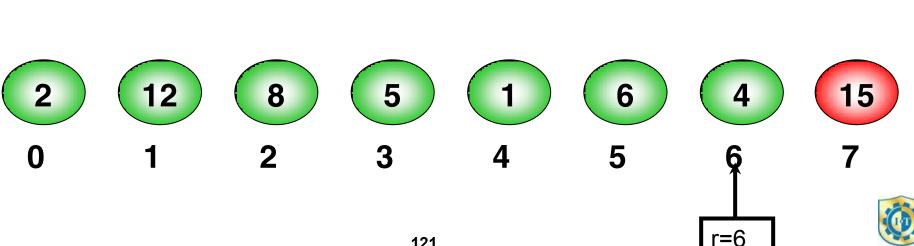
CÁU TRÚC DỮ LIỆU VÀ GIẢI THUẬT 1

Minh Họa Thuật Toán



➤ Giai đoạn 2: Sắp xếp dãy số dựa trên Heap

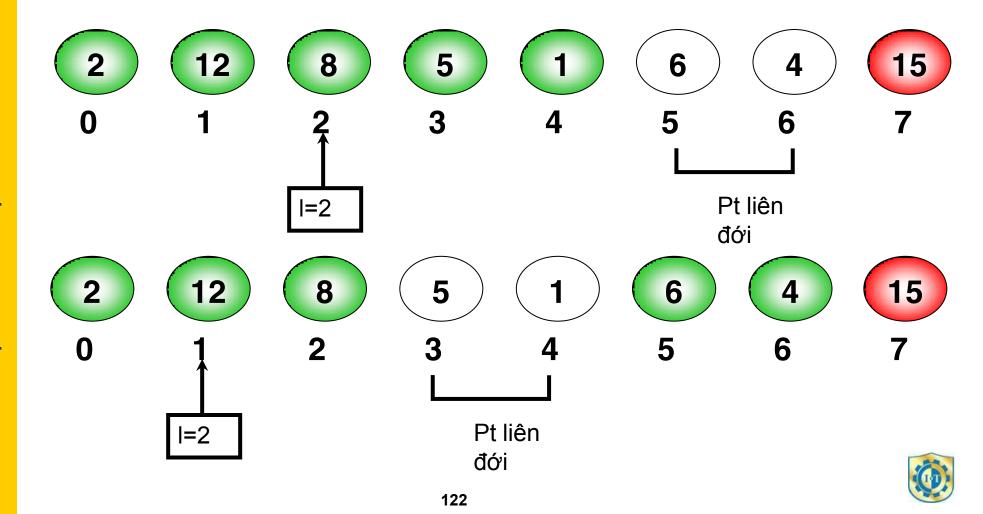






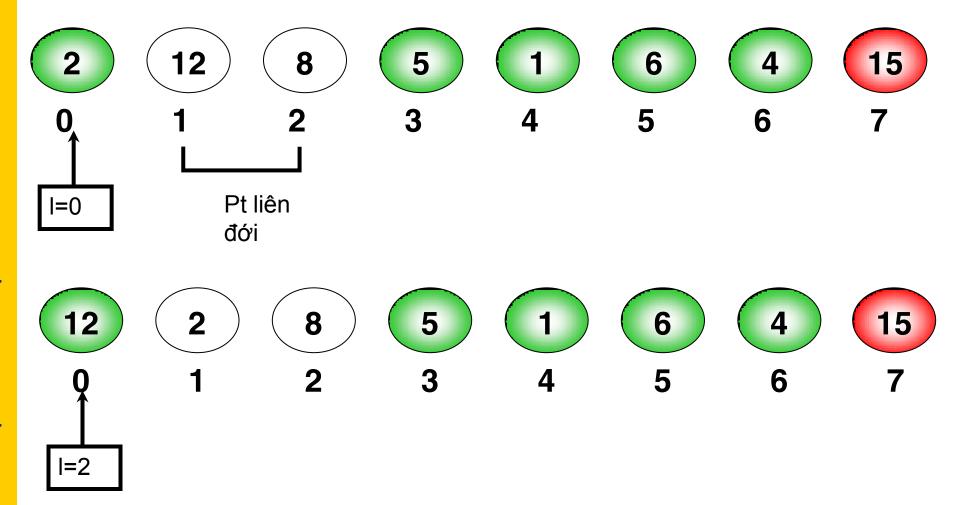
Minh Họa Thuật Toán

≻Hiệu chỉnh Heap



CÁU TRÚC DỮ LIỆU VÀ GIẢI THUẬT 1

Minh Họa Thuật Toán

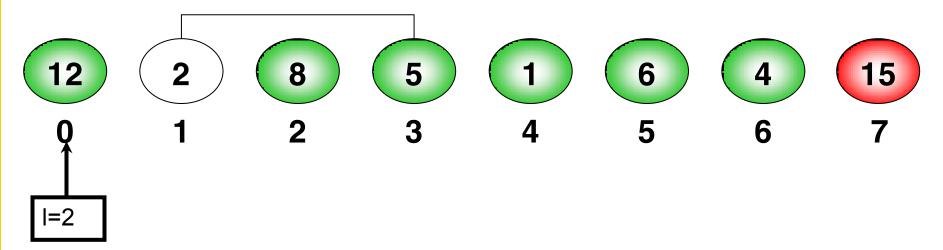


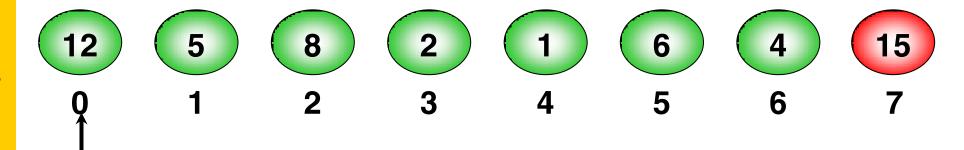


I=2

Minh Họa Thuật Toán

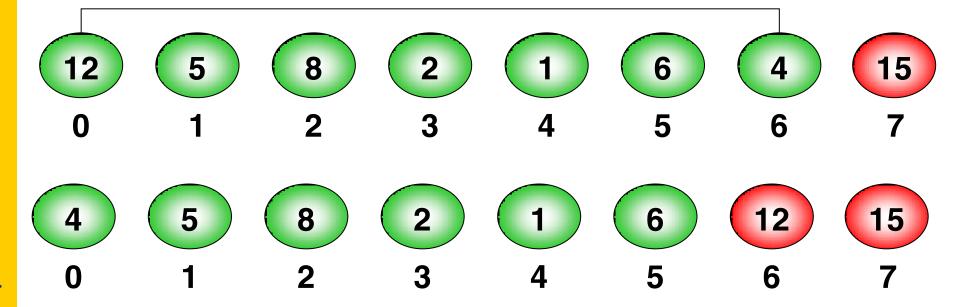
Lan truyền việc điều chỉnh



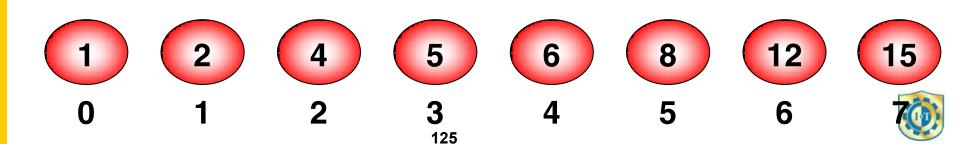




Minh Họa Thuật Toán



➤Thực hiện với r= 5,4,3,2 ta được



→ Hiệu chỉnh a_I, a_{I+1},...,a_r thành Heap void shift(int a∏,int I,int r) int x,i,j; i=l; j=2*i+1;x=a[i]; while(j<=r) if(j<r)</pre> if(a[i]<a[i+1]) //tim phan tu lon nhat a[j] va a[j+1]



```
j++; //luu chi so cua phan tu nho nhat trong hai phan tu
if(a[j]<=x) return;</pre>
else
       a[i]=a[j];
       a[j]=x;
       i=j;
       j=2*i+1;
       x=a[i];
```



➤ Hiệu chỉnh a₀,..a_{n-1}Thành Heap

```
void CreateHeap(int a[],int n)
   int I;
    I=n/2-1;
    while(I >= 0)
          shift(a,l,n-1);
          I=I-1;
```



```
Hàm HeapSort
   void HeapSort(int a[],int n)
      int r;
      CreateHeap(a,n);
      r=n-1;
      while(r>0)
            Swap(a[0],a[r]);//a[0] la nút gốc
            r--;
            if(r>0)
                  shift(a,0,r);
```



Các Thuật Toán Sắp Xếp

- 1. Đổi chỗ trực tiếp Interchange Sort
- 2. Chọn trực tiếp Selection Sort
- 3. Nối bọt Bubble Sort
- 4. Shaker Sort
- 5. Chèn trực tiếp Insertion Sort
- 6. Chèn nhị phân Binary Insertion Sort
- 7. Shell Sort
- 8. Heap Sort
- 9. Quick Sort
- 10. Merge Sort
- 11. Radix Sort



Quick Sort

- Ý tưởng:
- Giải thuật QuickSort sắp xếp dãy a₁, a₂ ..., a_N dựa trên việc phân hoạch dãy ban đầu thành 3 phần :
 - Phần 1: Gồm các phần tử có giá trị bé hơn
 x
 - Phần 2: Gồm các phần tử có giá trị bằng x
 - Phần 3: Gồm các phần tử có giá trị lớn hơn x

với x là giá trị của một phần tử tùy ý trong dãy ban đầu.



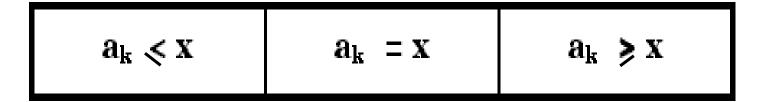
Quick Sort - Ý Tưởng

Sau khi thực hiện phân hoạch, dãy ban đầu được phân thành 3 đoạn:

• 1.
$$a_k \le x$$
, $v \circ i k = 1 ... j$

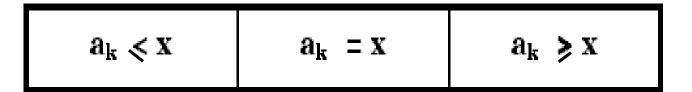
• 2.
$$a_k = x$$
, $v\acute{o}ik = j+1 ... i-1$

• 3.
$$a_k \ge x$$
, với $k = i...N$





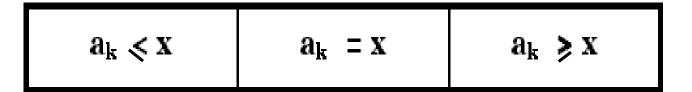
Quick Sort – Ý Tưởng



- Doạn thứ 2 đã có thứ tự.
- Nếu các đoạn 1 và 3 chỉ có 1 phần tử : đã có thứ tự
 - → khi đó dãy con ban đầu đã được sắp.



Quick Sort – Ý Tưởng



- Đoạn thứ 2 đã có thứ tự.
- Nếu các đoạn 1 và 3 có nhiều hơn 1 phần tử thì dãy ban đầu chỉ có thứ tự khi các đoạn 1, 3 được sắp.
- Để sắp xếp các đoạn 1 và 3, ta lần lượt tiến hành việc phân hoạch từng dãy con theo cùng phương pháp phân hoạch dãy ban đầu vừa trình bày ...



Giải Thuật Quick Sort

Bước 1: Nếu left ≥ right //dãy có ít hơn 2 phần tử

Kết thúc; //dãy đã được sắp xếp

Bước 2: Phân hoạch dãy a_{left} ... a_{right} thành các đoạn: a_{left}... a_j, a_{j+1}... a_{i-1}, a_i... a_{right}

Đoan 1 ≤ x

Đoạn 2: a_{i+1} ... $a_{i-1} = x$

Đoạn 3: a_i .. $a_{right} \ge x$

- Bước 3: Sắp xếp đoạn 1: a_{left}.. a_j
- Bước 4: Sắp xếp đoạn 3: a_i.. a_{right}



Giải Thuật Quick Sort

Bước 1 : Chọn tùy ý một phần tử a[k] trong dãy là giá trị mốc (I ≤ k ≤ r):

$$x = a[k]; i = l; j = r;$$

- Bước 2 : Phát hiện và hiệu chỉnh cặp phần tử a[i], a[j] nằm sai chỗ :
 - <u>Bước 2a</u>: Trong khi (a[i]<x) i++;</p>
 - <u>Bước 2b</u> : Trong khi (a[j]>x) j--;
 - Bước 2c : Nếu i< j Swap(a[i],a[j]);</p>
- Bước 3 : Nếu i < j: Lặp lại Bước 2.</p>
 Ngược lại: Dừng

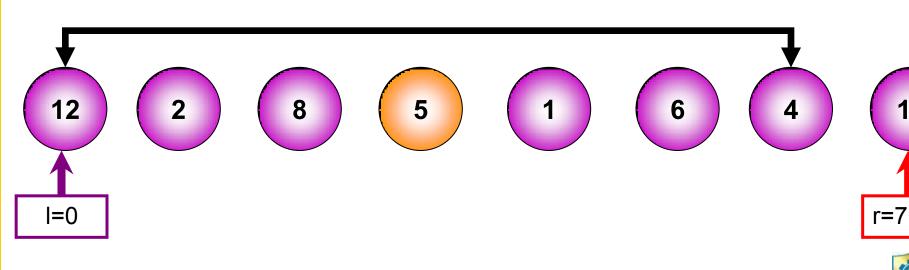




> Cho dãy số a:

Phân hoạch đoạn I = 0, r = 7:

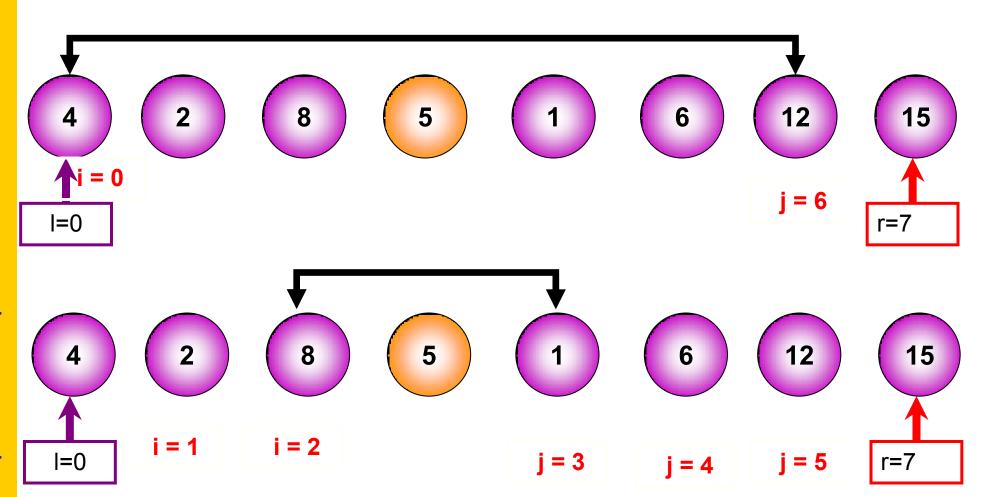
$$x = a[3] = 5$$





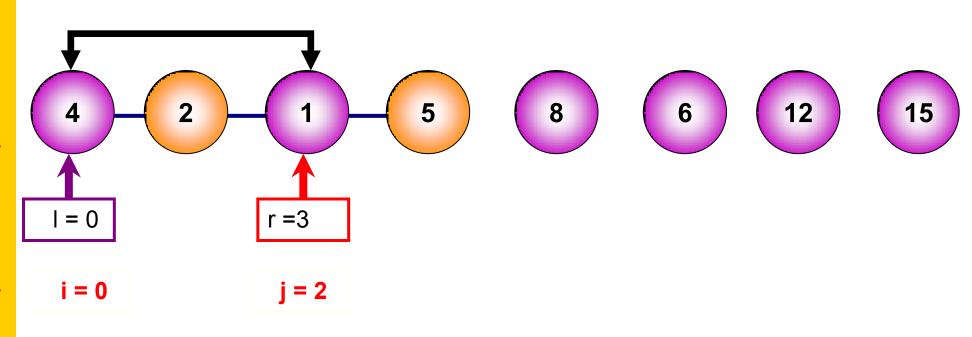
CÁU TRÚC DỮ LIỆU VÀ GIẢI THUẬT 1

Quick Sort – Ví Du



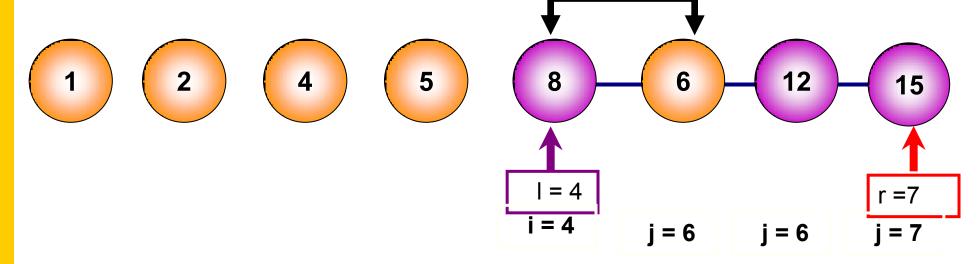


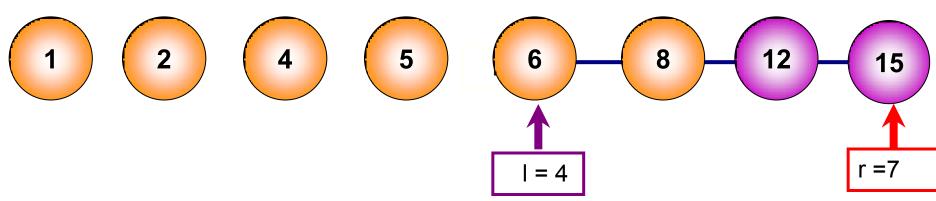
 \triangleright Phân hoạch đoạn I = 0, r = 2:





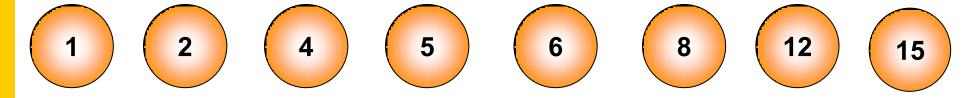
➤ Phân hoạch đoạn I =4, r = 7:







Phân hoạch đoạn I =6, r = 7:





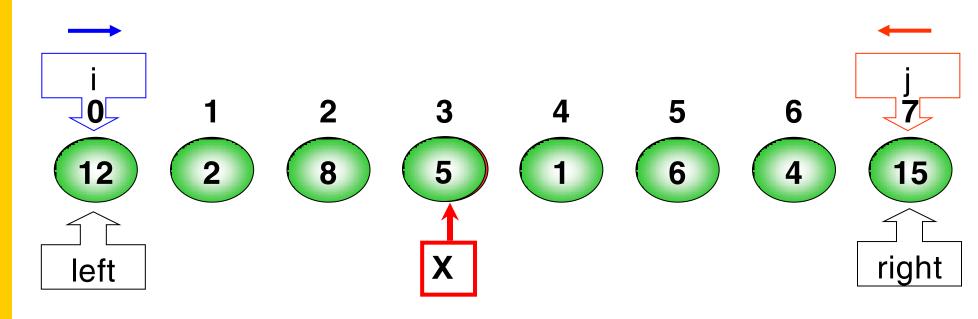
Quick Sort

```
void QuickSort(int a[], int left, int right)
     int i, j, x;
x = a[(left+right)/2];
i = left; j = right;
     do
{
           while(a[i] < x) i++;
while(a[j] > x) j--;
if(i <= j)</pre>
                       Swap(a[i],a[j]);
i++; j--;
     } while(i <= j);
     if(left<j)</pre>
           QuickSort(a, left, j);
     if(i<right)
           QuickSort(a, i, right);
```





➤ Phân hoạch đọan [0,7]

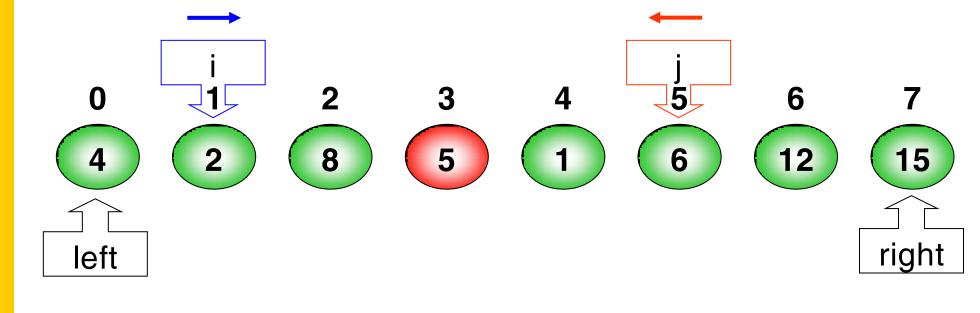






➤ Phân hoạch đọan [0,7]

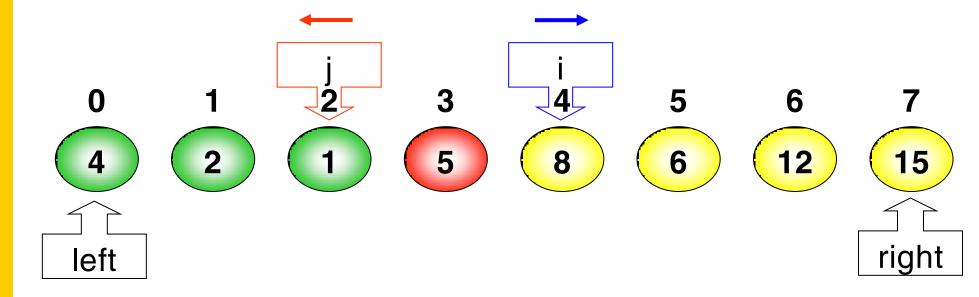






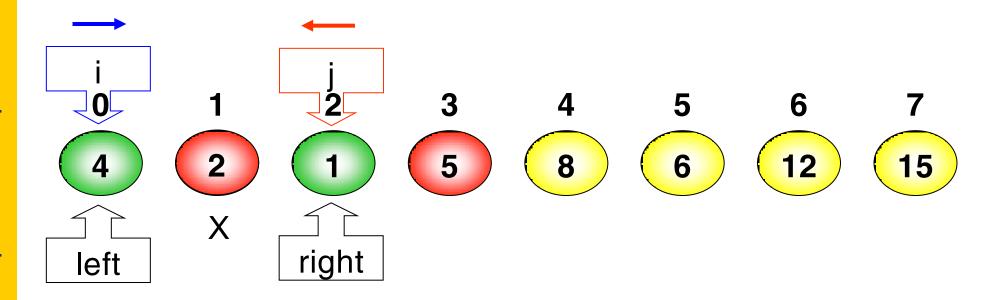


➤ Phân hoạch đọan [0,2]





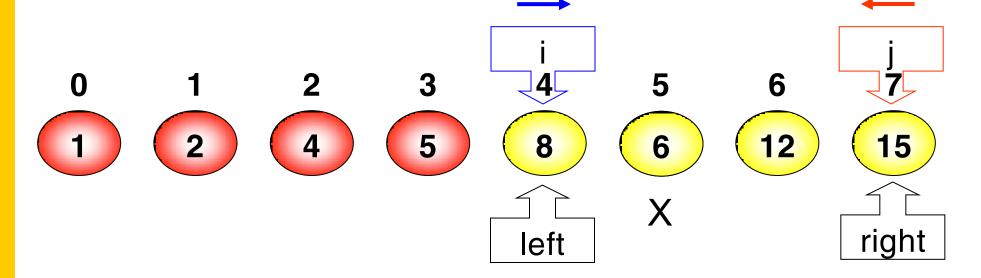
➤ Phân hoạch đọan [0,2]



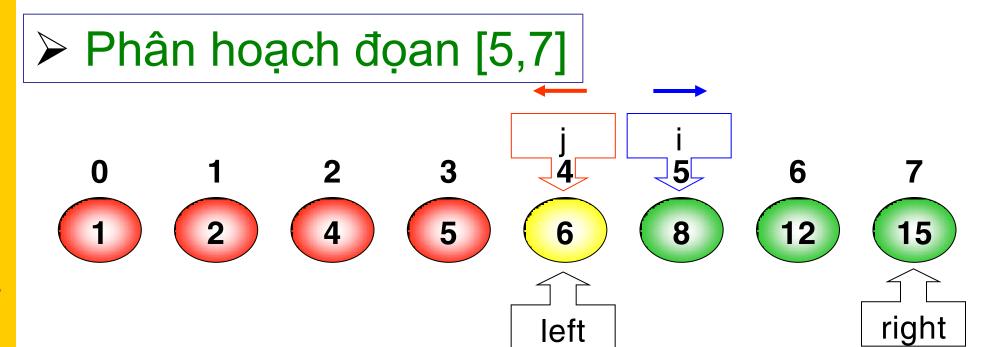




➤ Phân hoạch đọan [4,7]



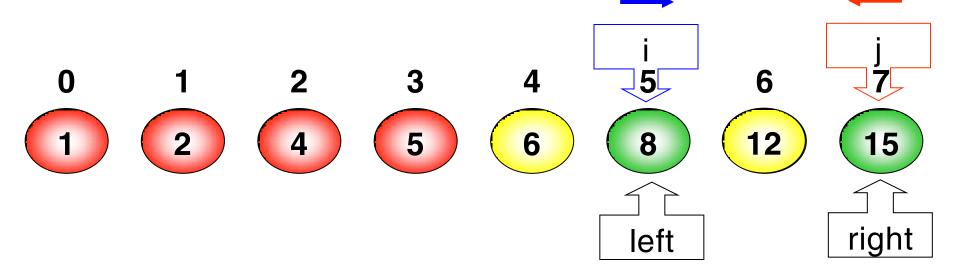




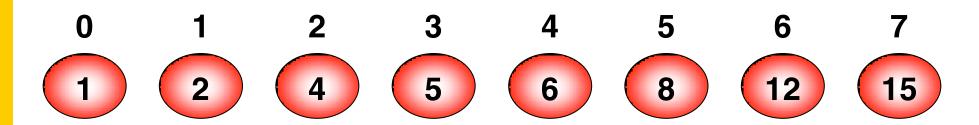




> Phân hoạch đọan [5,7]









Độ Phức Tạp Của Quick Sort

| Trường hợp | Độ phức tạp |
|------------|----------------|
| Tốt nhất | n*log(n) |
| Trung bình | n*log(n) |
| Xấu nhất | n ² |



Các Thuật Toán Sắp Xếp

- 1. Đổi chỗ trực tiếp Interchange Sort
- 2. Chọn trực tiếp Selection Sort
- 3. Nối bọt Bubble Sort
- 4. Shaker Sort
- 5. Chèn trực tiếp Insertion Sort
- 6. Chèn nhị phân Binary Insertion Sort
- 7. Shell Sort
- 8. Heap Sort
- 9. Quick Sort
- 10. Merge Sort
- 11. Radix Sort



Merge Sort – Ý Tưởng

- Giải thuật Merge sort sắp xếp dãy a₁, a₂, ..., a_n dựa trên nhận xét sau:
 - Mỗi dãy a₁, a₂, ..., a_n bất kỳ là một tập hợp các dãy con liên tiếp mà mỗi dãy con đều đã có thứ tự.
 - Ví dụ: dãy 12, 2, 8, 5, 1, 6, 4, 15 có thể coi như gồm 5 dãy con không giảm (12); (2, 8); (5); (1, 6); (4, 15).
 - ♥ Dãy đã có thứ tự coi như có 1 dãy con.
- → Hướng tiếp cận: tìm cách làm giảm số dãy con không giảm của dãy ban đầu.



Merge Sort – thuật toán

Bước 1: // Chuẩn bị

k = 1; // k là chiều dài của dãy con trong bước hiện hành

Bước 2:

Tách dãy a_0 , a_1 , ., a_{n-1} thành 2 dãy b, c theo nguyên tắc luân phiên từng nhóm k phần tử:

$$b = a_0, ..., a_k, a_{2k}, ..., a_{3k}, ...$$

$$c = a_{k+1}, ., a_{2k+1}, a_{3k+1}, .$$

Bước 3:

Trộn từng cặp dãy con gồm k phần tử của 2 dãy b, c vào a.

Bước 4:

k = k*2;

Nếu k < n thì trở lại bước 2.

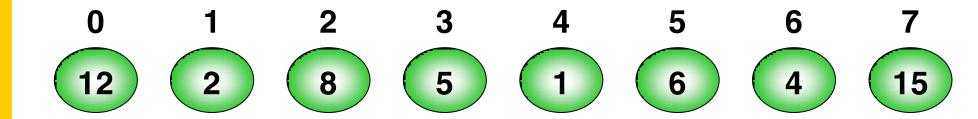
Ngược lại: Dừng





> k=1

≻Phân phối luân phiên









≻Phân phối luân phiên

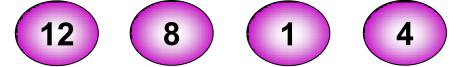
 0
 1
 2
 3
 4
 5
 6
 7

 12
 2
 8
 5
 1
 6
 4
 15





➤ Trộn từng cặp đường chạy



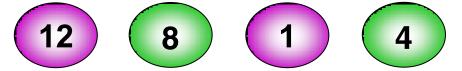








➤ Trộn từng cặp đường chạy





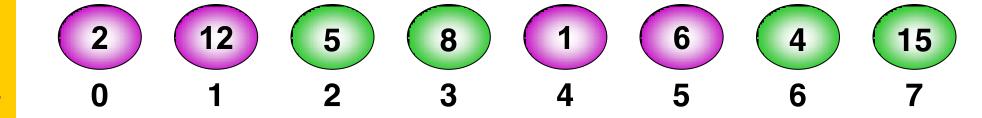








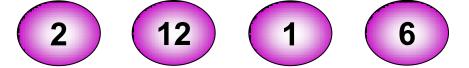
≻Phân phối luân phiên







➤ Trộn từng cặp đường chạy









➤ Trộn từng cặp đường chạy





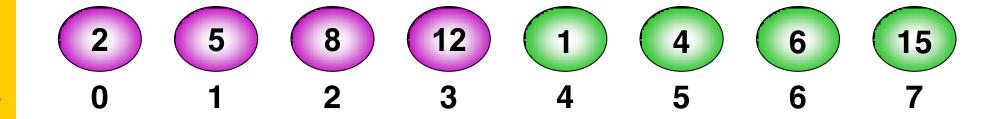








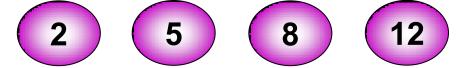
≻Phân phối luân phiên





$$>k=4$$

Trộn từng cặp đường chạy









$$>k=4$$

➤ Trộn từng cặp đường chạy

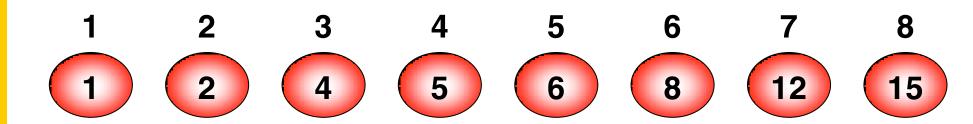














- Dữ liệu hỗ trợ: 2 mảng b, c: int b[MAX], c[MAX], nb, nc;
- Các hàm cần cài đặt:
 - void MergeSort(int a[], int N); : Sắp xếp mảng (a, N) tăng dần
 - void Distribute(int a[], int N, int &nb, int &nc, int k);
 Phân phối đều luân phiên các dãy con độ dài k từ mảng a vào hai mảng con b và c
 - void Merge(int a[], int nb, int nc, int k); : Trộn mảng b và mảng c vào mảng a
 - void MergeSubarr(int a[], int nb, int nc, int &pa, int &pb, int &pc, int k); : Trộn một cặp dãy con từ b và c vào a



```
int b[MAX], c[MAX], nb, nc;
void MergeSort(int a[], int N)
   int k;
   for (k = 1; k < N; k *= 2)
       Distribute(a, N, nb, nc, k);
       Merge(a, nb, nc, k);
```



```
void Distribute(int a[], int N, int &nb, int &nc, int k)
    int i, pa, pb, pc;
    pa = pb = pc = 0;
    while (pa < N)
    {
        for (i=0; (pa<N) && (i<k); i++, pa++, pb++)
                b[pb] = a[pa];
        for (i=0; (pa<N) && (i<k); i++, pa++, pc++)
                c[pc] = a[pa];
    nb = pb; nc = pc;
```



```
void Merge(int a[],int nb, int nc,int k)
  int p, pb, pc, ib, ic, kb, kc;
   p=pb=pc=0; ib=ic=0;
   while((nb>0)&&(nc>0))
    kb=min(k,nb); kc=min(k,nc);
      if(b[pb+ib] \le c[pc+ic])
           a[p++]=b[pb+ib]; ib++;
            if(ib==kb)
                 for(;ic<kc;ic++ a[p++]=c[pc+ic];
                  pb+=kb; pc+=kc; ib=ic=0;
                  nb-=kb; nc-=kc;
```



```
else
     a[p++]=c[pc+ic]; ic++;
     if(ic==kc)
            for(;ib < kb;ib++) = a[p++]=b[pb+ib];
            pb+=kb; pc+=kc; ib=ic=0;
            nb-=kb; nc-=kc;
```



```
int min(int a,int b)
{
    if(a>b) return b;
    else return a;
}
```



Độ phức tạp của Merge Sort

Số lần lặp của Bước 2, 3 là log₂n do sau mỗi lần lặp giá trị k tăng gấp đôi. Chi phí thực hiện ở bước 2 và 3 tỉ lệ thuật với n. Do dó chi phí của dãy thuật MergeSort là O(nlog₂n)



Các Thuật Toán Sắp Xếp

- 1. Đổi chỗ trực tiếp Interchange Sort
- 2. Nổi bọt Bubble Sort
- 3. Shaker Sort
- 4. Chèn trực tiếp Insertion Sort
- 5. Chèn nhị phân Binary Insertion Sort
- 6. Shell Sort
- 7. Chọn trực tiếp Selection Sort
- 8. Quick Sort
- 9. Merge Sort
- 10. Heap Sort
- 11. Radix Sort



- Radix Sort là một thuật toán tiếp cận theo một hướng hoàn toàn khác.
- Nếu như trong các thuật toán khác, cơ sở để sắp xếp luôn là việc so sánh giá trị của 2 phần tử thì Radix Sort lại dựa trên nguyên tắc phân loại thư của bưu điện. Vì lý do đó Radix Sort còn có tên là Postman's Sort.
- Radix Sort không hề quan tâm đến việc so sánh giá trị của phần tử mà bản thân việc phân loại và trình tự phân loại sẽ tạo ra thứ tự cho các phần tử.



- Mô phỏng lại qui trình trên, để sắp xếp dãy a₁, a₂, ..., a_n, giải thuật Radix Sort thực hiện như sau:
 - Trước tiên, ta có thể giả sử mỗi phần tử a_i trong dãy a₁, a₂, ..., a_n là một số nguyên có tối đa m chữ số.
 - Ta phân loại các phần tử lần lượt theo các chữ số hàng đơn vị, hàng chục, hàng trăm, ... tương tự việc phân loại thư theo tỉnh thành, quận huyện, phường xã,



Bước 1 :// k cho biết chữ số dùng để phân loại hiện hành

Bước 2 : //Tạo các lô chứa các loại phần tử khác nhau

♦ Khởi tạo 10 lô B₀, B₁, ..., B₉ rỗng;



> Bước 3:

♦ For i = 1 .. n do

- Đặt a_i vào lô B_t với t: chữ số thứ k của a_i;
- ➢ Bước 4 :
 - $\$ Nối B_0 , B_1 , ..., B_9 lại (theo đúng trình tự) thành a.
- > Bước 5:





| 12 | 070 <u>1</u> | | | | | | | | | | |
|----|--------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|---|---|--------------|--------------|
| 11 | 172 <u>5</u> | | | | | | | | | | |
| 10 | 099 <mark>9</mark> | | | | | | | | | | |
| 9 | 917 <u>0</u> | | | | | | | | | | |
| 8 | 325 <mark>2</mark> | | | | | | | | | | |
| 7 | 451 <mark>8</mark> | | | | | | | | | | |
| 6 | 700 <mark>9</mark> | | | | | | | | | | |
| 5 | 142 <u>4</u> | | | | | | | | | | |
| 4 | 042 <mark>8</mark> | | | | | | | | | | |
| 3 | 123 <mark>9</mark> | | | | | | | | | | 099 <u>9</u> |
| 2 | 842 <mark>5</mark> | | | | | | 172 <u>5</u> | | | 451 <u>8</u> | 700 <u>9</u> |
| 1 | 701 <u>3</u> | 917 <u>0</u> | 070 <u>1</u> | 325 <u>2</u> | 701 <u>3</u> | 142 <u>4</u> | 842 <u>5</u> | | | 042 <u>8</u> | 123 <u>9</u> |
| CS | A | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |



| 12 | 0999 | | | | | | | | | | |
|----|---------------------|---------------|---------------|--------------------|---------------|---|---------------|---|---------------|---|---------------|
| 11 | 70 <mark>0</mark> 9 | | | | | | | | | | |
| 10 | 12 <mark>3</mark> 9 | | | | | | | | | | |
| 9 | 45 <u>1</u> 8 | | | | | | | | | | |
| 8 | 0428 | | | | | | | | | | |
| 7 | 17 <mark>2</mark> 5 | | | | | | | | | | |
| 6 | 84<u>2</u>5 | | | | | | | | | | |
| 5 | 14 <mark>2</mark> 4 | | | | | | | | | | |
| 4 | 70 <u>1</u> 3 | | | 04 <u>2</u> 8 | | | | | | | |
| 3 | 32 <mark>5</mark> 2 | | | 17 <u>2</u> 5 | | | | | | | |
| 2 | 07 <u>0</u> 1 | 70 0 9 | 45 <u>1</u> 8 | 84<u>2</u>5 | | | | | | | |
| 1 | 91 <u>7</u> 0 | 07 <u>0</u> 1 | 70 <u>1</u> 3 | 14 <u>2</u> 4 | 12 <u>3</u> 9 | | 32 <u>5</u> 2 | | 91 <u>7</u> 0 | | 09 <u>9</u> 9 |
| CS | Α | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |



| 12 | 0 <mark>9</mark> 99 | | | | | | | | | | |
|----|---------------------|---------------|---------------|---------------|---|---------------|---------------|---|---------------|---|---------------|
| 11 | 9 <u>1</u> 70 | | | | | | | | | | |
| 10 | 3 <mark>2</mark> 52 | | | | | | | | | | |
| 9 | 1 <mark>2</mark> 39 | | | | | | | | | | |
| 8 | 0 <u>4</u> 28 | | | | | | | | | | |
| 7 | 1 <u>7</u> 25 | | | | | | | | | | |
| 6 | 8 <u>4</u> 25 | | | | | | | | | | |
| 5 | 1 <u>4</u> 24 | | | | | | | | | | |
| 4 | 4 <u>5</u> 18 | | | | | | | | | | |
| 3 | 7 <mark>0</mark> 13 | | | | | 0 <u>4</u> 28 | | | | | |
| 2 | 7 <mark>0</mark> 09 | 7 <u>0</u> 13 | | 3 <u>2</u> 52 | | 8 <u>4</u> 25 | | | 1 <u>7</u> 25 | | |
| 1 | 0 <u>7</u> 01 | 7 <u>0</u> 09 | 9 <u>1</u> 70 | 1 <u>2</u> 39 | | 1 <u>4</u> 24 | 4 <u>5</u> 18 | | 0 <u>7</u> 01 | | 0 <u>9</u> 99 |
| CS | Α | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |



| 12 | <u>0</u> 999 | | | | | | | | | | |
|----|--------------|--------------|--------------|---|--------------|--------------|---|---|--------------|--------------|--------------|
| 11 | <u>1</u> 725 | | | | | | | | | | |
| 10 | <u>0</u> 701 | | | | | | | | | | |
| 9 | <u>4</u> 518 | | | | | | | | | | |
| 8 | <u>0</u> 428 | | | | | | | | | | |
| 7 | <u>8</u> 425 | | | | | | | | | | |
| 6 | <u>1</u> 424 | | | | | | | | | | |
| 5 | <u>3</u> 252 | | | | | | | | | | |
| 4 | 1 239 | | | | | | | | | | |
| 3 | 9 170 | <u>0</u> 999 | <u>1</u> 725 | | | | | | | | |
| 2 | <u>7</u> 013 | <u>0</u> 701 | <u>1</u> 424 | | | | | | <u>7</u> 013 | | |
| 1 | <u>7</u> 009 | <u>0</u> 428 | 1 239 | | <u>3</u> 252 | <u>4</u> 518 | | | <u>7</u> 009 | 8 425 | <u>9</u> 170 |
| CS | Α | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |





| 12 | 9 170 | | | | | | | | | | |
|----|---------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 11 | <u>8</u> 425 | | | | | | | | | | |
| 10 | <u>7</u> 013 | | | | | | | | | | |
| 9 | <u>7</u> 009 | | | | | | | | | | |
| 8 | <u>4</u> 518 | | | | | | | | | | |
| 7 | <u>3</u> 252 | | | | | | | | | | |
| 6 | <u>1</u> 725 | | | | | | | | | | |
| 5 | <u>1</u> 424 | | | | | | | | | | |
| 4 | <u>1</u> 239 | | | | | | | | | | |
| 3 | <u>0</u> 999 | | | | | | | | | | |
| 2 | <u>0</u> 701 | | | | | | | | | | |
| 1 | <u>0</u> 428 | | | | | | | | | | |
| CS | Α | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |



Bài Tập

- Nhập một dãy số nguyên n phần tử.
- Sắp xếp lại dãy sao cho:
 - số nguyên dương đầu ở đầu dãy và theo thứ tự giảm.
 - số nguyên âm tăng ở cuối dãy và theo thứ tự tăng.
 - số 0 ở giữa.
- Lưu ý: Không dùng đổi chỗ trực tiếp.

