

Trabajo Práctico 3

[7529/9506] Teoría de Algoritmos I
Segundo cuatrimestre de 2021

| | |
|--------------|---|
| Grupo: | 404 |
| Repositorio: | github.com/lucashemmingsen/7529tp3 |
| Entrega: | nº 1 (08/11/2021) |

Integrantes del grupo 404

| Padrón | Apellido, Nombre | Email |
|--------|--------------------------|------------------------|
| 76187 | Xxxxxxxxxx, Xxxxx Xxxxx | xxxxxxxxxxxx@fi.uba.ar |
| 97529 | Xxxxxxxxx, Xxxxx Xxxxxxx | xxxxxxxxxx@fi.uba.ar |
| 102593 | Xxxxxx, Xxxxx Xxxxx | xxxxxxx@fi.uba.ar |
| 102649 | Xxxxxx, XXXXXXXX Xxxxx | xxxxxxx@fi.uba.ar |
| 106713 | Xxxx Xxxxx, Xxxxx | xxxxxx@fi.uba.ar |

Índice

| | |
|---|-----------|
| I. Introducción | 2 |
| I.1. Resumen | 2 |
| I.2. Lineamientos básicos | 2 |
| P1Parte 1: Una campaña publicitaria masiva pero mínima | 3 |
| a. Enunciado | 3 |
| b. Formato de los archivos | 3 |
| 1. Vuelos: Propuesta | 4 |
| 2. Vuelos: Reducción algorítmica | 4 |
| 3. Vuelos: Optimalidad | 4 |
| 4. Vuelos: Programa | 5 |
| 5. Vuelos: Complejidad | 5 |
| P2Parte 2: Equipos de socorro | 6 |
| a. Enunciado | 6 |
| 1. Socorro: NP-Completo | 7 |
| 2. Set-dominante: NP-Completo | 8 |
| 3. Tratabilidad | 9 |
| P3Parte 3: Un poco de teoría | 10 |
| a. Enunciado | 10 |
| 1. Reducción polinomial | 11 |
| 2. Importancia de NP-Completo | 11 |
| 3. Ejercicios teóricos | 12 |

I. Introducción

I.1. Resumen

El presente informe documenta el enunciado y la solución del tercer trabajo práctico de la materia Teoría de Algoritmos I. El mismo comprende el análisis de los problemas planteados, la implementación y comparación de complejidad del primero de ellos, y varios puntos teóricos.

I.2. Lineamientos básicos

- El trabajo se realizará en grupos de cinco personas.
- Se debe entregar el informe en formato pdf y código fuente en (.zip) en el aula virtual de la materia.
- El lenguaje de implementación es libre. Recomendamos utilizar C, C++ o Python. Sin embargo si se desea utilizar algún otro, se debe pactar con los docentes.
- Incluir en el informe los requisitos y procedimientos para su compilación y ejecución. La ausencia de esta información no permite probar el trabajo y deberá ser re-entregado con esta información.
- El informe debe presentar carátula con el nombre del grupo, datos de los integrantes y y fecha de entrega. Debe incluir número de hoja en cada página.
- En caso de re-entrega, entregar un apartado con las correcciones mencionadas

P1. Parte 1: Una campaña publicitaria masiva pero mínima

a. Enunciado

Una empresa de turismo que vende excursiones desea realizar una campaña publicitaria en diferentes vuelos comerciales con el objetivo de llegar a todos los viajeros que parten del país A y que se dirigen al país B. Estos viajeros utilizan diferentes rutas (algunos vuelos directos, otros armando sus propios recorridos intermedios). Se conoce para una semana determinada todos los vuelos entre los diferentes aeropuertos con sus diferentes capacidades. Además parten del supuesto que durante ese periodo la afluencia entre A y B no se verá disminuida por viajes entre otros destinos.

Desean determinar en qué trayectos simples (trayecto de un viaje que inicia desde un aeropuerto y termina en otro) poner publicidad de forma de alcanzar a TODAS las personas que tienen el destino inicial A y el destino final B. Pero además desean que siempre que sea posible seleccionen la combinación que tenga el menor número de vuelos comerciales. Esto es porque pagan tanto por cantidad de vuelos como por pasajeros que cumplan con la condición de ser del país de origen A y con destino final B.

Se pide:

1. Proponer una solución algorítmica que resuelva el problema de forma eficiente. Explicarla paso a paso. Utilice diagramas para representarla.
2. Plantear la solución como si fuese una reducción de problema. ¿Puede afirmar que corresponde a una reducción polinomial? Justificar.
3. ¿Podría asegurar que su solución es óptima?
4. Programe la solución
5. Compare la complejidad temporal y espacial de su solución programada con la teórica. ¿Es la misma o difiere?

b. Formato de los archivos

El programa debe recibir por parámetro el path del archivo donde se encuentran los vuelos disponibles entre pares de ciudades y la cantidad maxima de pasajeros en la misma.

El archivo debe ser de tipo texto y presentar por renglón, separados por coma el pais de origen el de destino y la capacidad del mismo. Las primeras dos lineas del archivo contiene el pais de origen y de destino respectivamente

Ejemplo: "vuelos.txt"

```
A
B
A,D,140
A,E,200
D,B,100
...
```

Debe resolver el problema y retornar por pantalla la solución. Debe mostrar por consola en en que vuelos poner la publicidad. Además imprimir cual es la cantidad maxima de pasajeros que puede ir de A a B.

1. Vuelos: Propuesta

Enunciado P1.1

Proponer una solución algorítmica que resuelva el problema de forma eficiente. Explicarla paso a paso. Utilice diagramas para representarla.

No se ha llegado a completar este punto.

2. Vuelos: Reducción algorítmica

Enunciado P1.2

Plantear la solución como si fuese una reducción de problema. ¿Puede afirmar que corresponde a una reducción polinomial? Justificar

No se ha llegado a completar este punto.

3. Vuelos: Optimalidad

Enunciado P1.3

¿Podría asegurar que su solución es óptima?

No se ha llegado a completar este punto.

4. Vuelos: Programa

Enunciado P1.4

Programe la solución

No se ha llegado a completar este punto.
newpage

5. Vuelos: Complejidad

Enunciado P1.5

Compare la complejidad temporal y espacial de su solución programada con la teórica. ¿Es la misma o difiere?

No se ha llegado a completar este punto.

P2. Parte 2: Equipos de socorro

a. Enunciado

El sistema ferroviario de un país cubre un gran conjunto de su territorio. El mismo permite realizar diferentes viajes con transbordos entre distintos ramales y subramales que pasan por sus principales ciudades. Dentro de su proceso de mejoramiento del servicio buscan que ante una emergencia en una estación se pueda llegar de forma veloz y eficiente. Consideran que eso se lograría si el equipo de socorro se encuentra en esa misma estación o en el peor de los casos en una estación vecina (que tenga una trayecto directo que no requiere pasar por otras estaciones). Como los recursos son escasos desean establecer la menor cantidad de equipos posibles (un máximo de k equipos pueden solventar). Se solicita nuestra colaboración para dar con una respuesta a este problema.

Se pide:

1. Utilizar el problema conocido como “set dominante” para demostrar que corresponde a un problema NP-Completo.
2. Asimismo demostrar que el problema set dominante corresponde a un problema NP-Completo.
3. Con lo que demostró responda: ¿Es posible resolver de forma eficiente (de forma “tratable”) el problema planteado?

HINT: podría ser una buena idea utilizar 3SAT o VERTEX COVER.

1. Socorro: NP-Completo

Enunciado P2.1

Utilizar el problema conocido como “set dominante” para demostrar que corresponde a un problema NP-Completo.

No se ha llegado a completar este punto.

2. Set-dominante: NP-Completo

Enunciado P2.2

Asimismo demostrar que el problema set dominante corresponde a un problema NP-Completo.

No se ha llegado a completar este punto.

3. Tratabilidad

Enunciado P2.2

Con lo que demostró responda: ¿Es posible resolver de forma eficiente (de forma “tratable”) el problema planteado?

No se ha llegado a completar este punto.

P3. Parte 3: Un poco de teoría

a. Enunciado

1. Defina y explique qué es una reducción polinomial y para qué se utiliza.
2. Explique detalladamente la importancia teórica de los problemas NP-Completos.
3. Tenemos un problema A, un problema B y una caja negra NA y NB que resuelven el problema A y B respectivamente. Sabiendo que B es P.
 - a) Qué podemos decir de A si utilizamos NA para resolver el problema B (asumimos que la reducción realizada para adaptar el problema B al problema A es polinomial)
 - b) Qué podemos decir de A si utilizamos NB para resolver el problema A (asumimos que la reducción realizada para adaptar el problema A al problema B es polinomial)
 - c) ¿Qué pasa con los puntos anteriores si no conocemos la complejidad de B, pero sabemos que A es NP-C?

1. Reducción polinomial

Enunciado P3.1

Defina y explique qué es una reducción polinomial y para qué se utiliza.

Una reducción polinomial es un procedimiento por el cual se transforma una instancia de un problema cuya solución no es conocida en otra instancia de un problema el cual si se sabe resolver. Luego se transforma la solución obtenida para el problema conocido en una solución para el problema original.

Si las transformaciones se realizan en tiempo polinomial, entonces es una reducción polinomial.

Notación: Dados los problemas X e Y , se dice $Y \leq_p X$ si Y es polinomialmente reducible a X . La reducción polinomial puede utilizarse como «caja negra» para resolver problemas cuya solución es desconocida. También como medida de complejidad en el caso de saber la complejidad de alguno de los problemas. Si $Y \leq_p X$, entonces podemos decir que X es «al menos tan difícil de resolver» que Y .

2. Importancia de NP-Completo

Enunciado P3.2

Explique detalladamente la importancia teórica de los problemas NP-Completo.

Un problema es NP-Completo si pertenece a NP y también pertenece NP-Hard, lo cual quiere decir que es uno de los problemas más difíciles de resolver dentro de NP. Esta condición de ser de los problemas más difíciles de resolver dentro de NP los hace importantes ya que si se encontrara la solución a un problema NP-Completo en tiempo polinómico, se probaría que $P = NP$.

Esto ocurre dado que sabemos que $P \subseteq NP$,¹ y si se pudiera probar que el problema más difícil de NP puede solucionarse en tiempo polinomial, entonces todos los problemas de NP se podrían solucionar en tiempo polinomial y por lo tanto $NP \subseteq P$.

Finalmente, si $NP \subseteq P$ y $P \subseteq NP$, entonces $P = NP$.

¹Si se tiene un algoritmo P que resuelve un problema de decisión, puede usarse como "algoritmo certificador" NP, para verificar la solución dada sea correcta simplemente comparando que sean la misma. Por esto, todo algoritmo de decisión P es también NP; pero no necesariamente al revés.

3. Ejercicios teóricos

Enunciado P3.2

Tenemos un problema A, un problema B y una caja negra NA y NB que resuelven el problema A y B respectivamente. Sabiendo que B es P.

1. Qué podemos decir de A si utilizamos NA para resolver el problema B (asumimos que la reducción realizada para adaptar el problema B al problema A es polinomial)
2. Qué podemos decir de A si utilizamos NB para resolver el problema A (asumimos que la reducción realizada para adaptar el problema A al problema B es polinomial)
3. ¿Qué pasa con los puntos anteriores si no conocemos la complejidad de B, pero sabemos que A es NP-C?

1. Qué podemos decir de A si utilizamos NA para resolver el problema B (asumimos que la reducción realizada para adaptar el problema B al problema A es polinomial)

$B \leq_p A$. Que A es tan difícil de resolver como B. No me dice nada.

2. Qué podemos decir de A si utilizamos NB para resolver el problema A (asumimos que la reducción realizada para adaptar el problema A al problema B es polinomial)

$A \leq_p B$. Se puede decir que $A \subseteq P$. Si B es igual o más difícil de resolver que A, y B es P; entonces A tiene que ser P.

3. ¿Qué pasa con los puntos anteriores si no conocemos la complejidad de B, pero sabemos que A es NP-C?

A es NP-C \implies A es NP-H y A es NP.

1) $B \leq_p A$ Puedo decir que B es al menos NP.

2) $A \leq_p B$ Entonces puedo decir que B es NP-Hard.