HƯỚNG DẪN GIẢI

BẢNG ĐÁP ÁN

$\overline{ab}$ b / a	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
0	C	A	D	A	D	B	D	B	D	A
1	C	C	B	C	D	B	A	C	A	B
2	B	D	C	B	C	C	A	D	C	D
3	A	B	B	A	A	D	C	A	C	A
4	B	B	D	A	D	B	D	B	A	D

Câu 1. Cho số phức $z = a + bi\ (a, b \in \mathbb{R})$. Khẳng định nào sau đây là ***sai***?

A. $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$. **B.** $\overline{z} = a - bi$. **C.** z^2 là số thực. **D.** $z.\overline{z}$ là số thực.

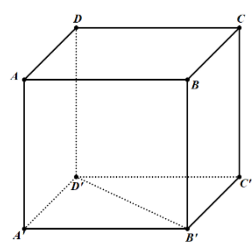
Lời giải – Chọn C

z^2 chưa chắc là số thực, ví dụ $z = 1 + i$ có $z^2 = 1 + 2i + i^2 = 2i$.

Câu 2. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai đường thẳng $B'D'$ và $A'A$.

A. $90°$ **B.** $45°$ **C.** $60°$ **D.** $30°$

Lời giải – Chọn A



$AA' \perp (A'B'C'D') \Rightarrow AA' \perp B'D'$.

Câu 3. Tìm phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-3}{3x-2}$.

A. $x = \dfrac{1}{3}$ **B.** $x = \dfrac{2}{3}$ **C.** $y = \dfrac{2}{3}$ **D.** $y = \dfrac{1}{3}$

Lời giải – Chọn D

$\lim\limits_{x \to +\infty} y = \dfrac{1}{3}$.

Câu 4. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều, $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$. Biết rằng thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng $\sqrt{3}a^3$. Tính độ dài cạnh đáy của khối chóp $S.ABC$.

A. $2\sqrt{3}a$ **B.** $2\sqrt{2}a$ **C.** $3\sqrt{3}a$ **D.** $2a$

Lời giải – Chọn A

$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.S_{ABC}\Rightarrow S_{ABC}=\frac{3V_{S.ABC}}{SA}=\frac{3\sqrt{3}a^3}{a}=3\sqrt{3}a^2$, mà $S_{ABC}=\frac{\sqrt{3}AB^2}{4}$ nên

$\frac{\sqrt{3}AB^2}{4}=3\sqrt{3}a^2\Rightarrow AB=2\sqrt{3}a$

Câu 5. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $c\in[a;b]$. Tìm mệnh đề ***đúng*** trong các mệnh đề sau.

A. $\int_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int_c^b f(x)\mathrm{d}x=\int_b^a f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x+\int_a^c f(x)\mathrm{d}x=\int_c^b f(x)\mathrm{d}x$.

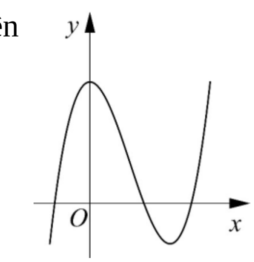
C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x-\int_a^c f(x)\mathrm{d}x=\int_b^c f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x+\int_c^a f(x)\mathrm{d}x=\int_c^b f(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải – Chọn D

$$\int_a^b f(x)\mathrm{d}x+\int_c^a f(x)\mathrm{d}x=\int_c^b f(x)\mathrm{d}x\Leftrightarrow\int_a^b f(x)\mathrm{d}x-\int_a^c f(x)\mathrm{d}x=\int_c^b f(x)\mathrm{d}x$$

$$\Leftrightarrow\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int_c^b f(x)\mathrm{d}x$$

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên một khoảng *K* như hình vẽ bên. Trên *K*, hàm số có bao nhiêu cực trị?



A.3 **B.**2

C.0 **D.**1

Lời giải – Chọn B

Câu 7. Tính $\log_{2^{2018}}4-\frac{1}{1009}+\ln e^{2018}$.

A. 2000 **B.** 1009 **C.** 1000 **D.** 2018

Lời giải – Chọn D

$\log_{2^{2018}}2^2-\frac{1}{1009}+2018\ln e=\frac{2}{2018}-\frac{1}{1009}+2018=2018$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a;b)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào ***sai***?

A. Nếu $f'(x)<0$ với mọi *x* thuộc $(a;b)$ thì hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$.

B. Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì $f'(x)>0$ với mọi x thuộc $(a;b)$.

C. Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì $f'(x)\ge 0$ với mọi x thuộc $(a;b)$.

D. Nếu $f'(x)>0$ với mọi x thuộc $(a;b)$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$.

Lời giải – Chọn B

$f'(x)$ có thể bằng 0, ví dụ hàm $y=x^3$ đồng biến trên $(-1;1)$ nhưng $f'(x)=0$ tại $x=0$.

Sửa lại: Nếu hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì $f'(x)\ge 0$ với mọi $x\in(a;b)$ (và $f'(x)$ chỉ bằng 0 tại các điểm hữu hạn của x).

Câu 9. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\tan^2 2x+\dfrac{1}{2}$.

A. $\int\left(\tan^2 2x+\dfrac{1}{2}\right)\mathrm{d}x=2\tan 2x-2x+C.$

B. $\int\left(\tan^2 2x+\dfrac{1}{2}\right)\mathrm{d}x=\tan 2x-\dfrac{x}{2}+C.$

C. $\int\left(\tan^2 2x+\dfrac{1}{2}\right)\mathrm{d}x=\tan 2x-x+C.$

D. $\int\left(\tan^2 2x+\dfrac{1}{2}\right)\mathrm{d}x=\dfrac{\tan 2x}{2}-\dfrac{x}{2}+C.$

Lời giải – Chọn D

Chú ý rằng $(\tan x)'=\dfrac{1}{\cos^2 x}=1+\tan^2 x$.

Câu 10. Cho hai số phức *z* và *z'*. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào ***sai***?

A. $|z+z'|=|z|+|z'|$ **B.** $|z.z'|=|z|.|z'|$ **C.** $\overline{z}.\overline{z'}=\overline{z.z'}$ **D.** $\overline{z}+\overline{z'}=\overline{z+z'}$

Lời giải - Chọn A

Câu 11. Hình lăng trụ đứng có đáy là tam giác cân nhưng không phải là tam đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 4 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 1

Lời giải – Chọn C

Có 2 mặt phẳng đối xứng là mặt phẳng vuông góc với đáy và đi qua đường cao ứng với cạnh đáy của đáy, và mặt phẳng song song với đáy đi qua trung điểm của đường cao hình lăng trụ.

Câu 12. Một hình trụ có chiều cao bằng 3, chu vi đáy bằng 4π. Tính thể tích của khối trụ.

A. 18π **B.** 10π **C.** 12π **D.** 40π

Lời giải – Chọn C

Bán kính đáy: $2\pi r=4\pi\Rightarrow r=2$. Do đó $S_d=\pi r^2=4\pi$. $V=S_d.h=4\pi.3=12\pi$.

Câu 13. Cho khối nón có đường cao *h* và bán kính đáy *r*. Tính thể tích của khối nón.

A. $2\pi r\sqrt{h^2+r^2}$ **B.** $\frac{1}{3}\pi r^2 h$ **C.** $\pi r\sqrt{h^2+r^2}$ **D.** $\pi r^2 h$

Lời giải - Chọn B

$S_d=\pi r^2 \Rightarrow V=\frac{1}{3}h.S_d=\frac{1}{3}h.\pi r^2$.

Câu 14. Gọi V là thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ và V' là thể tích của khối đa diện $A'ABC'D'$. Tính tỉ số $\frac{V'}{V}$.

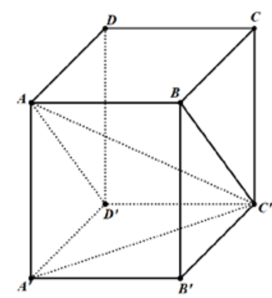
A. $\frac{V'}{V}=\frac{2}{5}$ **B.** $\frac{V'}{V}=\frac{2}{7}$ **C.** $\frac{V'}{V}=\frac{1}{3}$ **D.** $\frac{V'}{V}=\frac{1}{4}$

Lời giải – Chọn C

Dễ thấy $S_{ABC'D'}=2S_{AC'D'}$, do đó $V_{A'.ABC'D'}=2V_{A'.AC'D'}$

Lại có $V_{A'AC'D'}=\frac{1}{2}V_{A.A'B'C'D'}=\frac{1}{2}.\frac{1}{3}V_{ABCD.A'B'C'D'}=\frac{1}{6}V$

$\Rightarrow V'=\frac{1}{3}V$.



Câu 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, lập phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(0;-1;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x+3y-1=0$.

A. $\begin{cases} x=t \\ y=-1+2t \\ z=3+2t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x=1 \\ y=3-t \\ z=3 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x=t \\ y=-1+3t \\ z=3-t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x=t \\ y=-1+3t \\ z=3 \end{cases}$

Lời giải – Chọn D

Véc tơ chỉ phương của đường thẳng này là véc tơ pháp tuyến của (P): $\vec{u}=(1;3;0)$.

Câu 16. Nghiệm của phương trình $\log 10^{100.x}=250$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(0;2)$ **B.** $(2;+\infty)$ **C.** $(-\infty;-2)$ **D.** $(-2;0)$

Lời giải – Chọn B

$100x.\log 10=250 \Leftrightarrow 100x=250 \Leftrightarrow x=\frac{5}{2}$.

Câu 17. Mặt phẳng có phương trình nào sau đây song song với trục Ox?

A. $y-2z+1=0$ **B.** $2y+z=0$ **C.** $2x+y+1=0$ **D.** $3x+1=0$

Lời giải – Chọn A

Trục Ox có véc tơ chỉ phương $(1;0;0)$. Mặt phẳng song song với trục Ox thì véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng đó vuông góc với véc tơ chỉ phương của Ox nên $\vec{n}_{(P)} = (0;b;c)$.

Chú ý rằng mặt phẳng $2y + z = 0$ chứa trục Ox nên không song song với Ox.

Câu 18. Gieo đồng thời hai con súc sắc cân đối và đồng chất. Tính xác suất để số chấm trên mặt xuất hiện của hai con súc sắc là bằng nhau.

A. $\frac{1}{4}$ **B.** $\frac{1}{3}$ **C.** $\frac{1}{6}$ **D.** $\frac{1}{2}$

Lời giải – Chọn C

Con súc sắc thứ nhất gieo được mặt *a* chấm, xác suất để con súc sắc thứ 2 cũng gieo được mặt *a* chấm là $\frac{1}{6}$.

Câu 19. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 3 và chiều cao bằng 4. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

A. 15π **B.** 12π **C.** 9π **D.** 30π

Lời giải – Chọn A

$S_{xq} = \pi r l = \pi r.\sqrt{r^2 + h^2} = \pi.3.5 = 15\pi$

Câu 20. Cho tập $X = \{1, 2, 3, ..., 10\}$. Hỏi có tất cả bao nhiêu mệnh đề ***đúng*** trong các mệnh đề sau:

(I). "Mỗi hoán vị của X là một chỉnh hợp chập 10 của X".

(II). "Tập $B = \{1, 2, 3\}$ là một chỉnh hợp chập 3 của X".

(III). " A_{10}^3 là một chỉnh hợp chập 3 của X".

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Lời giải – Chọn B

(I) đúng. (II) sai vì B là một tổ hợp. (III) sai vì A_{10}^3 là 1 số thực, không phải là 1 chỉnh hợp.

Câu 21. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a. Góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng (ABC) bằng 45^o. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

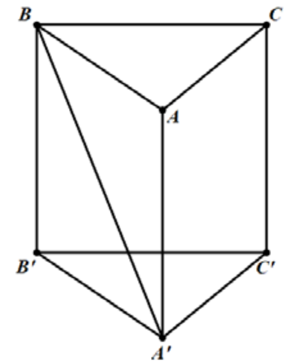
A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$ **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Lời giải – Chọn B

Hình chiếu vuông góc của *A’* xuống mặt phẳng *ABC* là *A*, do đó góc giữa *A’B* và *(ABC)* là $\widehat{A'BA}=45^o$.

Do đó $AA'=AB=a$.

$V_{ABC.A'B'C'}=AA'.S_{ABC}=a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$



Câu 22. Hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ đạt cực tiểu tại điểm $x=1, f(1)=-3$ và đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=9$ **B.** $T=1$ **C.** $T=-2$ **D.** $T=-4$

Lời giải – Chọn D

$f(1)=-3\Leftrightarrow 1+a+b+c=-3\Leftrightarrow a+b+c=-4$

Câu 23. Giả sử trong khai triển $(1+ax)(1-3x)^6$ với $a\in\mathbb{R}$ thì hệ số của số hạng chứa x^3 là 405. Tính a.

A. 9 **B.** 6 **C.** 7 **D.** 14

Lời giải – Chọn C

$(1+ax)(1-3x)^6=(1+ax)\sum_{k=0}^{6}C_6^k(-3)^k x^k$.

Số hạng chứa x^3 là: $1.C_6^3(-3)^3x^3+ax.C_6^2(-3)^2x^2=\left(C_6^3.(-3)^3+aC_6^2.(-3)^2\right)x^3=(135a-540)x^3$

Theo đề bài: $135a-540=405\Leftrightarrow a=7$.

Câu 24. Cho $a>b>-1$. Tích phân $I=\int_a^b \ln(x+1)\,\mathrm{d}x$ bằng biểu thức nào sau đây?

A. $I=(x+1)\ln(x+1)\Big|_a^b-a+b$. **B.** $I=(x+1)\ln(x+1)\Big|_a^b-b+a$.

C. $I=\frac{1}{(x+1)}\Bigg|_a^b$. **D.** $I=x\ln(x+1)\Big|_a^b+\int_a^b\frac{x}{x+1}dx$.

Lời giải – Chọn B

$I=\int_a^b\ln(x+1)\mathrm{d}(x+1)=(x+1)\ln(x+1)\Big|_a^b-\int_a^b(x+1)d\left(\ln(x+1)\right)=(x+1)\ln(x+1)\Big|_a^b-(b-a)$

Câu 25. Cho tam giác đều ABC cạnh a. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng BC và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Trong (P), xét đường tròn (C) đường kính BC. Tính bán kính của mặt cầu chứa đường tròn (C) và đi qua điểm A.

A. $a\sqrt{3}$ **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$ **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$

Lời giải – Chọn C

Gọi I là trung điểm của BC, G là tâm của tam giác ABC thì

$$GA = GB = GC = \frac{2}{3}IA = \frac{2}{3}.\sqrt{a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{2}{3}.\frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{3}a$$

Dễ thấy GI vuông góc với mặt phẳng chứa đường tròn đường kính BC nên G là tâm của khối cầu chứa đường tròn (C) và đi qua điểm A, do đó $R = GA = \frac{\sqrt{3}}{3}a$.

Câu 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;1;1)$, $B(2;3;0)$. Biết rằng tam giác ABC có trực tâm $H(0;3;2)$, tìm tọa độ của điểm C.

A. $C(3;2;3)$ **B.** $C(4;2;4)$ **C.** $C(1;2;1)$ **D.** $C(2;2;2)$

Lời giải – Chọn C

Gọi tọa độ của C là $(a;b;c)$. Ta có:

$\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CH} \Rightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{HC} = 0 \Leftrightarrow a + 2b - c - 4 = 0$.

$\overrightarrow{AH} \perp \overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \overrightarrow{AH}.\overrightarrow{BC} = 0 \Leftrightarrow -a + 2b + c - 4 = 0$

Ngoài ra, phương trình mặt phẳng *ABH:* $x + z - 2 = 0$, vì C thuộc $mp(ABH)$ nên ta có phương trình $a + c - 2 = 0$. Từ 3 điều trên suy ra $a = 2$, $b = 3$, $c = 0$.

Do đó $C(1;2;1)$.

Câu 27. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 6z + 13 = 0$. Tìm tọa độ điểm M biểu diễn số phức $w = (i+1)z_1$.

A. $M(-5;-1)$ **B.** $M(5;1)$ **C.** $M(-1;-5)$ **D.** $M(1;5)$

Lời giải – Chọn A

Dễ thấy $z_1 = -3 + 2i$. Do đó $w = (i+1)(-3+2i) = -5 - i$

Câu 28. Đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+1}{x^2-4}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Lời giải – Chọn D

Tiệm cận ngang: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} y = 1$ nên đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang $y=1$.

Dễ thấy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng $x=2$ và $x=-2$.

Câu 29. Giả sử x, y, z thỏa mãn hệ phương trình $\begin{cases} 2^x.4^y.16^z = 1 \\ 4^x.16^y.2^z = 2 \\ 16^x.2^y.4^z = 4 \end{cases}$. Tìm x.

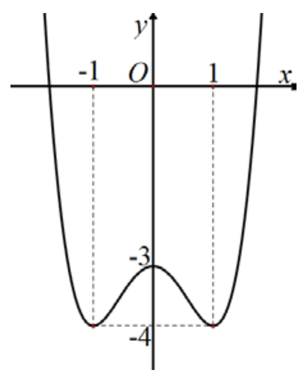
A. $\frac{3}{8}$ **B.** $\frac{8}{3}$ **C.** $\frac{4}{7}$ **D.** $\frac{7}{4}$

Lời giải – Chọn C

Ta có: $2^x.4^y.16^z = 1 \Leftrightarrow \ln\left(2^x.4^y.16^z\right) = 0 \Leftrightarrow x\ln 2 + y\ln 4 + z\ln 16 = 0 \Leftrightarrow x + 2y + 4z = 0$.

Tương tự: $2x + 4y + z = 1$; $4x + y + 2z = 2$. Do đó $x = \frac{4}{7}$

Câu 30. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $f(x) + m = 0$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt.

A. $m < 3$ **B.** $m = -3$ **C.** $-4 < m < -3$ **D.** $m = 3$

Lời giải – Chọn D

Phương trình $f(x) + m = 0$ có đúng 3 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt đường thẳng $y = -m$ tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow -m = -3 \Leftrightarrow m = 3$

Câu 31. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y = x - \sin^2 x$ **B.** $y = \cot x$ **C.** $y = \sin x$ **D.** $y = -x^3$

Lời giải – Chọn A

Hàm số $y = x - \sin^2 x$ có $y' = 1 - 2\sin x\cos x \ge 0$ với mọi $x \in R$.

Câu 32. Có tất cả bao nhiêu mệnh đề ***đúng*** trong bốn mệnh đề sau đây?

(I). $\log_a b > \log_a c$ với mọi số thực $a > 0; b > 0; c > 0; a \neq 1; b > c$.

(II). $\log_a (b.c) = \log_a b.\log_a c$ với mọi số thực $a > 0; b > 0; c > 0; a \neq 1$.

(III). $\log_a b^n = n\log_a b$ với mọi số thực $a > 0; a \neq 1; b \neq 0$, n là số tự nhiên khác 0.

(IV). $a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$ với mọi $a > 0; b > 0; c > 0; b \neq 1$.

A. 4 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Lời giải – Chọn B

Mệnh đề (I) sai, phải thêm điều kiện $a > 1$.

Mệnh đề (II) sai. $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$

Mệnh đề (III) sai, phải thêm điều kiện $b > 0$.

Mệnh đề (IV) đúng.

Câu 33. Một hình trụ có hai đáy là hai hình tròn nội tiếp hai mặt của một hình lập phương cạnh bằng 1. Tính thể tích của khối trụ đó.

A. $\frac{\pi}{2}$ **B.** $\frac{\pi}{4}$ **C.** $\frac{\pi}{3}$ **D.** π

Lời giải – Chọn B

Bán kính đáy $r = \frac{1}{2} \Rightarrow S_d = \pi r^2 = \frac{1}{4}\pi$. Ta có $V = S_d.h = \frac{1}{4}\pi.1$.

Câu 34. Tập hợp tất cả các số thực x ***không*** thỏa mãn bất phương trình $3^{x^2-9} + \left(x^2 - 9\right)5^{x+1} \geq 1$ là một khoảng $\left(a, b\right)$. Tính $b - a$.

A. 6 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 8

Lời giải – Chọn A

Nếu $x^2 - 9 \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \geq 3 \\ x \leq -3 \end{array}\right.$, ta có $3^{x^2-9} \geq 3^0 = 1$, $\left(x^2 - 9\right).5^{x+1} \geq 0$ nên phương trình thỏa mãn.

Nếu $x^2 - 9 < 0$, ta có $3^{x^2-9} < 3^0 = 1$ và $\left(x^2 - 9\right).5^{x+1} < 0$ nên phương trình không thỏa mãn.

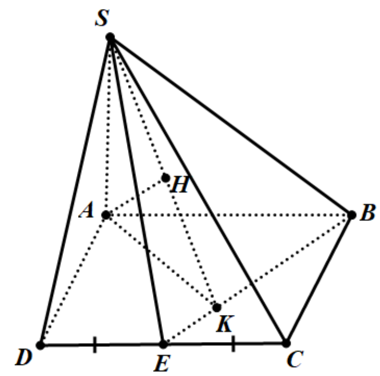
Vậy $a = -3, b = 3$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a và cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi E là trung điểm của cạnh CD. Biết thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a^3}{3}$, tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBE).

A. $\frac{2a}{3}$ **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$ **C.** $\frac{a}{3}$ **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$

Lời giải – Chọn A

$V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}SA.a^2=\dfrac{a^3}{3}\Rightarrow SA=a$.



Gọi K là H lần lượt là hình chiếu của A lên BE và SK.

Ta có $S_{ABE}=S_{ABCD}-S_{ADE}-S_{BCE}=a^2-\dfrac{a^2}{4}-\dfrac{a^2}{4}=\dfrac{a^2}{2}$

$\Rightarrow AK=\dfrac{2S_{ABE}}{BE}=\dfrac{a^2}{\sqrt{a^2+\dfrac{a^2}{4}}}=\dfrac{2\sqrt{5}a}{5}$

Do đó $\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{SA^2}+\dfrac{1}{AK^2}=\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{5}{4a^2}=\dfrac{9}{4a^2}\Rightarrow AH=\dfrac{2a}{3}$.

Câu 36. Có bao nhiêu cách chia một nhóm 6 người thành 4 nhóm nhỏ, trong đó có hai nhóm 2 người và hai nhóm 1 người.

A. 60 **B.** 90 **C.** 180 **D.** 45

Lời giải – Chọn D

Chọn 2 nhóm 1 người trước, số cách chọn là C_6^2 (cách).

Sau khi chọn xong 2 nhóm 1 người, ta còn lại 4 người và cần chia thành 2 nhóm, mỗi nhóm 2 người. Số cách chọn là $\dfrac{C_4^2}{2}$ (cách). (Ví dụ 4 người là A, B, C, D, chú ý rằng chọn trước 2 người là A, B trước cũng giống với việc chọn trước 2 người là C, D).

Vậy số cách thỏa mãn: $C_6^2.\dfrac{C_4^2}{2}=45$ (cách).

Câu 37. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất ba lần liên tiếp. Gọi P là tích của ba số ở ba lần tung (mỗi số là số chấm trên mặt xuất hiện ở mỗi lần tung), tính xác suất sao cho P không chia hết cho 6.

A. $\dfrac{82}{216}$ **B.** $\dfrac{90}{216}$ **C.** $\dfrac{83}{216}$ **D.** $\dfrac{60}{216}$

Lời giải – Chọn C

Gọi số chấm xuất hiện ở ba lần tung theo thứ tự là *a, b, c*. Ta có $a,b,c\in\{1;2;3;4;5;6\}$

Không gian mẫu: $n(\Omega)=6^3=216$.

P không chia hết cho 6 thì các số *a, b, c* đều khác 6, đồng thời trong 3 số a,b,c không có số nào bằng 3, hoặc nếu trong 3 số *a, b, c* có ít nhất 1 số bằng 3 thì 2 số còn lại chỉ có thể thuộc tập hợp $\{1;3;5\}$.

Trường hợp 1: $a,b,c \in \{1;2;4;5\}$, có 4^3 kết quả.

Trường hợp 2: $a,b,c \in \{1,3,5\}$, có 3^3 kết quả.

Chú ý rằng a,b,c có thể bằng nhau nên trong 2 trường hợp trên, các trường hợp $a,b,c \in \{1;5\}$ trùng nhau, có 2^3 kết quả.

Vậy số kết quả thỏa mãn: $4^3+3^3-2^3=83$

Xác suất cần tính: $\dfrac{83}{216}$.

Câu 38. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số *m* để hàm số $y=3x+\dfrac{m^2+3m}{x+1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. 4 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 3

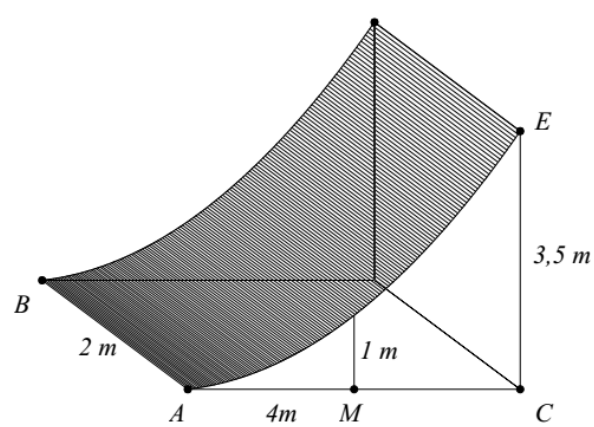
Lời giải – Chọn A

TXĐ: $R\setminus\{-1\}$. Ta có: $y'=3-\dfrac{m^2+3m}{(x+1)^2}=\dfrac{3(x+1)^2-(m^2+3m)}{(x+1)^2}$

$y'>0$ với mọi $x\in R\setminus\{-1\} \Leftrightarrow 3(x+1)^2>m^2+3m \quad \forall x\in R\setminus\{-1\} \Leftrightarrow m^2+3m\le 0 \Leftrightarrow -3\le m\le 0$.

$m\in\{-3;-2;-1;0\}$ nên số giá trị nguyên của *m* là 4.

Câu 39. Chướng ngại vật "tường cong" trong một sân thi đấu X - Game là một khối bê tông có chiều cao từ mặt đất lên là 3,5*m*. Giao của mặt tường cong và mặt đất là đoạn thẳng $AB=2m$. Thiết diện của khối tường cong cắt bởi mặt phẳng vuông góc với *AB* tại *A* là một hình tam giác vuông cong ACE với $AC=4m, CE=3,5m$ và cạnh cong AE nằm trên một đường parabol có trục đối xứng vuông góc với mặt đất. Tại vị trí *M* là trung điểm của *AC* thì tường cong có độ cao 1*m* (xem hình minh họa bên). Tính thể tích bê tông cần sử dụng để tạo nên khối tường cong đó.



A. $9,75m^3$ **B.** $10,5m^3$ **C.** $10m^3$ **D.** $10,25m^3$

Lời giải – Chọn C

Xét hệ trục tọa độ *Oxy* với *O* trùng với *C*, $A\left(4;0\right)$ thuộc trục *Ox*, $E\left(0;3\right)$ thuộc trục *Oy*. Ta có $M\left(2;0\right)$.

Vì cạnh cong *AE* nằm trên một đường parabol có trục đối xứng vuông góc với mặt đấy nên gọi phương trình cạnh cong *AE* là: $y=ax^2+bx+c$.

AE qua $A\left(4;0\right)\Rightarrow 16a+4b+c=0$ (1).

AE qua $E\left(0;3,5\right)\Rightarrow c=3,5$ (2).

AE qua $N\left(2;1\right)\Rightarrow 4a+2b+c=1$ (3).

Từ $(1),(2)$ và (3), ta có $a=\dfrac{3}{16};b=-\dfrac{13}{8};c=\dfrac{7}{2}$,

Do đó phương trình đường thẳng *AE*: $y=\dfrac{3}{16}x^2-\dfrac{13}{8}x+\dfrac{7}{2}$

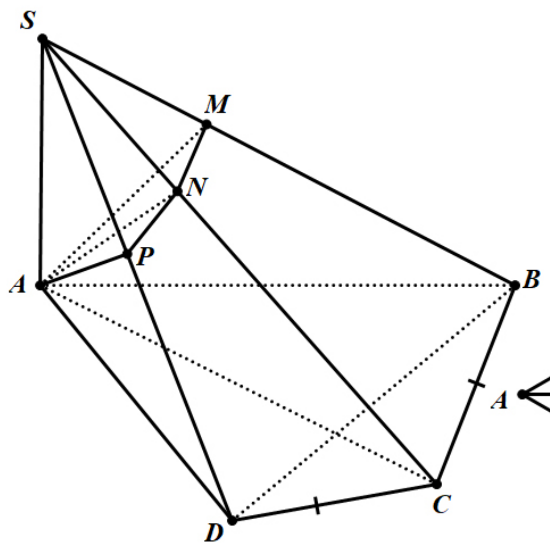
Diện tích tam giác cong *ACE*: $S=\int\limits_0^4\left(\dfrac{3}{16}x^2-\dfrac{13}{8}x+\dfrac{7}{2}\right)dx=5$.

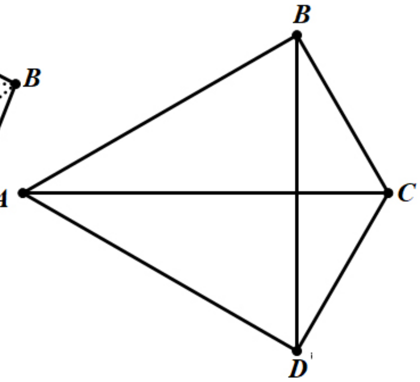
Xét trục *AB*, mặt phẳng *(P)* qua 1 điểm bất kỳ thuộc *AB* và vuông góc với *AB* cắt khối bê tông theo một thiết diện có diện tích bằng diện tích tam giác cong *ACE*, $S_x=5$. Do đó thể tích của khối bê tông là: $V=\int\limits_0^2 S_x dx=\int\limits_0^2 5.dx=10$.

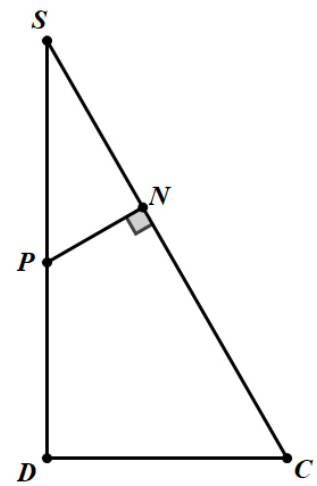
Câu 40. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy *ABCD* là tứ giác lồi, tam giác *ABD* đều cạnh a, tam giác *BCD* cân tại *C* và $\widehat{BCD}=120^{\circ}$. $SA\perp\left(ABCD\right)$ và $SA=a$. Mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua *A* và vuông góc với *SC* cắt các cạnh SB,SC,SD lần lượt tại M,N,P. Tính thể tích của khối chóp $S.AMNP$.

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{42}$ **B.** $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{21}$ **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{14}$ **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Lời giải – Chọn A







Dễ thấy mặt phẳng *SAC* chia các khối cóp *SABCD* và *SAMNP* thành 2 phần có thể tích bằng nhau

Tứ giác *ABCD* có $\widehat{BAD}=60^o;\widehat{BCD}=120^o$ nên tứ giác này là tứ giác nội tiếp. Do đó $AD\perp CD$.

$S_{ADC}=\frac{1}{2}AD.DC=\frac{1}{2}a.\frac{a}{\sqrt{3}}=\frac{a^2}{2\sqrt{3}}\Rightarrow V_{S.ACD}=\frac{1}{3}SA.S_{ACD}=\frac{1}{3}.a.\frac{a^2}{2\sqrt{3}}=\frac{a^3}{6\sqrt{3}}$.

Tam giác SAC vuông tại *A* có $SA=a$, $AC=\frac{2a}{\sqrt{3}}\Rightarrow SC=\sqrt{SA^2+AC^2}=\frac{\sqrt{21}a}{3}$;

$SN=\frac{SA^2}{SC}=\frac{a^2}{\frac{\sqrt{21}a}{3}}=\frac{3a}{\sqrt{21}}$, do đó $\frac{SN}{SC}=\frac{3a}{\sqrt{21}}.\frac{3}{\sqrt{21}a}=\frac{3}{7}$ (1).

Mặt phẳng *AMNP* vuông góc với *SC* nên $SC\perp NP$. Dễ thấy tam giác *SCD* vuông tại *D*, do đó

$$\frac{SP}{SD}=\frac{SP.SD}{SD^2}=\frac{SN.SC}{SD^2}=\frac{SA^2}{SA^2+AD^2}=\frac{a^2}{a^2+a^2}=\frac{1}{2}\quad(2).$$

Từ (1) và (2) ta có: $\frac{V_{SANP}}{V_{SADC}}=\frac{SN}{SC}.\frac{SP}{SD}=\frac{3}{7}.\frac{1}{2}=\frac{3}{14}\Rightarrow V_{S.ANP}=\frac{3}{14}V_{S.ADC}=\frac{3}{14}.\frac{a^3}{6\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}a^3}{84}$

Do đó $V_{S.AMNP}=2V_{S.ANP}=2.\frac{\sqrt{3}a^3}{84}=\frac{\sqrt{3}a^3}{42}$.

Câu 41. Gọi S là tập hợp tất cả các nghiệm thuộc khoảng $(0;2018)$ của phương trình sau:

$$\sqrt{3}(1-\cos 2x)+\sin 2x-4\cos x+8=4\left(\sqrt{3}+1\right)\sin x.$$

Tính tổng tất cả các phần tử của *S*.

A. 103255π **B.** $\frac{310408\pi}{3}$ **C.** $\frac{312341\pi}{3}$ **D.** 102827π

Lời giải – Chọn B

Phương trình đã cho tương đương với:

$$\sqrt{3}(1-\cos 2x-4\sin x)+\sin 2x-4\cos x+8-4\sin x=0$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3}\left(2\sin^2 x-4\sin x\right)+2\sin x\cos x-4\cos x-4\sin x+8=0$$

$$\Leftrightarrow 2\sqrt{3}\sin x(\sin x-2)+2(\sin x-2)(\cos x-2)=0$$

$$\Leftrightarrow 2(\sin x-2)\left(\sqrt{3}\sin x+\cos x-2\right)=0$$

$$\Leftrightarrow 4(\sin x-2)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\sin x+\frac{1}{2}\cos x-1\right)=0$$

$$\Leftrightarrow 4(\sin x-2)\left[\sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)-1\right]=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=2\\ \sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=1\end{array}\right.\Leftrightarrow \sin\left(x+\frac{\pi}{6}\right)=1\Leftrightarrow x+\frac{\pi}{6}=\frac{\pi}{2}+k2\pi$$

$$\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{3}+k2\pi$$

Ta có: $0<\frac{\pi}{3}+k2\pi<2018\Leftrightarrow 0<\frac{1}{3}+2k<\frac{2018}{\pi}\Leftrightarrow 0\le k\le 321$ (do $k\in Z$).

Xét cấp số cộng (u_n) với $u_1=\frac{\pi}{3}$, $d=2\pi$, ta có u_i là nghiệm của phương trình đã cho với $i\in N$, $i\le 322$. Do đó $S=S_{322}=322\frac{(u_1+u_{322})}{2}=161\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\pi}{3}+321.2\pi\right)=\frac{310408\pi}{3}$

Câu 42. Tìm môđun của số phức z biết $z-4=(1+i)|z|-(4+3z)i$.

A. $|z|=\frac{1}{2}$ **B.** $|z|=2$ **C.** $|z|=4$ **D.** $|z|=1$

Lời giải – Chọn B

Đặt $z=a+bi$, ta có $|z|=\sqrt{a^2+b^2}$.

$z-4=(1+i)|z|-(4+3z)i\Leftrightarrow a-4+bi=(1+i)\sqrt{a^2+b^2}-(4+3a+3bi)i$

$\Leftrightarrow a-4+bi=\sqrt{a^2+b^2}+i\sqrt{a^2+b^2}-4i-3ai+3b$

$\Leftrightarrow \left(a-4-\sqrt{a^2+b^2}-3b\right)+\left(b-\sqrt{a^2+b^2}+4+3a\right)i=0 \Leftrightarrow \begin{cases} a-4-3b=\sqrt{a^2+b^2} \\ 3a+b+4=\sqrt{a^2+b^2} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a+2b=-4 \\ 3a+b+4=\sqrt{a^2+b^2} \end{cases}$

Thế $a=-4-2b$ vào, ta có: $3\left(-4-2b\right)+b+4=\sqrt{\left(-4-2b\right)^2+b^2} \Leftrightarrow -5b-8=\sqrt{5b^2+16b+16}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} b\le -\dfrac{8}{5} \\ \left(5b+8\right)^2=5b^2+16b+16 \end{cases} \Leftrightarrow b=-2$. Do đó $a=-4-2.\left(-2\right)=0$.

$\left|z\right|=\sqrt{a^2+b^2}=2$

Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị trên một khoảng K như hình vẽ bên. Trong các khẳng định sau, có tất cả bao nhiêu khẳng định ***đúng***?

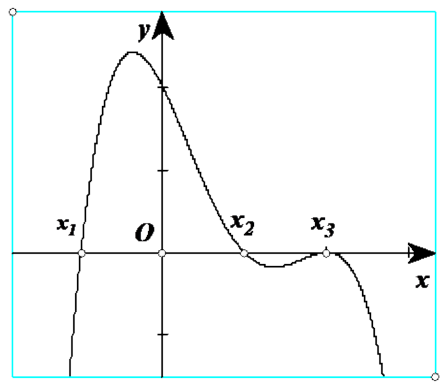
(I). Trên K, hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

(II). Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại x_3.

(III). Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại x_1.

A.3 **B.**0

C.1 **D.**2



Lời giải – Chọn D

Khẳng định (I) đúng, trên khoảng K, $f'(x)=0$ tại $x=x_1, x=x_2$ và $x=x_3$, tuy nhiên $f'(x)$ chỉ đổi dấu qua x_1 và x_2 nên hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực trị.

Khẳng định (II) sai, $f'(x_3)=0$ nhưng $f'(x)$ không đổi dấu qua $x=x_3$ nên $f(x)$ không đạt cực trị tại x_3.

Khẳng định (III) đúng, tại $x=x_1$, $f'(x)=0$ và qua đó, $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương nên $f(x)$ đạt cực tiểu tại x_1.

Câu 44. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\cos^2 2x-\sin x\cos x+4$ trên $\mathbb{R}$.

A. $\min\limits_{x\in\mathbb{R}} f(x)=\dfrac{7}{2}$ **B.** $\min\limits_{x\in\mathbb{R}} f(x)=3$ **C.** $\min\limits_{x\in\mathbb{R}} f(x)=\dfrac{10}{3}$ **D.** $\min\limits_{x\in\mathbb{R}} f(x)=\dfrac{16}{5}$

Lời giải – Chọn A

Ta có: $f(x)=1-\sin^2 2x-\dfrac{1}{2}\sin 2x+4=-\sin^2 2x-\dfrac{1}{2}\sin 2x+5$. Đặt $t=\sin 2x$, $t\in\left[-1;1\right]$.

Xét hàm số $f(t)=-t^2-\dfrac{1}{2}t+5,$ ta có $f'(t)=-2t-\dfrac{1}{2},$ $f'(t)=0\Leftrightarrow t=-\dfrac{1}{4}$, do đó

$\underset{t\in[-1;1]}{Min}\, f(t)=Min\left\{f(-1), f\left(\dfrac{-1}{4}\right), f(1)\right\}=\dfrac{7}{2}$

Câu 45. Tập tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $m\left(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}+3\right)+2\sqrt{1-x^2}-5=0$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt là một nửa khoảng $\left(a;b\right]$. Tính $b-\dfrac{5}{7}a$.

A. $\dfrac{6-5\sqrt{2}}{35}$ **B.** $\dfrac{6-5\sqrt{2}}{7}$ **C.** $\dfrac{12-5\sqrt{2}}{35}$ **D.** $\dfrac{12-5\sqrt{2}}{7}$

Lời giải – Chọn D

$m\left(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}+3\right)+2\sqrt{1-x^2}-5=0$ (1), điều kiện: $-1\le x\le 1$.

Đặt $\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}=t$, ta có $t^2=2+2\sqrt{1-x^2}$. Dễ thấy $0\le\sqrt{1-x^2}\le 1$ nên $2\le t^2\le 4$ $\Rightarrow\sqrt{2}\le t\le 2$, phương trình tương đương với: $m\left(t+3\right)+t^2-2-5=0\Leftrightarrow t^2+mt+3m-7=0$ (2).

Dễ thấy tồn tại duy nhất 1 giá trị của x để $t=2$ ($x=0$) và tồn tại 2 giá trị khác nhau của $x\in\left[-1;1\right]$ để $t=t_0$ với $t_0\in\left[\sqrt{2};2\right)$.

Do đó để $\left(1\right)$ có đúng 2 nghiệm phân biệt thì (2) phải có duy nhất 1 nghiệm thuộc $\left[\sqrt{2};2\right)$.

Ta có $\left(2\right)\Leftrightarrow t^2-7=-m\left(t+3\right)\Leftrightarrow\dfrac{t^2-7}{t+3}=-m$ (3)

Xét hàm số $f(t)=\dfrac{t^2-7}{t+3}$, ta có $f'(t)=\dfrac{2t\left(t+3\right)-\left(t^2-7\right)}{\left(t+3\right)^2}=\dfrac{t^2+6t+7}{\left(t+3\right)^2}$

Với $t\in\left[\sqrt{2};2\right)$, $f'(t)>0$ nên $f(t)$ đồng biến. Do đó (3) có nghiệm t duy nhất thuộc $\left[\sqrt{2};2\right)$ khi và chỉ khi $f\left(\sqrt{2}\right)\le m<f(2)\Leftrightarrow\dfrac{-15+5\sqrt{2}}{7}\le -m<-\dfrac{3}{5}\Leftrightarrow\dfrac{3}{5}<m\le\dfrac{15-5\sqrt{2}}{7}$

Do đó $b-\dfrac{5}{7}a=\dfrac{15-5\sqrt{2}}{7}-\dfrac{5}{7}.\dfrac{3}{5}=\dfrac{12-5\sqrt{2}}{7}$

Câu 46. Cho số phức $z = x + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$ thỏa mãn $|z - 1 - i| \geq 1$ và $|z - 3 - 3i| \leq \sqrt{5}$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P = x + 2y$. Tính tỉ số $\dfrac{M}{m}$.

A. $\dfrac{9}{4}$ **B.** $\dfrac{7}{2}$ **C.** $\dfrac{5}{4}$ **D.** $\dfrac{14}{5}$

Lời giải – Chọn B

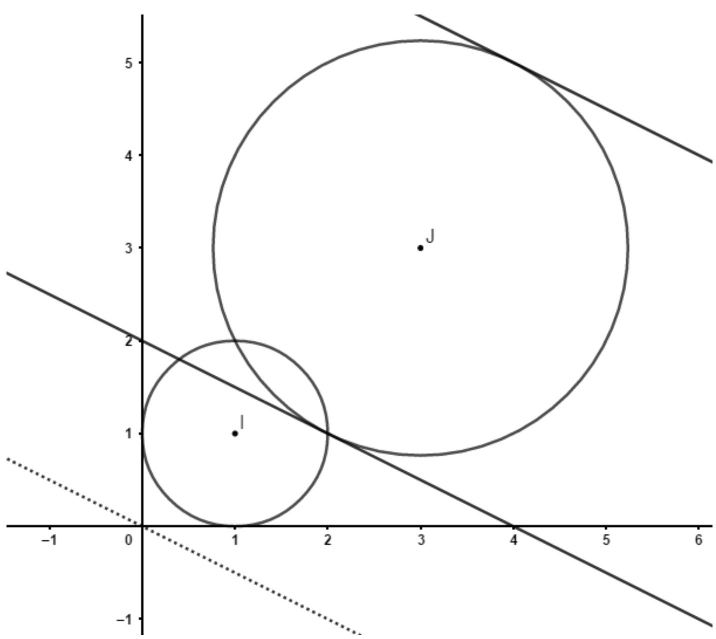
Trên mặt phẳng tọa độ, gọi điểm $I(1;1)$ là điểm biểu diễn số phức $1+i$; điểm $J(3;3)$ là điểm biểu diễn số phức $3+3i$, điểm $M(x;y)$ là điểm biểu diễn số phức z.

Theo đề bài: $|z-1-i| \geq 1 \Leftrightarrow IM \geq 1 \Leftrightarrow M$ không nằm trong (có thể nằm trên) đường tròn $(I;1)$.

Lại có $|z-3-3i| \leq \sqrt{5} \Leftrightarrow JM \leq \sqrt{5} \Leftrightarrow M$ nằm trong hình tròn $(J;\sqrt{5})$.

Giả sử $x + 2y = a$

Xét đường thẳng $(d): x + 2y = a$, họ đường thẳng (d_a) là các đường thẳng song song hoặc trùng với đường thẳng $x + 2y = 0$. $M \in d$ và M nằm trong đường tròn $(J;\sqrt{5})$ thì a nhỏ nhất hoặc lớn nhất khi (d) tiếp xúc với (J), ngoài ra giả thiết còn có thêm M không nằm ở miền trong hình tròn $(I;1)$ nên ta phải kiểm tra xem tiếp điểm của (d) với (J) có nằm trong hình tròn này không. Dễ thấy cả 2 tiếp điểm đều thỏa mãn.



Để cụ thể hơn, ta làm bài toán này theo từng bước như sau:

Bước 1: Tìm a để đường thẳng $(d): x+2y=a$ tiếp xúc với đường tròn $(J;\sqrt{5})$ (Đáp án: $a=4$ hoặc $a=14$).

Bước 2: Với mỗi giá trị a vừa tìm được, kiểm tra xem tiếp điểm có nằm ở miền trong hình tròn $(I;1)$ hay không (Đáp án: Không).

Bước 3: Kết luận $m=4$ và $M=14$

Câu 47. Trong không gian với hệ tọa độ *Oxyz*, cho hai điểm $A(3;1;2)$ và $B(5;7;0)$. Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2+y^2+z^2-4x+2my-2(m+1)z+m^2+2m+8=0$ là phương trình của một mặt cầu (S) sao cho qua hai điểm A,B có duy nhất một mặt phẳng cắt mặt cầu (S) đó theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1.

A. 1 **B.** 4 **C.** 3 **D.** 2

Lời giải – Chọn D

Để (S) là 1 mặt cầu thì $2^2+m^2+(m+1)^2-m^2-2m-8>0 \Leftrightarrow m^2>3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>\sqrt{3} \\ m<-\sqrt{3} \end{array}\right.$

Khi đó mặt cầu (S) có $I(2;-m;m+1)$ và $R=\sqrt{m^2-3}$

Gọi d là khoảng cách từ I tới (P). (P) cắt khối cầu (S) theo 1 đường tròn bán kính bằng 1 khi và chỉ khi $R\ge 1$ và $d=\sqrt{R^2-r^2}=\sqrt{m^2-4} \Leftrightarrow m^2\ge 4$ và $d=\sqrt{m^2-4}$.

Phương trình đường thẳng *AB*: $\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-2}{-1} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x-y-8=0 \\ y+3z-7=0 \end{cases}$.

Do đó họ mặt phẳng đi qua AB có phương trình $n(3x-y-8)+p(y+3z-7)=0$ $(n^2+p^2>0)$.

- Nếu $p=0$, mặt phẳng (P) có phương trình $3x-y-8=0$, ta có

$$d_{I/(P)}=\sqrt{m^2-4} \Leftrightarrow \frac{|3.2+m-8|}{\sqrt{3^2+1^2}}=\sqrt{m^2-4} \Leftrightarrow \frac{(m-2)^2}{10}=(m-2)(m+2) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=-\dfrac{22}{9} \end{array}\right.$$

- Nếu $p\ne 0$, mặt phẳng (P) có phương trình $\dfrac{n}{p}(3x-y-8)+y+3z-7=0$.

Đặt $a=\dfrac{n}{p} \Rightarrow (P): a(3x-y-8)+y+3z-7=0 \Leftrightarrow 3ax-(a-1)y+3z-8a-7=0$.

Ta có: $d_{I/(P)}=\sqrt{m^2-4}\Leftrightarrow\dfrac{\left|6a+m\left(a-1\right)+3\left(m+1\right)-8a-7\right|}{\sqrt{10a^2-2a+10}}=\sqrt{m^2-4}$

$\Leftrightarrow\dfrac{\left|\left(m-2\right)\left(a+2\right)\right|}{\sqrt{10a^2-2a+10}}=\sqrt{m^2-4}\Leftrightarrow\left(m-2\right)^2\left(a+2\right)^2=\left(m-2\right)\left(m+2\right)\left(10a^2-2a+10\right)$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m-2=0\\ \left(9m+22\right)a^2+2\left(2-3m\right)a+28+6m=0\quad(1)\end{array}\right.$.

Nếu $m=2$, có vô số giá trị của *a*, nghĩa là có vô số mặt phẳng $\left(P\right)$ thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Nếu $m=\dfrac{-22}{9}$, ta có $\left(1\right)\Leftrightarrow a=-\dfrac{5}{7}$, vì thế với $m=-\dfrac{22}{9}$, có 2 mặt phẳng $\left(P\right)$ thỏa mãn yêu cầu đề bài (trong đó có 1 mặt phẳng có phương trình $3x-y-8=0$).

Nếu $m\neq-\dfrac{22}{9}$ và $m\neq2$, để có đúng 1 mặt phẳng qua *A* và *B* thỏa mãn thì $\left(1\right)$ phải có nghiệm kép, điều này xảy ra khi và chỉ khi $\Delta'=0\Leftrightarrow\left(2-3m\right)^2-\left(9m+22\right)\left(28+6m\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-2\\ m=-\dfrac{34}{5}\end{array}\right.$

Vậy có đúng 2 giá trị thực của tham số *m* thỏa mãn.

Câu 48: Tính tổng $T=\dfrac{C_{2018}^0}{3}-\dfrac{C_{2018}^1}{4}+\dfrac{C_{2018}^2}{5}-...-\dfrac{C_{2018}^{2017}}{2020}+\dfrac{C_{2018}^{2018}}{2021}$.

A. $\dfrac{1}{4121202989}$. **B.** $\dfrac{1}{4121202990}$. **C.** $\dfrac{1}{4121202992}$. **D.** $\dfrac{1}{4121202991}$.

Lời giải – Chọn B

Cách 1 (Phương pháp trắc nghiệm): Tổng quát hóa, cụ thể hóa.

Số hạng tổng quát của *T*: $\dfrac{C_{2018}^k}{k+3}.\left(-1\right)^{2018}$ với $k\in N$, $k\leq2018$.

Xét $T_n=\dfrac{C_{2n}^0}{3}-\dfrac{C_{2n}^1}{4}+\dfrac{C_{2n}^2}{5}-...-\dfrac{C_{2n}^{2n-1}}{2n+2}+\dfrac{C_{2n}^{2n}}{2n+3}$

Với $n=1$, ta có $T_1=\dfrac{C_2^0}{3}-\dfrac{C_2^1}{4}+\dfrac{C_2^2}{5}=\dfrac{1}{3}-\dfrac{2}{4}+\dfrac{1}{5}=\dfrac{1}{2.3.5}$.

$T_2=\dfrac{C_4^0}{3}-\dfrac{C_4^1}{4}+\dfrac{C_4^2}{5}-\dfrac{C_4^3}{6}+\dfrac{C_4^4}{7}=\dfrac{1}{3}-\dfrac{4}{4}+\dfrac{6}{5}-\dfrac{4}{6}+\dfrac{1}{7}=\dfrac{1}{3.5.7}$

Dự đoán: $T_n=\dfrac{1}{\left(n+1\right)\left(2n+1\right)\left(2n+3\right)}$.

Theo đó: $T = T_{1009} = \dfrac{1}{(1009+1)(2.1009+1)(2.1009+3)} = \dfrac{1}{4121202990}$.

Cách 2: Phương pháp tự luận

Ta có: $x^2(1-x)^{2018} = x^2.\sum_{k=0}^{2018} C_{2018}^k x^k(-1)^k = \sum_{k=0}^{2018} C_{2018}^k x^{k+2}(-1)^k$

Do đó $\int_0^1 x^2(1-x)^{2018}dx = \int_0^1 \sum_{k=0}^{2018} C_{2018}^k x^{k+2}(-1)^k dx$

Mà $\int_0^1 \sum_{k=0}^{2018} C_{2018}^k x^{k+2}(-1)^k dx = \sum_{k=0}^{2018} C_{2018}^k \left.\dfrac{x^{k+3}}{k+3}(-1)^k\right|_0^1 = \sum_{k=0}^{2018} C_{2018}^k.\dfrac{(-1)^k}{k+3} = T$

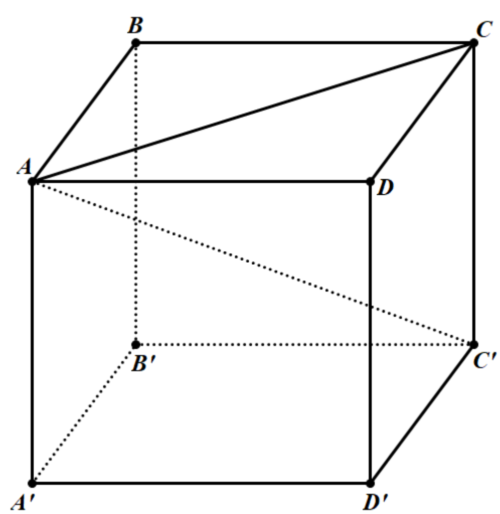
Đặt $1-x=t$ thì

$$\int_0^1 x^2(1-x)^{2018}dx = \int_1^0 (1-t)^2.t^{2018}.(-dt) = \int_0^1 (t^2-2t+1)t^{2018}dt = \left.\left(\dfrac{t^{2021}}{2021} - 2.\dfrac{t^{2020}}{2020} + \dfrac{t^{2019}}{2019}\right)\right|_0^1$$
$$= \dfrac{2019.1010 - 2021.2019 + 2021.1010}{2021.2019.1010} = \dfrac{1}{1010.2019.2021}$$

Câu 49: Cho hình lập phương, mỗi cặp đỉnh của nó xác định một đường thẳng. Trong các đường thẳng đó, tìm số các cặp đường thẳng (không tính thứ tự) không đồng phẳng và không vuông góc với nhau.

A. 96. **B.** 192. **C.** 108. **D.** 132.

Lời giải – Chọn A



Ta chia các đường thẳng này thành 3 loại:

Loại 1: Các đường thẳng chứa các cạnh của các mặt (Ví dụ: AB, AD, AA’…)

Loại 2: Các đường thẳng chứa các đường chéo của các mặt (Ví dụ: AC, AB’, AD’…)

Loại 3: Các đường thẳng không nằm nằm trong các mặt (là 4 đường thẳng: AC’, BD’, CA’, DB’)

Nhận xét:

- 2 đường thẳng cùng thuộc loại 1 thì hoặc song song với nhau, hoặc vuông góc với nhau nên chúng hoặc đồng phẳng, hoặc vuông góc với nhau.
- 2 đường thẳng thuộc loại 2 không đồng phẳng cũng không vuông góc thì chúng thuộc 2 mặt kề nhau (ví dụ AC và DC’). Cứ 2 mặt kề nhau ta lại tạo ra được 2 cặp đường thẳng như vậy (Ví dụ mặt ABCD và DCC’D’ có 2 cặp đường thẳng thỏa mãn là (AC, DC’) và (BD, CD’)). Mỗi cạnh thuộc loại 1 đều tạo ra 2 mặt kề nhau, do đó có $12.2=24$ cặp đường thẳng cùng thuộc loại 2 thỏa mãn.
- 2 đường thẳng thuộc loại 3 đều đi qua trung điểm của mỗi đường nên chúng đồng phẳng.
- Mỗi đường thẳng thuộc loại 1 (chẳng hạn AD) có thể tạo với 4 đường thẳng thuộc loại 2 để tạo thành 1 cặp đường thẳng không song song cũng không vuông góc (Đó là các đường chéo của các mặt chứa cạnh B’C’). Do đó có $12.4=48$ cặp đường thẳng thuộc dạng này thỏa mãn.
- Mỗi đường thẳng thuộc loại 1 (chẳng hạn AD) có thể tạo với 2 đường thẳng thuộc loại 3 để tạo thành 1 cặp đường thẳng không song song cũng không vuông góc (BD’ và CA’). Do đó có $12.2=24$ vặp đường thẳng thuộc dạng này thỏa mãn.
- Vì AC vuôn góc với mặt phẳng BDD’B’ nên các cặp đường thẳng có cả loại 2 và 3 hoặc vuông góc với nhau, hoặc đồng phẳng.

Vậy có tất cả $24+48+24=96$ cặp đường thẳng thỏa mãn điều kiện đề bài.

Câu 50: Gọi *M*, *m* lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x\left(2017+\sqrt{2019-x^2}\right)$ trên tập xác định của nó. Tính $M-m$.

A. $\sqrt{2019}+\sqrt{2017}$.

B. $2019\sqrt{2019}+2017\sqrt{2017}$.

C. 4036.

D. $4036\sqrt{2018}$.

Lời giải – Chọn D

TXĐ: $\left[-\sqrt{2019};\sqrt{2019}\right]$.

Ta có:

$$y'=2017+\sqrt{2019-x^2}-\frac{x}{\sqrt{2019-x^2}}.x=2017+\frac{2019-x^2-x^2}{\sqrt{2019-x^2}}=\frac{2017.\sqrt{2019-x^2}+2019-2x^2}{\sqrt{2019-x^2}}$$

Đặt $\sqrt{2019-x^2}=t\ \ (t\ge 0)$, ta có

$$y'=\frac{2017t+2\left(2019-x^2\right)-2019}{t}=\frac{2017t+2t^2-2019}{t}=\frac{(t-1)(2t+2019)}{t}$$

$y'\ge 0\Leftrightarrow t\ge 1\Leftrightarrow \sqrt{2019-x^2}\ge 1\Leftrightarrow 2018-x^2\ge 0\Leftrightarrow -\sqrt{2018}\le x\le \sqrt{2018}$.

Ta có bảng xét dấu y như sau:

x	$-\sqrt{2019}$		$-\sqrt{2018}$		$\sqrt{2018}$		$\sqrt{2019}$
y'	$\parallel$	$-$	0	$+$	0	$-$	$\parallel$
y	$-\sqrt{2019}.2017$	$\searrow$	$-\sqrt{2018}.2018$	$\nearrow$	$\sqrt{2018}.2018$	$\searrow$	$\sqrt{2019}.2017$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $M = 2018\sqrt{2018}$, $m = -2018\sqrt{2018}$ nên $M - m = 4036\sqrt{2018}$.

---------HẾT-------