## HƯỚNG DẪN GIẢI

**BẢNG ĐÁP ÁN**

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1 – A** | **2 – C** | **3 – B** | **4 – C** | **5 – A** | **6 – A** | **7 – D** | **8 – D** | **9 – A** | **10 – C** |
| **11 – A** | **12 – B** | **13 – A** | **14 – C** | **15 – A** | **16 – D** | **17 – C** | **18 – B** | **19 – A** | **20 – C** |
| **21 – A** | **22 – B** | **23 – D** | **24 – D** | **25 – B** | **26 – C** | **27 – C** | **28 - D** | **29 - C** | **30 – B** |
| **31 - B** | **32 - D** | **33 - B** | **34 - D** | **35 – C** | **36 - B** | **37 – B** | **38 - B** | **39 - C** | **40 - D** |
| **41 - A** | **42 - D** | **43 – D** | **44 - A** | **45 – A** | **46 - B** | **47 - C** | **48 - A** | **49 - C** | **50 - D** |

**Câu 1:** Cho tập hợp $M$ có 30 phần tử. Số tập con gồm 5 phần tử của $M$ là:

**A.** $C_{30}^{5}$. **B.** $A_{30}^{5}$. **C.** $30^5$. **D.** $A_{30}^{4}$.

**Lời giải**

**Chọn A.**

**Câu 2:** Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên $K$, $a,b \in K$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

**A.** $\int_a^b [f(x)+g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx.$ **B.** $\int_a^b kf(x)dx = k\int_a^b f(x)dx.$

**C.** $\int_a^b f(x)g(x)dx = \int_a^b f(x)dx.\int_a^b g(x)dx.$ **D.** $\int_a^b [f(x)-g(x)]dx = \int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx.$

**Lời giải**

**Chọn C.**

**Câu 3:** Biết $f(x)$ là hàm liên tục trên $R$ và $\int_0^9 f(x)dx = 9$. Khi đó $\int_1^4 f(3x-3)dx$ là

**A.** 27. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 24.

**Lời giải**

Đặt $t = 3x-3$, ta có $dt = 3dx$, $x = 1 \Rightarrow t = 0;$ $x = 4 \Rightarrow t = 9$.

Ta có: $\int_1^4 f(3x-3)dx = \frac{1}{3}\int_0^9 f(t)dt = \frac{1}{3}.9 = 3$. **Chọn B.**

**Câu 4:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): -x+y+3z-2=0$. Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua $A(2;-1;1)$ và song song với $(P)$ là:

**A.** $x-y+3z+2=0.$ **B.** $-x+y-3z=0.$ **C.** $-x+y+3z=0.$ **D.** $-x-y+3z=0.$

**Lời giải**

$\vec{n}_{(\alpha)} = (-1;1;3)$ nên phương trình mặt phẳng $(\alpha)$: $-1(x-2)+1(y+1)+3(z-1)=0 \Leftrightarrow -x+y+3z=0$.

**Chọn C.**

**Câu 5:** Trong không gian với hệ tọa độ vuông góc $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2+3t \\ y = 5-4t \\ z = -6+7t \end{cases}; t \in R$ và điểm $A(1;2;3)$. Đường thẳng đi qua $A$ và song song với đường thẳng $d$ có véc tơ chỉ phương là:

**A.** $\vec{u} = (3;-4;7)$. **B.** $\vec{u} = (3;-4;-7)$. **C.** $\vec{u} = (-3;-4;-7)$. **D.** $\vec{u} = (-3;-4;7)$.

**Lời giải**

$\vec{u}$ cùng phương với $(3;-4;7)$.

**Chọn A.**

**Câu 6:** Số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x^2-4}$ là:

**A.** 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

**Lời giải**

Tiệm cận đứng $x=2$ và $x=-2$. Tiệm cận ngang $y=0$.

**Chọn A.**

**Câu 7:** Cắt hình nón đỉnh *S* bởi một mặt phẳng đi qua trục, ta được một tam giác vuông cân, cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. Thể tích khối nón bằng:

**A.** $\dfrac{\pi a\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\dfrac{\pi a^2\sqrt{2}}{12}$. **D.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$.

**Lời giải**

Khối nón có bán kính đáy $r=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$, đường cao $h=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Do đó $V=\dfrac{1}{3}h.S_d=\dfrac{1}{3}.h.\pi r^2=\dfrac{1}{3}\pi.\left(\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\right)^3=\dfrac{\pi a^3\sqrt{2}}{12}$. **Chọn D.**

**Câu 8:** Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy *ABCD* là hình chữ nhật, cạnh $AB=a, AD=2a,$ cạnh bên *SA* vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa cạnh *SD* và mặt phẳng đáy bằng 60°. Thể tích *V* của khối chóp *S.ABCD* là

**A.** $V=\dfrac{2a^3}{\sqrt{3}}$. **B.** $4a^3\sqrt{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{3}$. **D.** $V=\dfrac{4a^3}{\sqrt{3}}$.

**Lời giải**

Ta có: $\widehat{SDA}=60^o \Rightarrow SA=AD.\tan 60^o=2a.\sqrt{3}$.

Do đó $V=\dfrac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}SA.AB.AD=\dfrac{1}{3}2\sqrt{3}a.a.2a=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}a^3$. **Chọn D.**

**Câu 9:** Phương trình $\left(\sqrt{2}-1\right)^x+\left(\sqrt{2}+1\right)^x-2\sqrt{2}=0$ có tích các nghiệm là

**A.** $-1$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

**Lời giải**

Đặt $\left(\sqrt{2}-1\right)^x=t$, ta có $\left(\sqrt{2}+1\right)^x=\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}-1}\right)^x=\dfrac{1}{\left(\sqrt{2}-1\right)^x}=\dfrac{1}{t}$. Phương trình tương đương với:

$t+\dfrac{1}{t}-2\sqrt{2}=0 \Leftrightarrow t^2-2\sqrt{2}t+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-1+\sqrt{2} \\ t=1+\sqrt{2} \end{array}\right.$, do đó $x=1$ hoặc $x=-1$. **Chọn A.**

**Câu 10:** Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{2x+3}$ là

**A.** $\int f(x)dx=\dfrac{1}{3}e^{2x+3}+C$. **B.** $\int f(x)dx=e^{2x+3}+C$.

**C.** $\int f(x)dx=\frac{1}{2}e^{2x+3}+C.$ **D.** $\int f(x)dx=2e^{2x+3}+C.$

**Lời giải**

$\int f(x)dx=\int e^{2x+3}dx=\frac{1}{2}\int e^{2x+3}d\left(2x+3\right)=\frac{e^{2x+3}}{2}+C$. **Chọn C.**

**Câu 11:** Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\frac{x^3}{3}-2x^2+3x+1$ song song với đường thẳng $y=3x+1$ có phương trình là:

**A.** $y=3x-\frac{29}{3}.$ **B.** $y=3x-\frac{29}{3}; y=3x+1.$

**C.** $y=3x+\frac{29}{3}.$ **D.** $y=3x-1.$

**Lời giải**

Ta có: $y'=x^2-4x+3$. Tiếp tuyến song song với đường thẳng $y=3x+1$ thì 2 đường này phải cùng hệ số góc, ta có: $y'=3\Leftrightarrow x^2-4x+3=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=4\end{array}\right.$

Khi $x=0$, ta có phương trình: $y=3\left(x-0\right)+y\left(0\right)=3x+1$. Đường này trùng với đường thẳng $y=3x+1$

Khi $x=4$, ta có phương trình $y=3\left(x-4\right)+y\left(4\right)=3x-12+\frac{7}{3}=3x-\frac{29}{3}$.

**Chọn A.**

**Câu 12:** Cho các số thực dương $a,b,c$ với $c\neq1$. Khẳng định nào sau đây là **sai?**

**A.** $\log_c ab=\log_c b+\log_c a.$ **B.** $\log_c\frac{a}{b}=\frac{\log_c a}{\log_c b}.$

**C.** $\log_c\sqrt{b}=\frac{1}{2}\log_c b.$ **D.** $\log_c\frac{a}{b}=\log_c a-\log_c b.$

**Lời giải**

$\log_c\frac{a}{b}=\log_c a-\log_c b$. **Chọn B.**

**Câu 13:** Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x^2+3}{x+1}$ trên đoạn $\left[-4;-2\right]$ là:

**A.** $\min\limits_{[-4;-2]} y=-7.$ **B.** $\min\limits_{[-4;-2]} y=-\frac{19}{3}.$ **C.** $\min\limits_{[-4;-2]} y=-8.$ **D.** $\min\limits_{[-4;-2]} y=-6.$

**Lời giải**

$y=\frac{x^2+3}{x+1}=\frac{\left(x^2-1\right)+4}{x+1}=x-1+\frac{4}{x+1}$; $y'=1-\frac{4}{\left(x+1\right)^2}=\frac{\left(x+1\right)^2-2^2}{\left(x+1\right)^2}=\frac{\left(x-1\right)\left(x+3\right)}{\left(x+1\right)^2}$

Trên đoạn $\left[-4;-2\right]$, $y'=0\Leftrightarrow x=-3$, do đó $Min\left\{y\right\}=Min\left\{y(-4);y(-3);y(-2)\right\}=y\left(-2\right)=-7$.

**Chọn A.**

**Câu 14:** Gọi $r$ là bán kính đường tròn đáy và $l$ là độ dài đường sinh của hình trụ. Diện tích xung quanh của hình trụ là:

**A.** $2\pi r^2 l.$ **B.** $\pi rl.$ **C.** $2\pi lr.$ **D.** $\frac{1}{3}\pi rl.$

**Lời giải**

Công thức tính diện tích xung quanh của hình trụ: $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi rl$ . **Chọn C.**

**Câu 15:** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên *R* và có bảng biến thiên:

| $x$ | $-\infty$ | | $-1$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $y'$ | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $y$ | $+\infty$ | $\searrow$ | $-2$ | $\nearrow$ | $2$ | $\searrow$ | $-\infty$ |

Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng $-2$ và giá trị cực đại bằng 2.

**B.** Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng $-2$.

**C.** Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

**D.** Hàm số có đúng một cực trị.

**Lời giải**

**Chọn A.**

**Câu 16:** Hai số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = 1 + i$. Giá trị của biểu thức $|z_1 + 3z_2|$ là:

**A.** $\sqrt{55}.$ **B.** $5.$ **C.** $6.$ **D.** $\sqrt{61}.$

**Lời giải**

$z_1 + 3z_2 = 2 + 3i + 3(1+i) = 5 + 6i$ . Do đó: $|z_1 + 3z_2| = |5 + 6i| = \sqrt{5^2 + 6^2} = \sqrt{61}$. **Chọn D.**

**Câu 17:** Gọi $z_0$ là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Tính $iz_0$?

**A.** $iz_0 = 3 - i.$ **B.** $iz_0 = -3i + 1.$ **C.** $iz_0 = -3 - i.$ **D.** $iz_0 = 3i - 1.$

**Lời giải**

Phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$ có 2 nghiệm là $-1 + 3i$ và $-1 - 3i$ nên $z_0 = -1 + 3i$.

Do đó $iz_0 = -i + 3i^2 = -3 - i$. **Chọn C.**

**Câu 18:** Các khoảng đồng biến của hàm số $y = x^4 - 8x^2 - 4$ là:

**A.** $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$. **B.** $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

**C.** $(-2;0)$ và $(0;2)$. **D.** $(-\infty;-2)$ và $(2;+\infty)$.

**Lời giải**

Ta có: $y' = 4x^3 - 16x = 4x(x-2)(x+2)$, do đó $y' > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2 < x < 0 \\ x > 2 \end{array}\right.$. **Chọn B.**

**Câu 19:** Trong không gian *Oxyz*, cho điểm $A(1;-2;3)$. Hình chiếu vuông góc của điểm *A* lên mặt phẳng *(Oxy)* là điểm *M* có tọa độ:

**A.** $M(1;-2;0)$. **B.** $M(0;-2;3)$. **C.** $M(1;0;3)$. **D.** $M(2;-1;0)$.

**Lời giải**

Gọi $M(a;b;0)$ là điểm thuộc $(Oxy)$. Ta có $\overrightarrow{AM} = (a-1;b+2;-3)$; $\vec{n}_{(Oxy)} = (0;0;1)$.

$\overrightarrow{AM} // \vec{n}_{(Oxy)} \Leftrightarrow \begin{cases} a-1=0 \\ b+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-2 \end{cases}$. Do đó $M(1;-2;0)$. **Chọn A.**

**Ghi nhớ:** Hình chiếu vuông góc của điểm $A(a;b;c)$ lên mặt phẳng $(Oxy)$ là điểm $M(a;b;0)$.

**Câu 20:** Cho số phức $z$ thỏa mãn $|z-1|=|z-2+3i|$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức *z* là:

**A.** Đường tròn tâm $I(1;2)$, bán kính $R=1$.

**B.** Đường thẳng có phương trình $2x-6y+12=0$.

**C.** Đường thẳng có phương trình $x-3y-6=0$.

**D.** Đường thẳng có phương trình $x-5y-6=0$.

**Lời giải**

Đặt $z=a+bi$. Ta có: $|z-1|=|a-1+bi|=\sqrt{(a-1)^2+b^2}$;

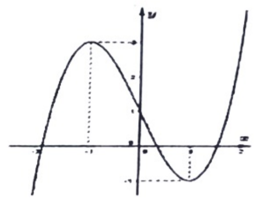
$|z-2+3i|=|a-2+(b+3)i|=\sqrt{(a-2)^2+(b+3)^2}$

Theo đề bài:

$(a-1)^2+b^2=(a-2)^2+(b+3)^2 \Leftrightarrow -2a+1=-4a+4+6b+9 \Leftrightarrow 2a-6b-12=0 \Leftrightarrow a-3b-6=0$.

Do đó điểm biểu diễn số phức *z* thuộc đường thẳng $x-3y-6=0$. **Chọn C.**

**Câu 21:** Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



**A.** $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=x^3+3x+1$.

**C.** $y=-x^3-3x+1$. **D.** $y=-x^3+3x+1$.

**Lời giải**

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên hệ số $a>0$. (loại C và D).

Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị nên phương trình $y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt. **Chọn A.**

**Câu 22:** Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai?**

**A.** $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2-x+1}+x-2\right)=\dfrac{-3}{2}$.

**B.** $\lim\limits_{x\to-1^-}\dfrac{3x+2}{x+1}=-\infty$.

**C.** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-x+1}+x-2\right)=+\infty$.

**D.** $\lim\limits_{x\to-1^+}\dfrac{3x+2}{x+1}=-\infty$.

**Lời giải**

Chú ý rằng $\lim\limits_{x\to-1^-}\dfrac{3x+2}{x+1}=-\infty=\dfrac{-1}{0^-}=+\infty$. **Chọn B.**

**Câu 23:** Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho hai đường thẳng $d_1:\begin{cases} x=1-2t \\ y=3+4t \\ z=-2+6t \end{cases}$ và $d_2:\begin{cases} x=1-t \\ y=2+2t \\ z=3t \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

**A.** $d_1 \perp d_2$.

**B.** $d_1 \equiv d_2$.

**C.** $d_1$ và $d_2$ chéo nhau. **D.** $d_1 // d_2$.

**Lời giải**

Đường thẳng $d_1$ có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(-2;4;6)$

Đường thẳng $d_2$ có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(-1;2;3)$.

Vì $\overrightarrow{u_1}$ cùng phương với $\overrightarrow{u_2}$ nên 2 véc tơ này song song hoặc trùng nhau.

Nhận thấy điểm $M(1;3;-2)\in d_1$ nhưng không thuộc $d_2$ nên $d_1 // d_2$. **Chọn D.**

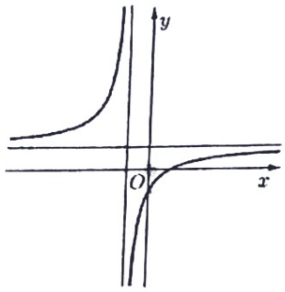
**Câu 24:** Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+2}\ge \frac{1}{9}$ là:

**A.** $[0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;4)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $[-4;+\infty)$.

**Lời giải**

Ta có: $3^{x+2}\ge \frac{1}{9}\Leftrightarrow 3^{x+2}\ge 3^{-2}\Leftrightarrow x+2\ge -2\Leftrightarrow x\ge -4$. **Chọn D.**

**Câu 25:** Đồ thị của hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây là đúng?




**A.** $ad<0, ab<0$. **B.** $ad>0, ab<0$.
**C.** $bd<0, ab>0$. **D.** $bd>0, ad>0$.

**Lời giải**

Ta có: $y(0)<0\Rightarrow \frac{b}{d}<0\Rightarrow bd<0$ nên $b,d$ trái dấu (1).

Lại có $y\left(-\frac{b}{a}\right)=0$, dựa theo đồ thị ta thấy hàm số có 1 nghiệm duy nhất $x_0>0\Rightarrow -\frac{b}{a}>0\Rightarrow ab<0$ nên $a$ và $b$ trái dấu (2).

Từ (1) và (2) suy ra $a$ và $d$ cùng dấu nên $ad>0$. **Chọn B.**

**Câu 26:** Tích phân $I=\int_{-1}^{2}3x.e^x dx$ nhận giá trị nào sau đây:

**A.** $I=\frac{3e^3+6}{e^{-1}}$. **B.** $I=\frac{3e^3-6}{e^{-1}}$. **C.** $I=\frac{3e^3+6}{e}$. **D.** $I=\frac{3e^3+6}{-e}$.

**Lời giải**

$I=3\int_{-1}^{2}xd\left(e^x\right)=3xe^x\Big|_{-1}^{2}-3\int_{-1}^{2}e^x dx=6e^2+3e^{-1}-3\left(e^2-e^{-1}\right)=3e^2+\frac{6}{e}=\frac{3e^3+6}{e}$. **Chọn C.**

**Câu 27:** Trong không gian *Oxyz*, mặt phẳng $(\alpha)$ đi qua điểm $M(1;2;1)$ và cắt các tia *Ox, Oy, Oz* lần lượt tại *A, B, C* sao cho độ dài $OA, OB, OC$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân có công bội bằng 2. Tính khoảng cách từ gốc tọa độ *O* tới mặt phẳng $(\alpha)$.

**A.** $\frac{4}{\sqrt{21}}$. **B.** $\frac{\sqrt{21}}{21}$. **C.** $\frac{3\sqrt{21}}{7}$. **D.** $9\sqrt{21}$.

**Lời giải**

Vì *A, B, C* thuộc các tia *Ox, Oy, Oz*, giả sử $A(a;0;0);B(0;b;0);C(0;0;c)$ với $a,b,c>0$.

Theo đề bài: $c=2b=4a$.

Phương trình mặt phẳng $(\alpha)$: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1\Leftrightarrow\frac{x}{a}+\frac{y}{2a}+\frac{z}{4a}=1$.

Vì $M(1;2;1)\in(\alpha)$ nên $\frac{1}{a}+\frac{2}{2a}+\frac{1}{4a}=1\Leftrightarrow\frac{9}{4a}=1\Leftrightarrow a=\frac{9}{4}$.

Do đó phương trình mặt phẳng $(\alpha)$: $x+\frac{y}{2}+\frac{z}{4}=\frac{9}{4}$.

Khoảng cách từ gốc tọa độ *O* tới $(\alpha)$: $d=\frac{\left|-\frac{9}{4}\right|}{\sqrt{1^2+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{4}\right)^2}}=\frac{3\sqrt{21}}{7}$. **Chọn C.**

**Câu 28:** Cho cấp số nhân $(u_n)$ thỏa mãn $\begin{cases}u_1+u_2+u_3=13\\u_4-u_1=26\end{cases}$. Tổng 8 số hạng đầu của cấp số nhân $(u_n)$ là

**A.** $S_8=1093$. **B.** $S_8=3820$. **C.** $S_8=9841$. **D.** $S_8=3280$.

**Lời giải**

Giả sử công bội của cấp số nhân là *q*, từ đề bài ta có:

$\begin{cases}u_1+qu_1+q^2u_1=13\\q^3u_1-u_1=26\end{cases}\Rightarrow q^3-1=2(q^2+q+1)\Leftrightarrow(q-3)(q^2+q+1)=0\Leftrightarrow q=3\Rightarrow u_1=1$.

**Chọn D.**

**Câu 29:** Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz*, cho hai điểm $A(0;0;-3)$, $B(2;0;-1)$ và mặt phẳng $(P):3x-8y+7z-1=0$. Điểm $C(a;b;c)$ là điểm nằm trên mặt phẳng $(P)$, có hoành độ dương để tam giác *ABC* đều. Tính $a-b+3c$.

**A.** $-7$. **B.** $-9$. **C.** $-5$. **D.** $-3$.

**Lời giải**

Ta có: $AB=\sqrt{2^2+0^2+2^2}=2\sqrt{2}$; $\overrightarrow{AB}=(2;0;2)$.

Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng *AB*: $x+z+1=0$.

Gọi đường thẳng *d* là giao tuyến của mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng *AB* và *(P)*. Đường thẳng *d* đi qua điểm $M(0;-1;-1)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=[(1;0;1);(3;-8;7)]=(8;-4;-8)\Rightarrow(d):\begin{cases}x=2t\\y=-1-t\\z=-1-2t\end{cases}$

Điểm $C$ thuộc $d$, giả sử tọa độ của *C* là $C(2t;-1-t;-1-2t)$ $(t>0)$

Ta có: $CA=AB\Leftrightarrow4t^2+(1+t)^2+4(t-1)^2=8\Leftrightarrow9t^2-6t-3=0\Leftrightarrow t=1$ (do *t* dương).

Vậy $a=2t=2;b=-1-t=-2;c=-1-2t=-3$ nên $a-b+3c=2+2-9=-5$. **Chọn C.**

**Câu 30:** Cho $f(x)=a\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)+b\sin x+6$ với $a,b\in R$. Biết $f(\log(\log e))=2$. Tính giá trị của $f(\log(\ln10))$.

**A.** 4. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 2.

**Lời giải**

Chú ý rằng $\log(\log e)+\log(\ln 10)=\log(\log e.\ln 10)=\log(\log_{10} e.\log_e 10)=\log(1)=0$.

Đặt $\log(\log e)=t \Rightarrow \log(\ln 10)=-t$.

Ta có: $f(t)=a\ln\left(t+\sqrt{t^2+1}\right)+b\sin t+6=2 \Rightarrow a\ln\left(t+\sqrt{t^2+1}\right)+b\sin t=-4$.

$$f(-t)=a\ln\left(-t+\sqrt{t^2+1}\right)+b\sin(-t)+6=a\ln\frac{1}{\sqrt{t^2+1+t}}-b\sin t+6=-a\ln\left(\sqrt{t^2+1}+t\right)-b\sin t+6$$

$=4+6=10$. **Chọn B.**

**Câu 31:** Số giá trị nguyên của tham số $m$ thuộc $[-2;4]$ để hàm số $y=\frac{1}{3}(m^2-1)x^3+(m+1)x^2+3x-1$ đồng biến trên $R$ là:

**A.** 3. **B.** 5. **C.** 0. **D.** 2.

**Lời giải**

Ta có: $y'=(m^2-1)x^2+2(m+1)x+3$

- Với $m=-1$, ta có $y'=3>0\ \forall x\in R$ nên hàm số luôn đồng biến trên $R$.
- Với $m=1$, $y'=4x+3$. Với $x<-\frac{3}{4}$ thì $y'<0$ nên hàm số không đồng biến trên $R$.
- Với $m^2\neq 1$, ta có $y'\geq 0$ với mọi $x\in R$ khi và chỉ khi

$$\begin{cases} m^2-1>0 \\ \Delta'=(m+1)^2-3(m^2-1)\leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m>1 \\ m<-1 \end{array}\right. \\ m^2-m-2\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m>1 \\ m<-1 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} m\geq 2 \\ m\leq -1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\geq 2 \\ m<-1 \end{array}\right..$$

Vậy các giá trị nguyên của $m$ thỏa mãn điều kiện đề bài thuộc $\{-2;-1;2;3;4\}$. **Chọn B.**

**Câu 32:** Cho $x,y>0$ và thỏa mãn $\begin{cases} x^2-xy+3=0 \\ 2x+3y-14\leq 0 \end{cases}$. Tính tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $P=3x^2y-xy^2-2x^3+2x$?

**A.** 4. **B.** 8. **C.** 12. **D.** 0.

**Lời giải**

Vì $x,y>0$ nên ta có: $x^2-xy+3=0 \Leftrightarrow x^2+3=xy \Leftrightarrow y=x+\frac{3}{x}$.

Do đó: $2x+3y-14\leq 0 \Leftrightarrow 2x+3\left(x+\frac{3}{x}\right)-14\leq 0 \Leftrightarrow 5x+\frac{9}{x}-14\leq 0 \Leftrightarrow 5x^2-14x+9\leq 0 \Leftrightarrow 1\leq x\leq \frac{9}{5}$.

Ta có:

$$P=3x^2y-xy^2-2x^3+2x=3x^2\left(x+\frac{3}{x}\right)-x\left(x+\frac{3}{x}\right)^2-2x^3+2x=3x^3+9x-x\left(x^2+\frac{9}{x^2}+6\right)-2x^3+2x$$

$=5x-\frac{9}{x}$.

Xét hàm số $f(x)=5x-\frac{9}{x}$, ta có $f(x)$ xác định trên $\left[1;\frac{9}{5}\right]$ có $f'(x)=5+\frac{9}{x^2}>0$ nên $f(1)\geq f(x)\geq f\left(\frac{9}{5}\right) \Leftrightarrow -4\geq f(x)\geq 4$. Do đó $MinP=-4$ và $MaxP=4$. **Chọn D.**

**Câu 33:** $m_0$ là giá trị của tham số $m$ để đồ thị hàm số $y = x^4 + 2mx^2 - 1$ có 3 điểm cực trị lập thành một tam giác có diện tích bằng $4\sqrt{2}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

**A.** $m_0 \in (-1;1]$. **B.** $m_0 \in (-2;-1]$. **C.** $m_0 \in (-\infty;-2]$. **D.** $m_0 \in (-1;0)$.

**Lời giải**

Ta có: $y' = 4x^3 + 4mx = 4x(x^2 + m)$. Điều kiện để hàm số có 3 điểm cực trị là $m < 0$. Khi đó các điểm cực trị là $x = 0$; $x = -\sqrt{-m}$ và $x = \sqrt{-m}$.

Các điểm cực trị của đồ thị hàm số là: $A(0;-1)$; $B(-\sqrt{-m};-m^2-1)$ và $C(\sqrt{-m};-m^2-1)$.

Trung điểm $H$ của $BC$ có tọa độ $(0;-m^2-1)$.

Ta có: $BC = \sqrt{(2\sqrt{-m})^2} = 2\sqrt{-m}$; $AH = \sqrt{(-m^2)^2} = |-m^2| = m^2$.

Tam giác $ABC$ cân tại $A$ nên $S_{ABC} = \frac{1}{2}BC.AH = \frac{1}{2}.2\sqrt{-m}.m^2 = \sqrt{-m}.m^2 = 4\sqrt{2} \Rightarrow m = -2$.

**Chọn C.**

**Câu 34:** Cho $X = \{0,1,2,3,...,15\}$. Chọn ngẫu nhiên 3 số trong tập hợp $X$. Tính xác suất để trong 3 số được chọn không có hai số liên tiếp.

**A.** $\frac{13}{35}$. **B.** $\frac{7}{20}$. **C.** $\frac{20}{35}$. **D.** $\frac{13}{20}$.

**Lời giải**

A là biến cố trong 3 số được chọn không có hai số liên tiếp.

$\overline{A}$ là biến cố trong 3 số được chọn có ít nhất 2 số liên tiếp.

Số trường hợp để trong 3 số được chọn là 3 số liên tiếp: $n_1 = 14$.

Số trường hợp để trong 3 số được chọn, có 2 số là 0 và 1, số còn lại khác 2: $n_2 = \frac{15-3}{1} + 1 = 13$.

Số trương hợp để trong 3 số được chọn, có 2 số là 14 và 15, số còn lại khác 13: $n_3 = \frac{12-0}{1} + 1 = 13$

Số trường hợp để trong 3 số được chọn có đúng 2 số liên tiếp: $n_4 = n_2 + n_3 + 13.12 = 2.13 + 12.13 = 14.13$

Tổng số khả năng của $\overline{A}$: $n(\overline{A}) = n_1 + n_4 = 14 + 13.14 = 14^2$

Không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{16}^3 = 560$. Do đó: $P(A) = \frac{560 - 14^2}{560} = \frac{13}{20}$. **Chọn D.**

**Câu 35:** Tổng các nghiệm của phương trình $2\cos^2 x + \sqrt{3}\sin 2x = 3$ trên $\left(0;\frac{5\pi}{2}\right]$ là:

**A.** $\frac{7\pi}{6}$. **B.** $\frac{7\pi}{3}$. **C.** $\frac{7\pi}{2}$. **D.** $2\pi$.

**Lời giải**

Phương trình tương đương với: $1 + \cos 2x + \sqrt{3}\sin 2x = 3 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\cos 2x + \frac{\sqrt{3}}{2}\sin 2x = 1$

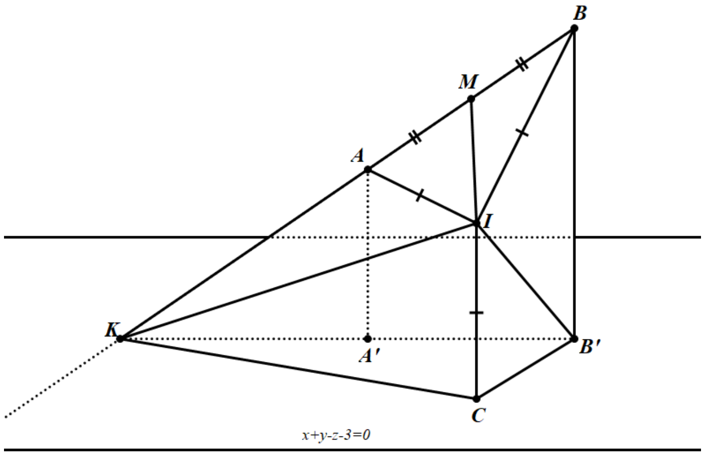
$\Leftrightarrow \cos 2x.\cos\frac{\pi}{3} + \sin 2x.\sin\frac{\pi}{3} = 1 \Leftrightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = 1 \Leftrightarrow 2x - \frac{\pi}{3} = k2\pi \; (k \in Z) \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + k\pi$.

Ta có: $0 < \frac{\pi}{6} + k\pi \le \frac{5\pi}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{6} < k \le \frac{7}{3}$. Mà $k \in Z \Rightarrow k \in \{0;1;2\}$. Do đó các nghiệm của phương trình thuộc $\left(0;\frac{5\pi}{2}\right]$ là $\frac{\pi}{6}$; $\frac{7\pi}{6}$ và $\frac{13\pi}{6}$. Tổng các nghiệm đó là $\frac{7\pi}{2}$. **Chọn C.**

**Câu 36:** Trong không gian với hệ trục tọa độ *Oxyz* cho mặt phẳng $(P): x + y - z - 3 = 0$ và hai điểm $A(1;1;1)$, $B(-3;-3;-3)$. Mặt cầu $(S)$ đi qua hai điểm *A, B* và tiếp xúc với $(P)$ tại điểm *C*. Biết rằng *C* luôn thuộc 1 đường tròn cố định. Tính bán kính của đường tròn đó.

**A.** $R = 4$. **B.** $R = 6$. **C.** $R = \frac{2\sqrt{33}}{3}$. **D.** $R = \frac{2\sqrt{11}}{3}$.

**Lời giải**




Dễ thấy *AB* không song song với *(P)*. Gọi *K* là giao điểm của *AB* và *(P)*.
Gọi *A', B'* lần lượt là hình chiếu của *A, B* lên *(P)*, *M* là trung điểm của *AB*, *I* là tâm của mặt cầu *(S)*.
$\Delta ICK$ vuông tại $C$ nên $KC^2 = IK^2 - IC^2 = IK^2 - IA^2$.

Vì $IA = IB \Rightarrow IM \perp AB$, do đó $IK^2 - IA^2 = (IM^2 + MK^2) - (IM^2 + MA^2) = MK^2 - MA^2 = MK^2 - \frac{1}{4}AB^2$

Do đó $KC = \sqrt{MK^2 - \frac{1}{4}AB^2}$ không đổi, mà *K* cố định nên *C* luôn di động trên đường tròn tâm *K*, bán kính $\sqrt{MK^2 - \frac{1}{4}AB^2}$ và nằm trong mặt phẳng *(P)*.

Phương trình đường thẳng *AB*: $x = y = z$.

Điểm *K* là giao của *AB* và *(P)* nên tọa độ của *K* thỏa mãn hệ $\begin{cases} x = y = z \\ x + y - z - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = y = z = 3$.

Do đó $K(3;3;3)$. Điểm $M$ là trung điểm của *AB* nên $M(-1;-1;-1) \Rightarrow MK^2 = 4^2.3$.

Lại có $AB^2 = 4^2 + 4^2 + 4^2 = 4^2.3$. Do đó $R = \sqrt{4^2.3.\frac{3}{4}} = \sqrt{6^2} = 6$. **Chọn B.**

**Câu 37:** Gọi *S* là tập hợp các giá trị của tham số *m* để phương trình $\left(\frac{1}{9}\right)^x - m\left(\frac{1}{3}\right)^x + 2m + 1 = 0$ có nghiệm. Tập $R \setminus S$ có bao nhiêu giá trị nguyên?

**A.** 4. **B.** 9. **C.** 0. **D.** 3.

**Lời giải**

Đặt $t=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ $(t>0)$. Phương trình tương đương với: $t^2-mt+2m+1=0$ (1)

$\Delta=m^2-4(2m+1)=m^2-8m-4=\left(m-4-2\sqrt{5}\right)\left(m-4+2\sqrt{5}\right)\Rightarrow\Delta\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m>4+2\sqrt{5}\\m<4-2\sqrt{5}\end{array}\right.$.

Để phương trình đề bài có nghiệm thì (1) phải có ít nhất 1 nghiệm dương, ta có 3 trường hợp:

TH1: (1) có 2 nghiệm đều dương $\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta\ge 0\\S=m>0\\P=2m+1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m>4+2\sqrt{5}\\m<4-2\sqrt{5}\end{array}\right.\\m>0\end{cases}\Leftrightarrow m>4+2\sqrt{5}$.

TH2: (1) có 1 nghiệm $t>0$, 1 nghiệm $t=0$. (1) có nghiệm $t=0\Leftrightarrow m=-\frac{1}{2}$, thay vào thấy nghiệm còn lại là $t=-\frac{1}{2}<0$ (không thỏa mãn)

TH3: (1) có 2 nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow P<0\Leftrightarrow 2m+1<0\Leftrightarrow m<-\frac{1}{2}$

Do đó: $S=\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)\cup\left(4+2\sqrt{5};+\infty\right)\Rightarrow R\setminus S=\left[-\frac{1}{2};4+2\sqrt{5}\right]$.

Do đó các giá trị nguyên của $R\setminus S$ thuộc tập hợp $\{0;1;2;3;4;5;6;7;8\}$. **Chọn B.**

**Câu 38:** Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $R\setminus\{0;-1\}$ thỏa mãn các điều kiện $f(1)=-2\ln 2$ và $x(x+1).f'(x)+f(x)=x^2+x$. Giá trị của $f(2)=a+b\ln 3$ $(a,b\in Q)$. Tính $a^2+b^2$.

**A.** $\frac{25}{4}$. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{13}{4}$.

**Lời giải**

Ta có: $x(x+1).f'(x)+f(x)=x^2+x\Leftrightarrow\frac{x}{x+1}f'(x)+\frac{1}{(x+1)^2}f(x)=\frac{x}{x+1}\Leftrightarrow\left[f(x).\frac{x}{x+1}\right]'=\frac{x}{x+1}$

$\Rightarrow f(x).\frac{x}{x+1}=\int\frac{x}{x+1}=x-\ln|x+1|+C$.

Thay $x=1$, ta được $f(1).\frac{1}{2}=1-\ln 2+C\Leftrightarrow -\ln 2=1-\ln 2+C\Rightarrow C=-1$.

Do đó $f(x).\frac{x}{x+1}=x-1-\ln|x+1|$, thay $x=2$, ta có $f(2).\frac{2}{3}=1-\ln 3\Leftrightarrow f(2)=\frac{3}{2}-\frac{3}{2}\ln 3$.

$a^2+b^2=2.\left(\frac{3}{2}\right)^2=\frac{9}{2}$. **Chọn B.**

**Câu 39:** Biết rằng hai số phức $z_1,z_2$ thỏa mãn $|z_1-3-4i|=1$ và $|z_2-3-4i|=\frac{1}{2}$. Số phức $z$ có phần thực là $a$ và phần ảo là $b$ thỏa mãn $3a-2b=12$. Giá trị nhỏ nhất của $P=|z-z_1|+|z-2z_2|+2$ bằng

**A.** $P_{\min}=\frac{\sqrt{9945}}{11}$. **B.** $P_{\min}=5-2\sqrt{3}$. **C.** $P_{\min}=\frac{\sqrt{9945}}{13}$. **D.** $P_{\min}=5+2\sqrt{5}$.

**Lời giải**

Trên mặt phẳng tọa độ *Oxy*, xét điểm $I(3;4)$ biểu diễn số phức $3+4i$; điểm $J(6;8)$ biểu diễn số phức $6+8i$. $M(a;b)$ biểu diễn số phức $z$. Điểm *A* và *B* lần lượt biểu diễn các số phức $z_1, 2z_2$.

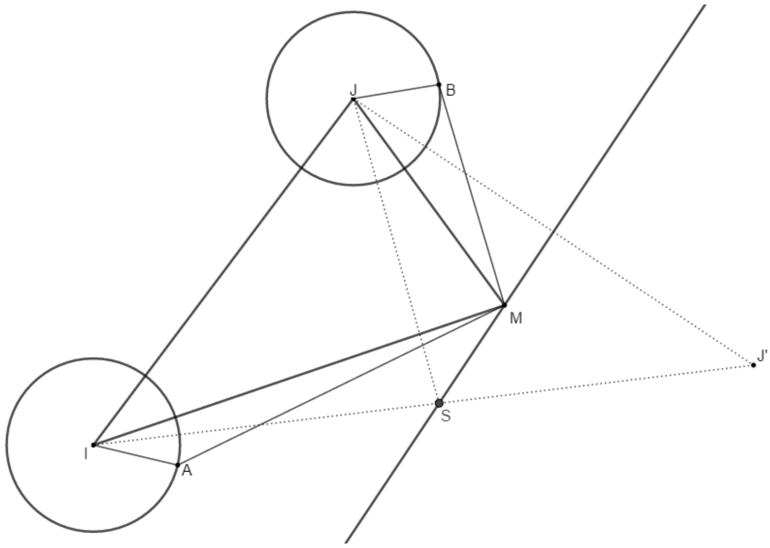
Theo đề bài:

$|z_1-3-4i|=1 \Rightarrow AI=1$

$\Rightarrow A$ thuộc $(I;1)$.

$|z_2-3-4i|=\frac{1}{2} \Leftrightarrow |2z_2-6-8i|=1$

$\Leftrightarrow BJ=1 \Leftrightarrow B\in(J;1)$.




Vì $3a-2b=12$ nên *M* thuộc đường thẳng $(d): 3x-2y=12$.

Ta có: $P=|z-z_1|+|z-2z_2|+2=MA+MB+2=MA+AI+MB+BJ\geq MI+MJ$.

Gọi $J'$ đối xứng với *J* qua *d* thì $MJ'=MJ \Rightarrow MI+MJ=MI+MJ'\geq IJ'$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $M$ trùng với giao điểm *S* của $IJ'$ và đường thẳng *d*.

Giả sử $J'(a;b)$. Ta có: $\overrightarrow{JJ'}=(a-6;b-8)$.

$\overrightarrow{JJ'}.\vec{u}_d=0 \Leftrightarrow (a-6;b-8).(2;3)=0 \Leftrightarrow 2(a-6)+3(b-8)=0 \Leftrightarrow 2a+3b=36$ (1)

Lại có trung điểm của $JJ'$ là điểm có tọa độ $\left(\frac{a+6}{2};\frac{b+8}{2}\right)$ thuộc đường thẳng *d* nên

$3\left(\frac{a+6}{2}\right)-2\left(\frac{b+8}{2}\right)=12 \Leftrightarrow \frac{3}{2}a+9-b-8=12 \Leftrightarrow \frac{3}{2}a-b=11$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $J'\left(\frac{138}{13};\frac{64}{13}\right) \Rightarrow IJ'=\frac{\sqrt{9945}}{13}$. **Chọn C.**

**Câu 40:** Cho hình thang cong *(H)* giới hạn bởi các đường $y=\ln(x+1)$, trục hoành và đường thẳng $x=e-1$. Tính thể tích khối tròn xoay thu được khi quay hình $(H)$ quanh trục *Ox*.

**A.** $e-2$. **B.** $2\pi$. **C.** $\pi e$. **D.** $\pi(e-2)$.

**Lời giải**

Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay *(H)* quanh trục *Ox*:

$V=\pi\int\limits_0^{e-1}\left[\ln(x+1)\right]^2dx=\pi\int\limits_1^{e}(\ln t)^2dt=\pi(e-2)$. **Chọn D.**

**Câu 41:** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác $ABC$ vuông tại *A*, $AB=a, BC=2a$. Gọi $M,N,P$ lần lượt là trung điểm của $AC, CC', A'B$ và *H* là hình chiếu của *A* lên *BC*. Tính khoảng cách giữa *MP* và *NH*.

**A.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **B.** $a\sqrt{6}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $a$.

**Lời giải**

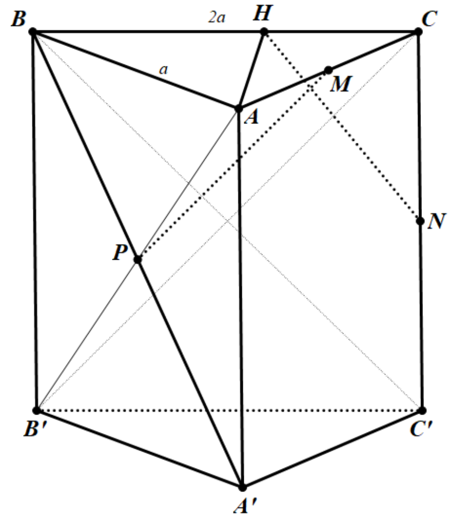
Vì $M$ và $P$ là trung điểm của $AC$ và $AB'$ nên $MP//B'C$.
Mặt phẳng $(BB'C'C)$ chứa $HN$ và song song với $MP$ nên khoảng cách giữa $MP$ và $HN$ là khoảng cách từ $M$ tới mặt phẳng $(BB'C'C)$.

Vì $M$ là trung điểm của $AC$ nên khoảng cách này bằng $\frac{1}{2}$ khoảng cách từ $A$ xuống $(BB'C'C)$.

Dễ thấy $AH \perp (BB'C'C)$ và $AH = \frac{AB.AC}{BC} = \frac{a.\sqrt{3}a}{2a} = \frac{\sqrt{3}}{2}a$

$d_{M/(BB'C'C)} = \frac{1}{2}AH = \frac{1}{2}.\frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{\sqrt{3}}{4}a$

**Chọn A.**




**Câu 42:** Cho tứ diện $ABCD$. Gọi $M$ và $N$ lần lượt là trung điểm của $AB$ và $AC$, $E$ là điểm trên cạnh $CD$ với $ED = 3EC$. Thiết diện tạo bởi mặt phẳng $(MNE)$ và tứ diện $ABCD$ là:

**A.** Tam giác $MNE$.
**B.** Tứ giác $MNEF$ với $F$ là điểm bất kỳ trên cạnh $BD$.
**C.** Hình bình hành $MNEF$ với $F$ là điểm trên cạnh $BD$ mà $EF // BC$.
**D.** Hình thang $MNEF$ với $F$ là điểm trên cạnh $BD$ mà $EF // BC$.

**Lời giải**

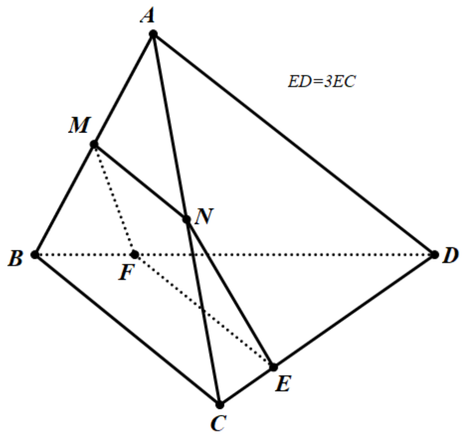
$M$, $N$ là trung điểm của $AB$ và $AC$ nên $MN // BC$ và $MN = \frac{1}{2}BC$.

Qua $E$ kẻ đường thẳng song song với $BC$, cắt $BD$ tại $F$ thì $EF // MN \Rightarrow$ thiết diện là tứ giác $MNEF$.

Ta có $\frac{EF}{BC} = \frac{DE}{DC} = \frac{3}{4} \Rightarrow EF = \frac{3}{4}BC > MN$.

Do đó tứ giác $MNEF$ là hình thang, không là hình bình hành.

**Chọn D.**



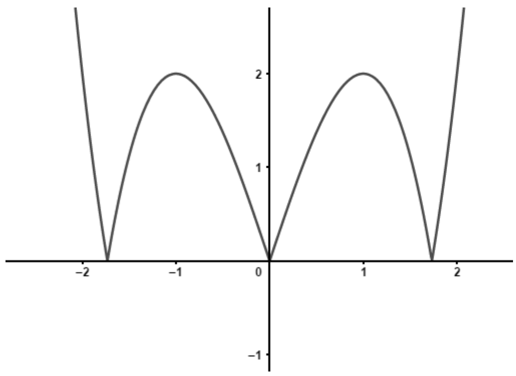

**Câu 43:** Phương trình $|x^3 - 3x| = m^2 + m$ có 6 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi

**A.** $m > 0$.
**B.** $m < -2$ hoặc $m > 1$.
**C.** $-1 < m < 0$.
**D.** $-2 < m < -1$ hoặc $0 < m < 1$.

**Lời giải**

Khảo sát và vẽ đồ thị hàm số $y = |x^3 - 3x|$, ta được đồ thị như hình vẽ.

Số nghiệm của phương trình $|x^3 - 3x| = m^2 + m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = |x^3 - 3x|$ với đường thẳng $y = m^2 + m$. Để phương trình này có 6 nghiệm phân biệt



thì $0 < m^2 + m < 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m(m+1) > 0 \\ (m-1)(m+2) < 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m > 0 \\ m < -1 \end{array}\right. \\ -2 < m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2 < m < -1 \\ 0 < m < 1 \end{array}\right.$. **Chọn D.**

**Câu 44:** Một vật đang chuyển động với vận tốc $v = 20(m/s)$ thì thay đổi vận tốc với gia tốc được tính theo thời gian $t$ là $a(t) = -4 + 2t\left(m/s^2\right)$. Tính quãng đường vật đi được để từ thời điểm thay đổi gia tốc đến lúc vật đạt vận tốc bé nhất.

**A.** $\frac{104}{3}m$. **B.** $104m$. **C.** $208m$. **D.** $\frac{104}{6}m$.

**Lời giải**

$v = \int(-4+2t)dt = -4t + t^2 + C$. Tại thời điểm $t = 0$, $v = 20 \Rightarrow C = 20$.

Do đó $v = -4t + t^2 + 20 = (t-2)^2 + 16 \geq 16$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $t = 2$.

$s = \int_0^2 \left(-4t + t^2 + 20\right)dt = \frac{104}{3}$ m. **Chọn A.**

**Câu 45:** Trong không gian với hệ tọa độ vuông góc $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Phương trình đường thẳng $\Delta$ nằm trong mặt phẳng $(P)$, đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng $d$ là:

**A.** $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$. **B.** $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

**C.** $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$. **D.** $\frac{x+1}{5} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z-1}{3}$.

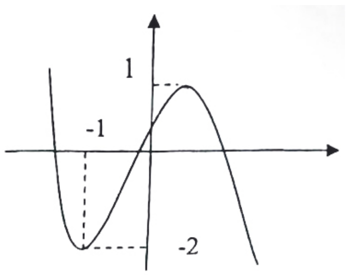
**Lời giải**

$\Delta$ có véc tơ chỉ phương: $\vec{u} = \left[\vec{n}_{(P)}; \vec{u}_d\right] = \left[(1;2;1);(2;1;3)\right] = (-5;1;3)$

Đường thẳng $d$ giao $(P)$ tại $M$ có tọa độ thỏa mãn hệ: $\begin{cases} \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3} \\ x + 2y + z - 4 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow M(1;1;1)$.

$\Delta$ qua $M$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u}$ nên phương trình $\Delta: \frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$. **Chọn A.**

**Câu 46:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $R$ và đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x) + 2x$ là:




**A.** 4. **B.** 1.

**C.** 3. **D.** 2.

**Lời giải**

Xét hàm số $g(x) = f(x) + 2x$. Ta có $g'(x) = f'(x) + 2$; $g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -2$.

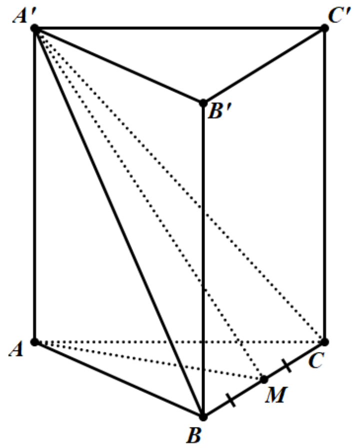
Để $x_0$ là 1 điểm cực trị của hàm số $y = g(x)$ thì $g'(x_0) = 0$ và $g'(x)$ đổi dấu tại $x_0$.

Chú ý rằng các nghiệm của phương trình $g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)=-2$ là hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f'(x)$ với đường thẳng $y=-2$. Nhìn vào đồ thị hàm số $y=f'(x)$, ta thấy 2 đường này giao nhau tại 2 điểm có hoành độ là $-1$ và $a$ ($a>0$). Tuy nhiên $f'(x)+2$ không đổi dấu tại $-1$ và $f'(x)+2$ đổi dấu tại $a$ nên hàm số $y=g(x)=f(x)+2x$ có 1 điểm cực trị. **Chọn B.**

**Câu 47:** Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và $(ABC)$ bằng $60^o$, cạnh $AB=a$. Tính thể tích $V$ của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

**A.** $V=\dfrac{\sqrt{3}}{4}a^3$. **B.** $V=\dfrac{3}{4}a^3$. **C.** $V=\dfrac{3\sqrt{3}}{8}a^3$. **D.** $V=\sqrt{3}a^3$.

**Lời giải**




Gọi $M$ là trung điểm của $BC$. Dễ thấy góc giữa 2 mặt phẳng *(ABC)* và *(A'BC)* là góc $\widehat{AMA'}$.

$\Delta ABC$ đều có $AB=a \Rightarrow AM=\dfrac{\sqrt{3}a}{2}$.

$AA'=AM.\tan AMA'=AM.\tan 60^o=\dfrac{\sqrt{3}a}{2}.\sqrt{3}=\dfrac{3a}{2}$

$S_{ABC}=\dfrac{1}{2}AB.AC.\sin 60^o=\dfrac{1}{2}a^2.\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\sqrt{3}a^2}{4}$

$V_{ABC.A'B'C'}=\dfrac{\sqrt{3}a^2}{4}.\dfrac{3a}{2}=\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. **Chọn C.**

**Câu 48:** Biết rằng hệ số của $x^{n-2}$ trong khai triển $\left(x-\dfrac{1}{4}\right)^n$ bằng 31. Tìm $n$.

**A.** $n=32$. **B.** $n=30$. **C.** $n=31$. **D.** $n=33$.

**Lời giải**

$\left(x-\dfrac{1}{4}\right)^n=\sum\limits_{k=0}^{n}C_n^k x^{n-k}(-1)^k\left(\dfrac{1}{4}\right)^k$. Do đó hệ số của $x^{n-2}$ ($k=2$) là: $C_n^2(-1)^2\left(\dfrac{1}{4}\right)^2=\dfrac{C_n^2}{16}=\dfrac{n(n-1)}{32}=31$

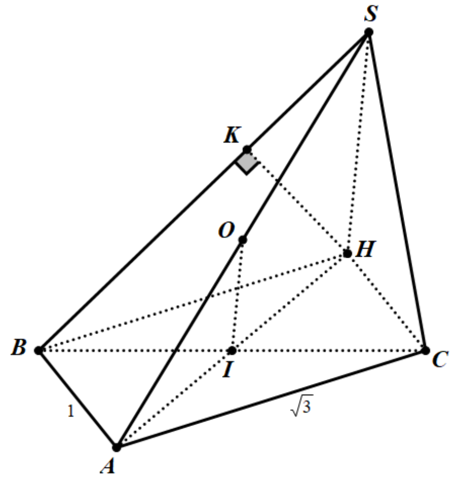
$\Rightarrow n(n-1)=32.31 \Rightarrow n=32$. **Chọn A.**

**Câu 49:** Cho hình chóp *S.ABC*. Tam giác *ABC* vuông tại *A*, $AB=1cm$, $AC=\sqrt{3}cm$. Tam giác *SAB, SAC* lần lượt vuông góc tại *B* và *C*. Khối cầu ngoại tiếp hình chóp *S.ABC* có thể tích bằng $\dfrac{5\sqrt{5}\pi}{6}cm^3$. Tính khoảng cách từ *C* tới $(SAB)$.

**A.** $\dfrac{\sqrt{5}}{2}cm.$ **B.** $\dfrac{\sqrt{5}}{4}cm.$ **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}cm.$ **D.** $1cm.$

**Lời giải**

Gọi $I$ là trung điểm của $BC$, $H$ là điểm đối xứng với $A$ qua $I$ $\Rightarrow ABHC$ là hình chữ nhật.




Theo đề bài: $AB \perp SB; AB \perp HB \Rightarrow AB \perp (SBH) \Rightarrow AB \perp SH$

Lại có: $AC \perp SC; AC \perp CH \Rightarrow AC \perp (SCH) \Rightarrow AC \perp SH$

Do đó $SH \perp (ABC)$.

Gọi $O$ là trung điểm của $SA$ thì $OI \perp (ABC)$ và $OA = OS$

$\Rightarrow O$ là tâm của khối cầu ngoại tiếp hình chóp.

$V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{5\sqrt{5}\pi}{6} \Rightarrow R = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \frac{SA}{2} = \frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow SA = \sqrt{5}$.

Lại có $AH = BC = 2 \Rightarrow SH = \sqrt{SA^2 - AH^2} = \sqrt{5-4} = 1$

Kẻ $AK \perp SB$ $(K \in SB) \Rightarrow HK \perp (SAB)$. Vì $CH // (SAB) \Rightarrow d_{C/(SAB)} = d_{H/(SAB)} = HK$

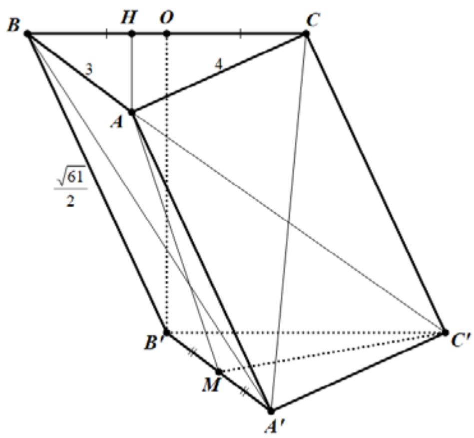
Áp dụng hệ thức lượng: $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HB^2} = \frac{1}{1} + \frac{1}{3} = \frac{4}{3} \Rightarrow HK = \frac{\sqrt{3}}{2}$. **Chọn C.**

**Câu 50:** Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác $ABC$ vuông tại $A$, $AB = 3$, $AC = 4$, $AA' = \frac{\sqrt{61}}{2}$. Hình chiếu của *B'* lên mặt phẳng $(ABC)$ là trung điểm cạnh *BC*, *M* là trung điểm cạnh *A'B'*. Cosin của góc tạo bởi $mp(AMC')$ và $mp(A'BC)$ bằng

**A.** $\frac{11}{\sqrt{3157}}$. **B.** $\frac{\sqrt{13}}{65}$. **C.** $\frac{33}{\sqrt{3517}}$. **D.** $\frac{33}{\sqrt{3157}}$.

**Lời giải**

Gọi $O$ là trung điểm của $BC$, $H$ là hình chiếu của $A$ lên $BC$.




Ta có: $BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 5 \Rightarrow OB = \frac{5}{2}$.

$OB' = \sqrt{BB'^2 - OB^2} = 3$.

Vì $AB < AC$ nên $H$ nằm giữa $O$ và $B$.

$CH = \frac{AC^2}{BC} = \frac{4^2}{5} = \frac{16}{5} \Rightarrow OH = CH - CO = \frac{16}{5} - \frac{5}{2} = \frac{7}{10}$.

Lại có $AH = \frac{AB.AC}{BC} = \frac{3.4}{5} = \frac{12}{5}$.

Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ với $O$ là gốc tọa độ; $B\left(-\frac{5}{2};0;0\right)$; $B'(0;0;-3)$; $A\left(-\frac{7}{10};\frac{12}{5};0\right) \Rightarrow C\left(\frac{5}{2};0;0\right)$

Ta có: $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AA'} = \left(\frac{5}{2};0;-3\right) \Rightarrow A'\left(\frac{9}{5};\frac{12}{5};-3\right)$; $\overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{BB'} \Rightarrow C'(5;0;-3)$.

$M$ là trung điểm của *A'B'* nên $\Rightarrow M\left(\frac{9}{10};\frac{6}{5};-3\right)$.

Mặt phẳng *(AMC')* có véc tơ pháp tuyến: $\overrightarrow{n_1} = \left[\overrightarrow{C'A};\overrightarrow{C'M}\right] = (3,6;12,3;-3)$

Mặt phẳng *(A'BC)* có véc tơ pháp tuyến: $\overrightarrow{n_2} = \left[\overrightarrow{A'B};\overrightarrow{A'C}\right] = (0;-15;-12)$

Côsin của góc giữa 2 mặt phẳng này là: $\frac{\left|\overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}\right|}{\left|\overrightarrow{n_1}\right|\left|\overrightarrow{n_2}\right|} \simeq 0,587322$. **Chọn D.**