IFT438 Algorithmique (Été 2001)
Examen intra-trimestriel
Daniel Lemire, Ph.D.

Nom :________________________________

Prénom :________________________________

Matricule :________________________________

L'examen compte 100 points et comprend 4 questions.

Aide-mémoire

Formule de Stirling

$$n! = n^n e^{-n} * \sqrt{2\pi n}\left(1 + \frac{1}{12n} + \frac{23}{288n^2} + \ldots\right)$$

Logarithmes

$$\log_b a^c = c \log_b a$$

Exponentielles

$$(a^b)^c = a^{bc}$$

Note : à moins de mention contraire, les logarithmes sont en base 2.

Question 1. Notation O, Θ, Ω (30 points)

1. A. Montrez que $\log n \in O(n)$. (10 points)

1. B. Montrez que $3^n \in O(5^n)$ ainsi que $5^n \in \Omega(3^n)$ (20 points, 10 points pour chaque affirmation)

Question 2. Ordre des algorithmes (20 points)

On a vu en classe que l'algorithme de tri-fusion appartient à $O(n \log n)$. Pour en arriver à cette fonction ($n \log n$), nous avons supposé que tous les passages en paramètres se faisaient par pointeur. Sachant que le passage par valeur d'un tableau de taille N appartient à $O(N)$, refaites l'analyse de l'algorithme tri-fusion en passant à chaque fois les tableaux et sous-tableaux par valeur. Comment se compare l'algorithme avec passage par valeur par rapport à l'algorithme avec passage par pointeur?

Question 3. Récurrences (30 points)

Donner la meilleure borne asymptotique de la forme $O(g(n))$ pour les récurrences

3.A $T(n)=4T(n/2)+n^5$ (15 points)

3.B $T(n)=2T(n/2)+\log_2 n$ (15 points)

Question 4. Algorithmiques voraces (20 points)

Vous conduisez sur l'autoroute de Montréal à Toronto et désirez faire le moins d'arrêts possible. Quand votre réservoir est plein, vous pouvez faire n kilomètres. Votre carte vous donne la position des stations-service qui sont respectivement à $x_{1,} x_{2,} \ldots, x_m$ kilomètres de Montréal. Donnez un algorithme vorace pour résoudre ce problème et démontrez qu'il est optimal.