有关莫比乌斯反演的证明：

然而莫比乌斯反演中并没有莫比乌斯带，（说过了，本文谈Concrete，不谈Abstract，当然如果把拓扑学当做抽象的话，笑）。

莫比乌斯反演用得最多的还是信竞的考点积性函数中的莫比乌斯反演吧。积性函数的特点这里简要概括，不给予证明。对于积性函数，存在定义域内两个数,则

请注意这不是演习：

这就是莫比乌斯函数的定义，很明显这是一个递归函数：

只考虑整数因子的话就有：

进一步化简：

莫比乌斯反演定理针对的是满足的函数都能成立的反演法则：

只能说这是一个极其优美的性质！

我们还是讨论其特殊情况，即整数因子时的情况，一般情况可以用相同方法推得：

和式的性质有云:

公式(2.3)有一点gcd基础的都看得明白，就是遍历因子的顺序从从小到大变成的从大到小而已。公式(2.4)可以通过艾弗森处理法证明。这就是一个不同的分类所造成的二重和式表现形式不一样的例子。

有了这些储备我们就可以尝试证明莫比乌斯反演了。

若有,那么

这就是莫比乌斯反演的正向证明过程，逆向证明过程可以类似地推导。这玩意儿经常会与结合起来。由高中知识我们知道：

实数m可以看做单位函数，则上述式子中的函数均为积性函数，我们还可以很愉快地得到：

两者连理一下其实就可以说得通了：

这就是莫比乌斯反演在正整数的范围的反演证明，实数反演证明同理。